Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
DEPARTAMENTO DE PRIMERO Y SEGUNDO CICLOS

QU1N70

Cuadernillo de preparación para estudiantes

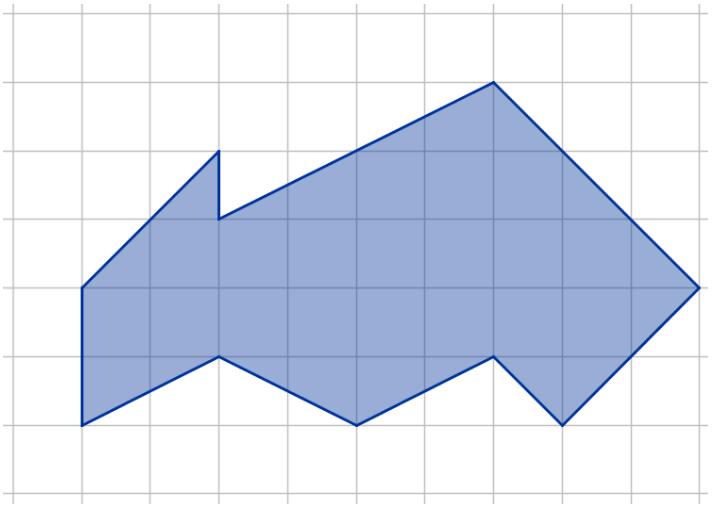
Olimpiada Nacional de Matemática para Quinto Año

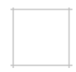
Asesoría Nacional de Matemática

Problemas de Quinto año

Problema 1.

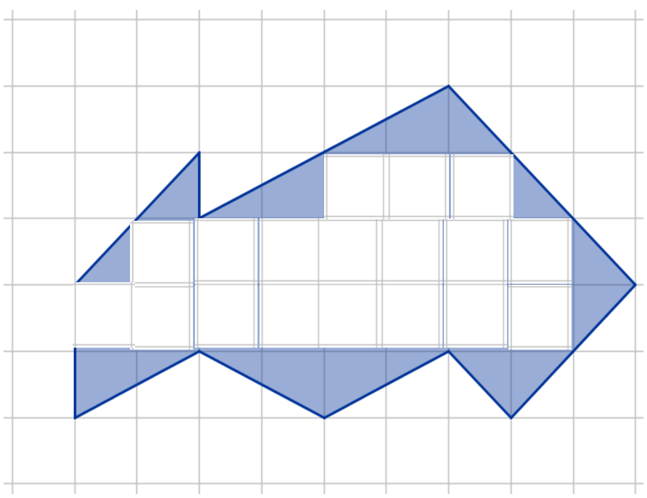
A la escuela El Porvenir se le aprueba realizar la construcción de sus instalaciones, pero solo cuentan con un terreno con forma de polígono irregular para la construcción de las instalaciones, colabore con la junta de educación y determine el área con la que cuenta del terreno.





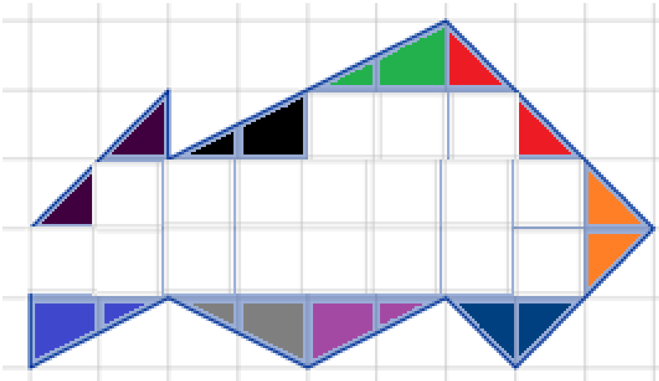
$1\ m^2$

Posible estrategia de solución



Sabiendo que un cuadradito como el anterior equivale a 1 m^2 se podría ir cubriendo hasta donde se puedan todos los cuadrados completos, lo que implicaría 18 cuadrados de 1 metro cuadrado, por lo tanto serían $18m^2$

Como aún quedan espacios sin rellenar, podemos ir uniendo cabitos hasta conformar cuadrados de esa misma área



En esta imagen dos colores iguales representan un metro cuadrado, por lo tanto los espacios restantes equivalen a $9m^2$, en total los cuadrados completos y otras agrupaciones formar un cuadradito

Lo que nos permite concluir que $18m^2$ de los cuadrados completos, más $9m^2$ de los conformados en la figura anterior equivalen a $27m^2$, siendo esta el área del terreno de la escuela.

Problema 2.

La cantidad de producto realizado por cinco operarios es de 1 200 artículos cada dos horas, si trabajan ocho horas al día durante cinco días a la semana, entonces ¿Cuántos artículos realizarán tres operarios, en $\frac{5}{10}$ de 8 horas y en tres días?

Posible estrategia de solución

5 personas realizan 1 200 artículos cada dos horas, por lo que 1 persona realiza 240 cada 2 horas, 120 cada hora

$$1\,200 \div 5 = 240\ artículos$$

$$240\ artículos\ \div 2 = 120\ artículos\ por\ hora$$

Al trabajar 8 horas al día durante 5 días de la semana.

Tres operarios, en $\frac{5}{10}$ de horas y en tres días

$120\ artículos\ por\ hora \cdot 3\ \ funcionarios = 360\ artículos\ por\ hora$

$360\ artículos\ por\ hora \cdot 8\ horas = 2\,880\ artículos\ por\ día$

$2\,880\ artículos\ por\ día\ \cdot 3\ días = 8\,640\ artículos\ por\ tres\ días$

$8\,640\ artículos \cdot \frac{5}{10} = 4\,320\ artículos$

A la pregunta ¿Cuántos artículos realizarán tres operarios, en $\frac{5}{10}$ de 8 horas y en tres días?

Tres operarios en $\frac{5}{10}$ de 8 horas y en tres días realizan 4 320 artículos

Problema 3.

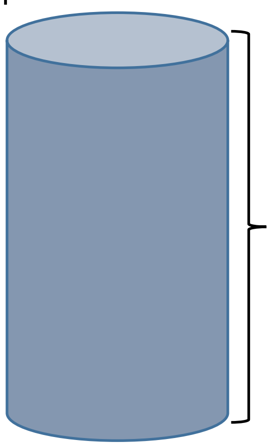
Los estudiantes de la escuela “La Hortensia” quieren realizar unos proyectos para el centro educativo. Si hay tres grupos de II Ciclo y ellos quieren pintar el salón de actos de la institución. Uno de los grupos llevo un galón y un cuarto, otro grupo tres cuartos de galón y el tercer grupo llevo dos cuartos. Si para pintar el salón necesitan tres galones y tres cuartos. ¿Cuánto les hace falta recaudar?

Grupo a: Un galón y un cuarto

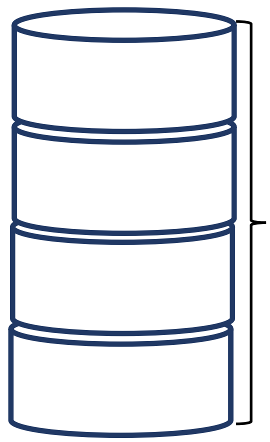
Grupo b: tres cuartos

Grupo c: dos cuartos

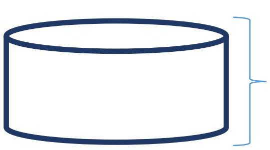
La representación gráfica sería muy importante, por lo que podría considerarse el galón de pintura como la siguiente representación (recordemos que el galón como conocimiento no se encuentra para efectos de conversiones pero en el presente problema no realizaremos ninguna conversión)



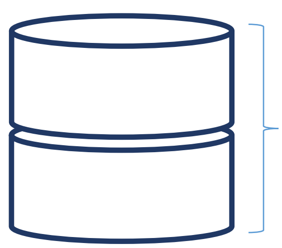
Posible representación de un galón



Representación equivalente a la anterior pero dividida en cuatro partes con la misma capacidad. Pero demarcadas las partes que corresponden a cuartos de galón

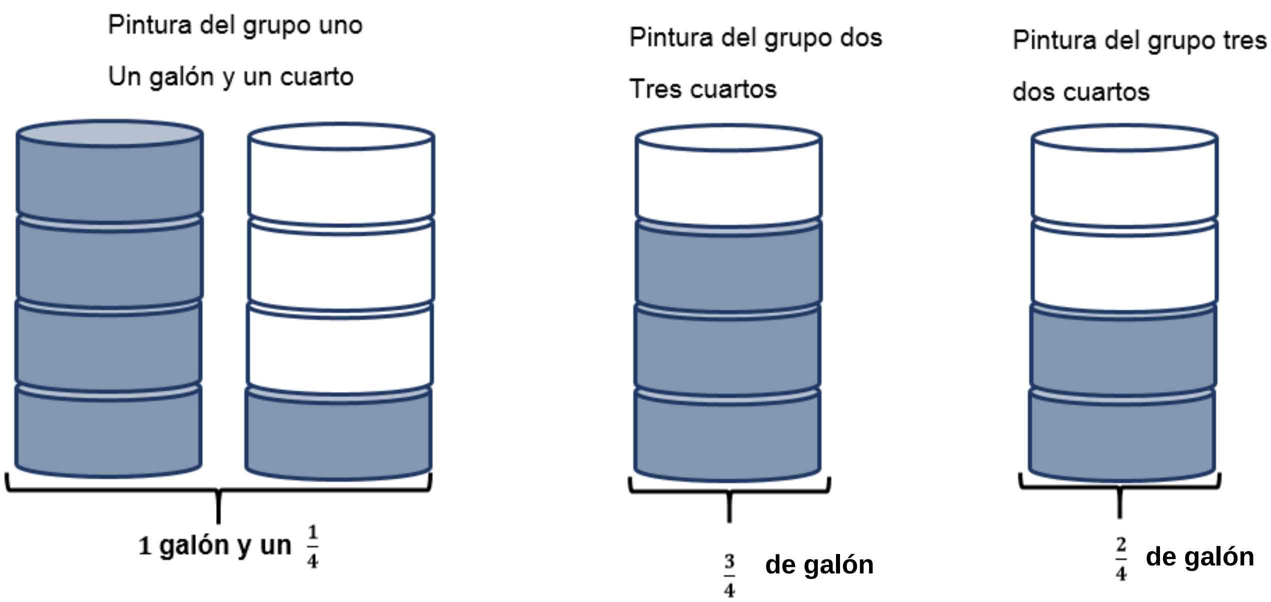


Este viene siendo un cuarto del galón

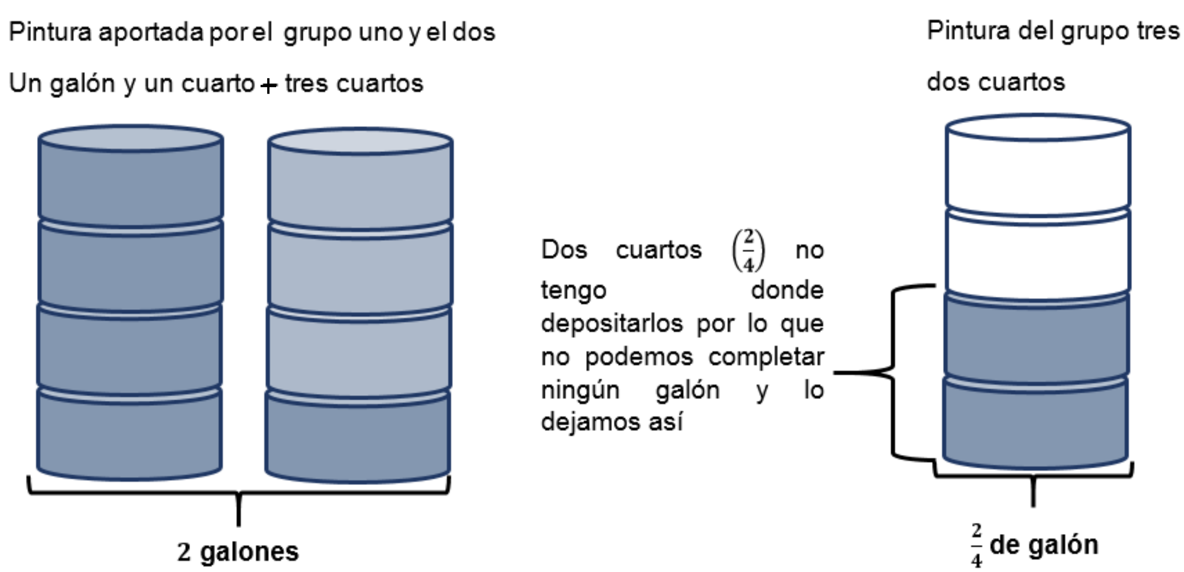


Estos dos representan medio galón o dos cuartos

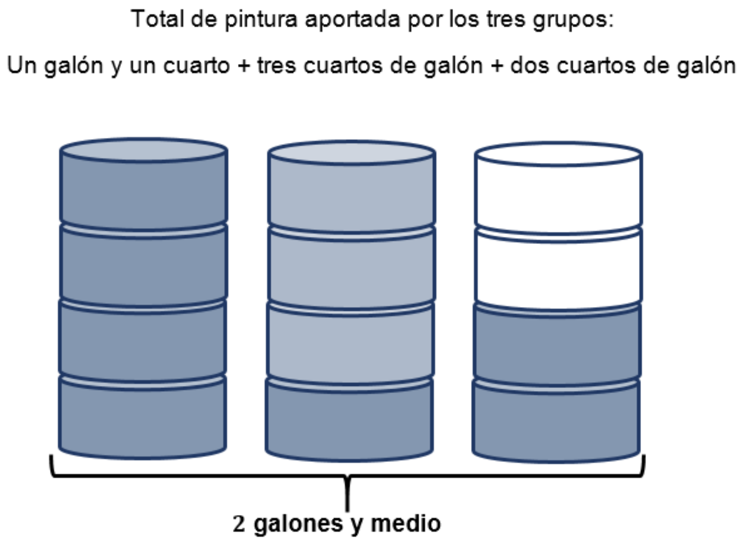
Posible estrategia de solución



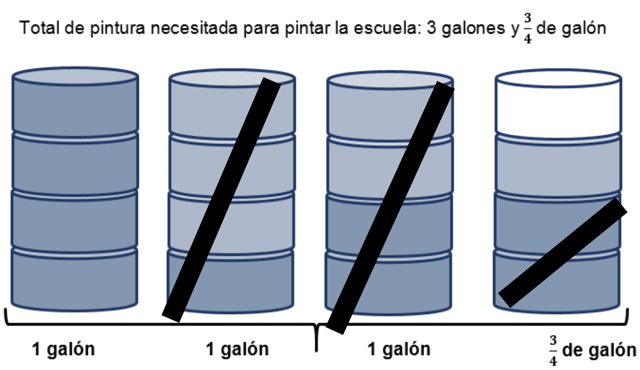
Una vez realizadas las posibles representaciones de la pintura aportada por loe estudiantes se espera que comiencen a completar y tratar de llevar los galones con los que se cuenta, por ejemplo:



Lo que nos permite inferir que los estudiantes llevan



En el problema se indica que: “Si para pintar el salón necesitan tres galones y tres cuartos. ¿Cuánto les hace falta recaudar?” podemos realizar la siguiente comparación, que nos permite realizar una cierta “cancelación” de los requerido:

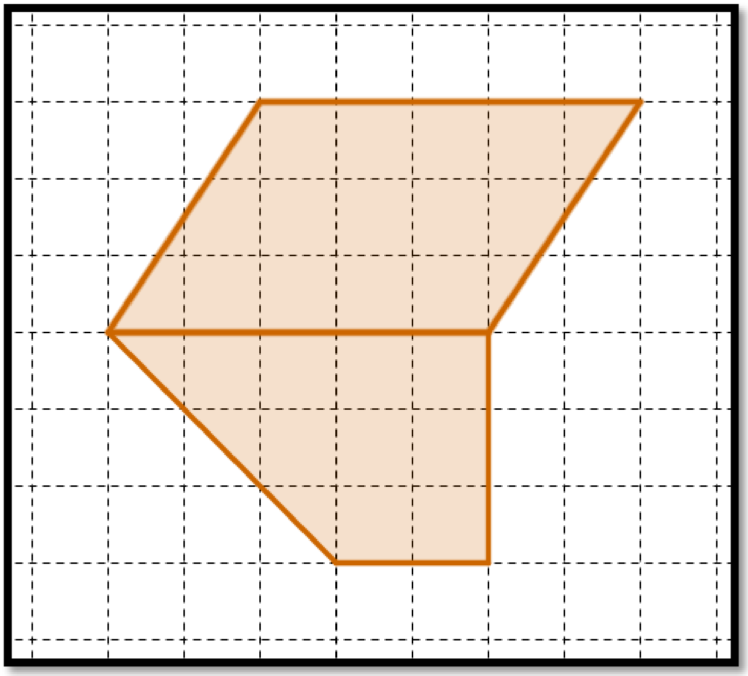


Lo que nos permite apreciar que lo que no tachamos es:

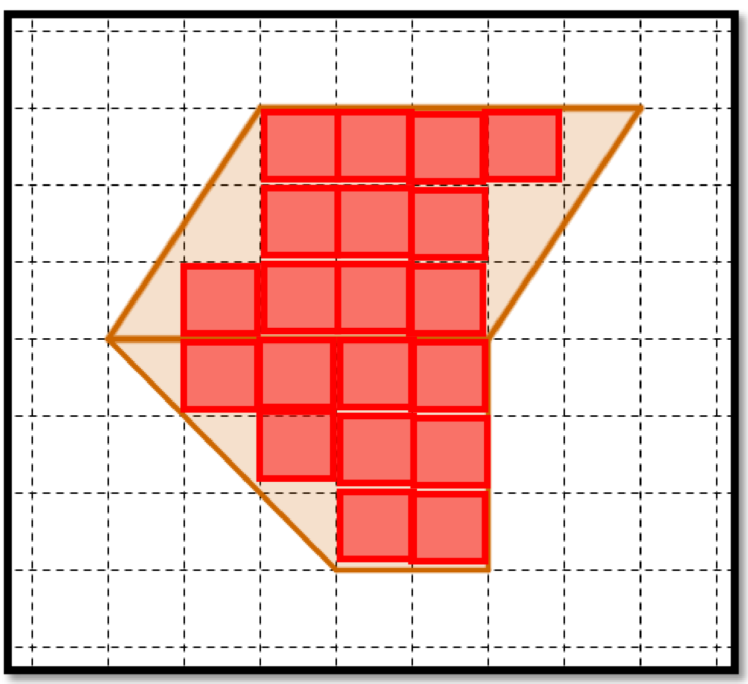
Cantidad de pintura que hace falta conseguir para pintar la escuela

Problema 4.

Considere la siguiente figura

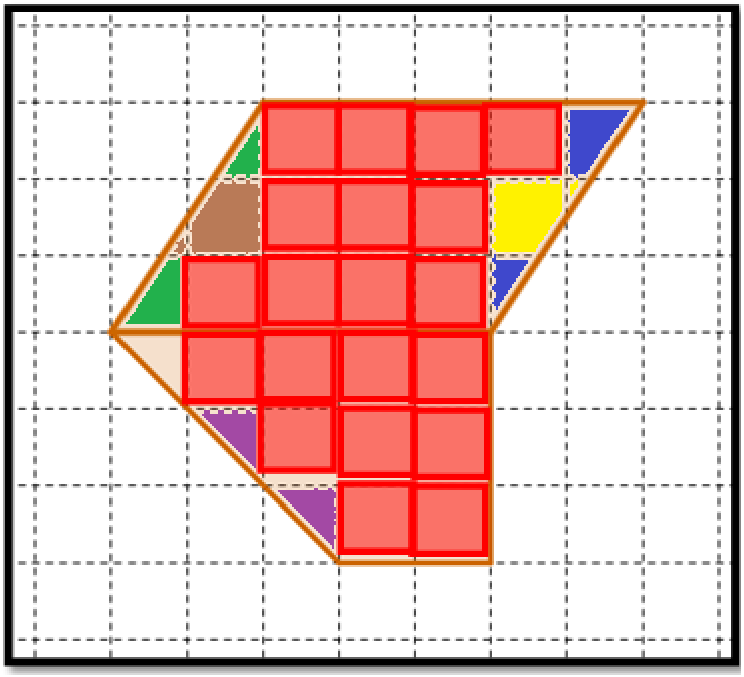


Considere cada cuadrito de la cuadrícula anterior con un área de $1cm^2$.
¿Cuál es el área de la figura anterior?



Al realizar un conteo de la cantidad de cuadrados completos tenemos 20, que equivalen a $20\ cm^2$

Completemos los espacios que nos hacen falta!! Vamos armar cuadrados cada uno con un área de $1cm^2$



Además de los $20\,cm^2$, podemos armar 5 cuadrados más armándolos diferentes partes presentes en la imagen y medio que queda en blanco.

Para un total de 25,5 cm^2

Problema 5.

Un químico necesitó tres sustancias para una fórmula fertilizante. De la sustancia A necesitó 0,4 ml, de la sustancia B el doble de la sustancia A y para la sustancia C $\frac{2}{3}$ partes de la sustancia B.

- ¿Cuánto utilizó de la sustancia B?
- ¿Cuánto utilizó de la sustancia C?

Sustancia A = 0,4 ml

Sustancia B = El doble (2 veces) de la sustancia A

Sustancia C = $\frac{2}{3}$ $(0,\overline{66})$ veces la sustancia B

Posible estrategia de solución

Caso 1

La sustancia B es dos veces la sustancia A:

0,4 ml + 0,4 ml = 0,8 ml

La sustancia C es $(0,\overline{66})$ veces la sustancia B:

$$0{,}66 \cdot 0{,}8 \approx 0{,}528\, ml$$

Caso 1

La sustancia B es dos veces la sustancia A:

$$2 \cdot 0{,}4 = 0{,}8\, ml$$

La sustancia C es $(0,\overline{66})$ veces la sustancia B:

$$0,\overline{66} \cdot 0{,}8 \approx 0{,}528\, ml$$

Notas:

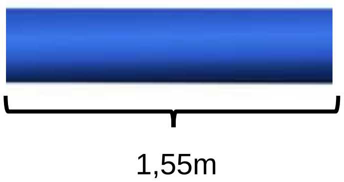
1. Para efectos de la multiplicación no utilizamos el número $0,\overline{66}$ con todo el periodo, si no solo los dos primeros dígitos
2. Por no utilizar todos los decimales del número $0,\overline{66}$, utilizamos el símbolo de aproximación (≈).

Problema 6.

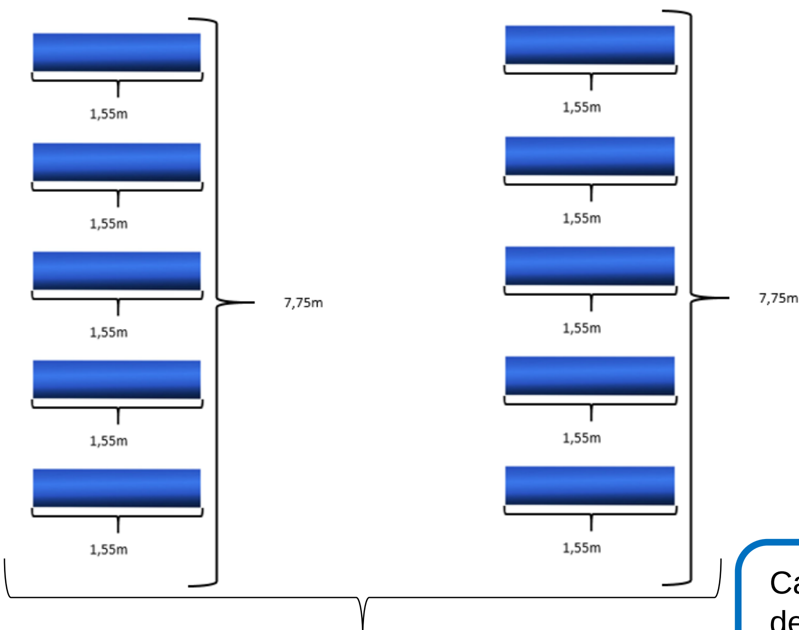
Se confeccionarán lazos de un rollo de cinta de papel que mide 106,95 metros de longitud. Para lazo se necesita un pedazo de cinta que mida 1,55 metros. ¿Cuántos lazos se pueden obtener de ese rollo de cinta?

Posible estrategia de solución

Para cada lazo se necesita 1,55 m de cinta



Para 10 lazos necesitaríamos 15,5 m de cinta, podemos realizar



Cada 5 lazos se necesita 7,75 m de cinta. Por lo tanto para 10 lazos necesitaríamos 15,5 m

10 x 1,55 = 15,5 m de cinta

20 x 1,55 = 31 m de cinta

30 x 1,55 = 46,5 m de cinta

40 x 1,55 = 62 m de cinta

50 x 1,55 = 77,5 m de cinta

60 x 1,55 = 93 m de cinta

Para elaborar 60 lazos necesitamos 93 metros, como disponemos de 106,95 m podemos obtener la diferencia:

106,95 – 96 = 13,95m

Si con cada 1,55 metros de cinta se puede realizar un lazo, podemos buscar la cantidad de lazos que podemos realizar con esos 13,95 m.

13,95 ÷ 9 = 0

9 x 1,55 = 13,95

con 93 metros tenemos 60 lazos y con 13,95 elaboramos 9 lazos más, para un total de:

60 + 9 = 69 lazos,

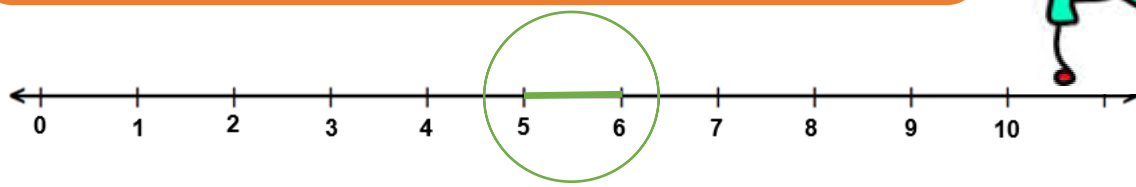
No quedando ningún sobrante de cinta

Problema 7.

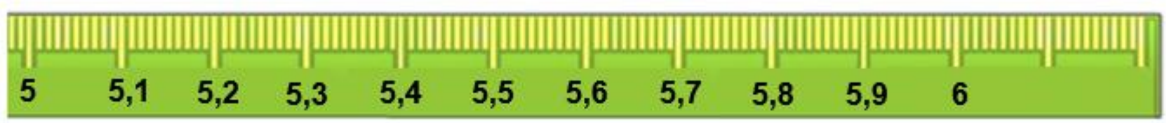
Escriba un número mayor que 5,7 y que también sea menor que 5,8.

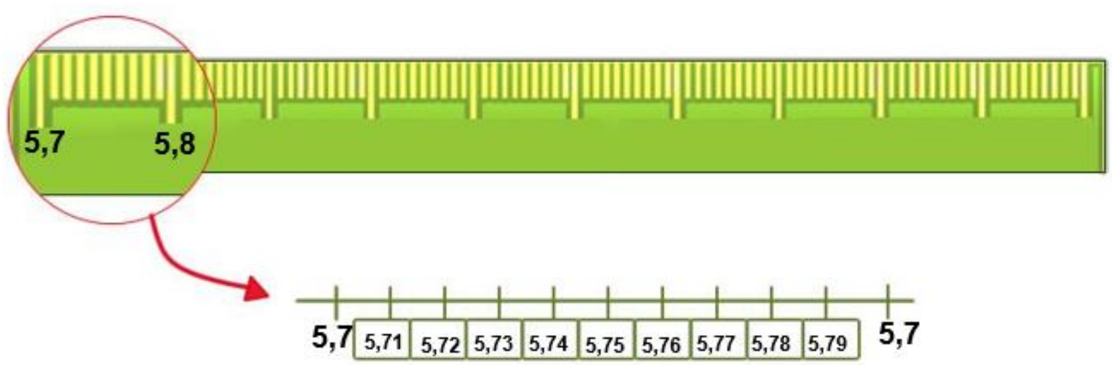
Posible estrategia de solución

Recordemos ubicar los números en la recta numérica, los cuales se ubican entre el 5 y el 6 como se muestra



Ampliemos la imagen para poder ver algunos de los muchos números que hay entre dos números consecutivos





Como se pudo observar entre el 5,7 y el 5,8 podríamos ver todos los números que se muestran en la imagen (5,71 – 5,72 – 5,73 – 5,74…) anterior e incluso muchos más.

Problema 8.

María llegó al supermercado con exactamente 7 billetes de ₡10 000 y 4 billetes de ₡5000. Después de pagar los artículos comprados, a ella le quedaron 3 billetes de ₡10 000 y 8 billetes de ₡2000 y. 5 billetes de ₡1000 ¿Cuánto dinero gastó María?

Posible estrategia de solución

Primero debemos ver a cuánto dinero equivale cada grupo de billetes, como se observa seguidamente:

Dinero que tenía María

Cantidad en billetes de ¢10 000

10 000 + 10 000 + 10 000 + 10 000 + 10 000 + 10 000 + 10 000 = ¢70 000

Cantidad en billetes de ¢5000

5000 + 5000 + 5000 + 5000 = ¢20 000

Cantidad entre billetes de ¢10 000 y ¢5000

¢70 000 + ¢20 000 = ¢90 000

Cantidad de dinero que le quedó

Cantidad en billetes de ¢10000

10 000 + 10 000 + 10 000 = ¢30 000

Cantidad en billetes de ¢2000

2000 + 2000 + 2000 + 2000 +2000 + 2000 + 2000 + 2000 = ¢16 000

Cantidad en billetes de ¢1000

1000 + 1000 + 1000= ¢3 000

Cantidad entre billetes de ¢10 000, ¢2000 y ¢1000

¢30 000 + ¢16 000 + ¢3000 = ¢49 000

María tenía ¢90 000 y le quedaron ¢49 000, por lo que la cantidad de dinero que gastó es

90 000 – 49 000 = ¢41 000

Por lo que a María le quedaron ¢49 000 y gastó ¢41 000.

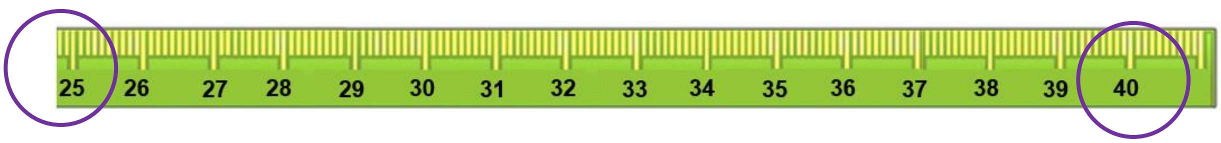
Problema 9.

Si la edad de Juan es divisible por 4 y por 3 a la vez y se sabe que él tiene más de 25 años pero menos de 40, entonces, ¿cuál es la edad de juan en años?

Posible estrategia de solución

Debemos valorar la información que se presenta en el problema

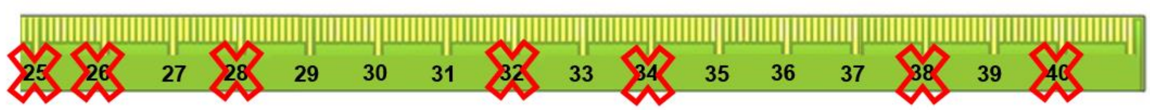
Juan tiene más 25 pero menos de 40 años



Lo que nos permite afirmar que tiene entre 26 y 39 años, pero se presenta otra información, la cual establece que:

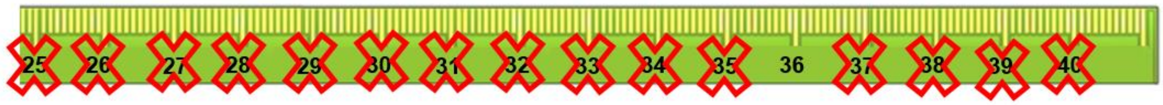
"La edad de Juan es divisible por 4 y por 3" de acuerdo con esta restricción podemos ver cual número cumple con ser divisible por ellos dos a la vez!

Descartemos aquellos que no se pueden dividir entre 3

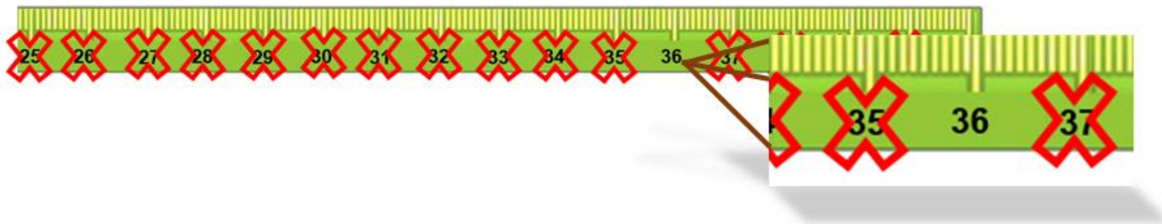


¡26, 28, 32, 34, 38!

Valoremos los que no pueden ser divisibles entre 4



27, 29, 30, 31, 33, 35, 37, 39.



Quedando únicamente el número 36, el cual es divisible entre tres, ya que $36 \div 3 = 12$ y a su vez es divisible entre 4 puesto que $36 \div 4 = 9$

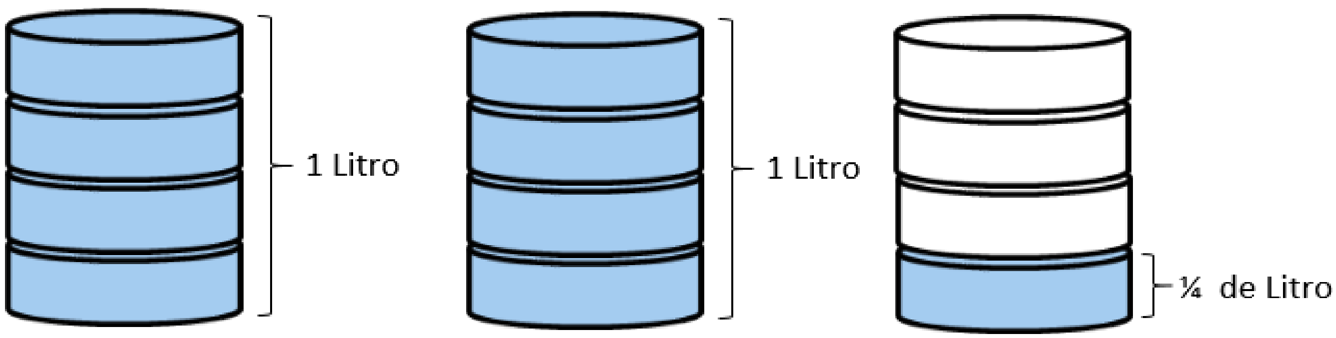
A la pregunta ¿Cuál es la edad de Juan en años? Podemos afirmar que esta edad es de 36 años.

Problema 10.

Cristina es una atleta y para hidratarse se toma al día $\frac{9}{4}$ de litro de agua.
¿Si un litro tiene mil mililitros, cuántos mililitros de agua se toma Cristina al día?

Posible estrategia de solución

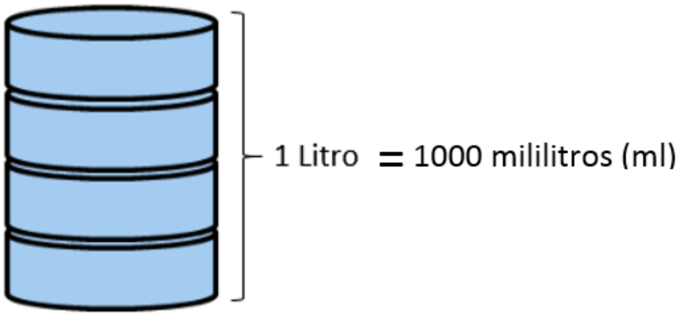
Representemos la fracción impropia $\frac{9}{4}$ gráficamente

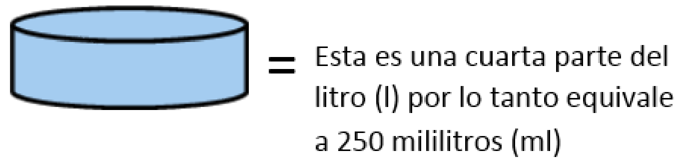


Esta representación corresponde a los $\frac{9}{4}$ de litro de agua que tomo Cristina

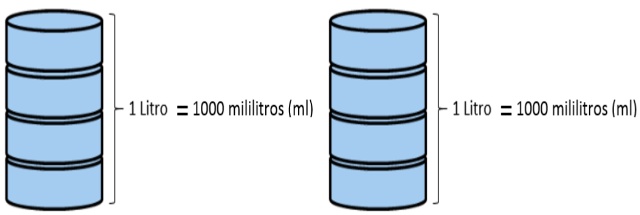
Se considerará para este problema la representación del litro como un envase uniforme y que no tiene formas irregulares.

Sin embargo
representació

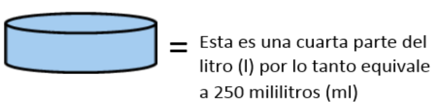




Cristina tomo dos representaciones de un litro que equivale a 2000 ml



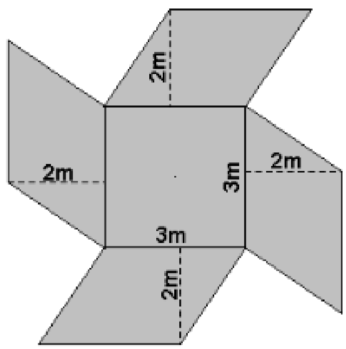
Y una cuarta parte de otro que es 250 ml,



Resultando 2000 + 250 = 2250 ml de agua lo que toma Cristina al día para hidratarse.

Problema 11.

Observe la siguiente figura compuesta por cinco paralelogramos



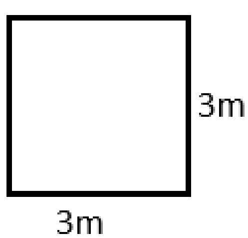
Si se sabe que el paralelogramo que en todos sus lados mide 3 cm tiene al menos un ángulo recto, ¿cuál es el área en toda la figura en metros cuadrados?

Posible estrategia de solución

Caso a

Podemos hacer uso de las fórmulas estudiadas en clase para obtener el área de cada figura.

Veamos el caso del cuadrado, su fórmula es “lado x lado” (*l* x *l*)

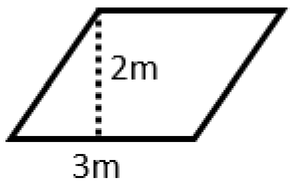


El área de esta figura es

$A_1 = 3 \times 3$

$= 9\ m^2$

Veamos el caso del romboide, su fórmula es “base x altura” (*b* x h)



En este caso 3 x 2 = 6 m^2

A_2 = 3 x 2

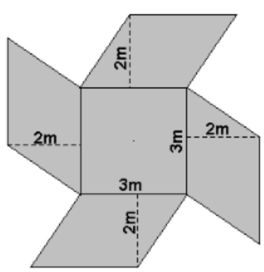
= 6 m^2

Como en la figura hay 4 de ellos valdría decir que cada uno tiene la misma área, por lo tanto si el área de uno es de 6 m^2, la de cuatro sería 24 m^2

A_2 = 3 x 2 x 4

= 24 m^2

Área total de la figura



A_T = 9 (área cuadrado (A_1)) + 24 (área de los romboides (A_2))

A_T = 9 m^2 + 24 m^2

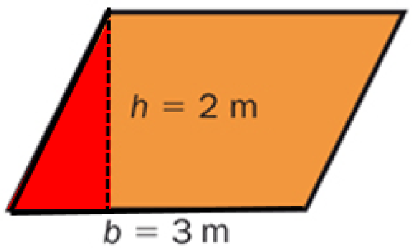
A_T = 9 + 24

= 33 m^2

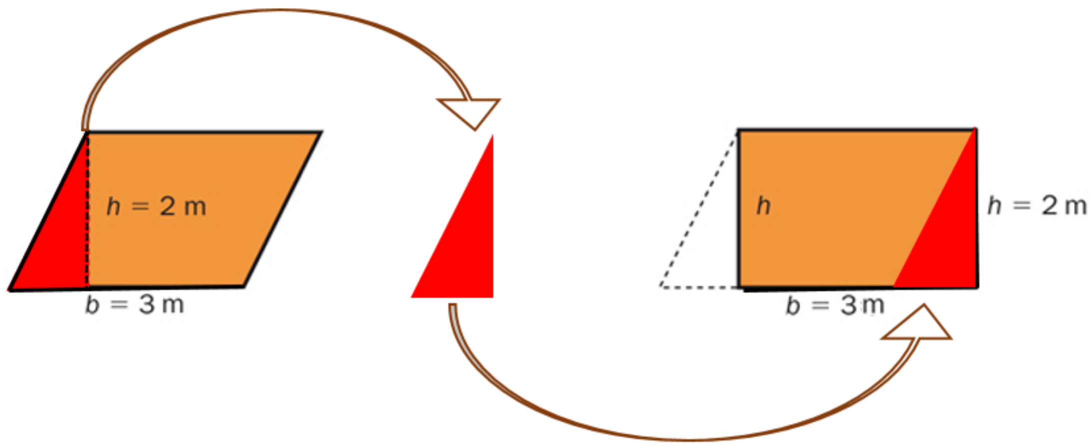
El área total de la figura equivale a 33 m^2

Caso b

Se puede considerar la misma manera como se obtuvo el área del cuadrado que corresponde a 9 m^2, sin embargo para el cado del romboide se puede valorar lo siguiente:



Al tratarse de un romboide podemos tomar el triángulo y pasarlo de posición como se muestra en la siguiente imagen



Generando de esta manera un rectángulo, el cual es más conocido, al igual que su fórmula, por lo tanto el área del rectángulo sería

A_2 = 3 x 2

A_2 = 6 m^2

Al tratarse de 4 figuras como esta podemos multiplicar este valor por 4, que daría 24 m^2

Área total de la figura

A_T = 9 (área cuadrado (A_1)) + 24 (área de los rectángulos (A_2))

A_T = 9 m^2 + 24 m^2

A_T = 9 + 24

= 33 m^2

El área total de la figura equivale a 33 m^2

Problema 12.

En siguiente número: “9w”, es de dos dígitos. Si la letra “w” representa el dígito de las unidades, ¿por cuáles valores se puede sustituir “w” para que el número “9w” corresponda a un número primo? **(Indique todos los posibles valores que puede tomar “w”)**.

Posible estrategia de solución

- Para este problema es necesario valorar los números primos son aquellos que son divisibles únicamente entre el 1 y sí mismo.
- Además es un número menor que 100
- El número se encuentra compuesto por un elemento “w” en la posición de las unidades (el cual es desconocido) y en la posición de las decenas tenemos el 9.
- Esta última restricción limita al número a que sea uno de la familia del 90 (90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99)

90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

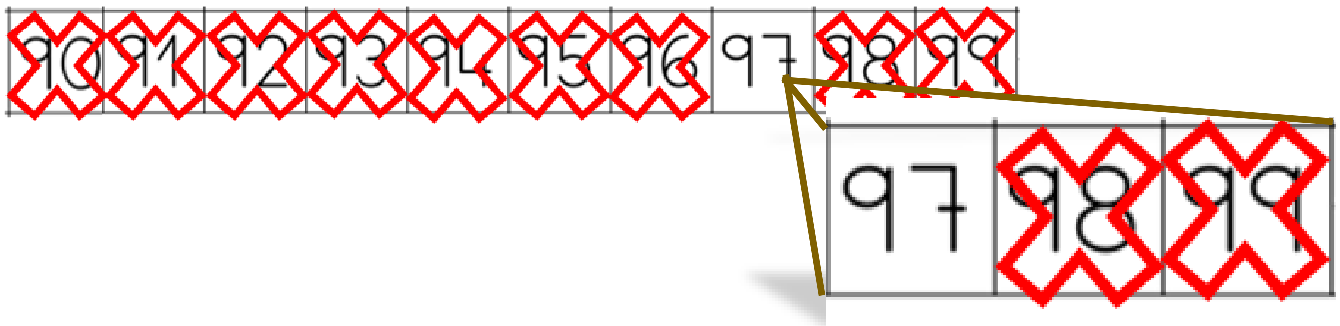
Sin embargo podemos valorar lo siguiente

Los números 90, 92, 94, 96, 98 son números pares y por consiente son divisibles entre dos, por lo tanto no cumple con la primera característica mencionada anteriormente y por esta razón no podrían ser números primos

~~90~~	91	~~92~~	93	~~94~~	95	~~96~~	97	~~98~~	99

Vamos a ver los números siguientes:

El número 91 es divisible entre 7, el 93 y el 99 divisibles entre 3 y el 95 divisible entre 5, además de que todos ellos se pueden dividir entre 1 y sí mismos, lo que implica que tampoco son números primos.



Lo que permite concluir que el valor de “w” en la expresión 9w es 7.

Problema 13.

Lorena tiene ₡ 5000 más que el doble del dinero que tiene Rodrigo. Si Rodrigo tuviera ₡2500 más de lo que tiene, entonces tendría ₡22 500. ¿Cuánto dinero, en total, tiene Lorena?

Posible estrategia de solución

Considerando la información del problema tenemos que:

Dinero que tiene Rodrigo

Dinero de Rodrigo

Dinero que tiene Lorena (₡ 5000 más que el doble del dinero que tiene Rodrigo)

Dinero de Rodrigo

Dinero de Rodrigo

\+ ₡5000

Si Rodrigo tuviera ₡2500 más de lo que tiene, entonces tendría ₡22 500

Dinero de Rodrigo + ₡2500 = ₡22 500

Dinero de Rodrigo + ₡2500 = ₡20 000 + ₡2500

Dinero de Rodrigo = ₡20 000

Por lo tanto si $\boxed{\text{Dinero de Rodrigo}}$ = ₵20 000 y al valorar lo indicado en la información anterior

Dinero que tiene Lorena (₵ 5000 más que el doble del dinero que tiene Rodrigo)

$\boxed{\text{Dinero de Rodrigo}}$

$\boxed{\text{Dinero de Rodrigo}}$ + ₵5000

Dinero que tiene Lorena:

$\boxed{\text{₵ 20 000}}$

$\boxed{\text{₵ 20 000}}$ + **₵ 5000 = ₵ 45 000**

Lorena tiene ₵ 45 000

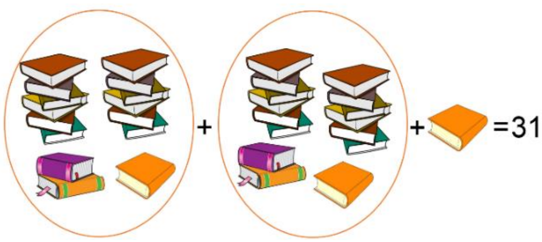
Problema 14.

Xinia tiene cierta cantidad de libros para empacar. Si los trata de empacar de 6 en 6, le sobra 1 y si los trata de empacar de 15 en 15, también sobra 1. Entonces, ¿cuál es la menor cantidad de libros que tiene Xinia?

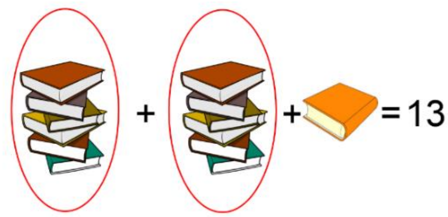
Posible estrategia de solución

Comparemos el empaque de los libros

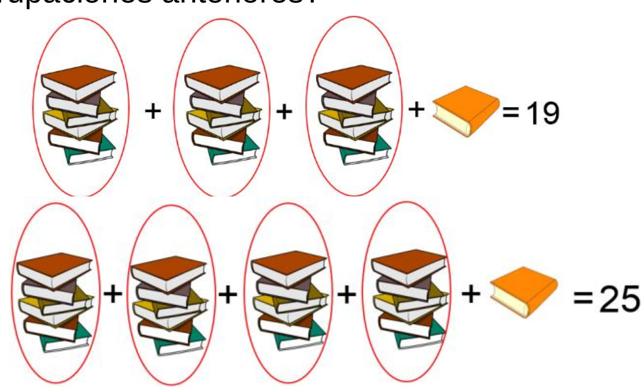
Si empaca de 15 en 15, sobra 1



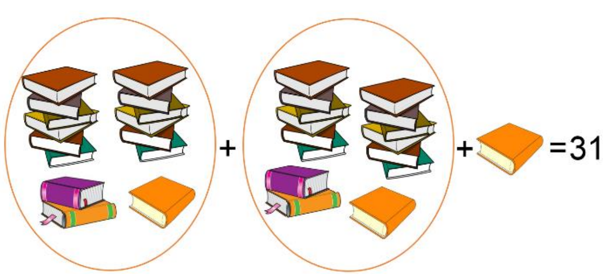
Si empaca de 6 en 6, sobra 1

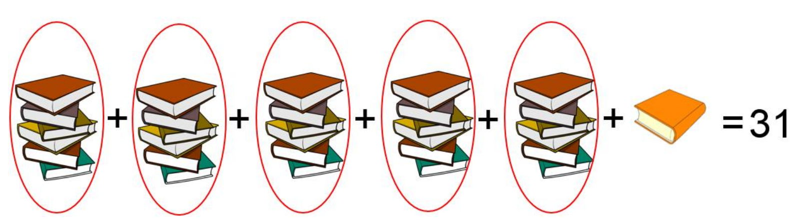


¿Cuál es la menor cantidad de libros que pueden empacar y que a la vez coincida con las restricciones de las agrupaciones anteriores?



Comparando la dos grupos de cuadernos empacados de 15 en 15 y 5 grupos de cuadernos empacados de seis en seis, en ambos casos sobra un cuaderno y podemos tener 31 cuadernos, siendo esta menor cantidad de libros que podría tener Xinia.





Problema 15.

Julio y Andrea van al parque de su barrio con cierta regularidad y siempre a las 5:00 p.m.
Si Andrea va cada 4 días y Julio va cada 6 días y se sabe que el lunes coincidieron los dos en el parque, ¿cuál será el próximo día en que coincidirán los dos en el parque?

Posible estrategia de solución

	Viernes	Sábado	Doming	Lunes	Martes	Miércole	Jueves	Viernes	Sábado	Doming	Lunes	Martes	Miércole
Día													
													
													

1° Día de encuentro

Día de reencuentro

Julio y Andrea se vuelven a coincidir en el parque 12 días después un miércoles.

Problema 16.

Soy un número mayor que 70 000 pero menor que 98 712; se sabe además que soy:

a. Divisible por 2.
b. El dígito de las decenas es el antecesor del dígito de las decenas de millar.
c. El dígito de las decenas de millar es múltiplo del dígito de las unidades.
d. El dígito de las unidades de millar es divisible por 5.
e. Todos sus dígitos son diferentes
f. La suma de todos sus dígitos es 27.

¿Cuál número soy?

Posible estrategia de solución

Vamos viendo característica por característica

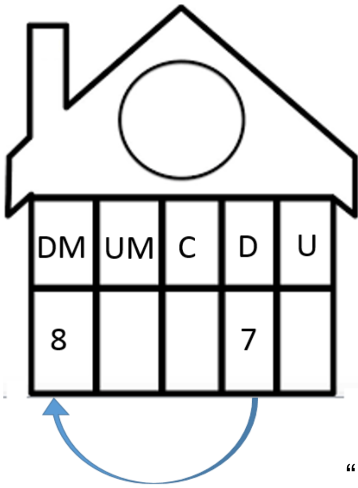
Es un número que se encuentra en 70 000 y 98 712.

“La suma de todos sus dígitos es 27 y son diferentes”

83457 $\quad\quad 8 + 3 + 4 + 5 + 7 = 27$

Sin embargo aunque la suma de los dígitos es 27 y todos son diferentes no cumple con otras de las características del número, por lo que debemos reordenar los dígitos del número para ver si así cumplimos con las demás especificaciones

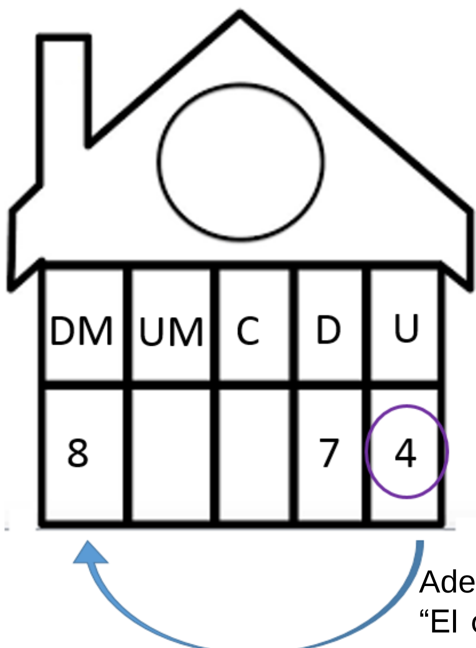
Reordenemos los valores que tenemos:



Con esa primera reorganización cumplimos lo que se pide en la proposición b

"El dígito de las decenas es el antecesor del dígito de las decenas de millar".

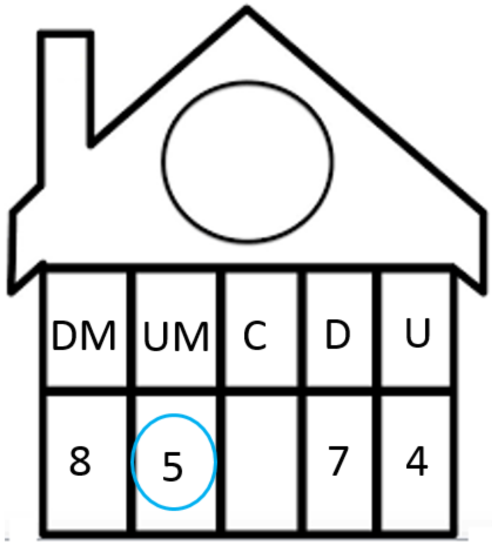
Continuando…



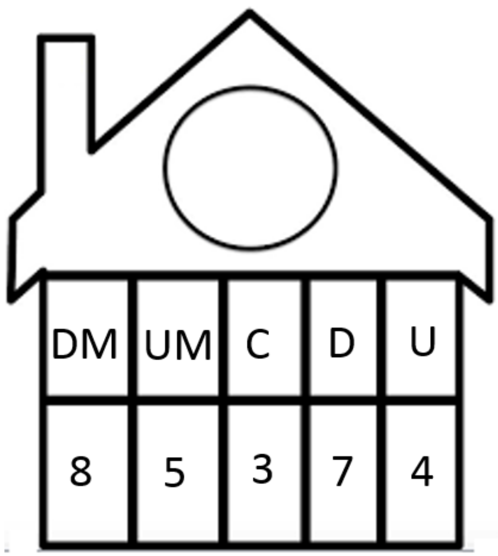
Quedan 3 dígitos el 5, 3 y 4. Pero hay una característica que indica que el número es "Divisible por 2" y la única manera es que termine en 4, de lo contrario no podría cumplir con esto.

Además cumple con la proposición c que dice "El dígito de las decenas de millar es múltiplo del dígito de las unidades" ya que el 8 es múltiplo de 4.

Solo faltan dos dígitos vamos a analizar las indicaciones:



El dígito de las unidades de millar es divisible por 5, por lo que tiene que ser 5 o 10, sin embargo el 10 no funciona

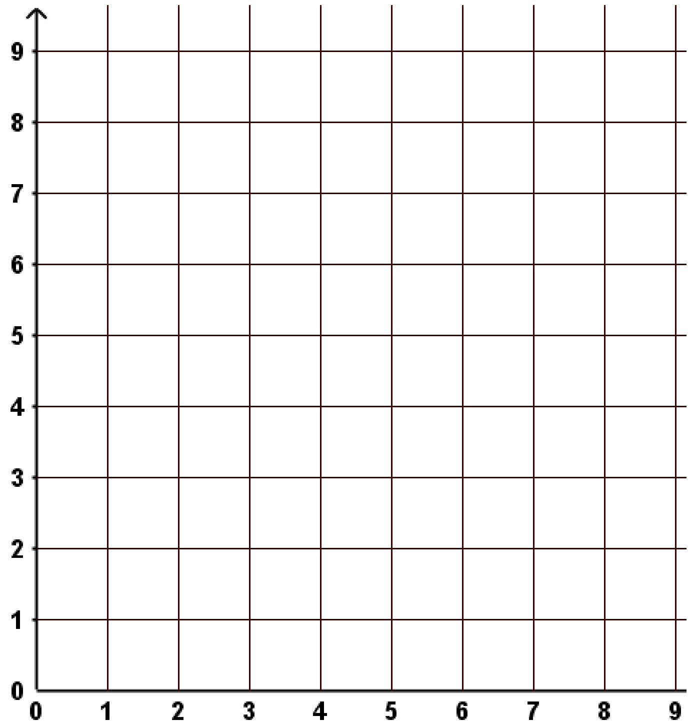


Solo queda por acomodar el 3, el cual iría en la posición de las centenas.

Por lo tanto el número sería el 85 374

Problema 17.

Utilice el siguiente sistema de ejes coordenadas



a. En este sistema de coordenadas dibuje la figura que tiene como vértices los siguientes puntos:

(2,0), (1,4) y (5,2).

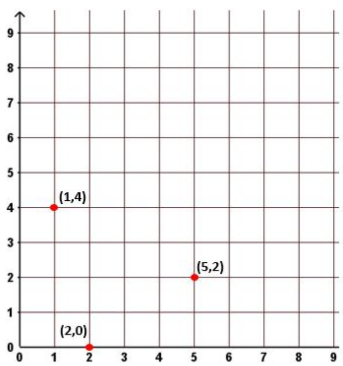
b. En el mismo sistema de coordenadas dibuje una nueva figura que corresponda a una traslación de la figura dibujada en la pregunta anterior (a), trasladándola tres unidades a la derecha y cuatro hacia arriba.

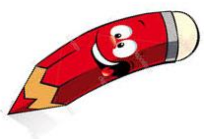
c. Calcule el área de la figura traslada.

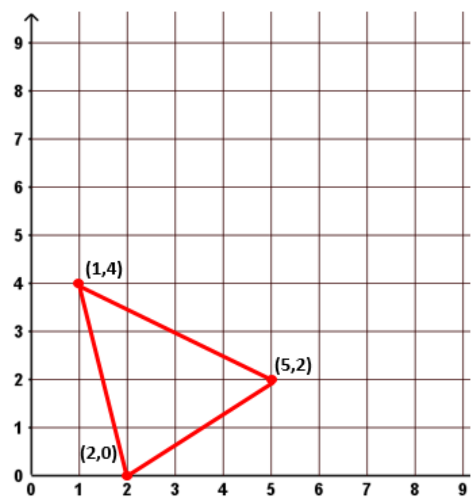
d. ¿Cuál es la diferencia de las áreas de las dos figuras dibujadas? Justifique su respuesta.

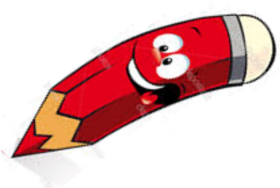
Posible estrategia de solución

a) En este sistema de coordenadas dibuje la figura que tiene como vértices los siguientes puntos:
(2,0), (1,4) y (5,2).

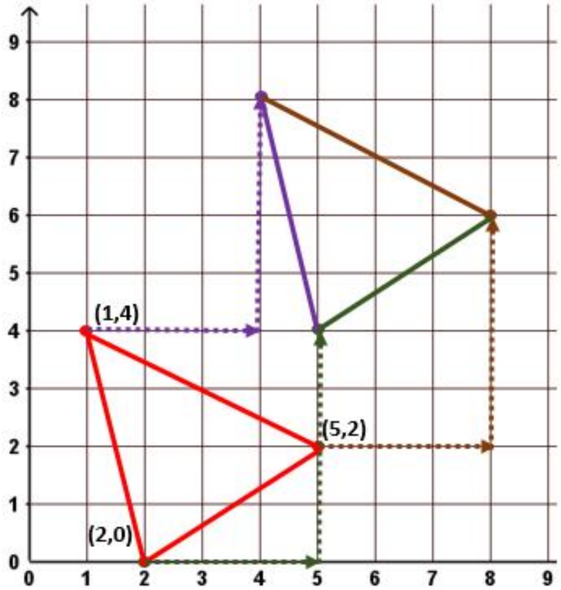


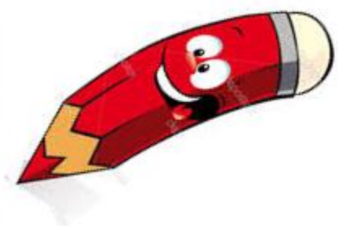






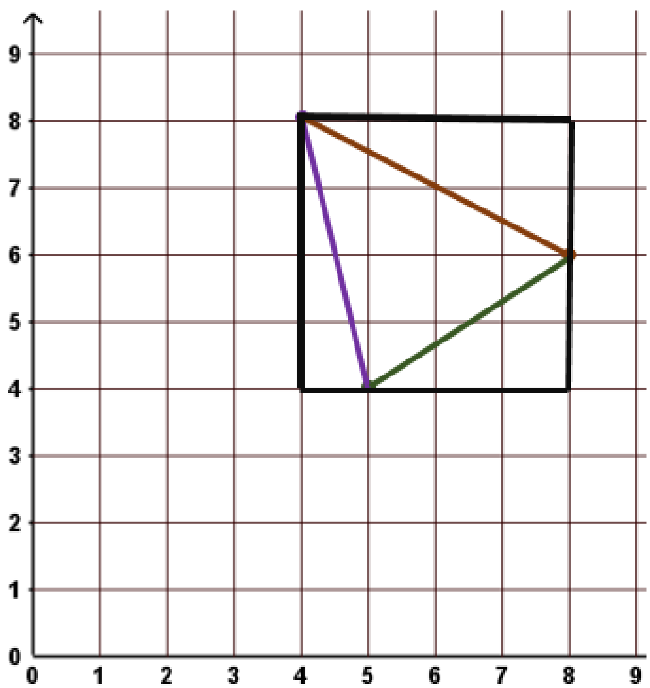
b) En el mismo sistema de coordenadas dibuje una nueva figura que corresponda a una traslación de la figura dibujada en la pregunta anterior (a), trasladándola tres unidades a la derecha y cuatro hacia arriba





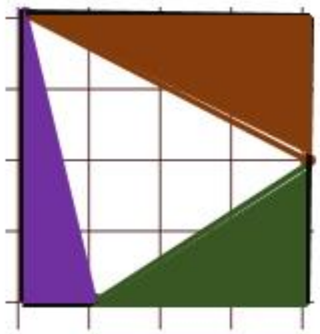
Recuerde tres unidades a la derecha y cuatro hacia arriba

c) Calcule el área de la figura traslada.



Para mayor facilidad borramos la figura inicial

Cuadrado



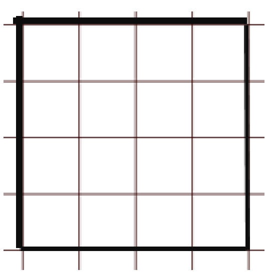
Podemos obtener su área de la siguiente manera

Àrea del cuadrado = A_c

$A_c = l \; x \; l$

$A_c = 4 \; x \; 4$

$A_c = 16 \; u^2$

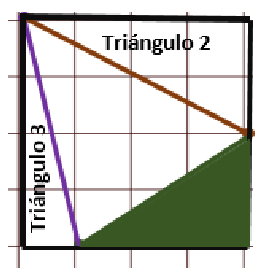


Àrea del triángulo 1 = A_{t1}

$A_{t1} = \frac{b \; x \; h}{2}$

$A_{t1} = \frac{3 \; x \; 2}{2}$

$A_{t1} = 3u^2$

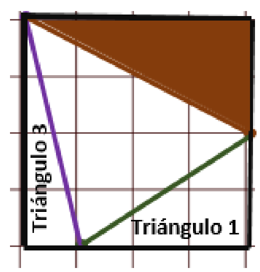


Àrea del triángulo 1 = A_{t1}

$A_{t2} = \frac{b \; x \; h}{2}$

$A_{t2} = \frac{2 \; x \; 4}{2}$

$A_{t2} = 4u^2$

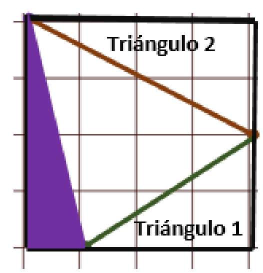


Àrea del triángulo 1 = A_{t1}

$A_{t3} = \frac{b \; x \; h}{2}$

$A_{t2} = \frac{1 \; x \; 4}{2}$

$A_{t3} = 2u^2$

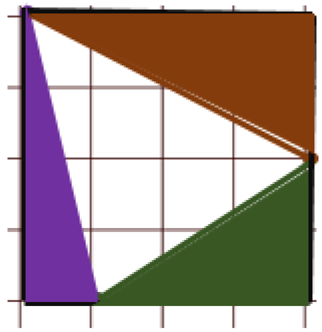


La suma de las áreas de los triángulos es

$A_{Triángulos} = A_{t1} + A_{t2} + A_{t3}$

$A_{Triángulos} = 3\,u^2 + 4\,u^2 + 2\,u^2$

$A_{Triángulos} = 9\,u^2$



Vamos a restarle al cuadrado el área de los tres triángulos que ya averiguamos, para determinar el área de la figura que trasladamos

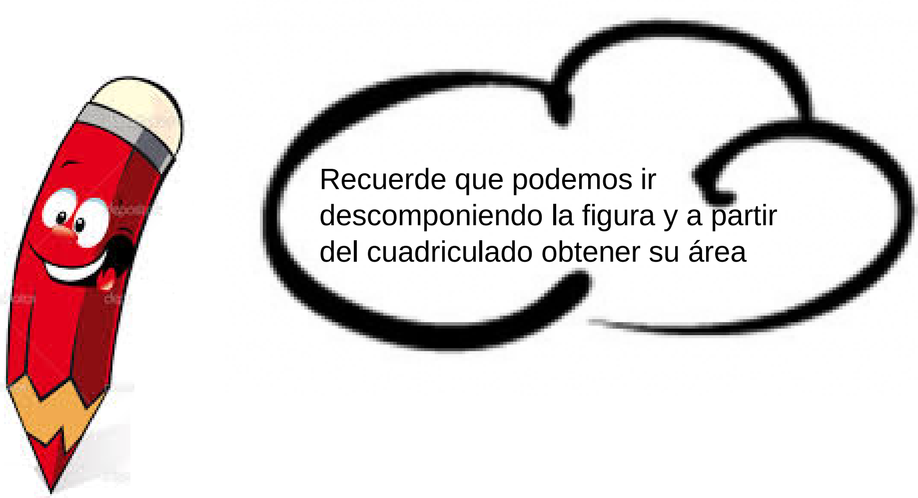
Área de la figura trasladada

$A_{FT} = A_c - A_{Triángulos}$

$A_{FT} = 16\,u^2 - 9\,u^2$

$A_{FT} = 7u^2$

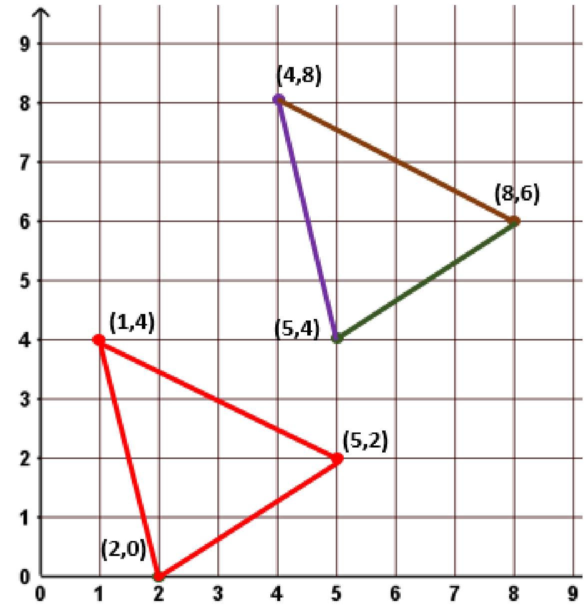
El valor del área de la figura trasladada es de $7u^2$



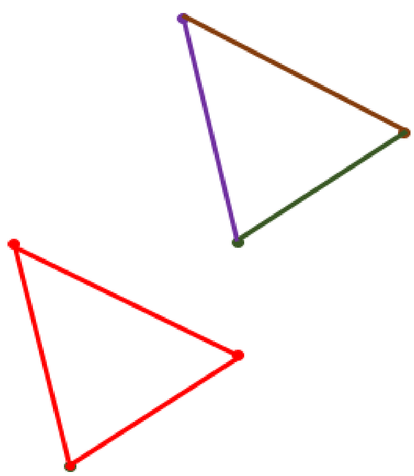
d) ¿Cuál es la diferencia de las áreas de las dos figuras dibujadas? Justifique su respuesta.

.

Observa las dos figuras juntas

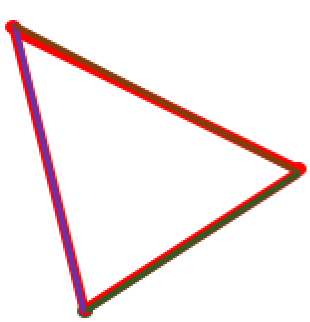


Al quitar la cuadrícula no quedan dos triángulos de la siguiente manera



¿Observa algo en común entre estos dos triángulos?

Coloca el triángulo con sus lados de color morado, café y verde sobre el triángulo rojo



Las figuras calzan perfectamente una dentro de la otra como puedes observar, por lo que la diferencia entre ambas áreas es de "0 unidades"

Problema 18.

Observe los siguientes dos dados numerados

	Este dado tiene seis caras numeradas de 1 a 6 y al tirarlo todas sus caras tiene igual probabilidad de salir.
	Este otro es de doce caras, numeradas de 1 a 12 y al tirarlo todas sus caras tienen igual probabilidad de salir.

Utilizando como referencia estos dados conteste lo siguiente:

a) ¿Con cuál, de esos dados, se tiene mayor probabilidad de ganar si se juega a tirar un dado y “obtener un número mayor que 2 pero menor que 9” ?, Justifique su respuesta

Posible estrategia de solución

Pregunta “a”

Con cuál, de esos dados, se tiene mayor probabilidad de ganar si se juega a tirar un dado y “obtener un número mayor que 2 pero menor que 9” ?, Justifique su respuesta

Caso 1

Si se tira el dado se puede obtener el siguiente espacio muestral

1, 2, 3, 4, 5, 6

Caso 2

Si se tira el dado se puede obtener el siguiente espacio muestral

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

A la pregunta ¿Con cuál dado se tiene mayor probabilidad de obtener un número mayor que 2 pero menor que 9?

En el “caso 1” se tienen 4 posibilidades de seis posibles resultados (ya sea que salga el 3, 4, 5 o el 6), mientras que el “caso 2” se tienen seis posibilidades de 12 posibles resultados (que salgan los números 3, 4, 5, 6, 7, 8)

Caso 1

4 posibilidades de 6

Si lo expresamos numéricamente sería por medio de la fracción:

$\frac{4}{6} \approx 0,66$

Caso 2

6 posibilidades de 12

Si lo expresamos numéricamente sería por medio de la fracción:

$\frac{6}{12} = 0,5$

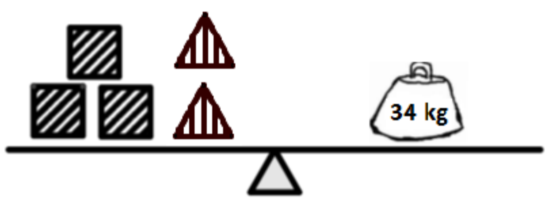
Por lo tanto tenemos que

$0,66 > 0,5$

Por esta razón hay más posibilidad de obtener con el dado del caso uno un número mayor que 2 y menor que 9 que en el segundo caso

Problema 19.

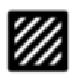
Observe las siguientes dos balanzas en equilibrio

Primera Balanza	Segunda Balanza
	

Si se sabe que:

a. Todos los cuadrados tienen la misma masa.
b. Todos los triángulos tienen la misma masa.
c. Las masas (pesos) de las figuras corresponden a kilogramos sin decimales.

Determine, ¿cuál es la masa (peso en kg) de :

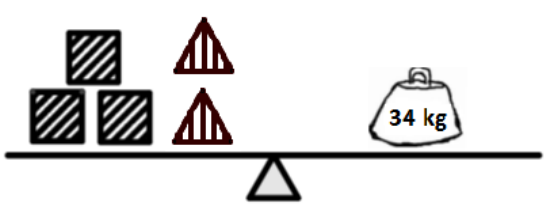
 ______ kg

 ______ kg

Debe justificar su respuesta.

Posible estrategia de solución

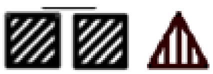
Según la información anterior tenemos que

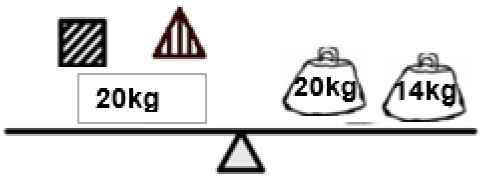


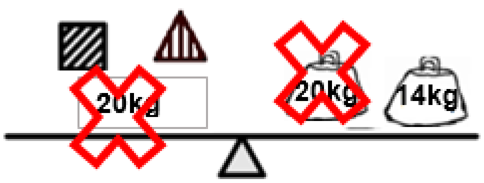
3 cuadrados y 2 triángulos pesan 34 kg

2 cuadrados y 1 triángulos pesan 20 kg

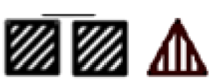
Por lo tanto podemos afirmar que como:

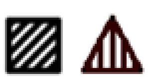
 = 20kg , por lo tanto

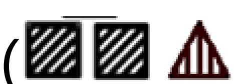
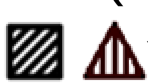


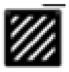


Lo que permite quitar a ambos lados de la balanza 20 kg como se nuestra.

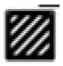
Si con  = 20kg, que pasara con

 = 14 kg

Con esa igualdad ( = 20kg) podemos en lugar un cuadrado y un triángulo () escribir el valor al que equivalen estas dos figuras (14 kg) como se muestra

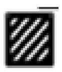
 + 14 kg = 14 kg + 6kg

Descomponemos en el extremo derecho el valor de 20kg por 14 kg + 6 kg

 + ~~14 kg~~ = ~~14 kg~~ + 6kg

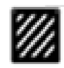
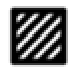
Cancelamos a ambos lados del igual el peso de 14 kg

Por lo tanto

 = 6kg

6kg

  = 14 kg

Como un  = 6kg y en la igualdad   = 14 kg, eso implica que un  corresponde a 14 kg menos el peso del 

Por lo tanto un

 = 8 kg

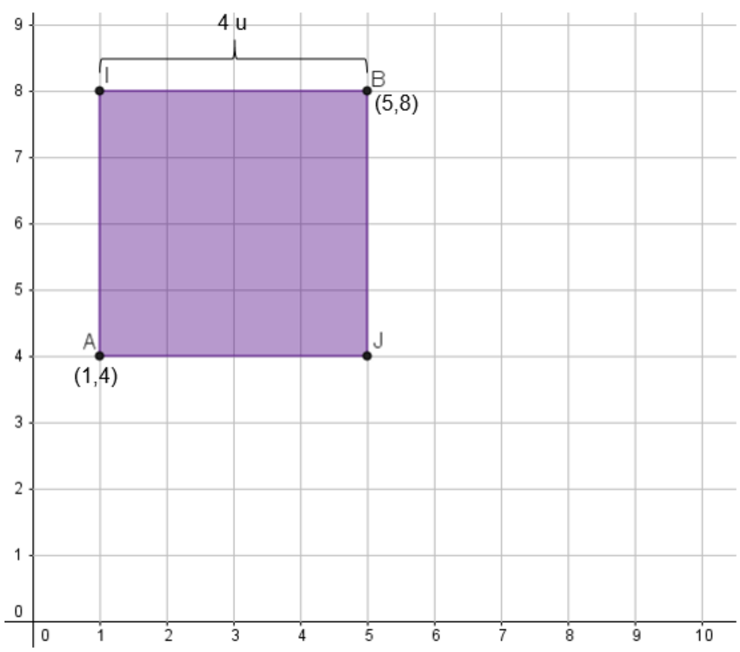
Problema 20.

En los siguientes ejes coordenados dibuje un cuadrado y un triángulo que cumplan las siguientes claves.

Cuadrado a	Triángulo b
a. Su perímetro es de 16. b. Dos de sus vértices son: (1,4) y (5,8). c. Uno de sus lados corta a dos lados del triángulo. d. Contiene en su interior a uno de los vértices del triángulo b. e. Ninguno de sus vértices está en el interior del triángulo b.	a. Uno de sus vértices es el punto (7,4) b. Tiene solo un lado vertical. c. Es un triángulo isósceles d. Su área es de 8 u^2. e. Uno de sus lados mide lo mismo que el lado del cuadrado a.

Posible estrategia de solución

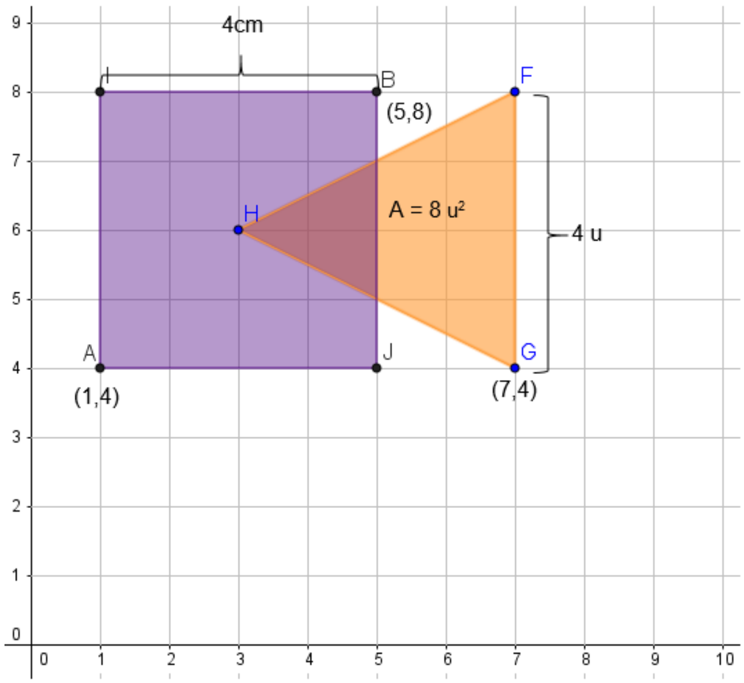
Cuadrado a



Claves:

- El valor del lado es 4u, por lo que su perímetro sería 16u.
- El vértice A corresponde al punto (1,4) y el vértice B al par ordenado (5,8)

Triángulo b



Claves del cuadrado:

- El segmento BJ corta a dos lados del triángulo.
- El vértice H se encuentra contenido en el interior del cuadrado.
- Ningún vértice del cuadrado se encuentra en el interior del triángulo.

Claves del Triángulo:

- El vértice G corresponde al punto (7,4)
- El segmento FG es su único lado vertical
- Los segmentos HF y HG son congruentes, por lo que el triángulo GHF es isósceles
- Su área es de 8 u^2.
- El lado vertical lados mide lo mismo que el lado del cuadrado a.

Créditos

Los ítems con * fueron tomados de la prueba regional de olimpiadas de matemática de quinto año 2016, elaborados por:**

Javier Barquero Rodríguez Asesor de Matemática, Dirección Regional de Puriscal.

Maureen Oviedo Rodríguez Asesora de Matemática, Dirección Regional de Heredia.

Gerardo Murillo Vargas Asesor de Matemática, Dirección Regional de Heredia.

Prueba ensamblada por:

Javier Barquero Rodríguez Asesor de Matemática, Dirección Regional de Puriscal.

Revisores de los ítems

Juan Carlos Picado Delgado Asesor de Matemática, Dirección Regional Zona Norte Norte.

Tony Alejandro Benavides Jiménez Asesor de Matemática, Dirección Regional Peninsular.

Cristian Barrientos Quesada Asesor de Matemática, Dirección Regional Puntarenas.

Compilación y estrategias de solución realizadas por:

Hermes Mena Picado - Elizabeth Figueroa Fallas

Asesoría de Matemática, Departamento de Primero y Segundo Ciclos