Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
DEPARTAMENTO DE PRIMERO Y SEGUNDO CICLOS

Cuadernillo de preparación para estudiantes

Olimpiada Nacional de Matemática para Primero y Segundo Ciclos

Elaborado y compilado por

MSc. Hermes Mena Picado.
MSc. Elizabeth Figueroa Fallas.
Asesoría de Matemática

Presentación

El "Cuadernillo de preparación para estudiantes" es un documento que cuenta con una serie de ejemplos de problemas matemáticos relacionados con las cinco áreas del Programa de Estudio de Matemática y para los seis años escolares de la Educación General Básica, estos problemas se encuentran resueltos y en algunos de los casos se cuenta con diversas estrategias de solución, que podría considerar el estudiante para su resolución, además de algunas variantes en algunos de ellos que permite enriquecer el material.

El objetivo primordial de este documento es preparar al estudiantado que cursan la primaria y que participará en las diferentes eliminatorias que involucra el proceso de Olimpiadas Nacionales de Matemática.

Este material cuenta con diversos problemas matemáticos, promoviendo en las niñas, los niños y docentes de las diferentes regionales educativas del país el desarrollo de habilidades que les permitan enfrentar situaciones de la vida cotidiana en diversos contextos, además de incentivar el gusto y disfrute hacia la matemática.

Confiamos que este "Cuadernillo de preparación para estudiantes" guie apropiadamente a docentes entregados a su labor y a estudiantes con sed de desarrollar mayores destrezas matemáticas.

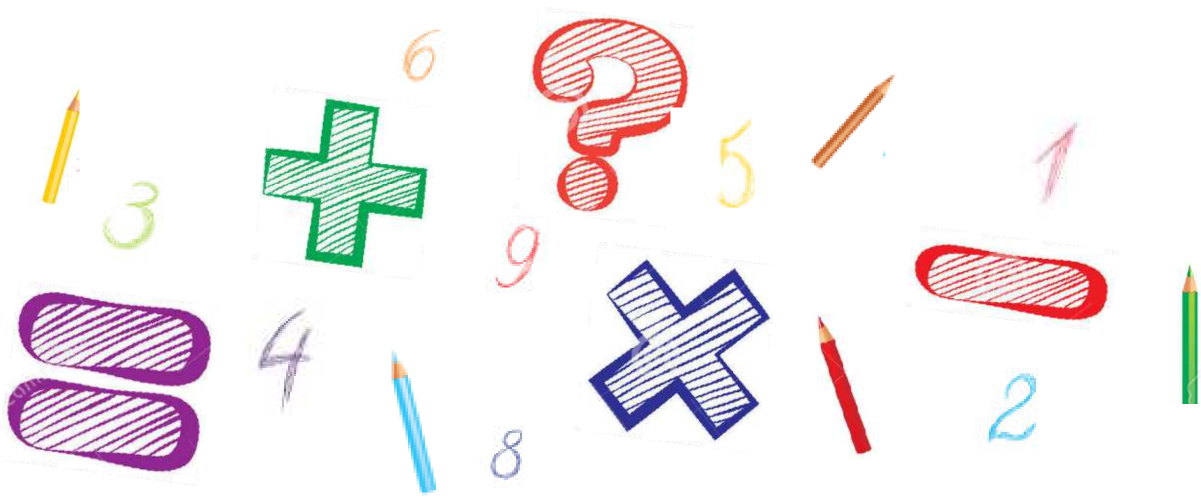
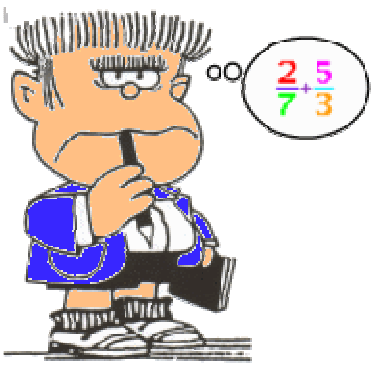


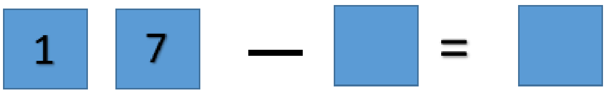
Tabla de contenidos

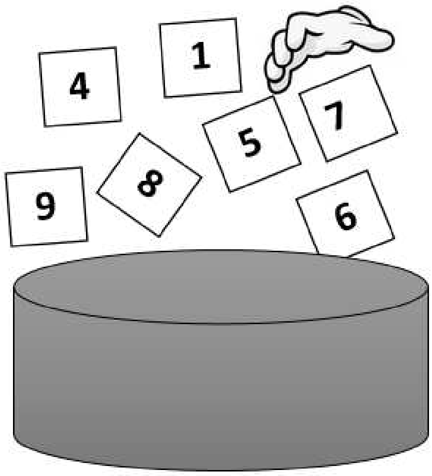


Problemas de Primer año

Problema 1.

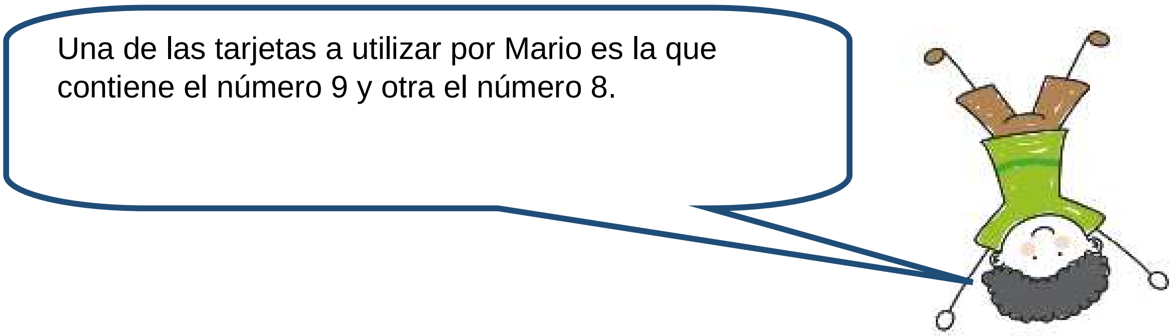
Mario toma cinco cartas de donde las guarda la maestra. ¿Cuáles de las tarjetas tarjetas debe colocarse en cada cuadro para obtener un resultado correcto de la resta?



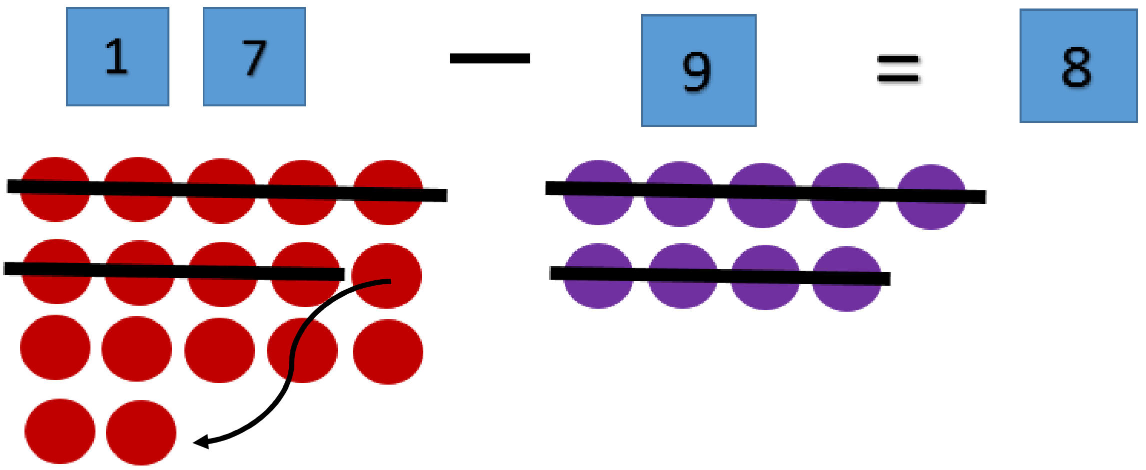


Posible estrategia de solución

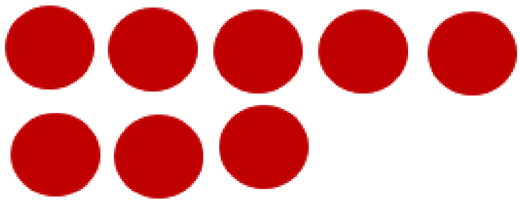
El estudiante puede iniciar a realizar las pruebas para lograr determinar ¿Cuál es la combinación apropiada que le permita obtener el resultado de la resta? Por ejemplo podría decir



Gráficamente podría valorarse de la siguiente manera



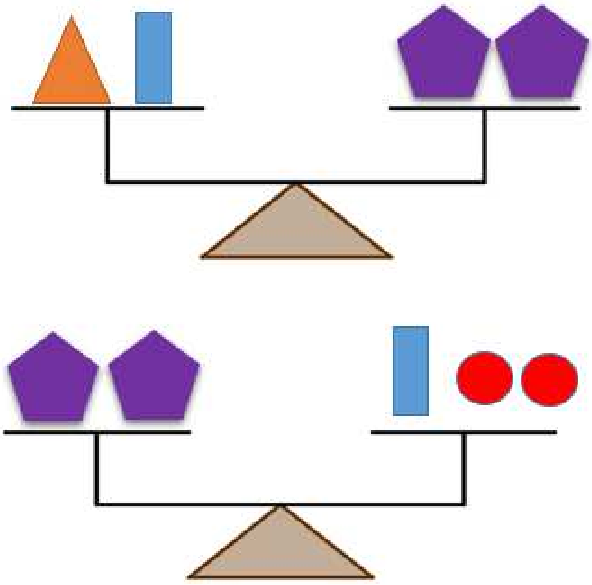
Aplicando cancelación a ambos lados de la representación se cancelan las bolitas moradas y nos queda un sobrante de bolitas rojas como se muestra:



Al contarlas obtenemos 8 bolitas rojas, dato que corresponde a la tarjeta con el número 8.

Problema 2.

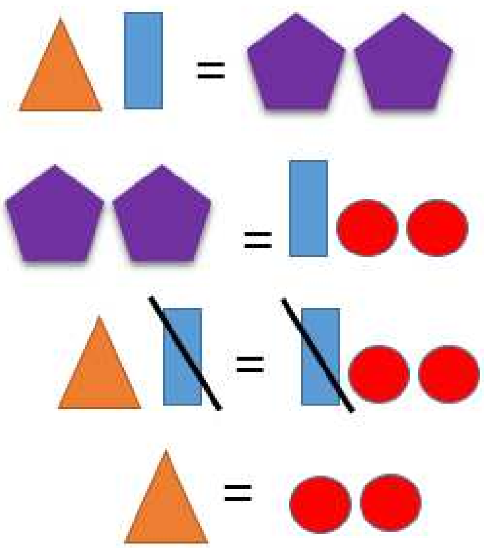
Observe las siguientes imágenes:



De acuerdo con la información que se muestra en la figura, ¿Cuántos círculos pesan igual que un triángulo?

Posible estrategia de solución A

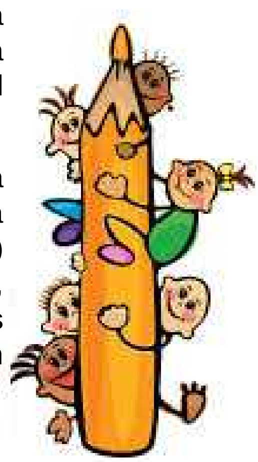
Podría presentarse el siguiente razonamiento:



Hacemos las comparaciones entre la primera y la segunda balanza.

En la primera comparación hay dos pentágonos morados, igual que en la segunda, lo que nos permite cambiar en la primera los dos pentágonos morados por el rectángulo y los dos círculos.

Al realizar este cambio podemos quitar a ambos lados el rectángulo (ya que es la misma figura, por lo que no afecta quitarla) quedándonos dos círculos y un triángulo, por lo que podemos afirmar que dos círculos rojos tienen el mismo peso que un triángulo

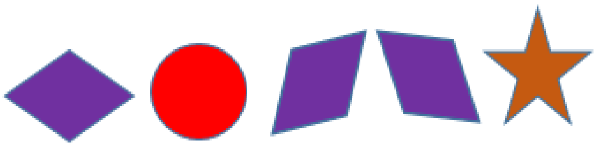


Problema 3.

María Fernanda construyó la siguiente sucesión.

¿Cuántas estrellas hay en los primeros 15 términos de la sucesión?

Posible estrategia de solución B

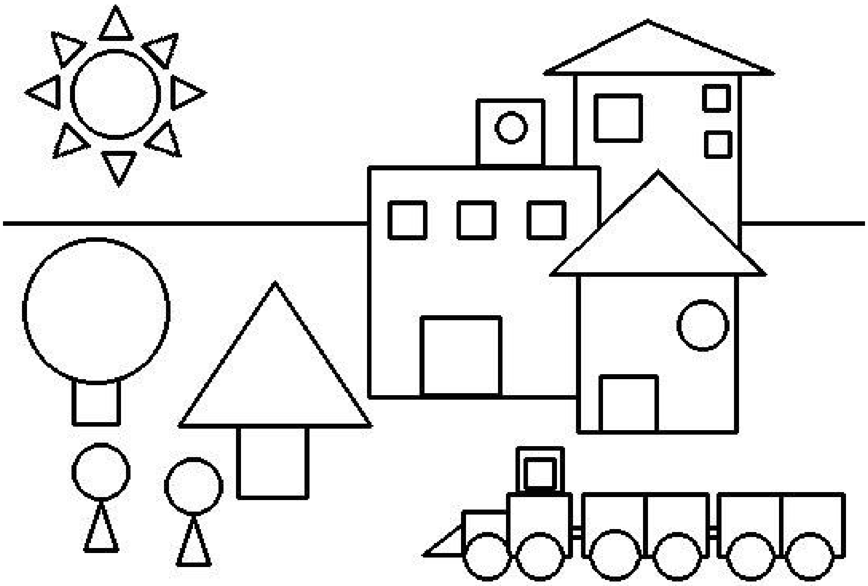


El siguiente razonamiento podría presentarse:

Los primeros cinco términos de la sucesión son los presentes a la izquierda, al presentarse la estrella vuelve a iniciar, en 15 van a ver 3 repeticiones completas de dicha sucesión, razón por la cual van a ver 3 estrellas en los primeros 15 términos.

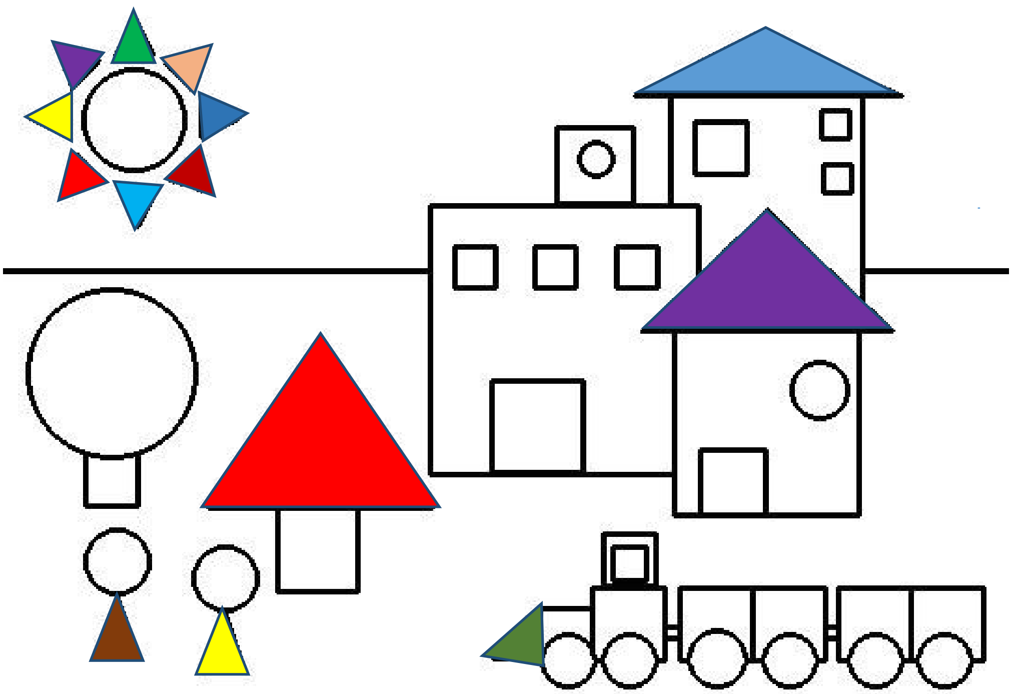
Problema 4.

Observe la siguiente figura



Determine cuantos triángulos se observan en la imagen anterior

Solución

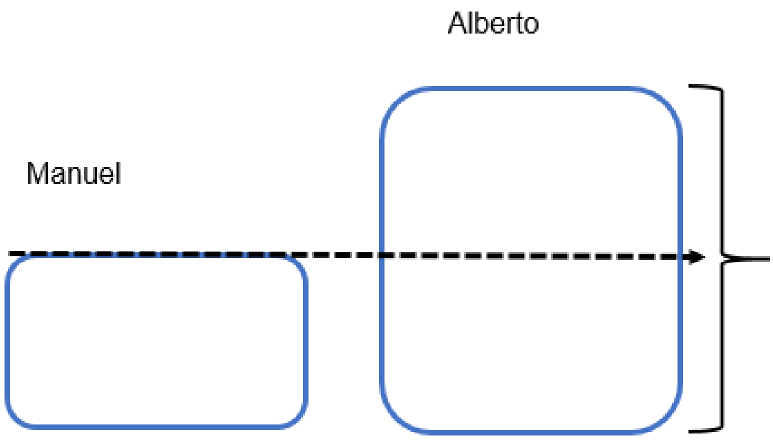


En la figura anterior se evidencian 14 triángulos,

Problema 5.

Manuel tiene la mitad de bolinchas que Alberto, si entre los dos tienen 60 bolinchas, ¿Cuántas tiene cada uno?

Posible estrategia de solución

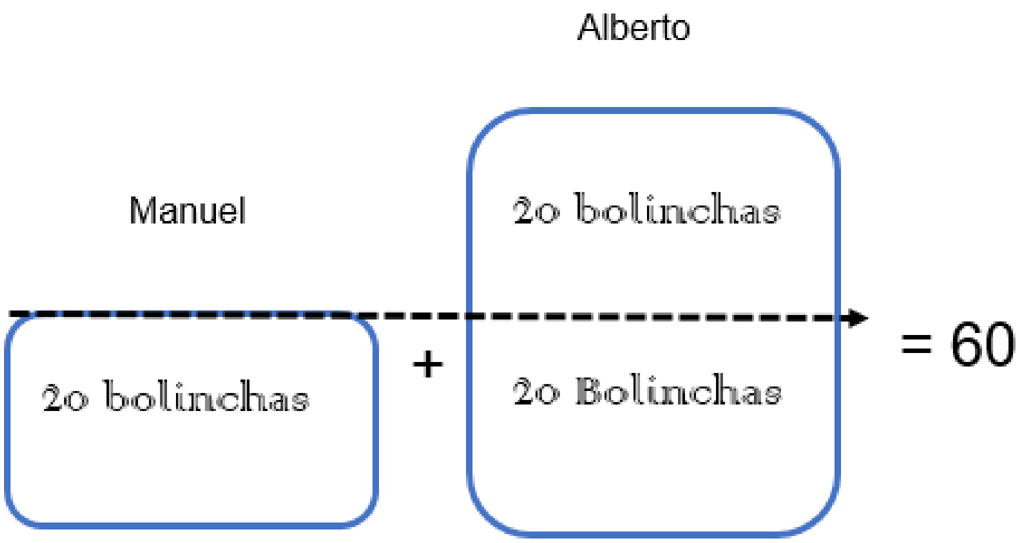


En el problema se indica que de la cantidad de bolinchas que tenga Manuel será la mitad de las que tiene Alberto.

De acuerdo a esto obtenemos tres grupos que podemos a la mitad cada uno como se indica en la siguiente representación

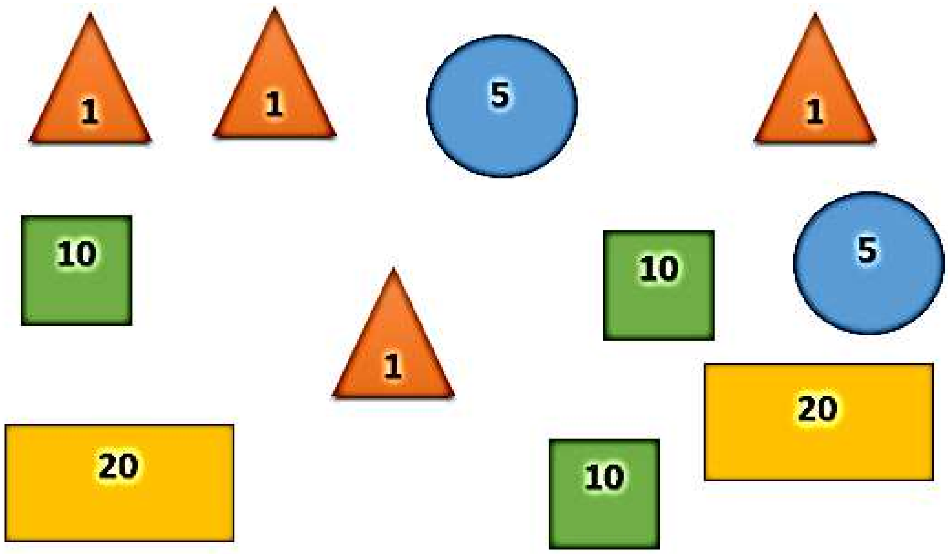
La representación anterior la podemos volver a dividir como se aprecia en la siguiente imagen, en la cual vamos a realizar una repartición equitativa de 10 bolinchas en cada rectángulo redondeado.

El problema pregunta sobre la cantidad de bolinchas que tiene cada uno, en el diagrama se aprecia que Manuel tiene 20 y Alberto 20+20 que equivale a 40 bolinchas



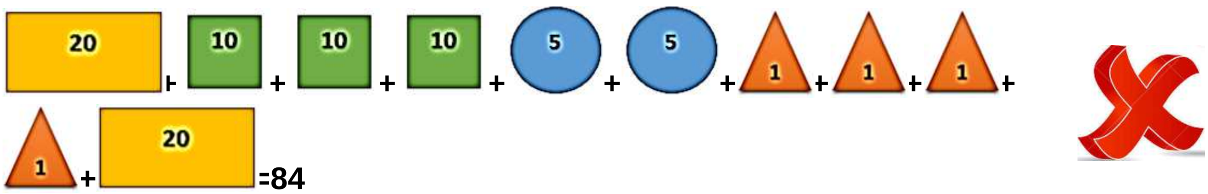
Problema 6.

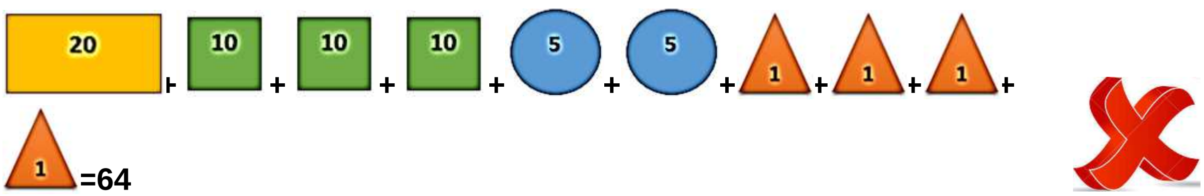
De la siguiente imagen, marque con una “x” las figuras que juntas forman el número 68



Posible estrategia de solución

El estudiante podría hacer consideraciones válidas e inválidas, seguidamente se muestra algunas de ellas:

a) 

b) 

Se espera que considere las cantidades mayores, según corresponda y así puedan construir correctamente el número solicitado

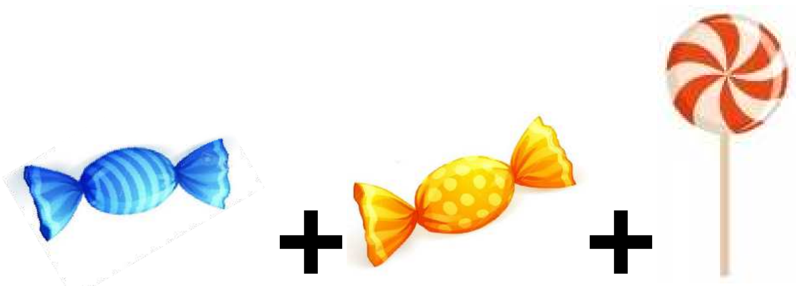
c) 

Problema 7.

Mi hermana tiene ₡90, y compra dos confites de ₡25 cada uno y una chupa de ₡20, ¿cuánto dinero le sobra?

Posible estrategia de solución

A) Numérica



₡25 ₡25 ₡20

₡25+₡25 = ₡ 50 + el valor de la chupa (₡20)

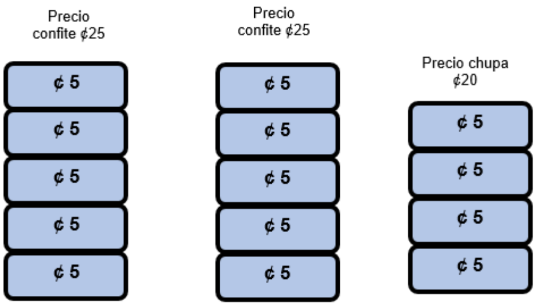
₡50+₡20 = ₡70

₡70 en golosinas, tenía ₡90, por lo tanto

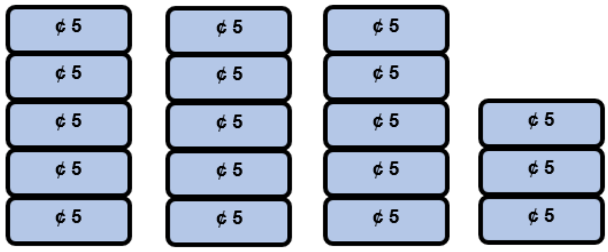
₡90 - ₡70 = ₡20

Le sobro ₡20

B) Representación gráfica



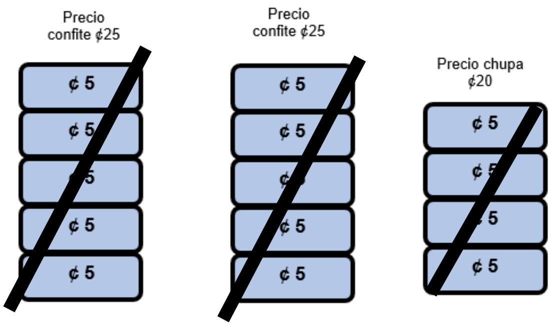
Dinero gastado



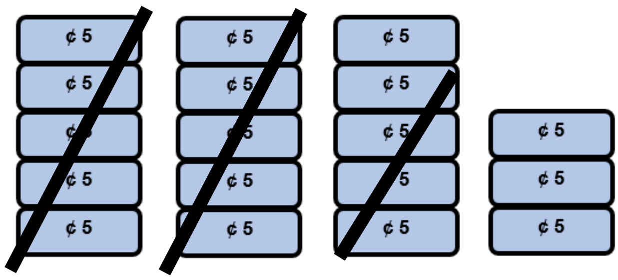
Dinero con el que se cuenta

¢90

Podemos realizar una cancelación de las columnas que tienen igual número de bloques o por medio de cancelación de bloques directamente. Por ejemplo:



Dinero gastado



Dinero con el que se cuenta

¢90

Realizando un conteo de bloques después de la cancelación nos quedan los siguienes

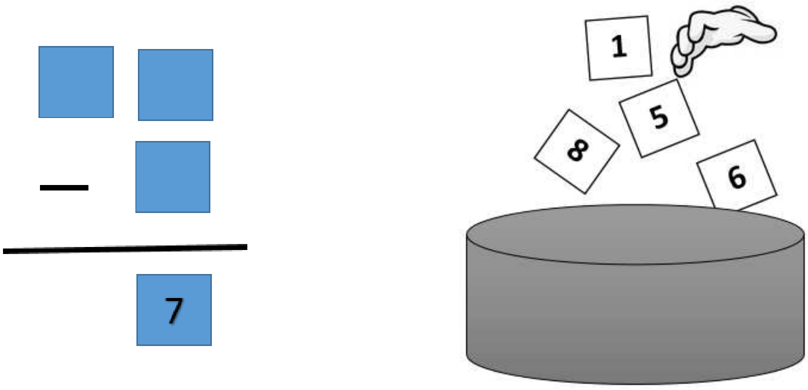
Estos son los bloques que quedaron después de la cancelación, al valer cada uno ¢5, tenemos 4 bloques.

Por lo tanto ¢5+¢5+¢5+¢5= ¢20 la cantidad de dinero que le sobro

Problemas de Segundo año

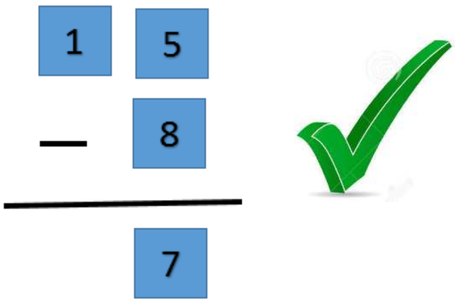
Problema 1.

Mario toma cuatro cartas de donde las guarda la maestra. ¿Cuáles tarjetas debe colocar para obtener el resultado de la resta?

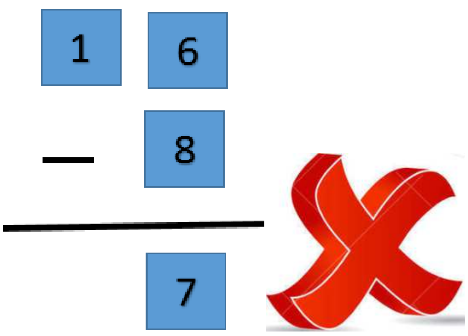


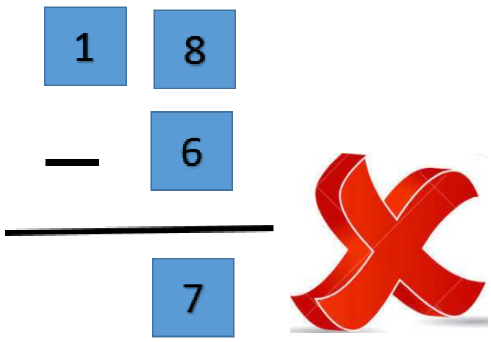
Posible estrategia de solución

El estudiante puede iniciar a realizar las pruebas para lograr determinar ¿Cuál es la combinación apropiada que le permita obtener el resultado de la resta?. Por ejemplo podría decir



Sin embargo podría realizar algunas combinaciones que no serían las correctas, como por ejemplo





Problema 2.

1. Carolina tiene triángulos y rectángulos de cartulina todas separadas entre sí, si sus figuras en total tienen 31 lados. ¿Cuántos triángulos y cuantos rectángulos tiene Carolina?

Posibles estrategias de solución:

Prueba 1

3  tienen 9 lados

2  tiene 8 lados

Llevamos 17, nos faltan 14 lados que distribuir. 

Prueba 2

5  tiene 15 lados

31-15=16

Por lo tanto 4 , tienen 16 lados 

Prueba 3

4  tienen 12 lados

3  tiene 12 lados

Llevamos 28, nos faltan 7 lados que distribuir.

Quiere decir que deberíamos distribuir una figura de 4 lados otra de 3. 

Prueba 4

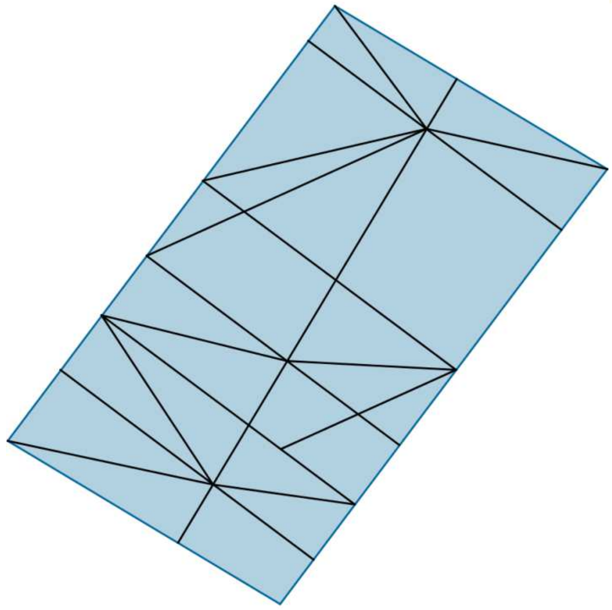
5  tiene 15 lados

4  tiene 16 lados

15+16=31 

Problema 3.

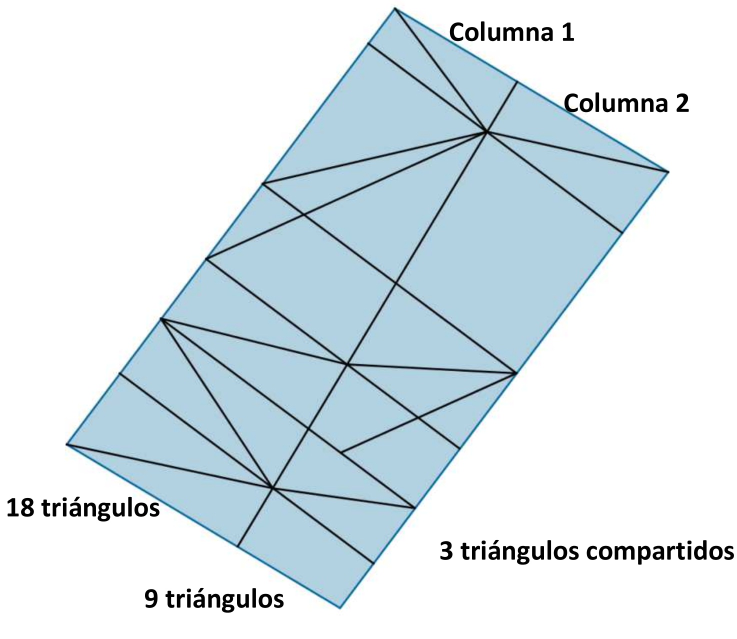
Observe la siguiente imagen



¿Cuántos triángulos hay en la figura anterior?

Posible estrategia de solución

Podría realizarse un conteo de los triángulos que presenta la imagen, el cual podría ser por columna como por ejemplo:



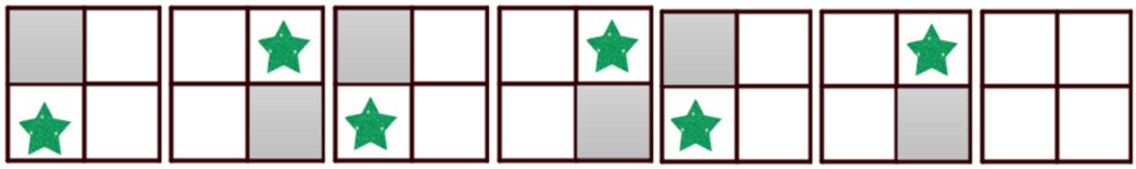
9 + 18 + 3 triángulos

Para un total de 30 triángulos

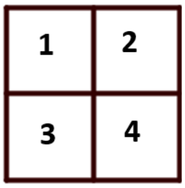
Nota: Para el trabajo de aula y preparación se le puede ampliar la figura y solicitar a los estudiantes calcar la imagen y recortar los triángulos.

Problema 4.

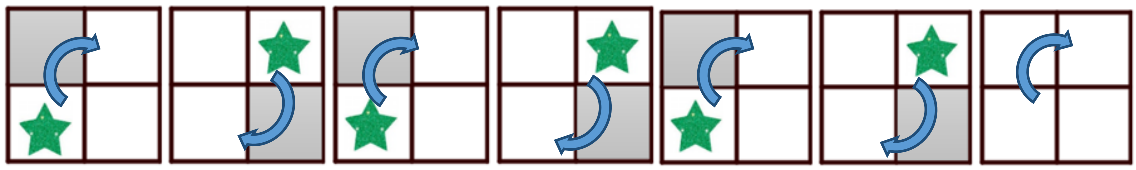
Observe la siguiente sucesión



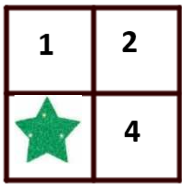
Si se continúa el patrón ¿En cuál de los cuadrados de la sétima posición se localizará la estrella? Indique en la línea siguiente el número correspondiente __________



Posible estrategia de solución

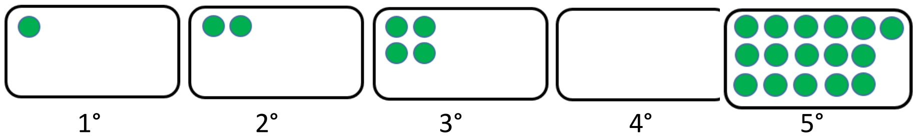


Al observar el movimiento de la estrella en las primeras 6 posiciones se evidencia que ella va trasladándose dos cuadros para pasar de una posición a otra, lo que permite determinar que en la sétima posición la estrella se ubicará en el cuadrado 2 como se muestra en la imagen.



Problema 5.

Observe la siguiente sucesión



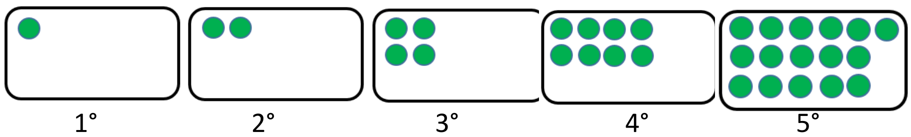
De acuerdo con el patrón determinado en la imagen, ¿Cuántos puntos debe de tener el recuadro en la cuarta posición?

Posible estrategia de solución

Si el estudiante comienza valorando la opción de que va uno en uno debería de presentarse algo así:

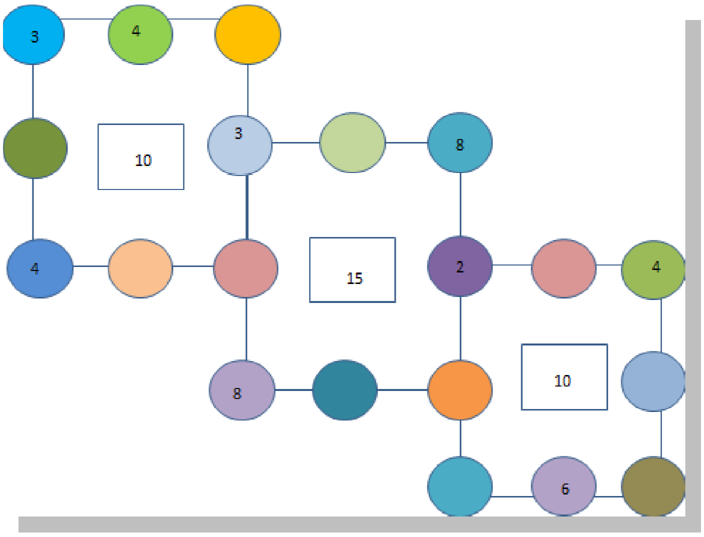
Sin embargo a partir de la tercera posición hay 4 bolitas, y en la quinta hay 16.

Al observar un en la primera, 2 en la segunda, 4 en la tercera y pasar a 16 en la quinta, vemos que el comportamiento corresponde al doble del número anterior. Por lo que el doble de 4 sería 8 y en efecto el doble de 8 serían 16, siendo estos los valores visibles en las posiciones 3 y 5.



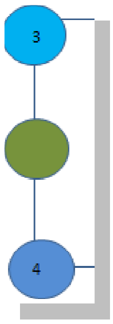
Problema 6.

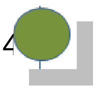
Observe la siguiente imagen:

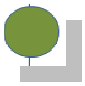


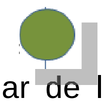
Determine los números que hacen falta en cada lado, recuerde que en este caso la suma de los valores de cada lado debe ser igual al valor del rectángulo que se encuentra en el centro de cada figura.

Posible estrategia de solución

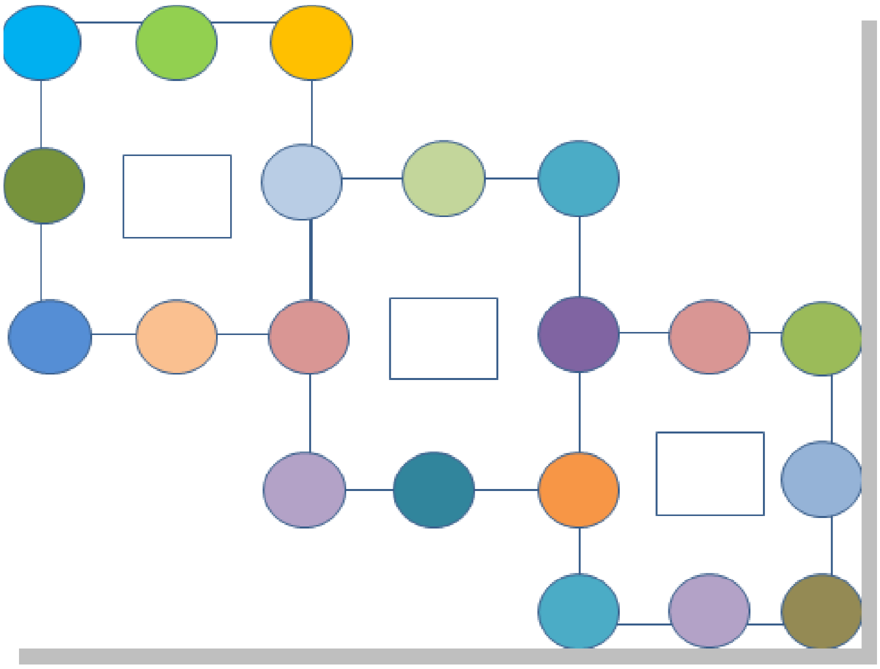


Estos tres deben sumar el valor 10, por lo que 3 + 4 

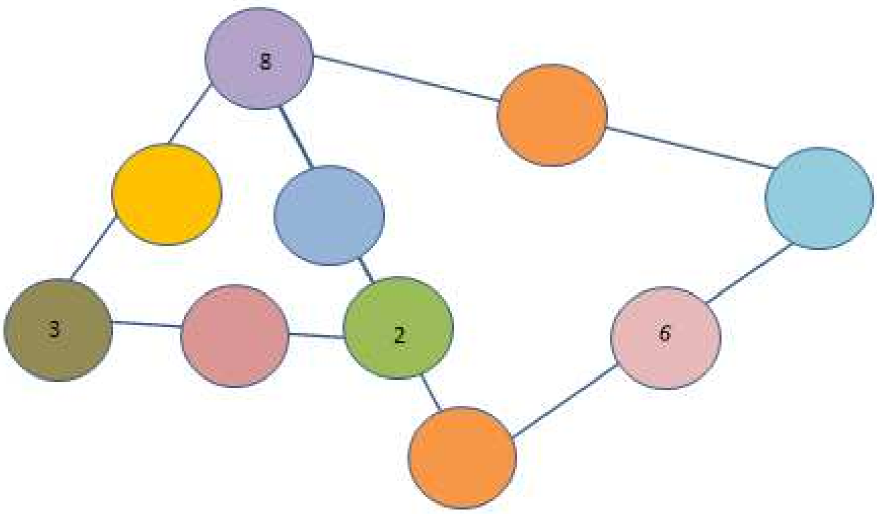
(3+4)+ 

7 +  En este momento el estudiante puede pensar que valor colocar en lugar de la bolita verde, por ejemplo si suma 2, verá que la igualdad no se cumple ya que 7+2 no es igual a 10. Por lo que deberá sumar 3, para que 7+3=10 en este caso si se cumple con la igualdad. Los demás los puede realizar de manera similar, al inicio parecerá lento pero con la práctica el estudiante conseguira rapidez que le permite agilizar el proceso.

Podemos pedirles a los estudiantes que utilicen el siguiente modelo para que realicen algunos ejercicios de práctica y con los criterios de solución que ellos consideren apropiados

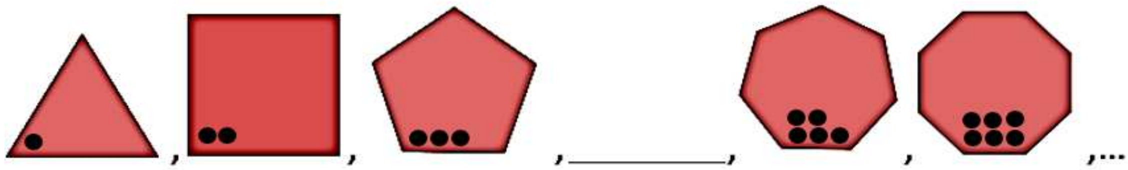


Complete y rellene los círculos de la figura, de tal forma que todos sus lados sumen…



Problema 7.

Observe la siguiente sucesión



Cuántos lados y puntos deben de tener las figuras:

a) En la posición número 4
b) En la posición 7

Posible estrategia de solución

Figura	**Número de lados**	**Número de puntos**
1°	**3**	**1**
2°	**4**	**2**
3°	**5**	**3**
4°	**6**	**4**
5°	**7**	**5**
6°	**8**	**6**
7°	**9**	**7**
8°	**10**	**8**
9°	**11**	**9**
10°	**12**	**10**

a) En la posición 4 la figura que iría tendría 6 lados y 4 puntos

b) En la posición 7 la figura tendría 9 lados y 9 puntos.

Una relación importante de tener presente es que siempre el número de lados será dos unidades mayor a la posición de la figura. Mientras que el número de puntos en la figura será igual al valor de la posición de la figura**.**

Problemas

de

Tercer año

Problema 1.

Carlitos tiene una colección muy grande de carritos, tiene 30 cajas y en cada caja hay 16 carros, cada uno de ellos tiene 4 ruedas. ¿Cuántas ruedas en total tienen los carros de Carlitos?

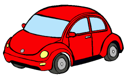
Posible estrategia de solución

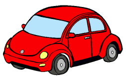
Podría presentarse un razonamiento como el siguiente:

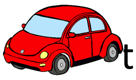
Estrategia 1

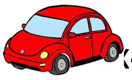
1  tiene 16 

por lo que

30  x16  =

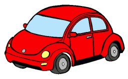
30x16= 480 

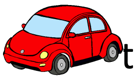
Cada  tiene 4 

480  x4  =

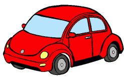
1920 

Estrategia 2

1  tiene 16 

1  tiene 4 ,

por lo que:

16  x 4  =

16 x 4= 64  por caja

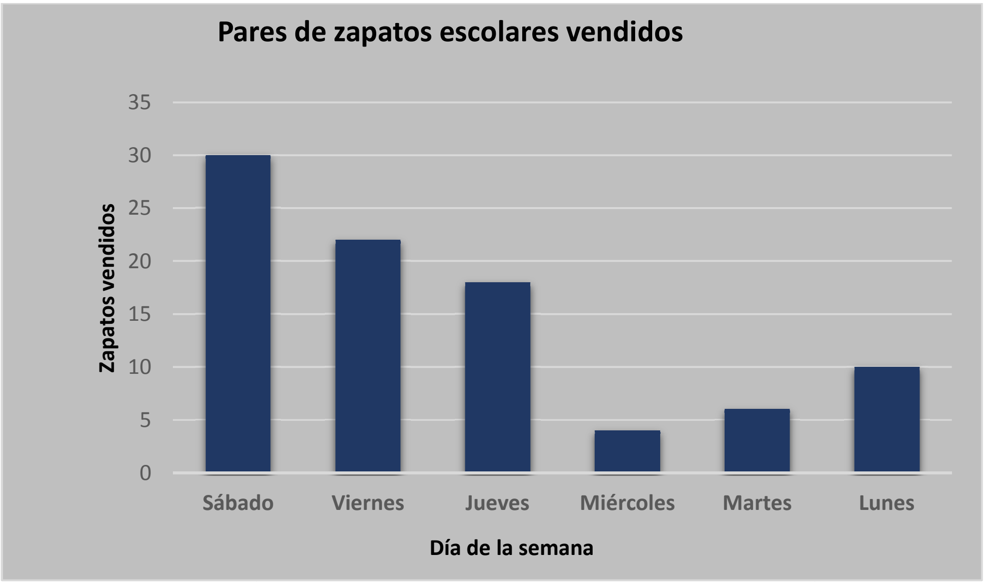
64  x 30  =

64 x 30 =

1920 

Problema 2.

Observe el siguiente gráfico



De acuerdo con la información anterior, ¿Qué días se vendieron más zapatos el sábado y el lunes o el viernes y el jueves?

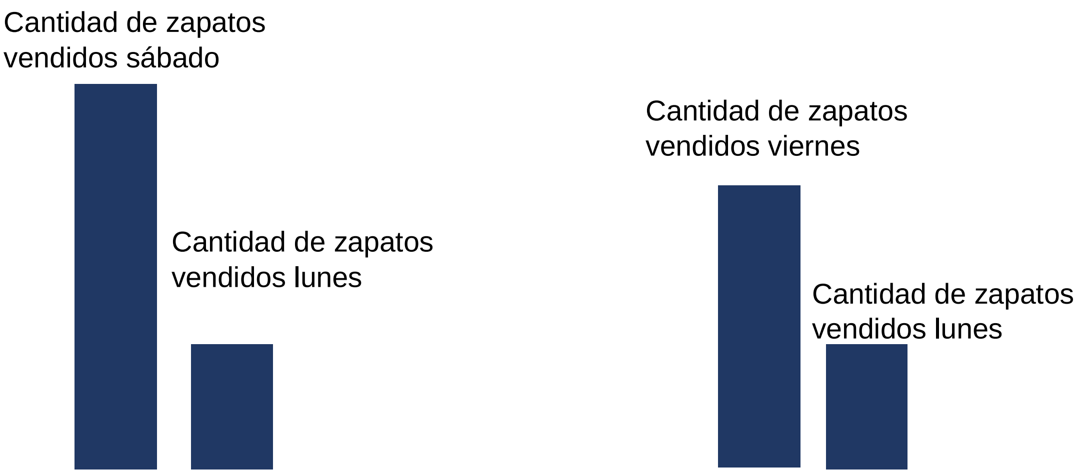
Posible estrategia de solución

Al ser una imagen que visualmente permite al estudiante realizar conclusiones podría esperarse un conteo entre los pares de zapatos vendidos el sábado y el lunes

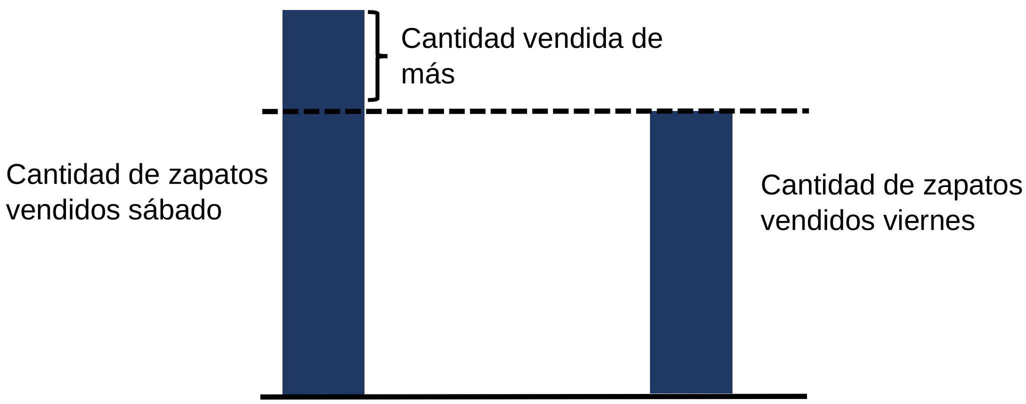
Día	Pares de zapatos vendidos	Día	Pares de zapatos vendidos
Sábado	**30**	**Viernes**	**22 (más de 20 pero menos de 30)**
Lunes	**10**	**Lunes**	**10**
Total vendido	**40**	**Total vendido**	**32**

La tabla anterior permite resumir la información y valorar que entre los días sábado y lunes se vendieron 40 pares de zapatos, en cambio entre el viernes y el lunes se lograron vender más de 30 pares de zapatos, pero menos de 40 (específicamente 32 pares) esta última comparación considerando que el estudiante no logre determinar la cantidad exacta a la que se hace referencia en la imagen.

Otra posible estrategia podría ser la gráfica, como la siguiente

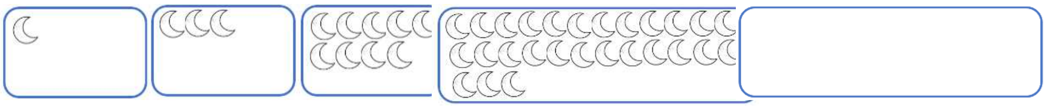


Aunque la cantidad vendida el lunes en ambos casos es la misma, la diferencia se observa entre la cantidad vendida el sábado con respecto al viernes



Problema 3.

Observe la siguiente sucesión



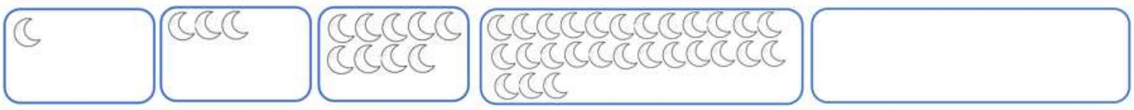
1°　　2°　　3°　　4°　　5°

De acuerdo con el patrón presente en ella, ¿Cuántas lunas debe de tener el quinto término?

Posible estrategia de solución

Se espera que se realiza una conversión de un patrón a otro, por ejemplo:

Patrón original



1°　　**2°**　　**3°**　　**4°**　　**5°**

Nuevo patrón

1	3	9	27	?
1°	2°	3°	4°	5°

De esta manera es más evidente que la cantidad de lunas que van apareciendo en cada término corresponde al elemento anterior y multiplicarlo por 3

$1\ x\ 3 = 3$

1	3

$9\ x\ 3 = 27$

9	27

$3\ x\ 3 = 9$

3	9

$27\ x\ 3 = 81$

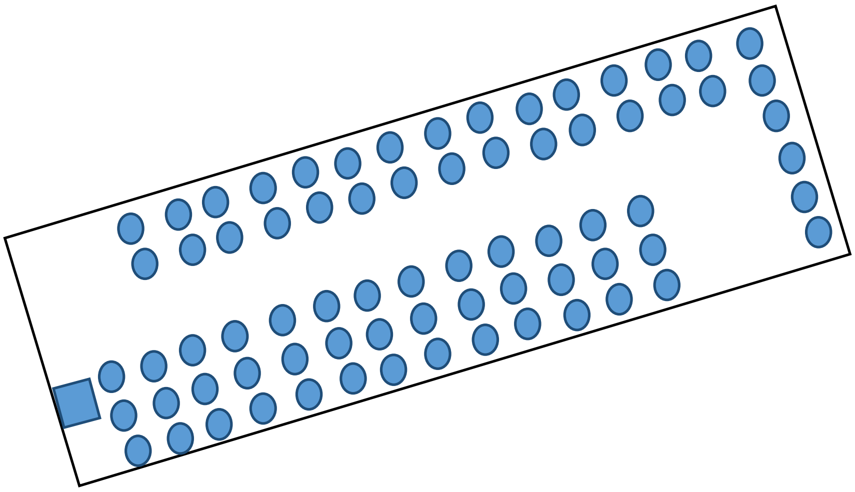
27	81

Esto quiere decir que el término en la quinta posición tiene 81 lunas

Problema 4.

Un bus de turismo tiene 14 líneas de 2 asientos en la derecha y 13 líneas de 3 asientos en la izquierda. Además la línea de atrás es de 6 espacios. Cuántas personas podrían ir sentadas en el autobús?

Posible estrategia de solución



Gráficamente podríamos realizar el análisis el problema, de esta manera resultaría sencillo sumar la cantidad de asientos, la suma anterior daría por resultado 73 asientos, pero podríamos pensar que el estudiante también valore lo siguiente:

14 líneas con 2 asientos, lo que sería igual a decir $14\ x\ 2 = 28\ asientos$

13 líneas con 3 asientos, que sería $13\ x\ 3 = 39\ asientos$

6 asiento que se encuentra en la última fila, 1 más para el conductor

$$28 + 39 + 6 + 1 = 74\ asientos$$

Problema 5.

Una fotocopiadora imprime 20 hojas por minuto, si la semana de trabajo es de cinco días y los días de ocho horas laborales. ¿Cuántas hojas imprime en dos semanas?

Es importante que el estudiante considere la información presente en el problema:

20 hojas se imprimen por minuto

Se trabajan 8 horas (cada una con 60 minutos)

6 días a la semana (cada uno con 24 horas)

2 semanas

Posible estrategia de solución

Caso 1.

20 hojas x 60 minutos (1 hora)= 1 200 hojas en una hora

1 200 hojas x 8 horas = 9 600 hojas en un día

9 600 hojas x 5 días laborales = 48 000 hojas impresas a la semana

57 600 hojas x 2 semanas = 96 000 hojas impresas en las 2 semanas que pide el problema

Caso 2.

2 semanas x 5 días laborales = 10 días

10 días x 8 horas cada día = 80 horas

80 horas x 60 minutos de cada hora = 4 800 minutos de impresión

4 800 minutos de impresión x 20 hojas impresas por minuto = 96 000 hojas impresas

Problema 6.

Considere la siguiente información

Precio en colones de un tipo de chocolate

Cantidad	Precio
1	450
2	900
3	
4	1 800
5	
6	
7	3 150

Si Carolina necesita un paquete con 12 unidades. ¿Cuánto dinero deberá de pagar por los chocolates?

Posible estrategia de solución

Es importante valorar la relación entre los dos primeros valores

Cantidad	Precio
1	450
2	900

Si un chocolate tiene un valor de ¢450 y al multiplicar 2 x ¢450 = 900.

Podemos concluir que debemos de realizar una multiplicación de la cantidad necesaria por el precio unitario, en este caso 12 x 450 = ¢ 5 400

Lo cual representaría que Carolina necesita ¢ 5 400 para comprar las doce unidades

Problema 7.

Observe la siguiente tabla en la que se indica la extensión de las provincias de Costa Rica.

Provincia	Extensión Km^2
San José	4 959
Alajuela	9 753
Heredia	2 657
Cartago	3 125
Limón	9 188
Puntarenas	11 277
Guanacaste	10 141

De acuerdo con la información. ¿Qué provincias tendrán más extensión, San José, Heredia y Limón o Cartago, Puntarenas y Alajuela?

Grupo 1

San José – Heredia y Limón

$extensión\ grupo\ 1 = 4\,959 + 2\,657 + 9\,188$

$extensión\ grupo\ 1 = 16\,804$

Grupo 2

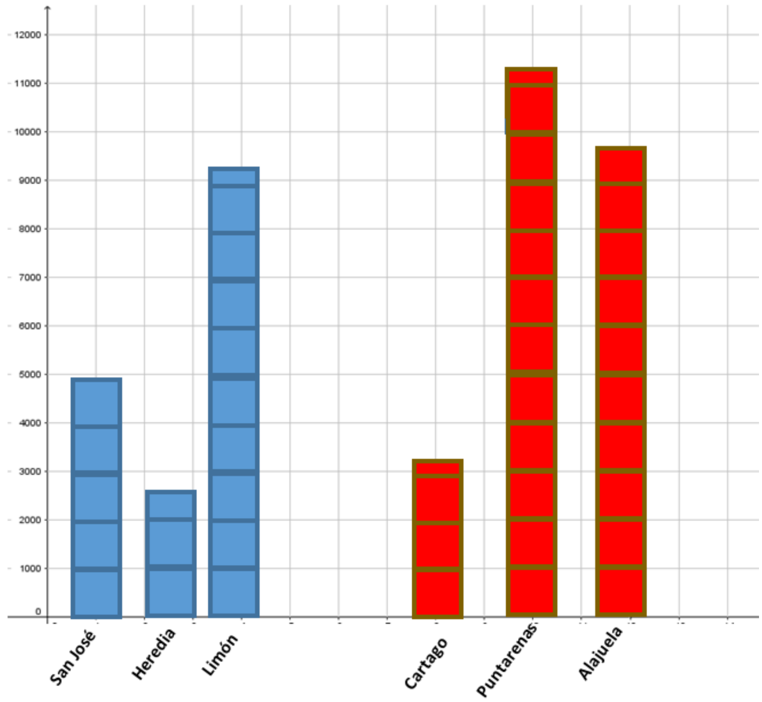
Cartago – Puntarenas y Alajuela

$extensión\ grupo\ 2 = 3\,125 + 11\,277 + 9\,753$

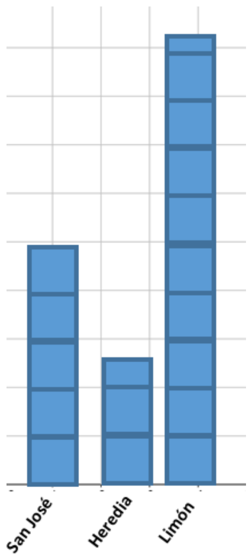
$extensión\ grupo\ 2 = 24\,155$

En este caso el grupo de provincias que tienen mayor extensión corresponde al grupo 2 (Cartago – Puntarenas y Alajuela) el cual equivale a 24 155.

Gráficamente podemos analizar el problema:



En esta representación cada cuadrito representa mil Km^2, por lo que para el grupo 1 (San José – Heredia – Limón)



Cuadritos completos tenemos

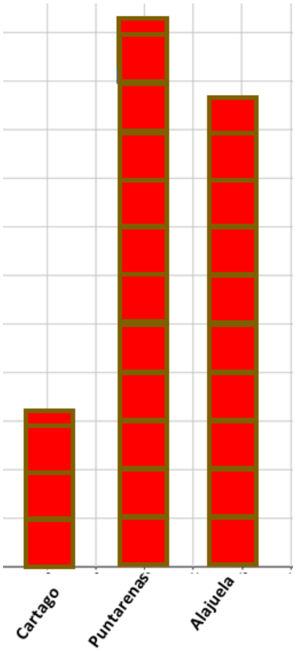
San José 5

Heredia 2

Limón 9

Para un total de 16 cuadros

En esta representación cada cuadrito representa mil Km^2, por lo que para el grupo 2 (Cartago – Puntarenas - Alajuela)



Cuadritos completos tenemos

Cartago 3

Puntarenas 11

Alajuela 10

Para un total de 24 cuadros

Como el grupo 1 tiene 16 cuadros completos y el grupo 2 tiene 24 cuadros completos sin dar una cantidad exacta podemos concluir que le grupo 2 tiene mayor extensión en kilómetros cuadrados

Problemas de Cuarto año

Problema 1.

A Marcela su abuelo le plantea el siguiente problema:

Si su tía Ángela tiene 292 meses de edad y su tío Carlos tiene 8 010 días de edad. ¿Cuál de sus dos tíos es mayor?

Nota: para efectos del problema considere los meses de 30 días

Posible estrategia de solución

Estrategia 1

Marcela podría pensar pasar la edad de Carlos a meses, realizando el siguiente cálculo:

8 010÷30= edad de Carlos en meses

Edad de Carlos en meses = 267 meses

La edad de Ángela es de 292 meses, razón por la cual ella es mayor que Carlos

Estrategia 2

Marcela podría pensar pasar la edad de Ángela a días, realizando el siguiente cálculo:

292 x 30= edad de Ángela en días

Edad de Ángela en días = 8 760 días

La edad de Carlos es de 8 010 días, razón por la cual él es menor que Ángela

Problema 2.

Complete los siete primeros términos de la siguiente sucesión.

$\frac{1}{4480}$	$\frac{1}{2240}$	$\frac{1}{\_\_\_}$	$\frac{1}{\_\_\_}$	$\frac{1}{280}$	$\frac{1}{140}$	$\frac{1}{\_\_\_}$	$\frac{1}{\_\_\_}$

a) ¿Cuál es el término número ocho? _________

b) ¿Cuál es el término número siete? __________

c) ¿Cuál es el término número cuatro de la sucesión? ________

d) ¿Cuál es el término número tres de la sucesión? _________

e) Es una sucesión ascendente o descendente? __ __________

Posible estrategia de solución

$\frac{1}{4480}$	$\frac{1}{2240}$	$\frac{1}{\_\_\_}$	$\frac{1}{\_\_\_}$	$\frac{1}{280}$	$\frac{1}{140}$	$\frac{1}{\_\_\_}$	$\frac{1}{\_\_\_}$

Estos dos términos deben de comprarse para determinar que 2 240 es la mitad de 4 480

Al comprar estos otros dos términos se evidencia de igual manera que 140 es la mitad de 280. Lo que le permite al estudiante determinar que aunque son fracciones, en el denominador estamos aplicando el concepto de mida trabajado en segundo año.

Razonamiento que nos permite completar los valores que hacen falta, tal como se muestra

$\frac{1}{4480}$	$\frac{1}{2240}$	$\frac{1}{1120}$	$\frac{1}{560}$	$\frac{1}{280}$	$\frac{1}{140}$	$\frac{1}{70}$	$\frac{1}{35}$
Término 1	Término 2	Término 3	Término 4	Término 5	Término 6	Término 7	Término 8

¿Cuál es el término número ocho? $\frac{1}{35}$

¿Cuál es el término número siete? $\frac{1}{70}$

¿Cuál es el término número cuatro de la sucesión? $\frac{1}{560}$

¿Cuál es el término número tres de la sucesión? $\frac{1}{1120}$

Es una sucesión ascendente o descendente? Ascendente

Problema 3.

Un químico necesitó tres sustancias para una fórmula fertilizante. De la sustancia A necesitó 0,4 ml, de la sustancia B el doble de la sustancia A y para la sustancia C la suma de la sustancia A y B.

- ¿Cuánto utilizó de la sustancia B?
- ¿Cuánto utilizó de la sustancia C?

Sustancia A = 0,4 ml

Sustancia B = El doble (2 veces) de la sustancia A

Sustancia C = la sustancia A+B

Posible estrategia de solución

Caso 1

La Sustancia A = 0,4 ml

La sustancia B es dos veces la sustancia A:

0,4 ml + 0,4 ml = 0,8 ml

La sustancia C es la sustancia A+B:

$$0{,}4\ \mathrm{ml} + 0{,}8\ ml = 1{,}2\ ml$$

Caso 2

La Sustancia A = 0,4 ml

La sustancia B es dos veces la sustancia A:

$$2 \cdot 0{,}4 = 0{,}8\ ml$$

La sustancia C es la sustancia A+B:

$$0{,}4\ \mathrm{ml} + 0{,}8\ ml = 1{,}2\ ml$$

Problema 4.

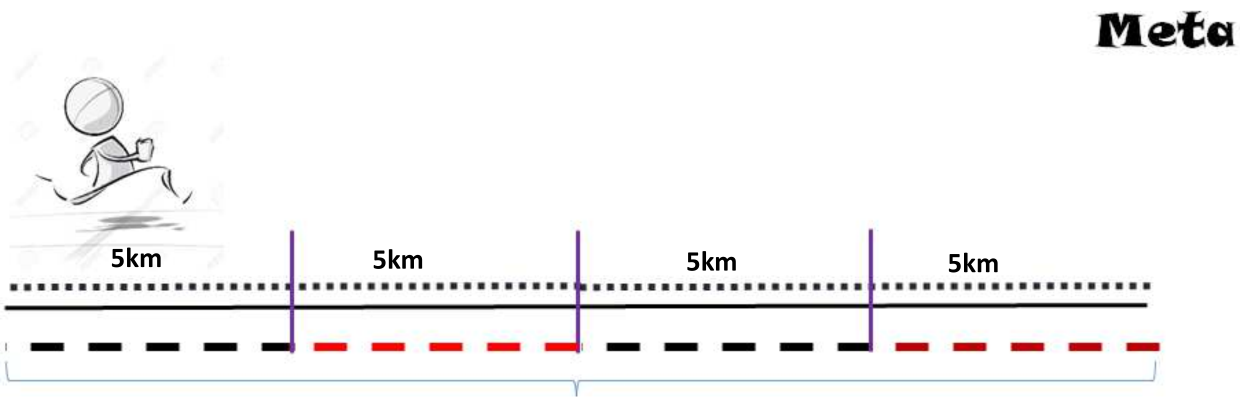
Julio quiere realizar una carrera cuyo recorrido es de 20 km, para la cual entrena, pero se da cuenta que solo puede correr las dos cuartas partes de los kilómetros que consta la carrera. ¿Cuántos kilómetros correrá Julio?

Posible estrategia de solución

A) Julio quiere correr 20 km
Solo puede realizar $\frac{2}{4}$ del total.

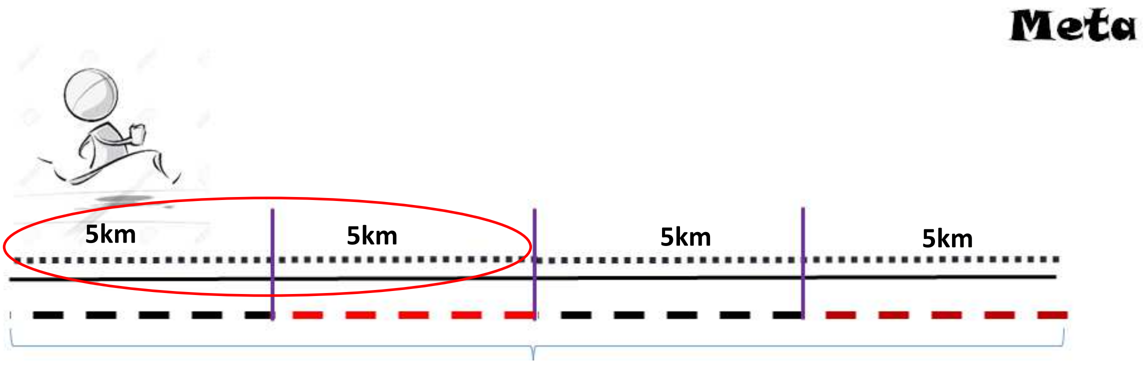
$$\frac{2}{4} \cdot 20 = 10\ kilómetros$$

b) Analicémoslo gráficamente



Al indicar que solo puede correr $\frac{2}{4}$ de la carrera, vemos la necesidad de dividir en 4 partes de igual medida (como lo indica el denominador) todo el trayecto de la carrera, como se puede observar en el diagrama anterior.

Dentro de la información también se menciona que solo puede correr las 2 cuartas partes, por lo que al dividirlo en cuatro, tomamos dos de ellas.



En otras palabras correrá la mitad del recorrido, Si en total eran 20 km, la mitad sería 10 km.

Problema 5.

En una tienda hay camisas de niños y niñas con tres botones y otras con 4 botones. En total hay 6 camisas y 21 botones. ¿Cuántas camisas de 3 botones y cuantas de 4 botones hay en la tienda?

Posible estrategia de solución

Caso a

4 x 4= 16 botones

2 x 3= 6 botones

16 botones + 6 botones =

22 botones

Se pasa!

Caso b

4 x 4= 16 botones

1 x 3= 3 botones

16 botones + 3 botones =

19 botones

Hace falta 2 botones!

Caso c

3 x 4= 12 botones

3 x 3= 9 botones

12 botones + 9 botones =

21 botones

Tenemos tres camisas de cada tipo!

Problema 6.

Una fotocopiadora imprime 25 hojas por minuto, si la semana de trabajo es de seis días y los días de ocho horas laborales. ¿Cuántas hojas imprime en cinco semanas?

Es importante que el estudiante considere la información presente en el problema:

25 hojas se imprimen por minuto

Se trabajan 8 horas (cada una con 60 minutos)

6 días a la semana (cada uno con 24 horas)

5 semanas

Posible estrategia de solución

Caso 1.

25 hojas x 60 minutos (1 hora)= 1 500 hojas en una hora

1500 hojas x 8 horas = 12 000 hojas en un día

12 000 hojas x 6 días laborales = 72 000 hojas impresas a la semana

72 000 hojas x 5 semanas = 360 000 hojas impresas en las 5 semanas que pide el problema

Caso 2.

5 semanas x 6 días laborales = 30 días

30 días x 8 horas cada día = 240 horas

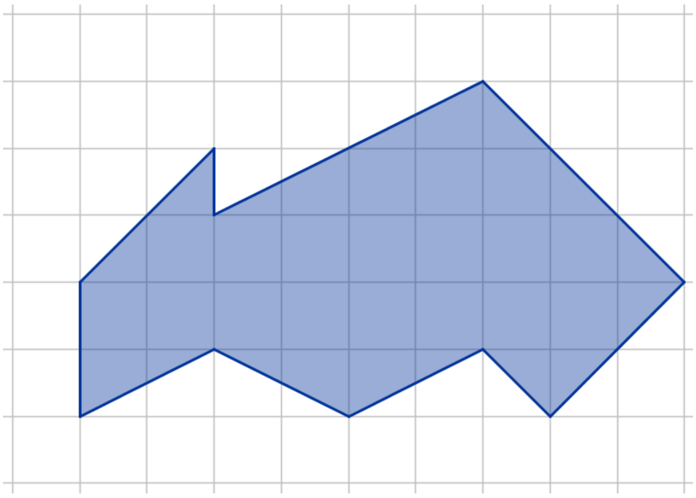
240 horas x 60 minutos de cada hora = 14 400 minutos de impresión

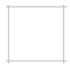
14 400 minutos de impresión x 25 hojas impresas por minuto = 360 000 hojas impresas

Problemas de Quinto año

Problema 1.

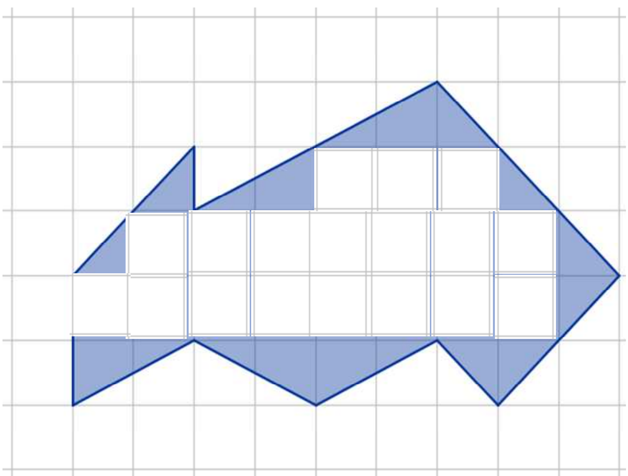
A la escuela El Porvenir se le aprueba realizar la construcción de sus instalaciones, pero solo cuentan con un terreno con forma de polígono irregular para la construcción de las instalaciones, colabore con la junta de educación y determine el área con la que cuenta del terreno.





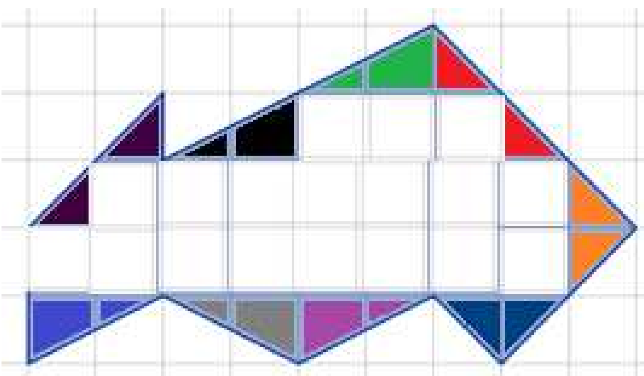
1 m^2

Posible estrategia de solución



Sabiendo que un cuadradito como el anterior equivale a 1 m^2 se podría ir cubriendo hasta donde se puedan todos los cuadrados completos, lo que implicaría 18 cuadrados de 1 metro cuadrado, por lo tanto serían $18m^2$

Como aún quedan espacios sin rellenar, podemos ir uniendo cabitos hasta conformar cuadrados de esa misma área



En esta imagen dos colores iguales representan un metro cuadrado, por lo tanto los espacios restantes equivalen a $9m^2$, en total los cuadrados completos y otras agrupaciones formar un cuadradito

Lo que nos permite concluir que $18m^2$ de los cuadrados completos, más $9m^2$ de los conformados en la figura anterior equivalen a $27m^2$, siendo esta el área del terreno de la escuela.

Problema 2.

La cantidad de producto realizado por cinco operarios es de 1 200 artículos cada dos horas, si trabajan ocho horas al día durante cinco días a la semana, entonces ¿Cuántos artículos realizarán tres operarios, en $\frac{5}{10}$ de 8 horas y en tres días?

Posible estrategia de solución

5 personas realizan 1 200 artículos cada dos horas, por lo que 1 persona realiza 240 cada 2 horas, 120 cada hora

$$1\,200 \div 5 = 240\ artículos$$

$$240\ artículos\ \div 2 = 120\ artículos\ por\ hora$$

Al trabajar 8 horas al día durante 5 días de la semana.

Tres operarios, en $\frac{5}{10}$ de horas y en tres días

$120\ artículos\ por\ hora \cdot 3\ \ funcionarios = 360\ artículos\ por\ hora$

$360\ artículos\ por\ hora \cdot 8\ horas = 2\,880\ artículos\ por\ día$

$2\,880\ artículos\ por\ día\ \cdot 3\ días = 8\,640\ artículos\ por\ tres\ días$

$8\,640\ artículos \cdot \frac{5}{10} = 4\,320\ artículos$

A la pregunta ¿Cuántos artículos realizarán tres operarios, en $\frac{5}{10}$ de 8 horas y en tres días?

Tres operarios en $\frac{5}{10}$ de 8 horas y en tres días realizan 4 320 artículos

Problema 3.

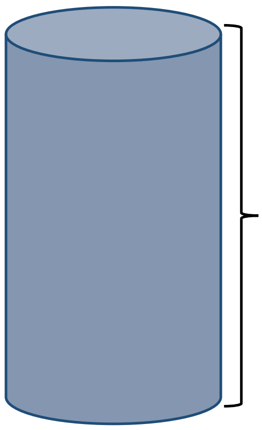
Los estudiantes de la escuela “La Hortensia” quieren realizar unos proyectos para el centro educativo. Si hay tres grupos de II Ciclo y ellos quieren pintar el salón de actos de la institución. Uno de los grupos llevo un galón y un cuarto, otro grupo tres cuartos de galón y el tercer grupo llevo dos cuartos. Si para pintar el salón necesitan tres galones y tres cuartos. ¿Cuánto les hace falta recaudar?

Grupo a: Un galón y un cuarto

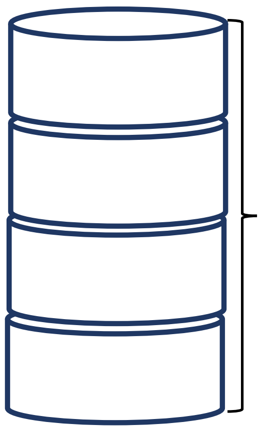
Grupo b: tres cuartos

Grupo c: dos cuartos

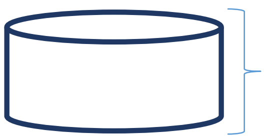
La representación gráfica sería muy importante, por lo que podría considerarse el galón de pintura como la siguiente representación (recordemos que el galón como conocimiento no se encuentra para efectos de conversiones pero en el presente problema no realizaremos ninguna conversión)



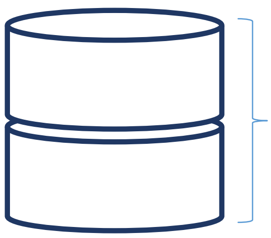
Posible representación de un galón



Representación equivalente a la anterior pero dividida en cuatro partes con la misma capacidad. Pero demarcadas las partes que corresponden a cuartos de galón

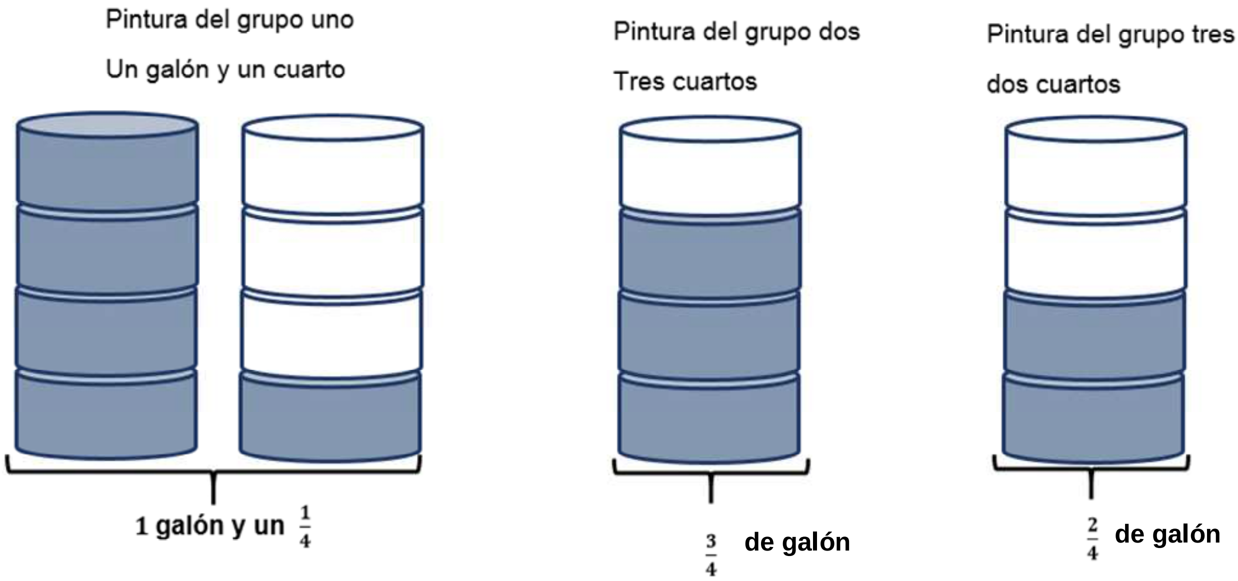


Este viene siendo un cuarto del galón

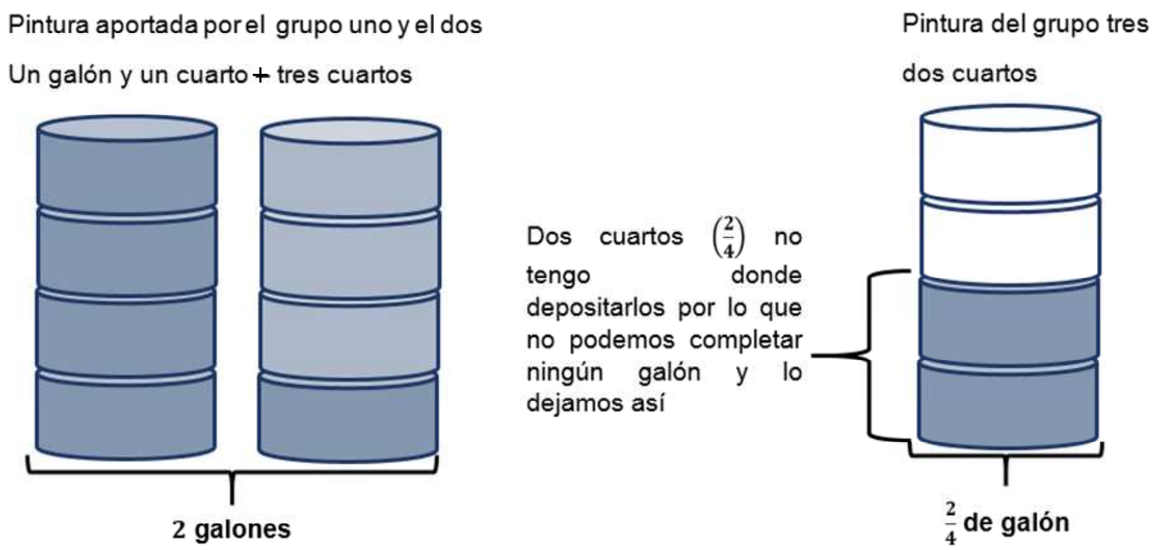


Estos dos representan medio galón o dos cuartos

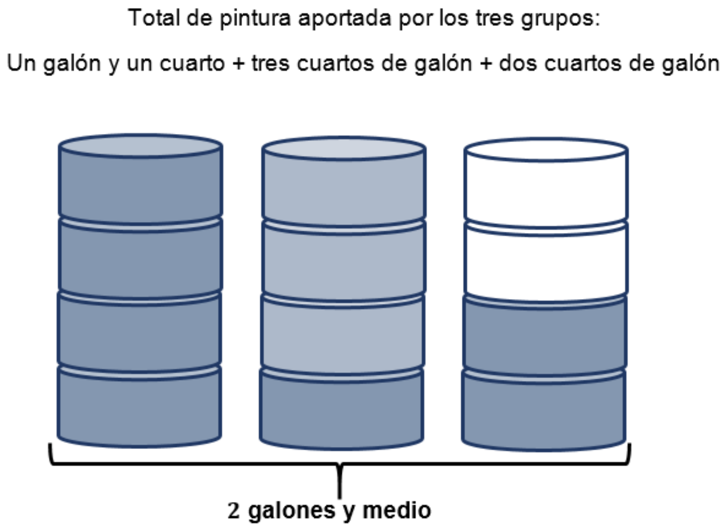
Posible estrategia de solución



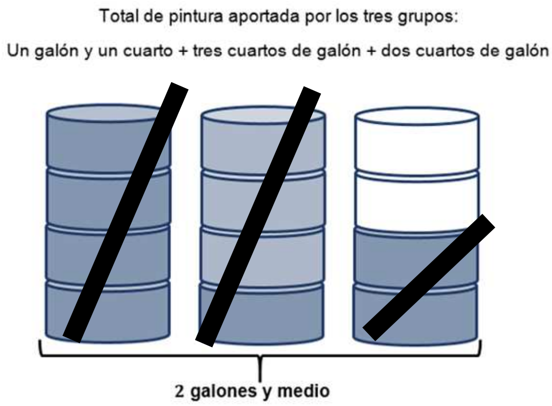
Una vez realizadas las posibles representaciones de la pintura aportada por loe estudiantes se espera que comiencen a completar y tratar de llevar los galones con los que se cuenta, por ejemplo:



Lo que nos permite inferir que los estudiantes llevan



En el problema se indica que: “Si para pintar el salón necesitan tres galones y tres cuartos. ¿Cuánto les hace falta recaudar?” podemos realizar la siguiente comparación, que nos permite realizar una cierta “cancelación” de los requerido:

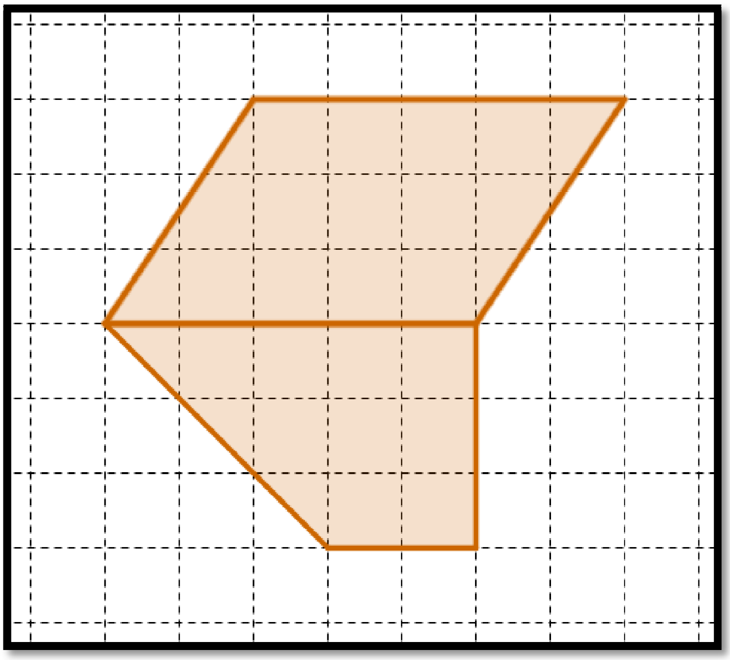


Lo que nos permite apreciar que lo que no tachamos es:

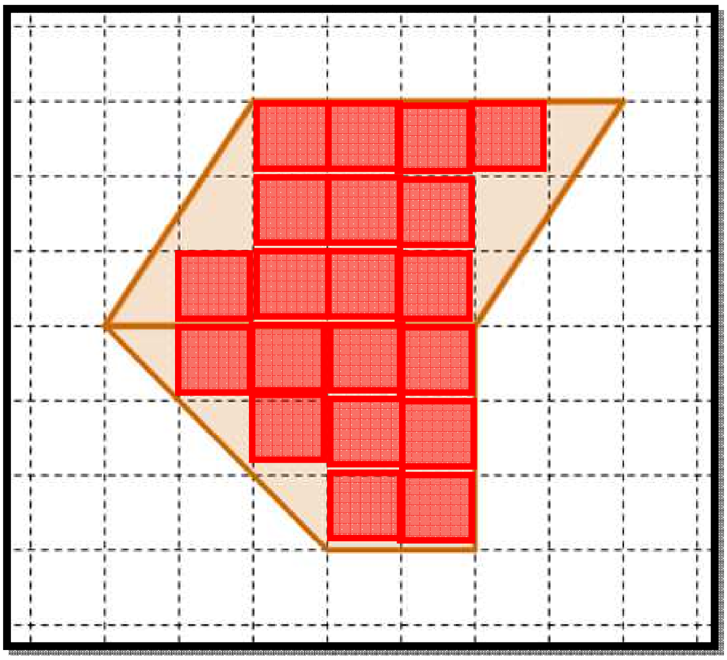
Cantidad de pintura que hace falta conseguir para pintar la escuela

Problema 4.

Considere la siguiente figura

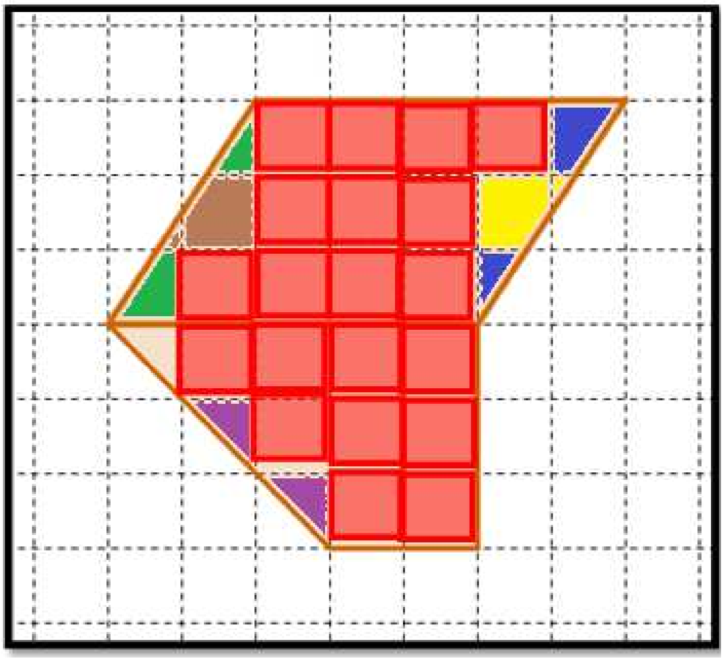


Considere cada cuadrito de la cuadrícula anterior con un área de $1cm^2$. ¿Cuál es el área de la figura anterior?



Al realizar un conteo de la cantidad de cuadrados completos tenemos 20, que equivalen a 20 cm^2

Completemos los espacios que nos hacen falta!! Vamos armar cuadrados cada uno con un área de $1cm^2$



Además de los $20\,cm^2$, podemos armar 5 cuadrados más armándolos diferentes partes presentes en la imagen y medio que queda en blanco.

Para un total de 25,5 cm^2

Problema 5.

Un químico necesitó tres sustancias para una fórmula fertilizante. De la sustancia A necesitó 0,4 ml, de la sustancia B el doble de la sustancia A y para la sustancia C $\frac{2}{3}$ partes de la sustancia B.

- ¿Cuánto utilizó de la sustancia B?
- ¿Cuánto utilizó de la sustancia C?

Sustancia A = 0,4 ml

Sustancia B = El doble (2 veces) de la sustancia A

Sustancia C = $\frac{2}{3}$ $(0,\overline{66})$ veces la sustancia B

Posible estrategia de solución

Caso 1

La sustancia B es dos veces la sustancia A:

0,4 ml + 0,4 ml = 0,8 ml

La sustancia C es $(0,\overline{66})$ veces la sustancia B:

$$0{,}66 \cdot 0{,}8 \approx 0{,}528\,ml$$

Caso 1

La sustancia B es dos veces la sustancia A:

$$2 \cdot 0{,}4 = 0{,}8\,ml$$

La sustancia C es $(0,\overline{66})$ veces la sustancia B:

$$0,\overline{66} \cdot 0{,}8 \approx 0{,}528\,ml$$

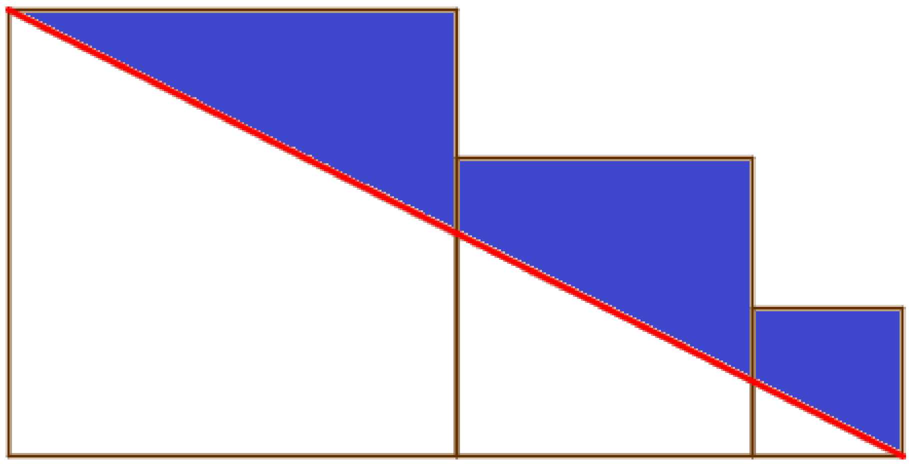
Notas:

1. Para efectos de la multiplicación no utilizamos el número $0,\overline{66}$ con todo el periodo, si no solo los dos primeros dígitos
2. Por no utilizar todos los decimales del número $0,\overline{66}$, utilizamos el símbolo de aproximación (≈).

Problemas de Sexto año

Problema 1.

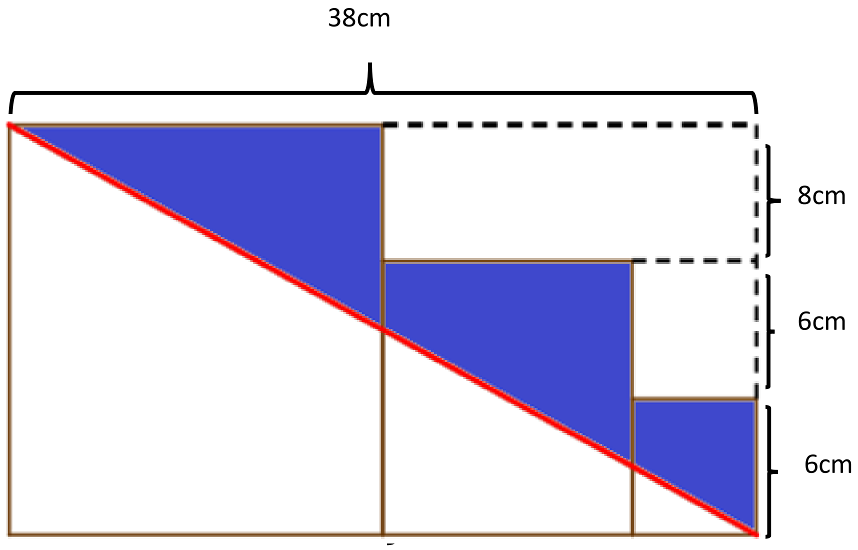
Valore la siguiente figura.

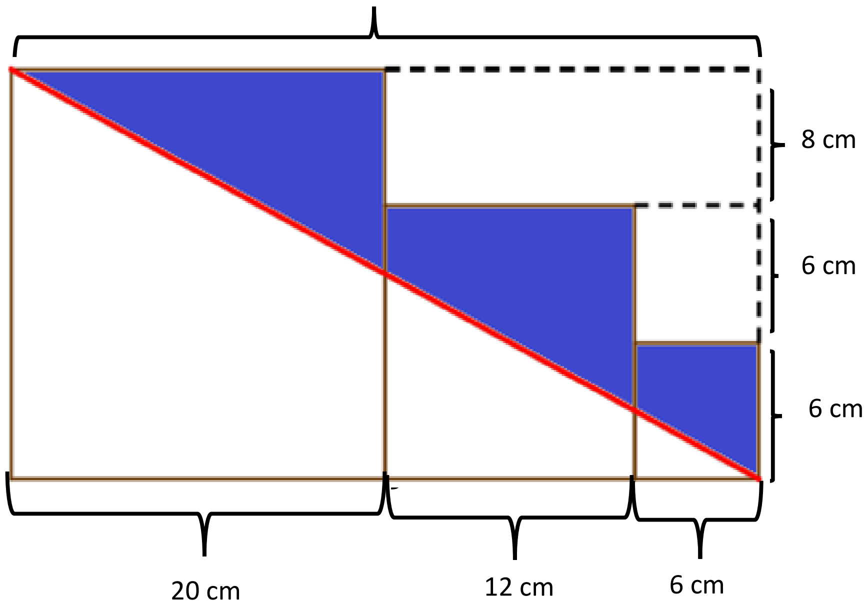


Si en ella la longitud de los lados de los tres cuadrados son 20cm, 12cm y 6 cm, según los tamaños como se observan, colocados uno al lado del otro. ¿Cuál es el área de la parte sombreada?

Posible estrategia de solución

a) Como se aprecia en la siguiente imagen podemos colocar los datos que se nos indican en el problema, que corresponden a las dimensiones de los lados de los tres cuadrados, como se ilustra





Área del triángulo

$A\Delta = \frac{b \cdot h}{2}$

$A\Delta = \frac{20 \cdot 38}{2}$

$A\Delta = 380\ cm^2$

Área rectángulo

$A■_1 = b \cdot h$

$A■_1 = 18 \cdot 8$

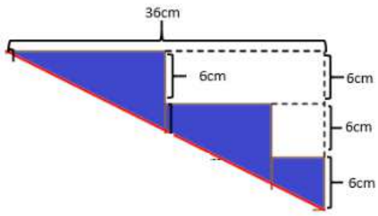
$A■_1 = 144\ cm^2$

Área del cuadrado

$A■_2 = b \cdot h$

$A■_2 = 6 \cdot 6$

$A■_1 = 36\ cm^2$



Área sombreada= Área del triángulo – Área del rectángulo – Área del cuadrado

Área sombreada= 380 cm^2 – 108 cm^2 – 36cm^2

Área sombreada = 200 cm^2

Problema 2.

En la siguiente sucesión:

De qué color es el carrito que estará en la posición 2015.

Posible estrategia de solución

Como se observa cada cuatro carritos el color vuelve a iniciar en verde. Si analizamos los primeros 16 términos de la sucesión podemos ver que su color sería.

Analicemos las siguientes divisiones

16	4
-16	4
0	

El carrito en la posición 4 es el rojo, si realizamos la división de 16÷4 observamos que su residuo es 0.

18	4
-16	4
2	

Si probamos el número 18, el residuo es 2. Por esta razón el color del carrito con este residuo es rosado

17	4
-16	4
1	

Sí realizamos la misma prueba con el número 17, dividido entre 4, vemos que el residuo es 1,

19	
-16	
3	

Por último si esta prueba la realizamos y el residuo es 3, el color del carrito será el que se ubique en la tercera posición, en este caso amarillo

Aplicando el razonamiento anterior:

$$\begin{array}{r|l} 2015 & 4 \\ \hline -16 & 503 \\ \hline 3 & \end{array}$$

Al realizar la operación 2015 ÷ 3 = 3.

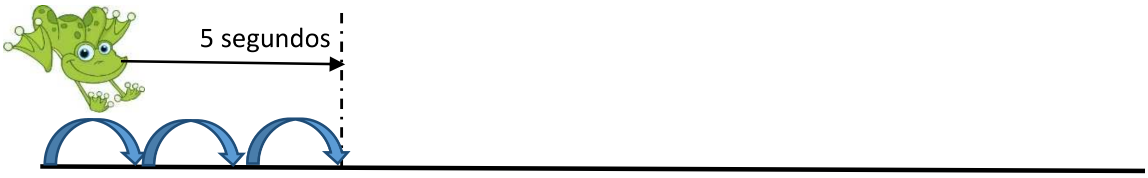
Lo que permite afirmar que el color del carito en la posición 2015 es amarillo.

Problema 3.

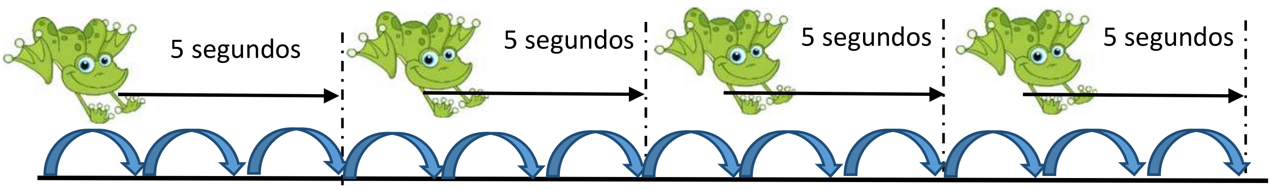
Si el sapito Bertín realiza 3 saltos en 5 segundos, ¿Cuánto tiempo tardará en dar 12 saltos?

Posibles estrategias de solución

1. Podríamos considerar un análisis gráfico



Donde el estudiante represente los doce saltos que realiza el sapito Bertín, como se muestra seguidamente



En esta imagen podemos apreciar como el sapito va brincando hasta alcanzar los doce saltos, que corresponde a lo que nos indican en el problema, y agrupando los saltos de tres en tres, ya que sabemos que cada tres saltos Bertín dura cinco segundos.

Por lo tanto podemos concluir que Bertín tarda 20 segundos en realizar los 12 saltos, ya que realizamos cuatro grupos, cada uno de cinco segundos, por lo que:

5+5+5+5=20 segundos

2. Otro posible análisis a realizar por algún estudiante sería:

Considerar que el sapito tarda 5 segundos en realizar tres saltos, por lo tanto

12 saltos es un número divisible entre 3, ya que:

$$12 \div 3 = 4$$

Quiere decir que necesita realizar 4 veces el mismo desplazamiento de 3 saltos.

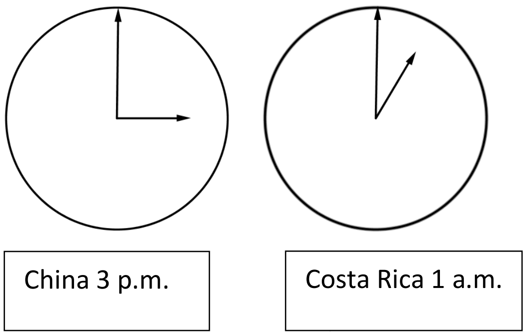
Si en 3 saltos tarda 5 segundos, entonces tendríamos que multiplicar por 4 esos 5 segundos, esto es $4\ x\ 5 = 20$ segundos

Variante: podemos plantear el mismo problema de la siguiente manera para aumentar su nivel de dificultad:

"Si el sapito Bertín realiza 3 saltos en 5 segundos. ¿Cuántos saltos dará en 2 minutos?".

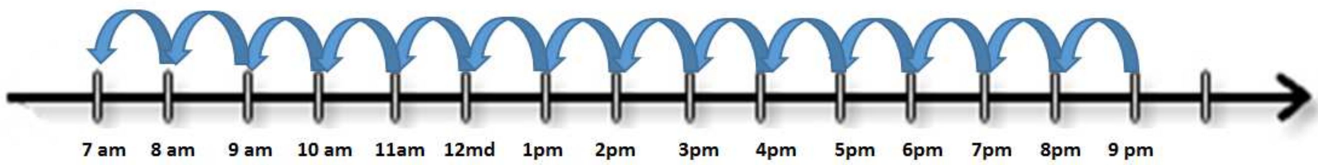
Problema 4.

Observe la siguiente imagen, que representa la diferencia de horarios entre Costa Rica y China



Sí Alberto trabaja en China y se comunica todos los días a su casa, pero por motivos de trabajo no puede llamar a su madre antes de las 7:00 a.m. hora de Costa Rica, ni tampoco puede realizarlas después de las 11:00 p.m. hora de china. Si la llamada la realiza a las 9:00 p.m. (según horario de China) qué hora será en Costa Rica.

Hay una diferencia de 14 horas entre el horario presente en Costa Rica con respecto al de China, por lo que si la llamada la realizo a las 9:00 p.m. es necesario retroceder el reloj 14 horas:



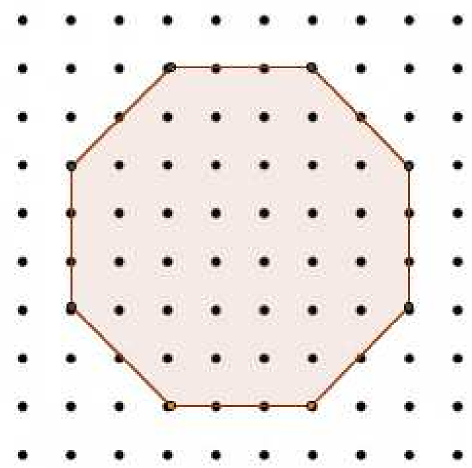
Otra manera que se podría valorar es considerar la hora militar, en este caso las 9:00 p.m. sería las 21 horas y si realizamos la resta

21 horas – 14 horas = 7 horas

Por lo que cuando en China son las 9 de la noche, la hora en Costa Rica será la 7 de la mañana.

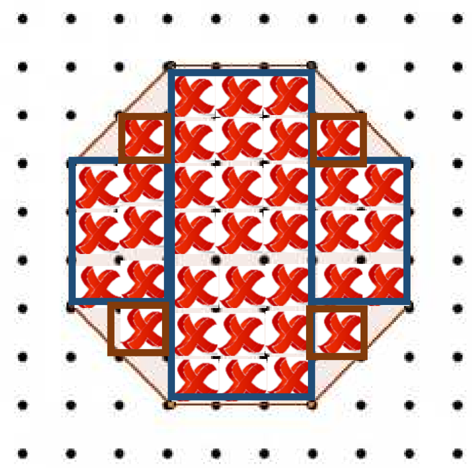
Problema 5.

Si la separación que tiene el punteada de la siguiente figura es de 1 cm, ¿Cuál es el área de la figura?



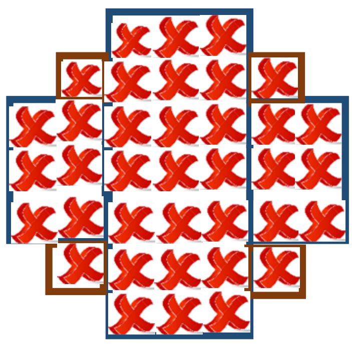
Posible estrategia de solución

Se espera que el estudiante realice algunas figuras planas y busque su área, por ejemplo



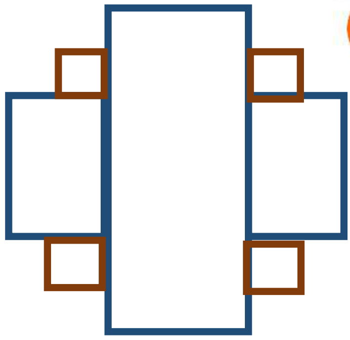
Pueden realizarse varias figuras diferentes, en este caso se pueden apreciar tres rectángulos (dos de ellos congruentes entre sí) y dos cuadrados congruentes entre ellos.

Las figuras resultantes son las siguientes:

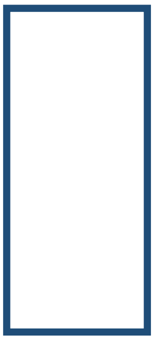


Como se aprecia en las imágenes adjuntas el rectángulo grande tiene de dimensiones 3 x 7

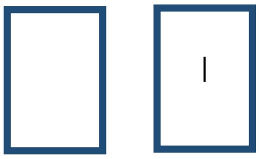
Por otro lado los rectángulos pequeños son de 2x3 y los cuadraditos de 1x1x



Calculando las áreas:
Rectángulo grande



3 x 7 = 21 cm^2

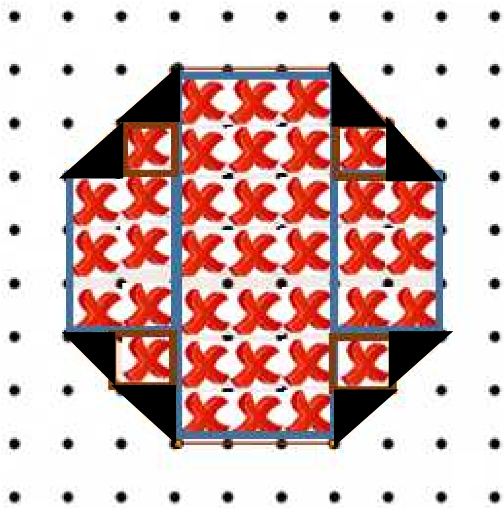


2 x 3 = 6 cm^2

Pero como son dos sería cm^2= 12 cm^2

Estos de 1 cm de lado por lo que
1 x 1=1 cm^2 pero al ser 4, multiplicamos 4 x 1 cm^2= 4 cm^2

Solo nos hace falta los triángulos que quedaron en la figura los cuales los observamos en una de las figuras anteriores en color negro:



Podemos observar que hay8 triángulos, los cuales todos son congruentes entre sí, además comparten el lado con uno de los cuadrados.
Por lo tanto en este triángulo podemos calcular su área como la mitad de la de un cuadrado.
Si cuatro cuadrados tienen un área de $4\ cm^2$, la de los cuatro triángulos sería $2\ cm^2$

Por lo tanto el área total de la figura sería

Á del rectángulo grande ($21\ cm^2$)+ Á de rectángulos pequeño ($12\ cm^2$)+ Á de los cuadriláteros ($4\ cm^2$)+ Á de los triángulos ($2\ cm^2$)=

21+12+4+2

$39\ cm^2$

El área de esta figura es de $39\ cm^2$

Variante: Para efectos de aprovechar el ítem, se le hace referencia a los estudiantes que se trata de un octágono regular, con el propósito de pedirles que calculen el perímetro de la figura.

Referencias

1. Calendarios infantiles proyecto CIEMAC 2014, 2015 y 2016
2. Calendario infantil 2014 Venezuela
3. Pruebas de la I Olimpiada Nacional de Matemática. MEP 2015
4. Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. Programas de Estudio de Matemática I y II ciclos. Costa Rica. Autor.

Revisiones

Asesores Regionales

Maureen Oviedo Rodríguez	**Dirección Regional de Heredia**
Gerardo Murillo Vega	**Dirección Regional de Heredia**
Javier Barquero Rodríguez	**Dirección Regional de Puriscal**

Comité de Olimpiadas para Primaria
Dirección Regional Educativa de Aguirre

María del Rocío Abarca Castillo	**Esc. Herradura**
Rocío Hidalgo Rodríguez	**Esc. Cerros**
Gredy Sánchez Orozco	**Esc. Llorona**
Fabio Mata Cordero	**Esc. La Loma**
Vera Acuña Agüero	**Esc. La Palma**
Ruth Arias Cordero	**Esc. Inmaculada**