

**Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
DEPARTAMENTO DE PRIMERO Y SEGUNDO CICLOS**

S3GUNDO
SEGUNDO

Cuadernillo de preparación para estudiantes

Olimpiada Nacional de Matemática para Segundo Año

Asesoría Nacional de Matemática



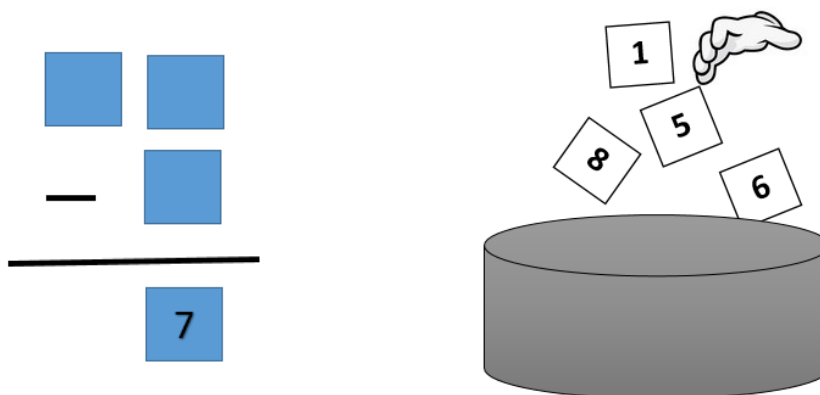
Problemas

de

Segundo año

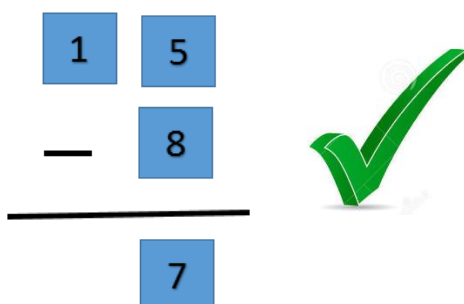
Problema 1.

Mario toma cuatro cartas de donde las guarda la maestra. ¿Cuáles tarjetas debe colocar para obtener el resultado de la resta?

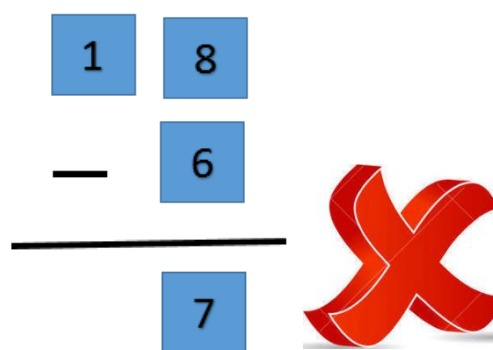
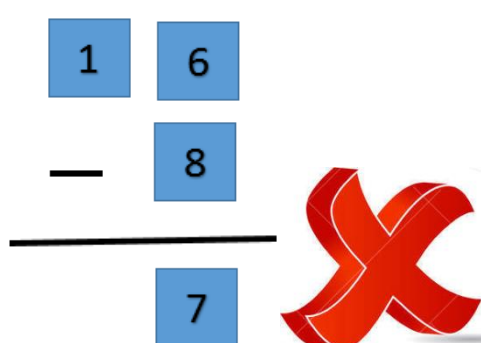


Posible estrategia de solución

El estudiante puede iniciar a realizar las pruebas para lograr determinar ¿Cuál es la combinación apropiada que le permita obtener el resultado de la resta?. Por ejemplo podría decir



Sin embargo podría realizar algunas combinaciones que no serían las correctas, como por ejemplo



Problema 2.


1. Carolina tiene triángulos y rectángulos de cartulina todas separadas entre sí, si sus figuras en total tienen 31 lados. ¿Cuántos triángulos y cuántos rectángulos tiene Carolina?

Posibles estrategias de solución:


Prueba 1

3  tienen 9 lados



2  tiene 8 lados

Llevamos 17, nos faltan 14 lados que  distribuir.

Prueba 2

5  tiene 15 lados


$$31 - 15 = 16$$



Por lo tanto 4 , tienen 16 lados 

Prueba 3


4  tienen 12 lados

3  tiene 12 lados

Llevamos 28, nos faltan 7 lados que  distribuir.

Quiere decir que deberíamos  distribuir una figura de 4 lados y  de 3.

Prueba 4

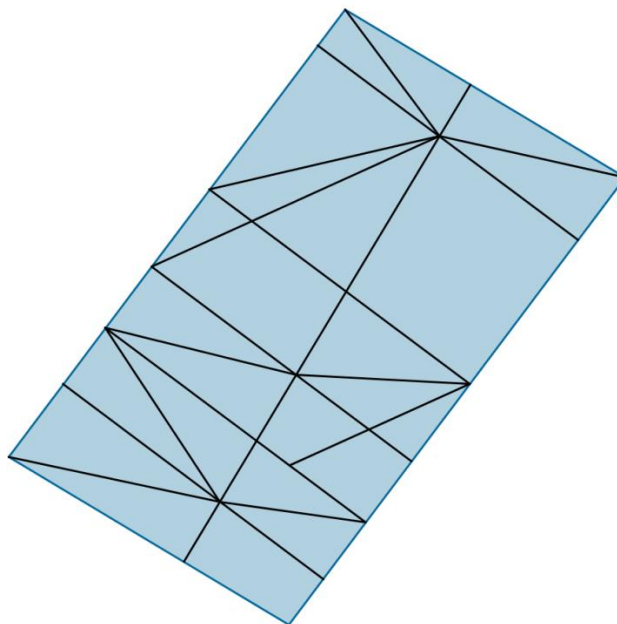
5  tiene 15 lados

4  tiene 16 lados

$$15 + 16 = 31$$


Problema 3.

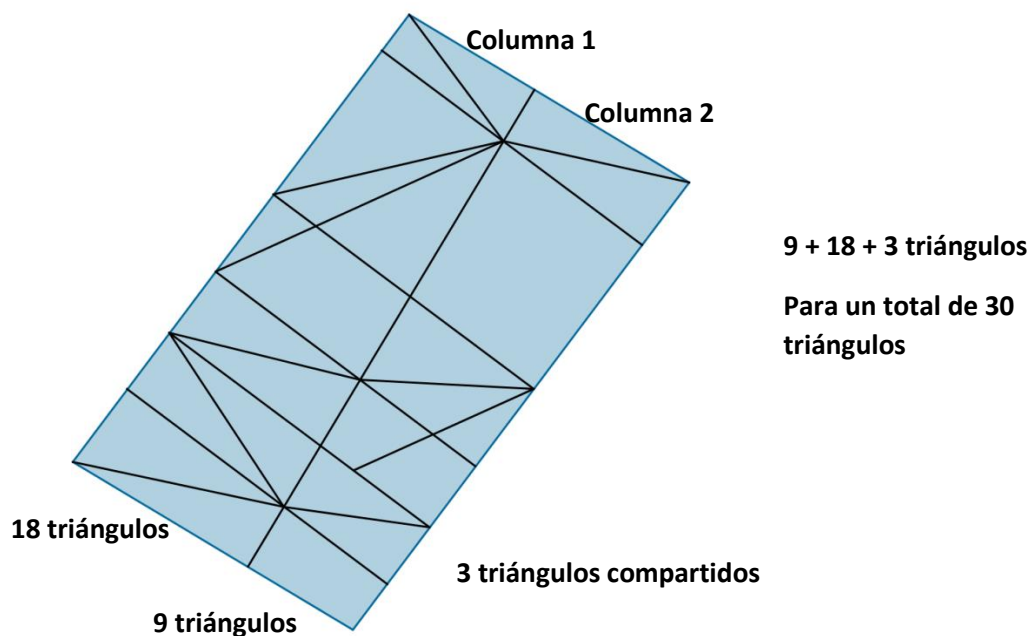
Observe la siguiente imagen



¿Cuántos triángulos hay en la figura anterior?

Posible estrategia de solución

Podría realizarse un conteo de los triángulos que presenta la imagen, el cual podría ser por columna como por ejemplo:



Nota: Para el trabajo de aula y preparación se le puede ampliar la figura y solicitar a los estudiantes calcar la imagen y recortar los triángulos.

Problema 4.

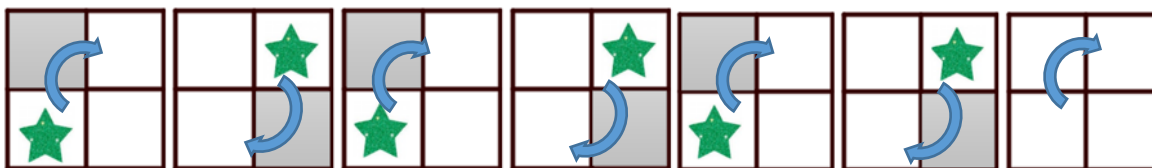
Observe la siguiente sucesión




Si se continúa el patrón ¿En cuál de los cuadrados de la séptima posición se localizará la estrella? Indique en la línea siguiente el número correspondiente

1	2
3	4

Posible estrategia de solución

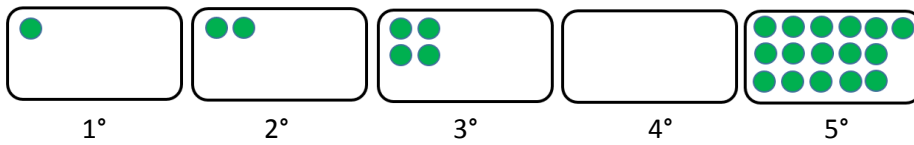


Al observar el movimiento de la estrella en las primeras 6 posiciones se evidencia que ella va trasladándose dos cuadros para pasar de una posición a otra, lo que permite determinar que en la séptima posición la estrella se ubicará en el cuadrado 2 como se muestra en la imagen.

1	2
	4

Problema 5.

Observe la siguiente sucesión



De acuerdo con el patrón determinado en la imagen, ¿Cuántos puntos debe de tener el recuadro en la cuarta posición?

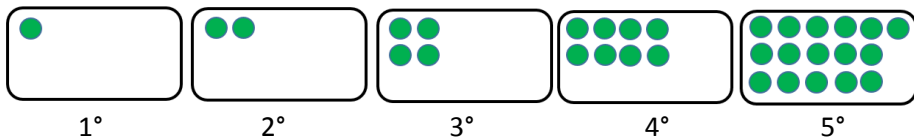
Posible estrategia de solución

Si el estudiante comienza valorando la opción de que va uno en uno debería de presentarse algo así:



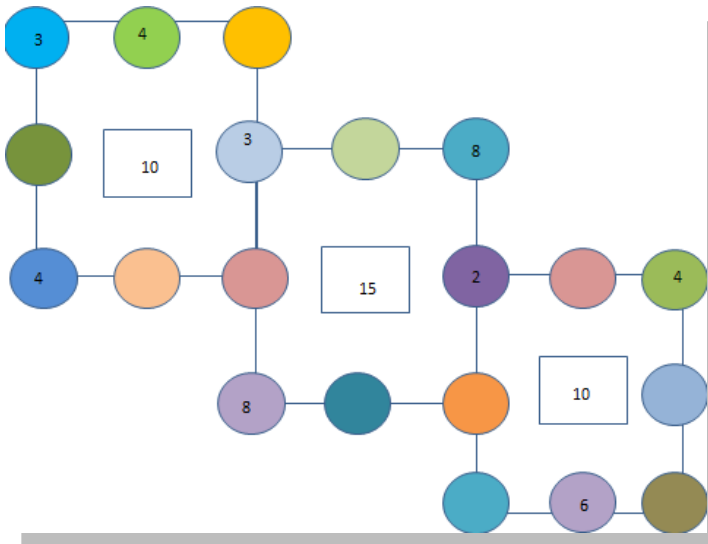
Sin embargo a partir de la tercera posición hay 4 bolitas, y en la quinta hay 16.

Al observar un en la primera, 2 en la segunda, 4 en la tercera y pasar a 16 en la quinta, vemos que el comportamiento corresponde al doble del número anterior. Por lo que el doble de 4 sería 8 y en efecto el doble de 8 serían 16, siendo estos los valores visibles en las posiciones 3 y 5.



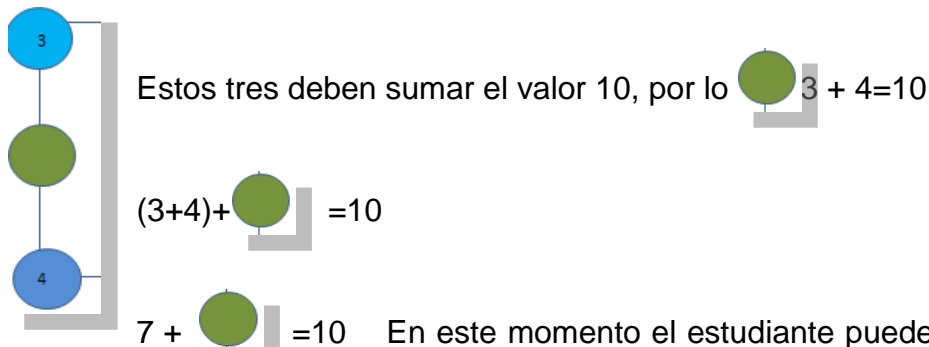
Problema 6.

Observe la siguiente imagen:

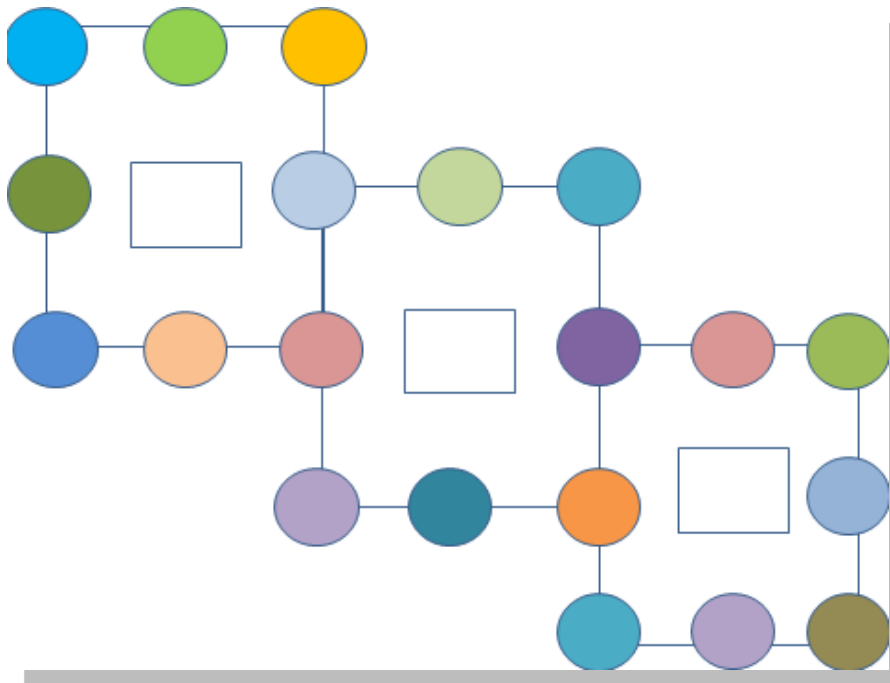


Determine los números que hacen falta en cada lado, recuerde que en este caso la suma de los valores de cada lado debe ser igual al valor del rectángulo que se encuentra en el centro de cada figura.

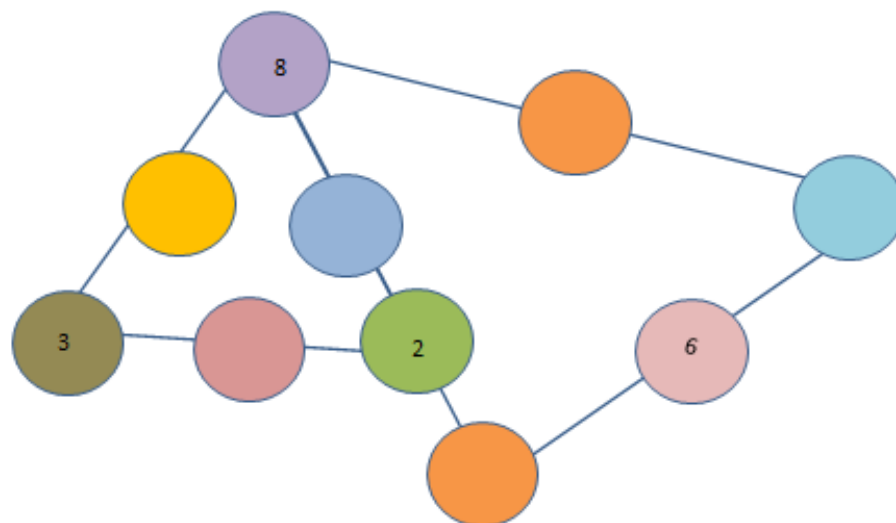
Posible estrategia de solución



Podemos pedirles a los estudiantes que utilicen el siguiente modelo para que realicen algunos ejercicios de práctica y con los criterios de solución que ellos consideren apropiados

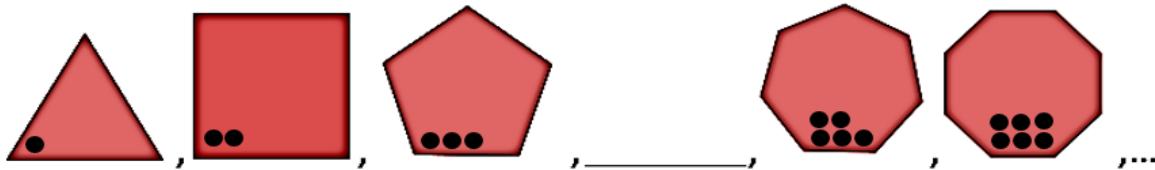


Complete y rellene los círculos de la figura, de tal forma que todos sus lados sumen...



Problema 7.

Observe la siguiente sucesión



Cuántos lados y puntos deben de tener las figuras:

- a) En la posición número 4
- b) En la posición 7

Posible estrategia de solución

Figura	Número de lados	Número de puntos
1°	3	1
2°	4	2
3°	5	3
4°	6	4
5°	7	5
6°	8	6
7°	9	7
8°	10	8
9°	11	9
10°	12	10

a) En la posición 4 la figura que iría tendría 6 lados y 4 puntos

b) En la posición 7 la figura tendría 9 lados y 9 puntos.

Una relación importante de tener presente es que siempre el número de lados será dos unidades mayor a la posición de la figura. Mientras que el número de puntos en la figura será igual al valor de la posición de la figura.

Problema 8. ***

David tiene 3 fichas con los siguientes dígitos:



¿Cuál es el mayor número de dos dígitos que puede formar?

Posible estrategia de solución

El estudiante podría considerar varias combinaciones como las siguientes:

Caso 1:



Caso 2:



Caso 3:



Caso 4:



Caso 5:



Caso 6:



En este momento realiza la comparación entre las cantidades para determinar cuál número será el mayor que logró formar con esas tres fichas

Combinación	Relación de mayoridad	Combinación
167	<	176
617	<	671
761	>	716

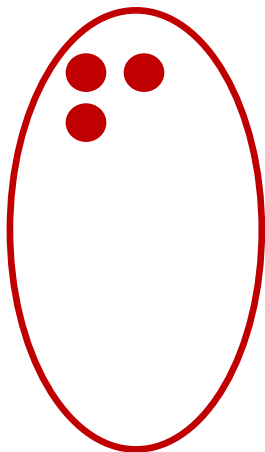
En esta comparación el estudiante va a obtener 3 valores para comparar, como lo son 176, 671 y 761 de los cuales el más alto es el número 761.

Problema 9. ***

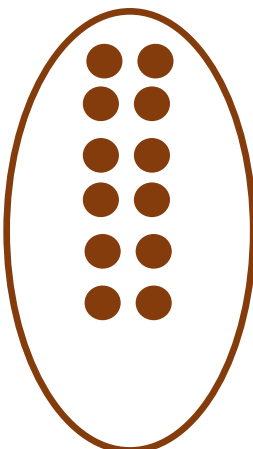
¿Qué número se forma con 14 unidades, 12 decenas y 3 centenas?

Posible estrategia de solución

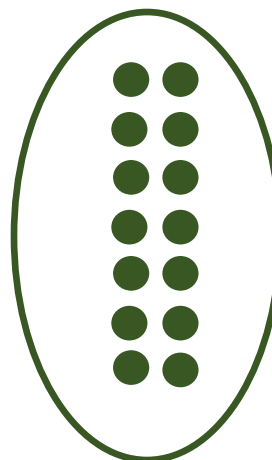
Centenas



Decenas



Unidades

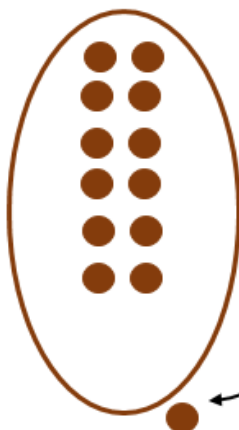


Recordemos que de las 12 unidades el estudiante va a tener que pasar un elemento al nivel superior quedándole 2 unidades y una decena más como se muestra:

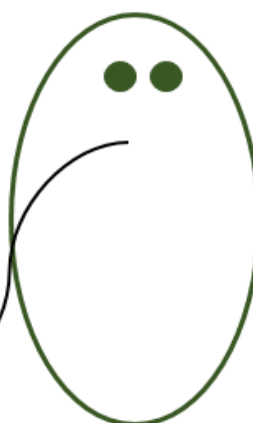
Centenas



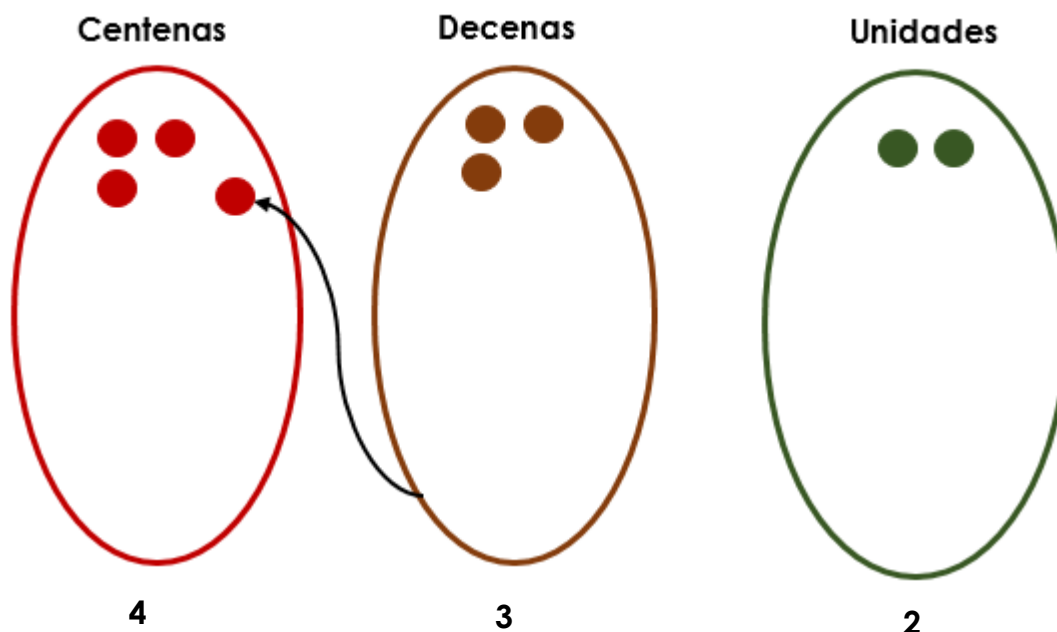
Decenas



Unidades



Al pasar un elemento al orden de las decenas ajustamos 13 decenas, lo que nos permite realizar el mismo procedimiento que en el caso anterior



Al aplicar la ley de cambio nos queda el número 432.

Recuerde que este problema puede resolverse de una manera más aritmética como por ejemplo:

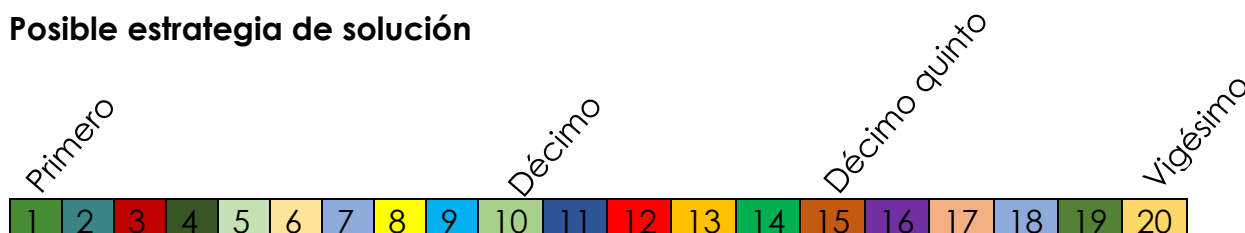
$$\begin{array}{r}
 14 + 120 + 300 = 432 \\
 14 \\
 120 \\
 \underline{+300} \\
 432
 \end{array}$$

Al igual que de la manera anterior el resultado es el mismo, el número es el 432.

Problema 10. ***

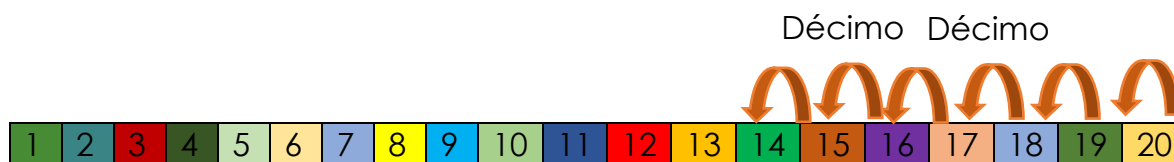
José David está cumpliendo su vigésimo cumpleaños, ellos nacieron el mismo día. Si Laura es 6 años menor que José David, ¿qué edad tiene Laura?

Posible estrategia de solución



Se podría esperar el análisis a través de una línea de tiempo donde el estudiante pueda tener claro el valor a que hace referencia la expresión vigésimo.

Luego en el problema se indica que Laura tiene 6 años menos que José David, por lo q puede realizar el siguiente análisis:



Ir retrocediendo en la línea de tiempo hasta lograr determinar que los seis años menos de Laura con relación a José David quiere decir que la edad de Laura es 14 años



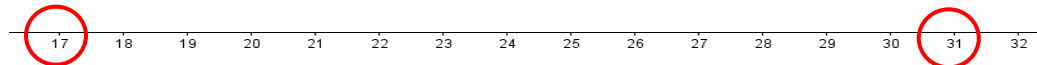
Problema 11. ***

Soy un número entre 17 y 31. Tengo un 3 en el lugar de las unidades, ¿quién soy?

Posible estrategia de solución

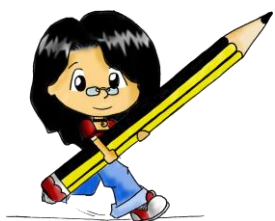
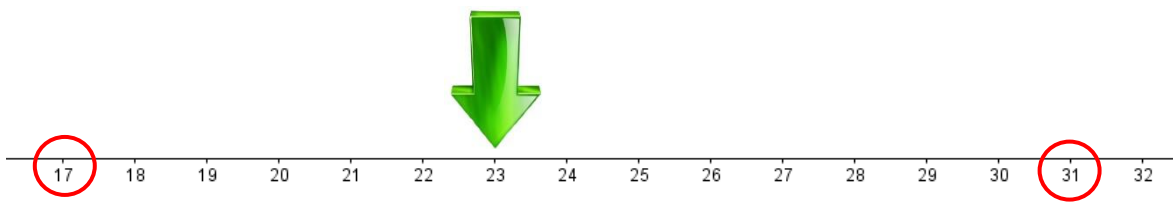


Tiene que ser un número que se encuentre entre 17 y 31



Esta primera restricción nos reducen la cantidad de posibles respuestas.

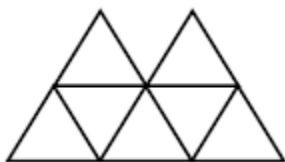
La siguiente restricción es “tengo un 3 en el lugar de las unidades”, si analizamos la recta numérica anterior:



Con esa segunda característica, el único número que la cumple es el número 23.

Problema 12. ***

Observe la siguiente figura



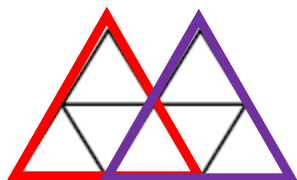
¿Cuántos triángulos en total tiene la figura anterior?

Posible estrategia de solución

El estudiante podría hacer uso de diferentes estrategias, inicialmente podría utilizar lápices de color, de la siguiente manera:



Inicialmente pueden visualizarse 7 triángulos, sin embargo aún hacen falta algunos más.



Con este resaltado podemos ver 2 triángulos más

Dándonos un total de 9 triángulos


Problema 13. ***

Observe la siguiente sucesión de números

26, 35, 44, 53, 62, _____, 80, 89

¿Cuál número completa correctamente la sucesión numérica dada?

Posible estrategia de solución



Término	26	35	44	53	62		80	89
Posición	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°



El patrón sigue el mismo comportamiento, de un término al otro, el aumento es de 9 unidades, lo que quiere decir que el valor del término en la sexta posición sería:

$$62 + 9 = 71$$

Problema 15. ***

Manuel estudio dos días para las olimpiadas

- a) El primer día desde las 2:45 p.m. hasta las 4:15 p.m.
- b) El segundo día estudio desde las 5:30 p.m. hasta las 7:10 p.m.

¿Cuál de los dos días estudio más minutos, el primero o el segundo día?

Posible estrategia de solución

Caso A



En el primer caso se indica que se estudió desde las 5:45 p.m. como se muestra en el reloj de la izquierda, hasta las 4:15 p.m.



De 2:45 p.m. a 3:00 p.m. hay 15 minutos como se muestra con la flecha en la imagen



De 2:00 p.m. a 3:00 p.m. hay una hora, por lo tanto hay 60 minutos más, misma situación que sucede entre las 3:00 p.m. y las 4:00 p.m.



Recuerde que la aguja de las horas da una vuelta completa y cada vuelta equivale a 60 minutos.

Por lo tanto en el caso uno llevamos 15 minutos y dos veces 60 minutos que suman 135 minutos.

Sin embargo hasta el momento vamos por las 4:00 p.m. y nos hacen falta 45 minutos



Entonces son $15+135+45= 195$
 En el primer caso estudio 195 minutos



Caso B



En el segundo caso, estudió desde las 5:30 p.m. hasta las 7:10 p.m.



Desde las 5:30 p.m. a las 6:00 p.m. hay media hora que equivale a **30 minutos**.

Desde las 6:00 p.m. a las 7:00 p.m. hay dos horas que equivale a **60 minutos**.

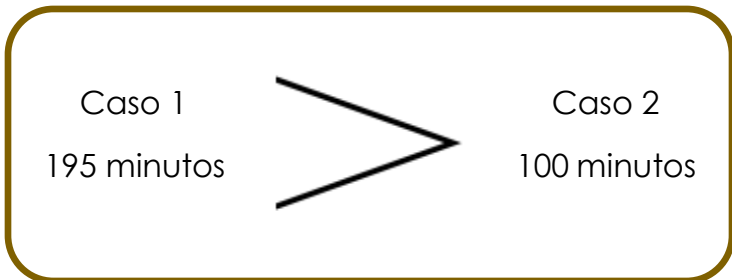




Quedando **10 minutos** de 7:00 p.m. a 7:10 p.m.



Por lo tanto son $30+60+10= 100$
 En el segundo caso estudio 100 minutos



En el caso 1 se estudió por más tiempo para las olimpiadas



Problema 16. ***

Cristina tiene ¢225 más que Ana. Si Cristina tiene ¢550.

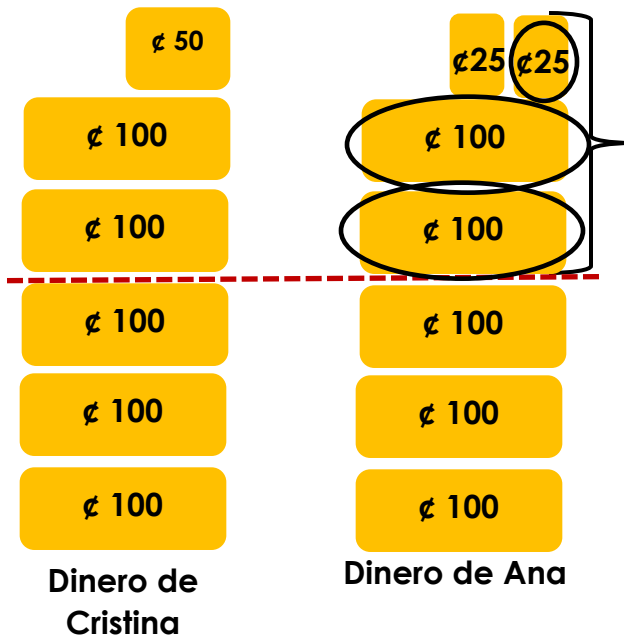
¿Cuánto dinero tiene Ana?

Posibles estrategias de solución

Caso 1

¢ 100 = Vale ¢100

¢ 50 = Vale ¢50



Se indica que Cristina tiene ¢225 más que Ana, lo que podemos descomponerlo así:

$$200 + 25$$

Lo que equivale a quitar dos de los cuadritos y el pequeño tomar la mitad como se visualiza

Como se observa en el diagrama Ana tiene 3 cuadritos grandes que cada uno valen ¢ 100, siendo en total ¢ 300 y la mitad de uno pequeño que sería ¢25.

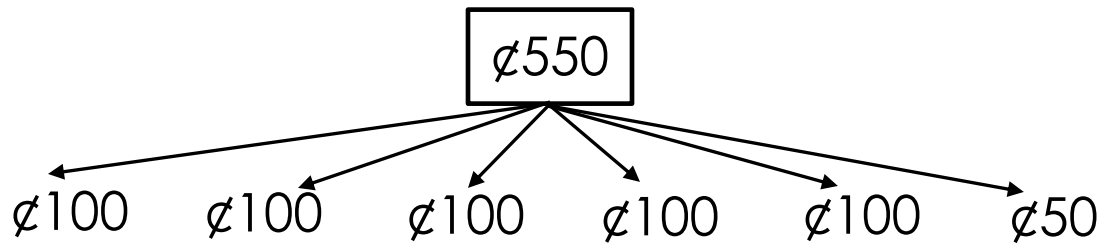
En total Ana tiene $300 + 25 = 325$

Conservando la diferencia de ¢225 que se indican en el enunciado del problema

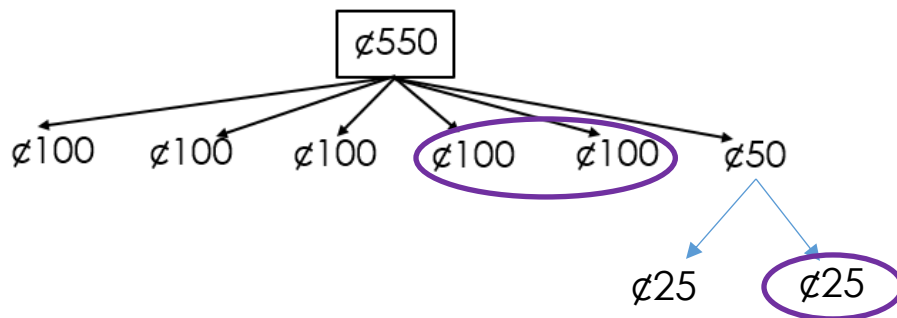


Caso 2

Considerando el dinero de Cristina:

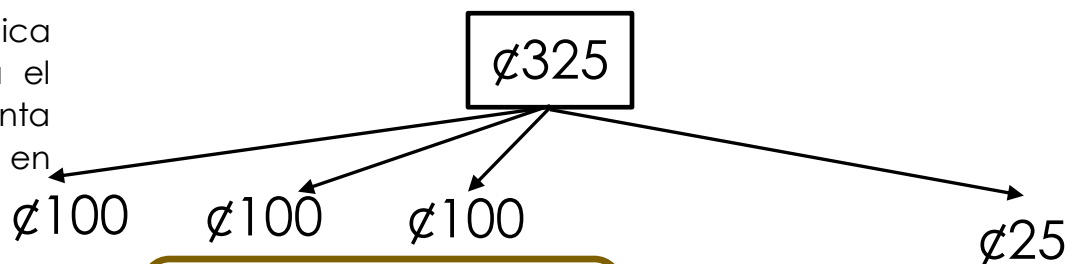


Realizando una descomposición como la anterior, de la cual el estudiante puede considerar ir quitando el dinero que se indica en el enunciado del problema, como se muestra:



En este caso ya logramos quitar $\text{₡}200$, sin en el problema indica que Cristina tiene $\text{₡}225$ más, por lo que debemos descomponer el 50

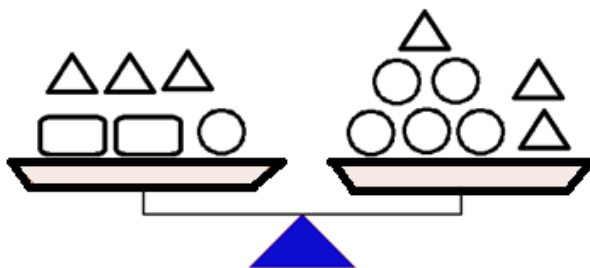
Lo que nos queda una vez que terminamos de ir quitando lo que se indica en el problema, sería el dinero con el que cuenta Ana, como se muestra en el siguiente diagrama



Lo cual en este caso equivale a $\text{₡}325$

Problema 17. ***

Observe la siguiente balanza en equilibrio

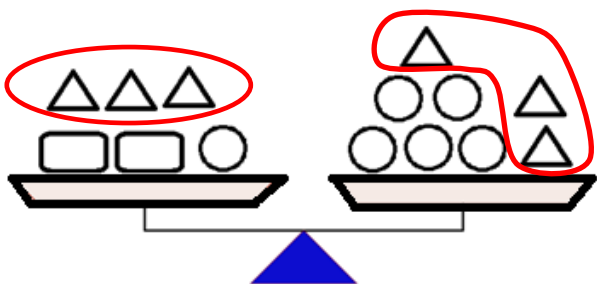


En ella, aquellas figuras que son iguales tienen igual peso, entonces

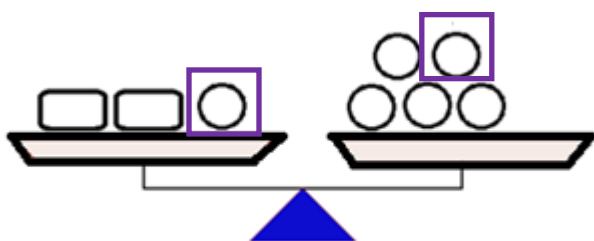
¿Cuántos  pesa un  ?

Posible estrategia de solución

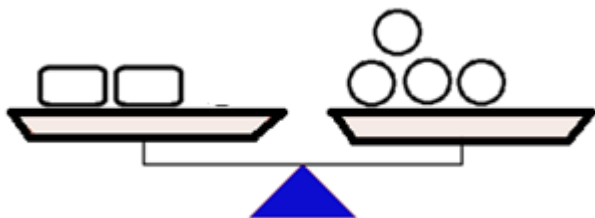
En la figura se indica lo siguiente: "figuras iguales tienen igual peso", por lo que se podría valorar realizar agrupaciones de figuras con igual peso:



Podemos valorar quitar la figuras señalas



En esta balanza hacemos lo mismo



Con esta última representación en ambos lados de la balanza nos quedan figuras diferentes pero que guardan cierta relación, como se muestra:

$$\begin{array}{c} \square \\ \square \end{array} = \begin{array}{c} \bigcirc \quad \bigcirc \\ \bigcirc \quad \bigcirc \end{array}$$

Lo que permite concluir que

$$\square = \bigcirc \quad \bigcirc$$

De acuerdo con la pregunta del problema, 2 \bigcirc pesan lo mismo que un \square

Problema 18. ***

Nicole tiene monedas de ₡100, ₡50 y ₡25, las cuenta y nota que solo tiene siete monedas. Si con esas siete monedas, pudo pagar en forma exacta, ₡400 colones entonces ¿cuántas monedas de ₡25 colones tenía?

Posible estrategia de solución

Nicole tiene 7 monedas de



Podemos comenzar a realizar combinaciones con las 7 monedas:

Primera combinación

$$\begin{array}{c}
 \text{100} \\
 \text{COLONES} \\
 \text{B.C.C.R.}
 \end{array}
 +
 \begin{array}{c}
 \text{50} \\
 \text{COLONES} \\
 \text{B.C.C.R.}
 \end{array}
 +
 \begin{array}{c}
 \text{25} \\
 \text{COLONES} \\
 \text{B.C.C.R.}
 \end{array}
 = \text{₡ } 175$$

En este caso no nos funciona, recordemos que una restricción es que debían ser 7 monedas y juntas suma ₡ 400

Segunda combinación

$$\begin{array}{c}
 \text{100} \\
 \text{COLONES} \\
 \text{B.C.C.R.}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{100} \\
 \text{COLONES} \\
 \text{B.C.C.R.}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{100} \\
 \text{COLONES} \\
 \text{B.C.C.R.}
 \end{array}
 +
 \begin{array}{c}
 \text{50} \\
 \text{COLONES} \\
 \text{B.C.C.R.}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{50} \\
 \text{COLONES} \\
 \text{B.C.C.R.}
 \end{array}
 +
 \begin{array}{c}
 \text{25} \\
 \text{COLONES} \\
 \text{B.C.C.R.}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{25} \\
 \text{COLONES} \\
 \text{B.C.C.R.}
 \end{array}
 = \text{₡ } 450$$

En esta otra tenemos 7 monedas, pero nos pasamos en ₡50.

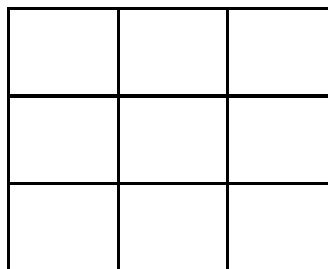
Tercera combinación



Esta combinación si cumple con los dos requisitos, tiene siete monedas y juntas equivalen a ¢ 400.

Problema 19. ***

¿Cuántos cuadrados, en total, se pueden formar en la siguiente figura? (Los cuadrados pueden ser de igual o diferente tamaño)

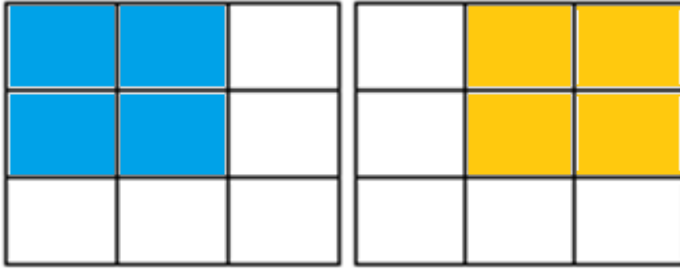


Posible estrategia de solución

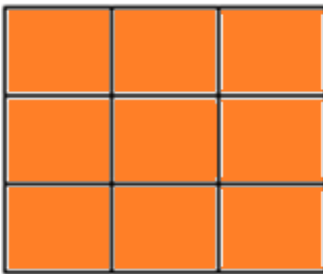
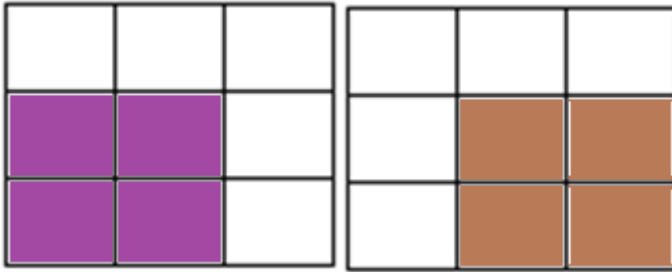
Podemos hacer uso de los colores



Inicialmente podemos visualizar 9 cuadrados



De esta manera podemos ver 4 más,



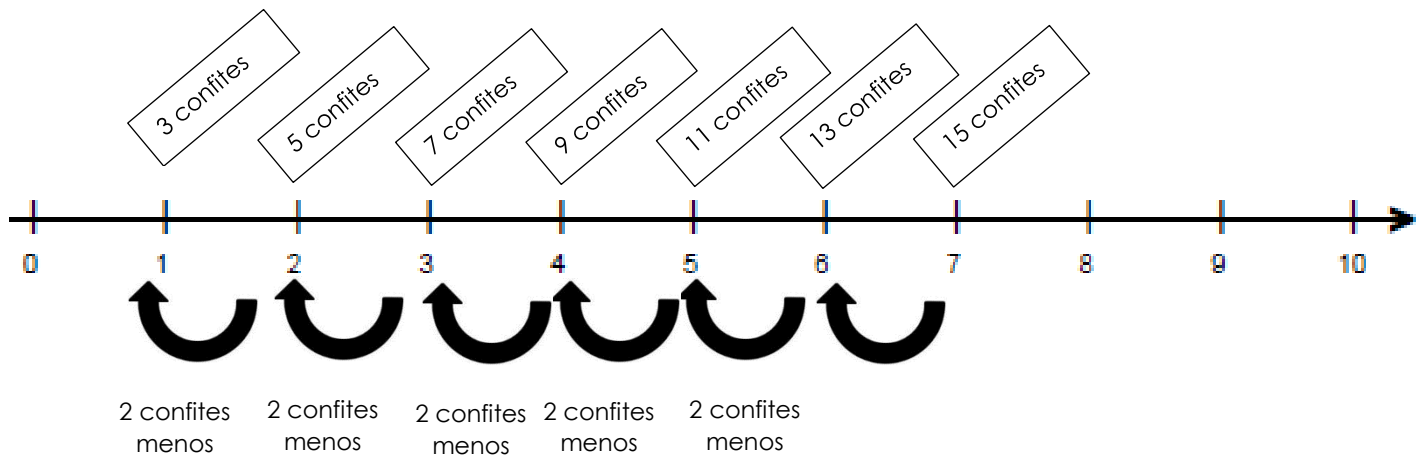
Si lo consideramos a él como uno solo tenemos 1 más, quiere decir que en total tenemos 14 cuadrados

Problema 20. ***

1. ¿Cuántos confites se comió Laura en 7 días, si el último día se comió 15 confites y cada día se comía 2 confites más que el día anterior?

Posibles estrategias de solución

Caso 1



En la línea de tiempo anterior se visualiza la cantidad de confites que se comieron diariamente:

$$15 + 13 + 11 + 9 + 7 + 5 + 3 = 63 \text{ confites en los 7 días.}$$

Caso 2

El estudiante puede valorar hacer uso de una tabla como la siguiente

Cantidad de confites	15	13	11	9	7	5	3
día	7	6	5	4	3	2	1



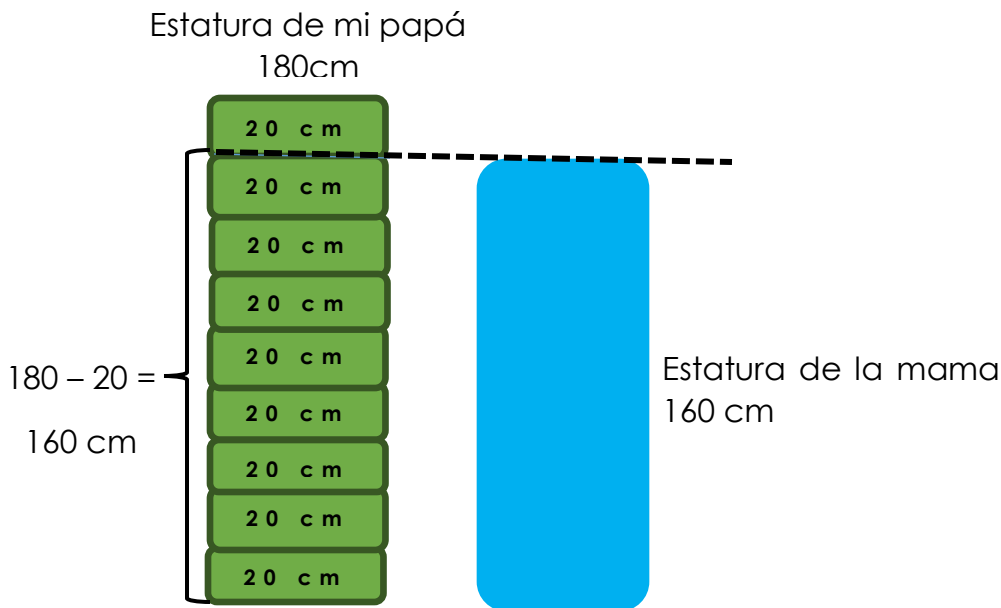
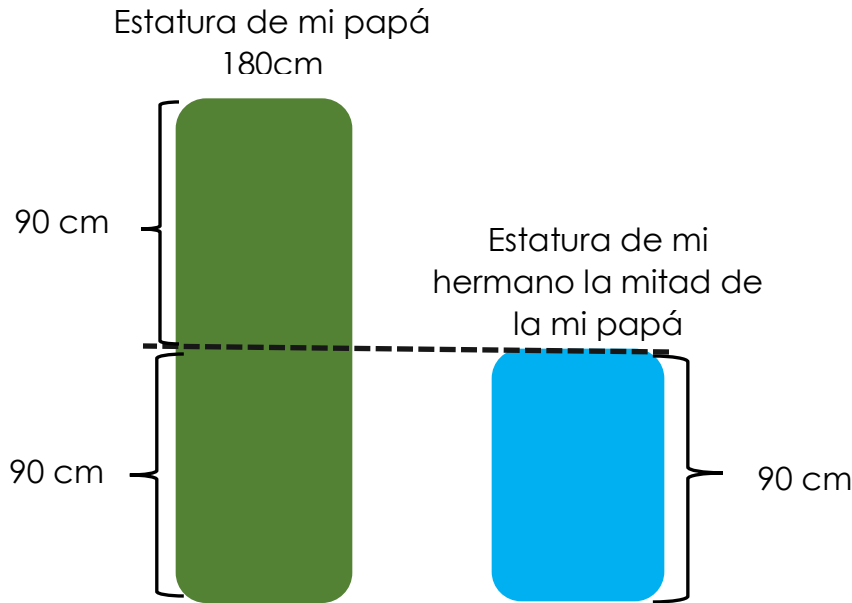
Esta cantidad de confites representan una sucesión descendente!!!!

La cantidad de confites que comió Laura fue 63 confites en 7 días

Problema 21. ***

Mi papá mide 180 cm. Mi hermano mide la mitad de lo que mide mi papá, y mi mamá 20 cm menos que la altura de mi papá. ¿Cuánto se obtiene al sumar la altura de los tres?

Posibles estrategias de solución



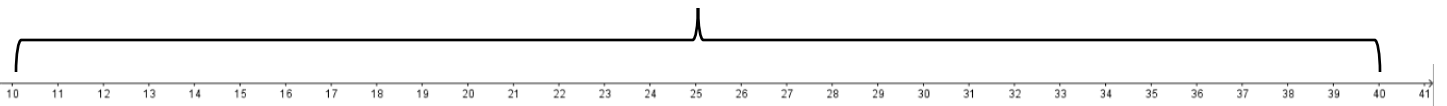
Problema 22. ***

Encuentre dos números diferentes, mayores que 10 pero menores que 40, que cumplan con lo siguiente:

- a) El número mayor es el triple del número menor.
- b) Si el número menor se aumenta en seis, el resultado sería la mitad del mayor.
- c) La suma de esos dos números es 48.

¿Cuáles son esos dos números?

Posibles estrategias de solución



Podemos comenzar a descartar y valorar los números comprendidos entre el 10 y el 40.



Primera restricción

Número Menor	Número Mayor	"número mayor es el triple del número menor"	
10	30	$10 \times 3 = 30$	No cumple
11	33	$11 \times 3 = 33$	No cumple
12	36	$12 \times 3 = 36$	Si cumple

Segunda restricción

Número Menor	Mitad del Número Mayor	"Si el número menor se aumenta en seis, el resultado sería la mitad del mayor"
$12 + 6 = 18$	Mitad de 36 es 18	Si se cumple con la restricción

Tercera restricción

Número Menor	Mitad del Número Mayor	“La suma de esos dos números es 48”
12	36	$12 + 36 = 48$ Si se cumple



Con el análisis anterior cumplimos con las tres restricciones propuestas en el problema, por lo tanto el número menor es 12 y el mayor 36.

Créditos

Los ítems con * fueron tomados de la prueba regional de olimpiadas de matemática de segundo año 2016, elaborados por:**

- Elizabeth Figueroa Fallas Asesora de Matemática, Dirección de Desarrollo Curricular.
- Tony Benavides Jiménez Asesor de Matemática, Dirección Regional Peninsular
- Javier Barquero Rodríguez Asesor de Matemática, Dirección Regional de Puriscal.
- Xinia Zúñiga Esquivel Asesora de Matemática, Dirección Regional de Pérez Zeledón.
- Hermes Mena Picado Asesor de Matemática, Dirección Regional de Aguirre.
- Marvin Montiel Araya Asesor de Matemática, Dirección Regional de Coto.

Prueba ensamblada por:

Marvin Montiel Araya Asesor de Matemática, Dirección Regional de Coto.

Revisores de los ítems

Elizabeth Figueroa Fallas Asesora de Matemática, Dirección de Desarrollo Curricular.

Compilación y estrategias de solución realizadas por:

Hermes Mena Picado - Elizabeth Figueroa Fallas

Asesoría de Matemática, Departamento de Primero y Segundo Ciclos