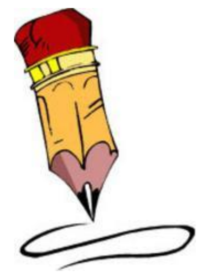
Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
DEPARTAMENTO DE PRIMERO Y SEGUNDO CICLOS



Cuadernillo de preparación para estudiantes

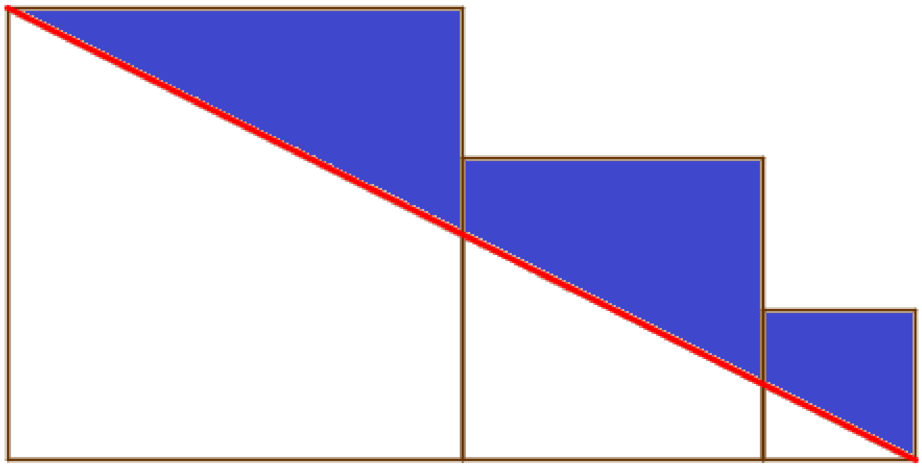
Olimpiada Nacional de Matemática para Sexto año

Asesoría Nacional de Matemática

Problemas de Sexto año

Problema 1.

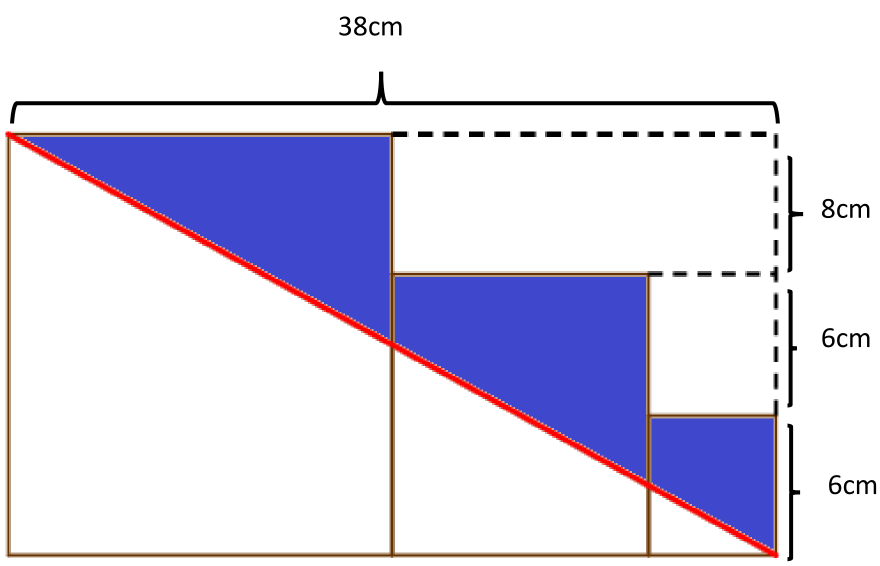
Valore la siguiente figura.

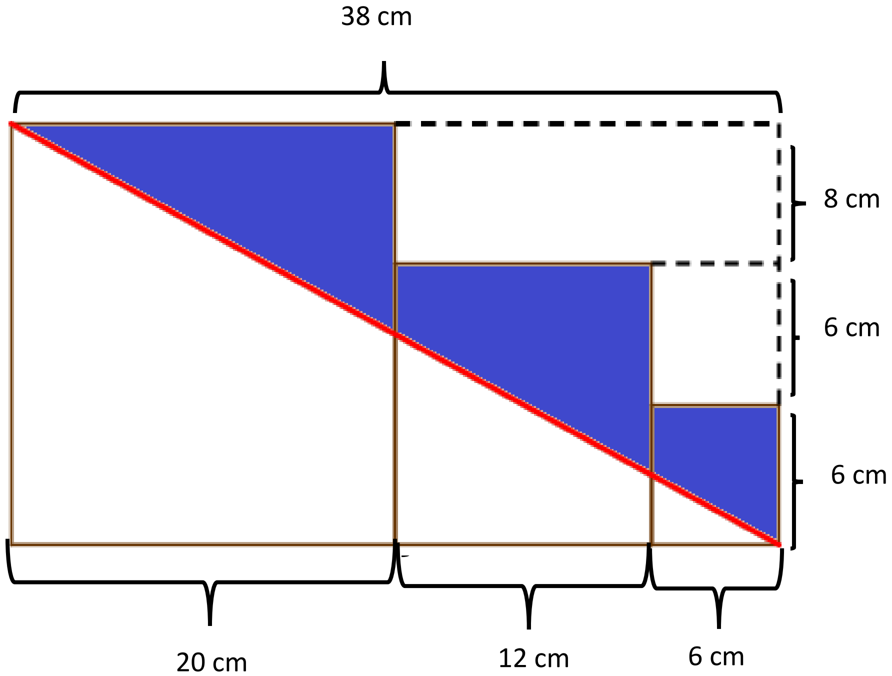


Si en ella la longitud de los lados de los tres cuadrados son 20cm, 12cm y 6 cm, según los tamaños como se observan, colocados uno al lado del otro. ¿Cuál es el área de la parte sombreada?

Posible estrategia de solución

a) Como se aprecia en la siguiente imagen podemos colocar los datos que se nos indican en el problema, que corresponden a las dimensiones de los lados de los tres cuadrados, como se ilustra





Área del triángulo

$A\Delta = \frac{b \cdot h}{2}$

$A\Delta = \frac{20 \cdot 38}{2}$

$A\Delta = 380\ cm^2$

Área rectángulo

$A\blacksquare_1 = b \cdot h$

$A\blacksquare_1 = 18 \cdot 8$

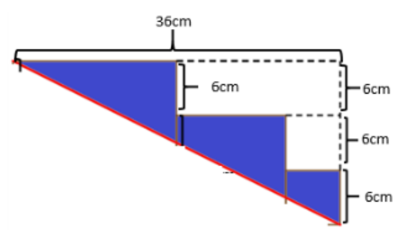
$A\blacksquare_1 = 144\ \ cm^2$

Área del cuadrado

$A\blacksquare_2 = b \cdot h$

$A\blacksquare_2 = 6 \cdot 6$

$A\blacksquare_1 = 36\ cm^2$



Área sombreada= Área del triángulo – Área del rectángulo – Área del cuadrado

Área sombreada= 380 cm^2 – 108 cm^2 – 36cm^2

Área sombreada = 200 cm^2

Problema 2.

En la siguiente sucesión:

De qué color es el carrito que estará en la posición 2015.

Posible estrategia de solución

Como se observa cada cuatro carritos el color vuelve a iniciar en verde. Si analizamos los primeros 16 términos de la sucesión podemos ver que su color sería.

1^{er} 2^{do} 3^{ero} 4^{ta} Décimo sexto

Analicemos las siguientes divisiones

$$\begin{array}{r|l} 16 & 4 \\ \cline{2-2} -16 & 4 \\ \hline 0 & \end{array}$$

El carrito en la posición 4 es el rojo, si realizamos la división de 16÷4 observamos que su residuo es 0.

$$\begin{array}{r|l} 17 & 4 \\ \cline{2-2} -16 & 4 \\ \hline 1 & \end{array}$$

Sí realizamos la misma prueba con el número 17, dividido entre 4, vemos que el residuo es 1,

$$\begin{array}{r|l} 18 & 4 \\ \cline{2-2} -16 & 4 \\ \hline 2 & \end{array}$$

Si probamos el número 18, el residuo es 2. Por esta razón el color del carrito con este residuo es rosado

$$\begin{array}{r|l} 19 & 4 \\ \cline{2-2} -16 & 4 \\ \hline 3 & \end{array}$$

Por último si esta prueba la realizamos y el residuo es 3, el color del carrito será el que se ubique en la tercera posición, en este caso amarillo.

Aplicando el razonamiento anterior:

2015	4
- 16	503
3	

Al realizar la operación 2015 ÷ 3 = 3.

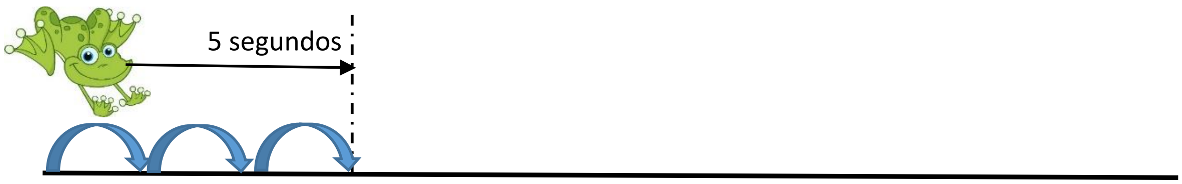
Lo que permite afirmar que el color del carito en la posición 2015 es amarillo.

Problema 3.

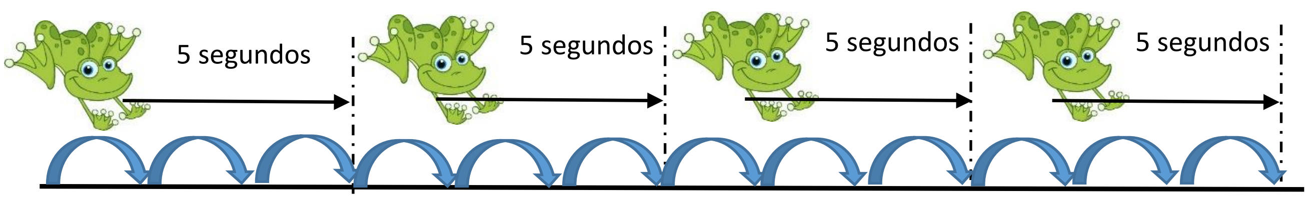
Si el sapito Bertín realiza 3 saltos en 5 segundos, ¿Cuánto tiempo tardará en dar 12 saltos?

Posibles estrategias de solución

1. Podríamos considerar un análisis gráfico



Donde el estudiante represente los doce saltos que realiza el sapito Bertín, como se muestra seguidamente



En esta imagen podemos apreciar como el sapito va brincando hasta alcanzar los doce saltos, que corresponde a lo que nos indican en el problema, y agrupando los saltos de tres en tres, ya que sabemos que cada tres saltos Bertín dura cinco segundos.

Por lo tanto podemos concluir que Bertín tarda 20 segundos en realizar los 12 saltos, ya que realizamos cuatro grupos, cada uno de cinco segundos, por lo que:

5+5+5+5=20 segundos

2. Otro posible análisis a realizar por algún estudiante sería:

Considerar que el sapito tarda 5 segundos en realizar tres saltos, por lo tanto

12 saltos es un número divisible entre 3, ya que:

$$12 \div 3 = 4$$

Quiere decir que necesita realizar 4 veces el mismo desplazamiento de 3 saltos.

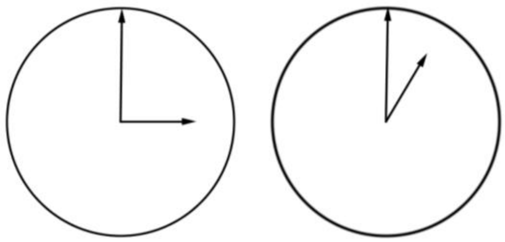
Si en 3 saltos tarda 5 segundos, entonces tendríamos que multiplicar por 4 esos 5 segundos, esto es $4\ x\ 5 = 20$ segundos

Variante: podemos plantear el mismo problema de la siguiente manera para aumentar su nivel de dificultad:

"Si el sapito Bertín realiza 3 saltos en 5 segundos. ¿Cuántos saltos dará en 2 minutos?".

Problema 4.

Observe la siguiente imagen, que representa la diferencia de horarios entre Costa Rica y China

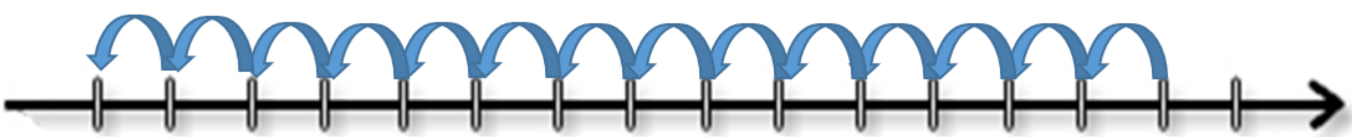


China 3 p.m.

Costa Rica 1 a.m.

Sí Alberto trabaja en China y se comunica todos los días a su casa, pero por motivos de trabajo no puede llamar a su madre antes de las 7:00 a.m. hora de Costa Rica, ni tampoco puede realizarlas después de las 11:00 p.m. hora de china. Si la llamada la realiza a las 9:00 p.m. (según horario de China) qué hora será en Costa Rica.

Hay una diferencia de 14 horas entre el horario presente en Costa Rica con respecto al de China, por lo que si la llamada la realizo a las 9:00 p.m. es necesario retroceder el reloj 14 horas:



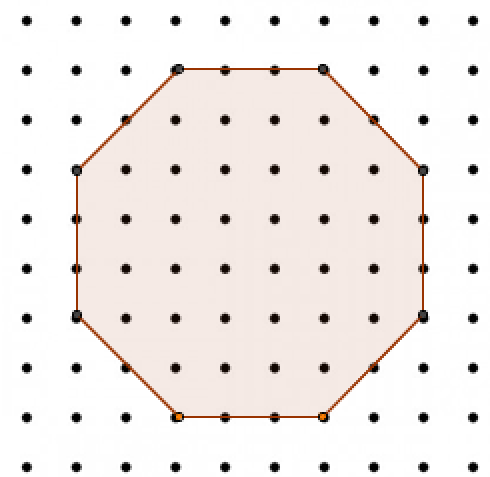
Otra manera que se podría valorar es considerar la hora militar, en este caso las 9:00 p.m. sería las 21 horas y si realizamos la resta

21 horas – 14 horas = 7 horas

Por lo que cuando en China son las 9 de la noche, la hora en Costa Rica será la 7 de la mañana.

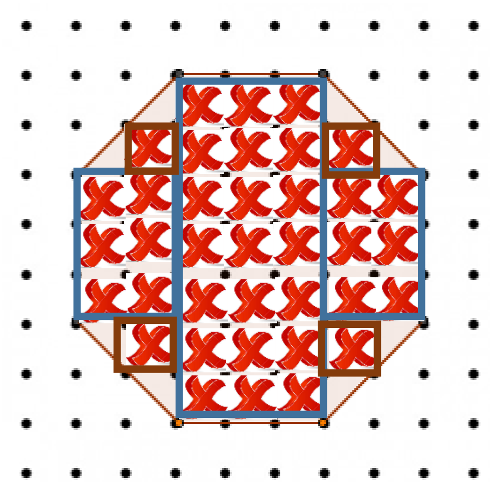
Problema 5.

Si la separación que tiene el punteada de la siguiente figura es de 1 cm, ¿Cuál es el área de la figura?



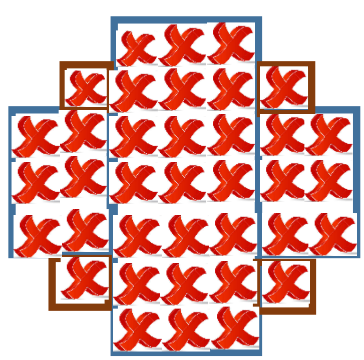
Posible estrategia de solución

Se espera que el estudiante realice algunas figuras planas y busque su área, por ejemplo



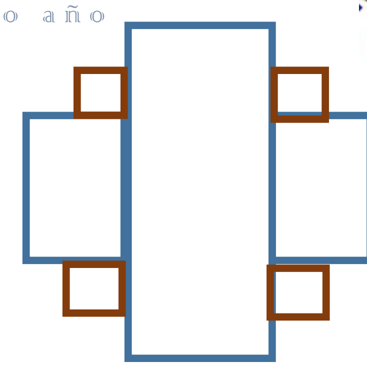
Pueden realizarse varias figuras diferentes, en este caso se pueden apreciar tres rectángulos (dos de ellos congruentes entre sí) y dos cuadrados congruentes entre ellos.

Las figuras resultantes son las siguientes:

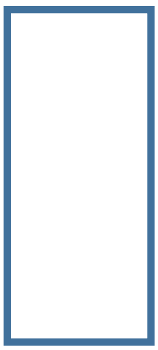


Como se aprecia en las imágenes adjuntas el rectángulo grande tiene de dimensiones 3 x 7

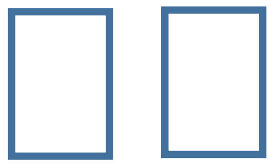
Por otro lado los rectángulos pequeños son de 2x3 y los cuadraditos de 1x1x



Calculando las áreas:
Rectángulo grande



3 x 7 = 21 cm^2

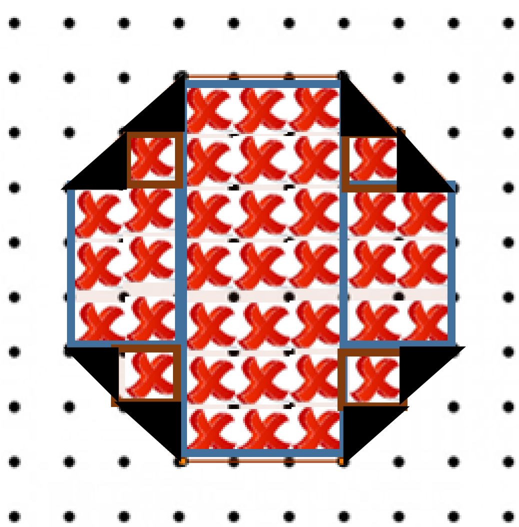


2 x 3 = 6 cm^2

Pero como son dos sería 2 x 6 cm^2= 12 cm^2

Estos de 1 cm de lado por lo que
1 x 1=1 cm^2 pero al ser 4, multiplicamos 4 x 1 cm^2= $4\ cm^2$

Solo nos hace falta los triángulos que quedaron en la figura los cuales los observamos en una de las figuras anteriores en color negro:



Podemos observar que hay8 triángulos, los cuales todos son congruentes entre sí, además comparten el lado con uno de los cuadrados.
Por lo tanto en este triángulo podemos calcular su área como la mitad de la de un cuadrado.
Si cuatro cuadrados tienen un área de $4\ cm^2$, la de los cuatro triángulos sería 2 cm^2

Por lo tanto el área total de la figura sería

Á del rectángulo grande ($21\ cm^2$)+ Á de rectángulos pequeño ($12\ cm^2$)+ Á de los cuadriláteros ($4\ cm^2$)+ Á de los triángulos ($2\,cm^2$)=

21+12+4+2

$39\ cm^2$

El área de esta figura es de $\mathbf{39\ cm^2}$

Variante: Para efectos de aprovechar el ítem, se le hace referencia a los estudiantes que se trata de un octágono regular, con el propósito de pedirles que calculen el perímetro de la figura.

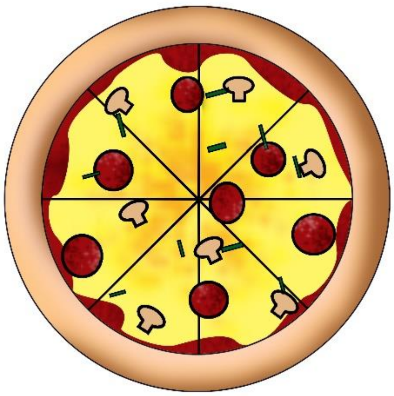
Problema 6.

Don Carlos les lleva una pizza de tamaño grande a sus tres hijos: Mario, Patricia y Alberto. Si Mario se comió $\frac{2}{8}$ de pizza, Patricia se comió $\frac{3}{8}$ y Alberto se comió $\frac{2}{8}$.

¿Qué fracción de esa pizza queda sobrando?

Posible estrategia de solución

Considere la siguiente imagen como la pizza que llevo don Carlos

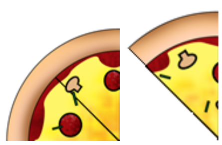


Esta representación viene siendo la unidad, la cual se dividió en 8 partes iguales (8 slice de piza)

Información del problema:

Mario comió $\frac{2}{8}$ de pizza

Patricia comió $\frac{3}{8}$ de pizza



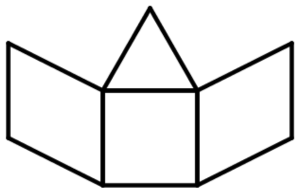
Alberto comió $\frac{2}{8}$ de pizza

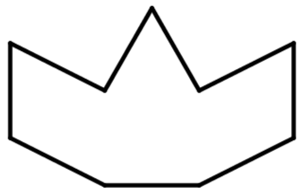
Parte de la pizza que sobro:

La cual corresponde a $\frac{1}{8}$ de la unidad

Problema 7. ***

María Elena construyó una figura compuesta por tres paralelogramos (un cuadrado y dos romboides idénticos) y un triángulo equilátero. Luego, María Elena borró algunas de las líneas como se muestra en la segunda figura.



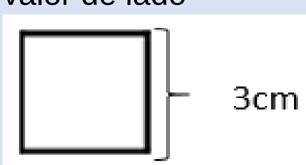


Si el perímetro del cuadrado es 12 cm y uno de los lados del romboide es el doble del lado del triángulo equilátero, entonces el perímetro, en centímetros, de la segunda figura corresponde a:

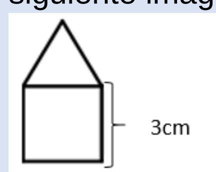
Posible estrategia de solución

Información del problema:

El perímetro del □ es de 12 cm, al ser una figura geométrica con sus cuatro lados de igual medida (congruentes), el perímetro dividido entre la cantidad de lados 12 ÷ 4 = 3 cm, nos dará el valor de lado

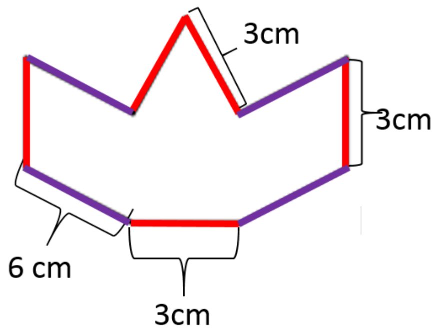


En la información se hace referencia un triángulo equilátero, que se observa en la siguiente imagen



Como se ve comparte un lado con el cuadrado, lo que permite afirmar que el lado del triángulo es de 3 cm. Como se indica “uno de los lados del romboide es el doble del lado del triángulo” el doble de *l* sería 2 x *l*, en este caso 2 x 3 = 6

Con esta información calculemos el perímetro de la segunda figura, en la siguiente imagen se muestra la información anterior



El perímetro en centímetros de esta figura sería:

3 + 6 + 3 + 6 + 3 + 6 + 3 + 3 + 6 = **39 cm**

Problema 8. ***

Si se sabe que "n" representa un número entonces una representación algebraica de la siguiente expresión matemática:

"El triple de un número aumentado en el doble de dicho número es cincuenta", corresponde a:

Posible estrategia de solución

Vamos a ir traduciendo la expresión desde el lenguaje común al algebraico

En este caso llamaremos "n" al número que nos indica el problema

Un número: n

El doble: 2 veces algo

El triple: 3 veces algo

es: =

Aumentado: +

$$\text{“}\underbrace{\text{El triple}}_{3}\text{ de }\underbrace{\text{un número}}_{n}\ \underbrace{\text{aumentado}}_{+}\text{ en el }\underbrace{\text{doble}}_{2}\text{ de }\underbrace{\text{dicho número}}_{n}\ \underbrace{\text{es}}_{=}\ \underbrace{\text{cincuenta}}_{50}\text{”}$$

Problema 9. ***

Se realiza una encuesta sobre el agrado por las frutas a un grupo de 34 estudiantes y los resultados se presentan en el siguiente cuadro

Relación con el agrado de las y los estudiantes por las frutas, según el sexo

Agrado	Hombres	Mujeres	Total
Mucho	10	9	19
Regular	6	3	9
Poco	4	2	6
Total de encuestados	20	14	34

Fuente: Programas de estudio.

De acuerdo con esta información, **según el sexo**, en lo referente a “Mucho” ¿Quiénes presentan mayor agrado por las frutas, los hombres o las mujeres,”?

Posible estrategia de solución

Relación con el agrado de las y los estudiantes por las frutas, según el sexo

Agrado	Hombres	Mujeres	Total
Mucho	10	9	19
Regular	6	3	9
Poco	4	2	6
Total de encuestados	20	14	34

Fuente: Programas de estudio.

En lo referente a “mucho” observamos que hay 10 hombres y 9 mujeres, pero esta información puede ser engañosa, ya que habían más hombres encuestados que mujeres.

De acuerdo a lo anterior las mujeres presentan mayor grado de agrado por las frutas
Ya que en el caso de los hombres:

Caso de los hombres

$$\frac{20}{10} = \frac{100\%}{x\%}$$

$$Porcentaje\ de\ agrado\ por\ las\ frutas = \frac{10 \cdot 100\%}{20}$$

$$= 50\%$$

El 50% de los hombres tienen preferencia preferencia

Caso de los mujeres

$$\frac{14}{9} = \frac{100\%}{x\%}$$

$$Porcentaje\ de\ agrado\ por\ las\ frutas = \frac{9 \cdot 100\%}{14}$$

64%

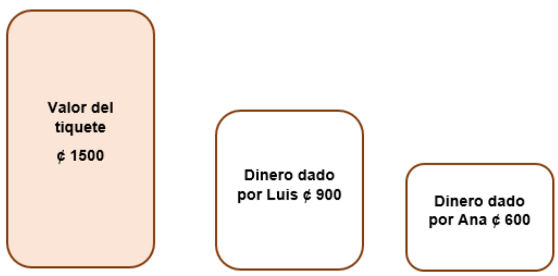
El 64% de las mujeres tienen mayor preferencia por el agrada

Problema 10. ***

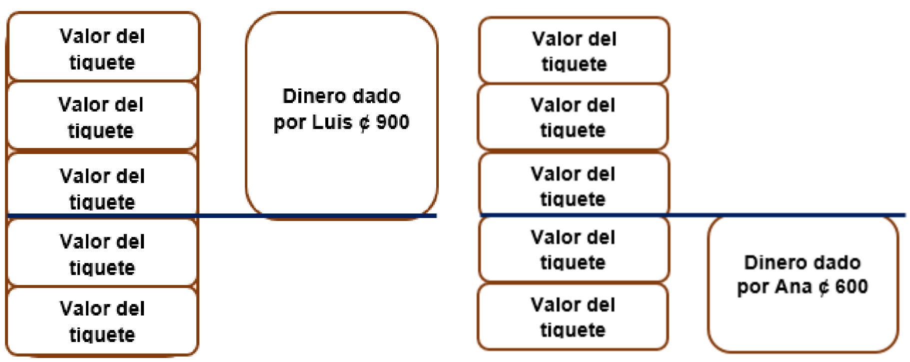
Si Ana y Luis compraron un número de lotería para el día de la madre. Se sabe que cada número valía ¢1500 y que Ana puso ¢600 y Luis ¢900. Si pegaron el mayor ganándose un premio de ¢25 000 000 y se lo repartieron proporcionalmente a lo que cada uno dio para comprar el número. ¿Cuánto dinero del premio le correspondió a Luis?

Posible estrategia de solución

Valórenos el dinero que vale el tiquete con lo que aportó cada uno



Comparativo del dinero aportado con respecto al valor del tiquete



Como se puede observar, en el caso del aporte de Ana para la compra del tiquete, este corresponde a dos quintas parte del valor total, sin embargo lo aportado por parte de Luis viene siendo de tres quintas partes del total.

Por lo tanto si pegaron el premio mayor y este equivalía ¢ 25 000 000, a Ana le corresponde 2 quintas partes el premio y a Luis las tres quintas partes del premio.

Si dividimos los ¢25 000 0000 en cinco partes de igual tamaño queda que cada parte equivale a ¢ 5 000 000, por lo que Ana recibe ¢10 000 000 y Luis ¢ 15 000 000.

Otra posible manera de resolverlo podría ser:

Valor del tiquete

En el caso del aporte de Ana

$\frac{1500}{600} = \frac{100}{x}$

$x = \frac{600 . 100}{1500}$

$x = 40\%$

En el caso del aporte de Juan

$\frac{1500}{900} = \frac{100}{x}$

$x = \frac{900 . 100}{1500}$

$x = 60\%$

Si el premio fue de ¢ 25 000 000, podemos afirmar que el 40% de 25 000 000 es de ¢ 10 000 000 suma de dinero que le corresponde a Ana, y en el caso de Juan obtenga la diferencia

Problema 11. ***

Observe la siguiente balanza en equilibrio

En ella los seis objetos están balanceados. Tenga presente que todos los cuadrados rayados tienen la misma masa (pesan lo mismo); y se presentan dos pesas con sus respectivas masas (pesos) en kilogramos.

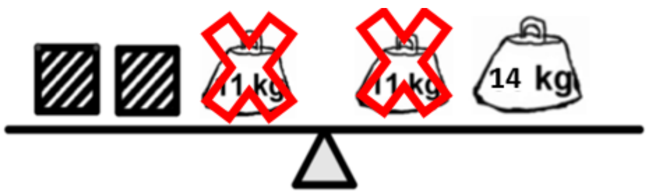
Determine, ¿Cuál es la masa (el peso) de cada uno de los cuadrados rayados, en kilogramos?

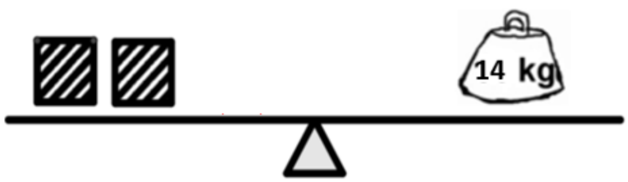
Posible estrategia de solución

Información en el problema:
La balanza se encuentra en equilibrio
Todos los cuadrados pesan lo mismo

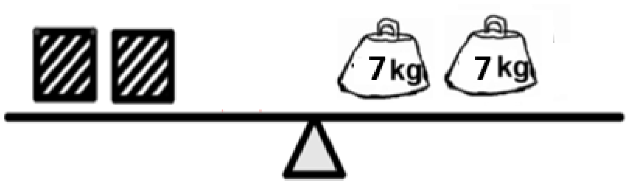
Podemos cancelar a ambos lados un cuadrado como se muestra en la imagen

Al quitar un cuadrado a ambos de la balanza la seguimos manteniendo en equilibrio.
Podemos descomponer el peso del extremo derecho y quitar 11 kg a ambos lados de la balanza.

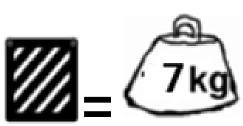




El peso del lado derecho lo descomponemos en dos pesas del mismo peso, cada una de 7 kg

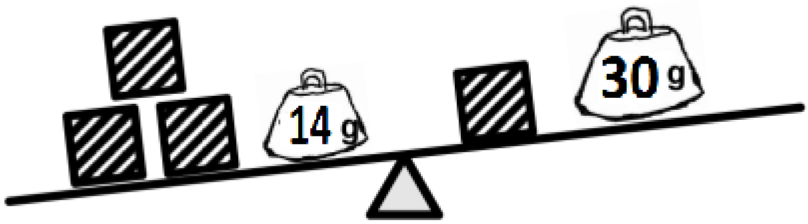


Le asignamos un peso de 7kg a cada cuadrado como se muestra en la siguiente imagen



Problema 12. ***

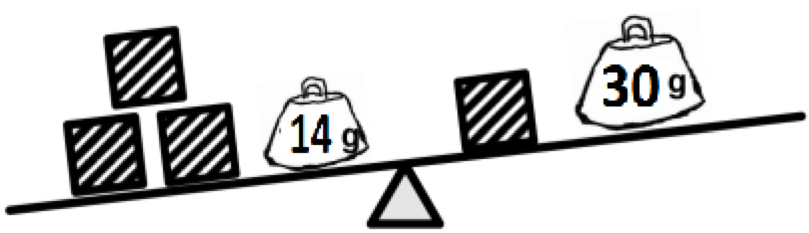
Observe la siguiente balanza



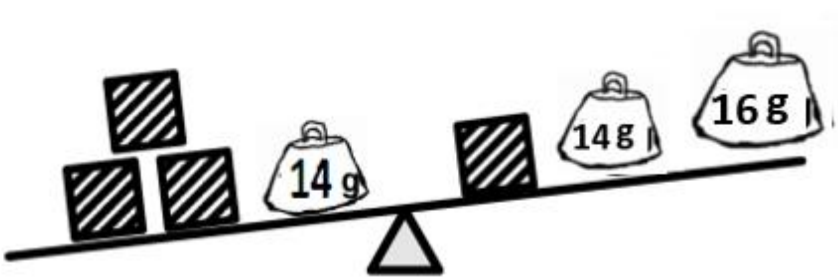
Si todos los cuadrados rayados tienen la misma masa (pesan lo mismo); y se presentan dos pesas con sus respectivos masas (pesos) en gramos.

Determine ¿Cuál es el mínimo peso, en gramos, que pueden pesar los cuadrados rayados, para que se mantenga el desequilibrio?

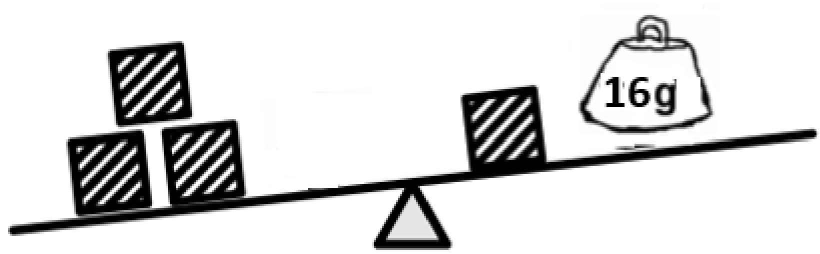
Posible estrategia de solución



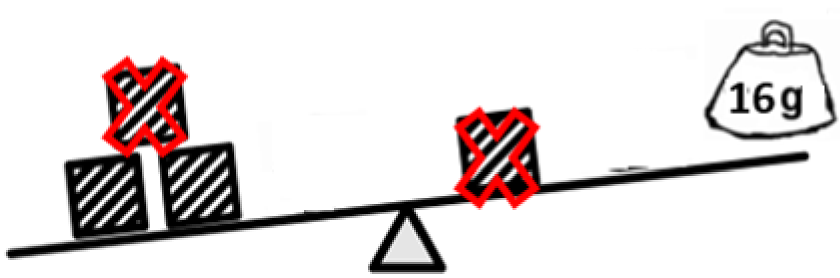
Necesitamos saber el peso mínimo de los cuadrados para mantener el desequilibrio de la balanza



Podemos descomponer la pesa de 30g en dos, una de 14 g y otra de 16 g y cancelar a ambos lados el peso de 14g



Vamos a cancelar un cuadrado a ambos lados de la balanza



Tenemos que dos cuadrados deben pesar más 16g,

De acuerdo a lo anterior, el peso mínimo que debe presentar cada cuadrado para mantener el desequilibrio es mayor a 16 g

Problema 13. ***

Observe el siguiente cuadro mágico

A	1	E
$1\frac{2}{5}$	B	$2\frac{1}{5}$
D	$2\frac{3}{5}$	C

Si se sabe que la suma de los tres números de cada fila (horizontalmente), o de cada columna (verticalmente) o de cada diagonal (por ejemplo: A + B + C) es siempre $5\frac{2}{5}$

¿Cuál es el valor de A + B + C + D + E?

Posible estrategia de solución

Dentro de la información que se suministra en el problema es que la suma para cualquier dirección (horizontalmente, verticalmente o diagonal) es de $5\frac{2}{5}$

Vamos a identificar por donde iniciar

A	1	E
$1\frac{2}{5}$	B	$2\frac{1}{5}$
D	$2\frac{3}{5}$	C

Al darse esta información inicial tenemos que A + B + C = $5\frac{2}{5}$, nos faltaría los valores de D y E, sin embargo en la diagonal tenemos que D + B + E = $5\frac{2}{5}$, solo que se repite el valor de B, a lo que vamos a buscar el valor solamente de B como se muestra seguidamente

Vamos a continuar trabajando por la "Fila 2" como lo haremos seguidamente

	Columna 1	Columna 2	Columna 3
Fila 1	A	1	E
Fila 2	$1\frac{2}{5}$	B	$2\frac{1}{5}$
Fila 3	D	$2\frac{3}{5}$	C

	Columna 1	Columna 2	Columna 3
Fila 1	A	1	E
Fila 2	$1\frac{2}{5}$	B	$2\frac{1}{5}$
Fila 3	D	$2\frac{3}{5}$	C

En la fila 2 necesitamos saber el valor de B, pero sabemos que

$$1\frac{2}{5}+B+2\frac{1}{5}=5\frac{2}{5}$$

$$1\frac{2}{5}+2\frac{1}{5}+B=5\frac{2}{5}$$

$$\frac{18}{5}+B=5\frac{2}{5}$$

$$B=\frac{9}{5}$$

$$5\frac{2}{5}=\frac{27}{5}$$

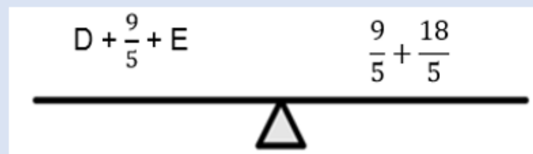
Como al lado izquierdo del igual tenemos la fracción $\frac{18}{5}$, debemos ver cuánto hace falta llegar a los $\frac{27}{5}$, es valor corresponderá al valor de B, en este caso $\frac{27}{5}-\frac{18}{5}=\frac{9}{5}$

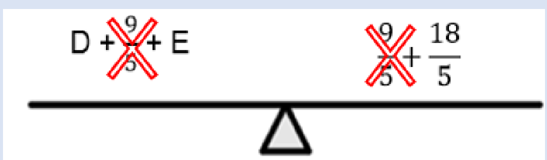
Esto lo vamos hacer para cada uno de los valores, para ir completando el cuadrado mágico

A la pregunta ¿Cuál es el valor de A + B + C + D + E?, tenemos que A + B + C = $5\frac{2}{5}$, y que D + B + E = $5\frac{2}{5}$, sin embargo ya obtuvimos que el valor de B = $\frac{9}{5}$, por lo que podemos plantearnos lo siguiente:

D + B + E = $5\frac{2}{5}$ Vamos a descomponer el $5\frac{2}{5}$ por una expresión equivalente $\left(\frac{9}{5}+\frac{18}{5}\right)$

D + $\frac{9}{5}$ + E = $\frac{9}{5}+\frac{18}{5}$ Al igual como lo hemos realizado en la balanza





$$D + \cancel{\frac{9}{5}} + E = \cancel{\frac{9}{5}} + \frac{18}{5}$$

Al igual que en la balanza podemos cancelar a ambos lados del igual como se muestra en la imagen de la izquierda, lo que nos permite afirmar que:

D + E = $\frac{18}{5}$, y como sabíamos que A + B + C = $5\frac{2}{5}$, podemos dar respuesta a la pregunta:

¿Cuál es el valor de A + B + C + D + E?, ya que sabemos que

A + B + C = $5\frac{2}{5}$ y D + E = $\frac{18}{5}$ por lo tanto

A + B + C + D + E = $5\frac{2}{5}+\frac{18}{5}$

A + B + C + D + E = 9

Problema 14. ***

Adriana tiene una soda y vende el emparedado “hazlo a tu gusto” utilizando la siguiente relación para cobrar cada emparedado que le encargan:

$P = 200 + 125 \cdot m$. Donde P es la cantidad de dinero que el cliente debe pagar por el emparedado y “m” es la cantidad de ingredientes que solicito el cliente que le pusieran a su emparedado. De cada ingrediente solicitado se coloca una porción de 25 gramos.

Si Francisco solicitó un emparedado con 4 ingredientes ¿cuánto dinero debe pagar por su emparedado?

Posible estrategia de solución

Dentro de la información se indica lo siguiente:

- Adriana utiliza la relación $P = 200 + 125 \cdot m$ para cobrar cada emparedado que le encarguen.
- P representa el dinero que el cliente debe de pagar
- M es la cantidad de ingredientes que el cliente desea colocarle al emparedado
- Cada ingrediente solicitado se coloca en porciones de 25 gramos
- Francisco es un cliente y pide colocar 4 ingredientes.

¿Cuánto dinero debe de pagar por su emparedado Francisco?

$$P = 200 + 125 \cdot m$$

Valor del dinero que pagará Francisco

Cantidad de ingredientes que le coloca al emparedado Francisco

En este caso sabemos que Francisco requiere 4 ingredientes, razón por la cual en lugar de la letra “m” vamos a colocar el valor de 4 como se muestra seguidamente:

$$P = 200 + 125 \cdot 4$$
$$P = 200 + 500$$
$$P = 700$$

Como tenemos que la letra “P” representa la cantidad de dinero que el cliente debe de pagarle a Adriana, entonces si Francisco requiere 4 ingredientes en su emparedado, deberá de pagar ¢ 700.

Problema 15. ***

Si un celular táctil NK 390 tiene diferentes costos según el país en que se compre, según se muestra en la siguiente tabla:

País	Precio final al comprador	Cambio monetario
Panamá	$ 508 Dólares	$ 1 equivale a 541 colones
Bulgaria	€ 497 Euros	€ 1 Euro equivale a 658 colones

¿Cuál es la diferencia en colones si se compra en Bulgaria o si de compra en Panamá?

Posible estrategia de solución

Dentro de la información se indica lo siguiente:

- El celular NK 390 tiene costo diferente entre Panamá y Bulgaria.
- En Panamá tiene un costo de 508 Dólares y cada dólar equivale a ¢541
- En Bulgaria tiene un costo de 497 Euros y cada euro equivale a ¢658

¿Cuál es la diferencia en colones si se compra en Bulgaria o si de compra en Panamá?

Precio del celular en Panamá $ 508

$= 508 \cdot 541$

$= 274\ 828$ colones

Precio del celular en Bulgaria € 497

$= 497 \cdot 658$

$= 327\ 026$ colones

Diferencia del precio en colones de celular entre Bulgaria y Panamá

Precio del celular en Bulgaria 327 026	-	Precio del celular en Panamá 274 828

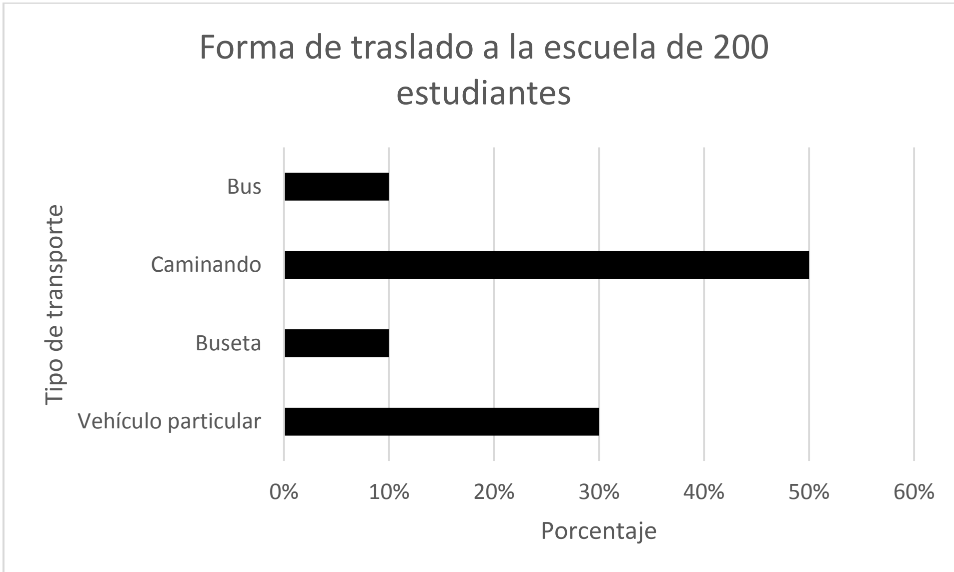
$= 327\ 026 - 274\ 828$

$= 52\ 198$

La diferencia en colones del precio del celular entre Bulgaria y Panamá es de ¢ 52 198

Problema 16. ***

En el siguiente gráfico se muestra la distribución de la forma de traslado a la escuela reportada por 200 estudiantes



De acuerdo con la información del gráfico, tres amigos realizan las siguientes afirmaciones:

Miguel: "Más de 100 estudiantes viajan a la escuela caminando".

Luisa: "La diferencia entre los que viajan en vehículo particular y lo hacen en buseta es de 20 estudiantes".

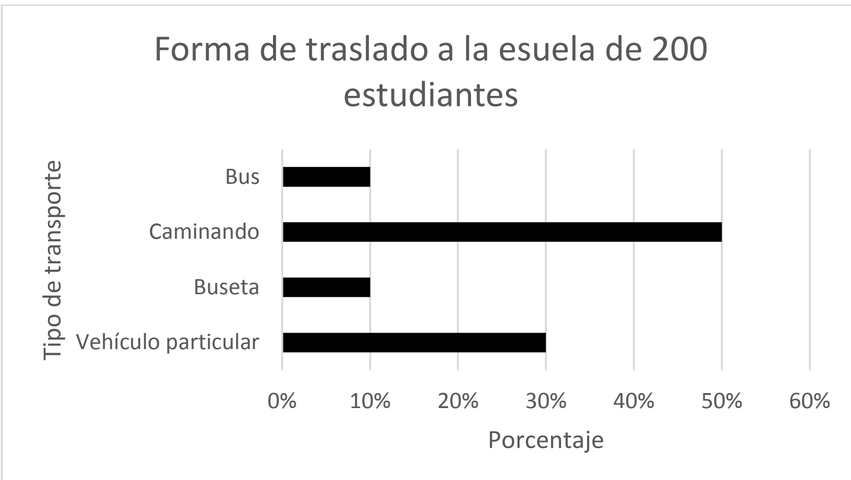
Antonio: "La diferencia entre los que viajan caminando y los que lo hacen en bus es de 80 estudiantes".

De ellos, ¿Quién o quienes dicen una afirmación verdadera?

Posible estrategia de solución

Dentro de la información que se encuentra presente en el gráfico están los porcentajes la distribución de la forma de traslado reportada de los 200 estudiantes.

Sin embargo las proposiciones que se solicita verificar su veracidad se encuentra en cantidades absolutas, razón por la cual debemos determinar a cuentos estudiantes equivale cada porcentaje, como lo veremos seguidamente:



Usemos la regla de tres

Traslado por medio de Bus

$$\frac{200}{x} = \frac{100\%}{10\%}$$

$$x = 200 \cdot 10 \div 100$$

$$x = 20$$

Recuerda que esta operación la podemos hacer así:

$$\frac{20\cancel{0} \cdot 1\cancel{0}}{1\cancel{00}}$$

$$\frac{20}{1} = 20$$

Traslado Caminando

$$\frac{200}{x} = \frac{100\%}{50\%}$$

$$x = 200 \cdot 50 \div 100$$

$$x = 100$$

Traslado en Buseta

$$\frac{200}{x} = \frac{100\%}{10\%}$$

$$x = 200 \cdot 10 \div 100$$

$$x = 20$$

Traslado en Vehículo particular

$$\frac{200}{x} = \frac{100\%}{30\%}$$

$$x = 200 \cdot 30 \div 100$$

$$x = 60$$

Resumen de la información

Tipo de transporte	Porcentaje	Cantidad
Bus	10	20
Caminando	50	100
Buseta	10	20
Vehículo	30	60

Con la información anterior, verifiquemos de las proposiciones que se dan al principio es o son verdaderas:

Primera proposición:

Miguel: "Más de 100 estudiantes viajan a la escuela caminando".

Esta **no es verdadera**, ya que son exactamente 100 estudiantes los que viajan a la escuela caminando.

Segunda proposición:

Luisa: "La diferencia entre los que viajan en vehículo particular y lo hacen en buseta es de 20 estudiantes".

Los que viajan en vehículo particular son 60 estudiantes, por otro lado los que viajan en buseta son 20 estudiantes, la diferencia entre ambas cantidades (60 – 20 = 40) no es 20 como se afirma, por esta razón **no es verdadera**.

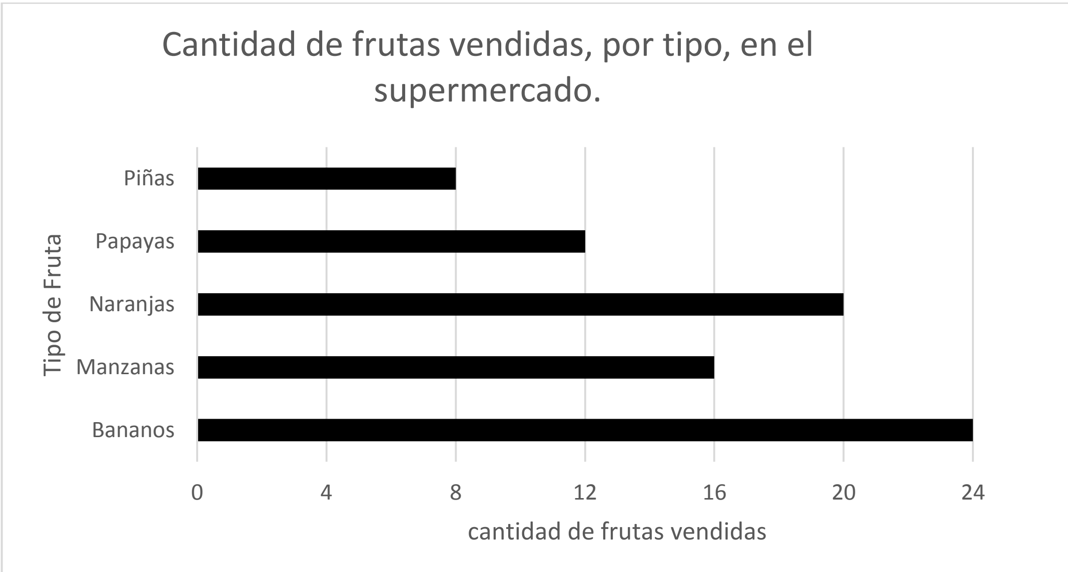
Tercera proposición:

Antonio: "La diferencia entre los que viajan caminando y los que lo hacen en bus es de 80 estudiantes".

Los que viajan caminando como lo vimos en la primer proposición eran 100 estudiantes y los que lo hacen en bus son 20 estudiantes, la diferencia entre estas cantidades (100 – 20 = 80) si 80, por esta razón **es verdadera.**

Problema 17. ***

La siguiente gráfica presenta la cantidad de frutas que se vendió en un supermercado:



Con base en la información del gráfico determine el porcentaje que representa la cantidad de bananos, manzanas y papayas vendidas con respecto al total de frutas vendidas.

Posible estrategia de solución

En el gráfico anterior se presentan la cantidad de frutas que se vendieron en un supermercado, y se nos pide que determinemos que porcentaje de venta representa la cantidad de tres de ellas.

Realicemos una tabla para resumir la información del gráfico

Tipo de fruta	Cantidad
Piñas	8
Papayas	12
Naranjas	20
Manzanas	16
Bananos	24
Total	80

Recuerda que 80 frutas representan el 100%, esto por ser total de frutas vendidas en el supermercado.

Al igual que el problema anterior vamos a utilizar Usemos la regla de tres

Podemos sacar el porcentaje que representa cada una de las frutas y después sumarlo

Porcentaje de las papayas

$$\frac{80}{12} = \frac{100\%}{papayas\,\%}$$

$$\begin{aligned} papayas &= 12 \cdot 100 \div 80 \\ papayas &= 15\% \end{aligned}$$

Porcentaje de las manzanas

$$\frac{80}{16} = \frac{100\%}{manzanas\,\%}$$

$$\begin{aligned} manzanas &= 16 \cdot 100 \div 80 \\ manzanas &= 20\% \end{aligned}$$

Porcentaje de los bananos

$$\frac{80}{24} = \frac{100\%}{bananos\,\%}$$

$$\begin{aligned} bananos &= 24 \cdot 100 \div 80 \\ bananos &= 30\% \end{aligned}$$

El porcentaje que representan estas tres frutas en la venta es de 15% + 20% + 30% = 65%.

Estas tres frutas representan un 65% del total de frutas vendidas en el supermercado

Podemos sumar la cantidad de frutas que corresponde a los tres tipos y obtener a partir de ahí el porcentaje

Entre las tres frutas que requiere la pregunta tenemos 52 frutas (12 papayas + 16 manzanas + 24 bananos).

Utilizando la regla de tres tenemos que:

$$\frac{80}{52} = \frac{100\%}{frutas\,\%}$$

$$\begin{aligned} frutas &= 52 \cdot 100 \div 80 \\ frutas &= 65\% \end{aligned}$$

El porcentaje que representa la cantidad de bananos, manzanas y papayas vendidas con respecto al total de frutas vendidas es del 65%

Problema 18. ***

¿Cuáles números primos menores que 100 se pueden expresar como la suma de un cuadrado perfecto más un cubo perfecto?

Posible estrategia de solución

Recuerda que un número primo es aquel que solo es divisible por uno y por sí mismo.

Recuerda que expresar como la suma de un cuadrado perfecto más un cubo perfecto:

$a = m^2 + n^3$

Los números primos menores que 100 son los siguientes:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97.

Debemos ver cuál o cuáles de estos cumplen con la condición "expresar como la suma de un cuadrado perfecto más un cubo perfecto".

Los únicos números que cumplen con esta condición son:

2, 5, 17, 31, 43, 73, 89.

Ya que:

$2 = 1^2 + 1^3$ $\quad$ $43 = 4^2 + 3^3$

$5 = 2^2 + 1^3$ $\quad$ $73 = 3^2 + 4^3$

$17 = 3^2 + 2^3$ $\quad$ $89 = 5^2 + 4^3$

Problema 19. ***

Luisa, María y Esteban juegan con fracciones y realizando lo siguiente:

a. Luisa anota una fracción propia en la pizarra.
b. María a la fracción de Luisa le suma $\frac{1}{7}$
c. Esteban a la fracción resultante la multiplico por $\frac{7}{5}$

Si el inverso multiplicativo del número que anotó Luisa es $\frac{14}{3}$ entonces

¿Cuál debe ser el resultado de la fracción simplificada que escribió Esteban?

Posible estrategia de solución

Recuerda que el inverso multiplicativo de un número "x" es otro número denotado por $1/_x$ que multiplicados entre si da como resultado 1

Por ejemplo

El inverso multiplicativo de 5 sería $\frac{1}{5}$ ya que $5 \cdot \frac{1}{5} = 1$

En el problema nos da la siguiente información:

1. Luisa anota una fracción propia en la pizarra.

2. María a la fracción de Luisa le suma $\frac{1}{7}$

3. Esteban a la fracción resultante la multiplico por $\frac{7}{5}$

4. El inverso multiplicativo del número que anotó Luisa es $\frac{14}{3}$

En este caso vamos a iniciar por la proposición número 4

4. El inverso multiplicativo del número que anotó Luisa es $\frac{14}{3}$

Para determinar el número que anotó Luisa, necesitamos obtener un $n \cdot \frac{14}{3} = 1$, en este caso el inverso multiplicativo de es $\frac{14}{3}$ es $\mathbf{\frac{3}{14}}$.

Siguiendo con las otras condiciones, tenemos que:

1. Luisa anota una fracción propia en la pizarra.

En efecto el número $\mathbf{\frac{3}{14}}$ corresponde a una fracción propia

Recuerde que

Fracción propia: es aquella que tiene su numerador menor que su denominador
Ejemplo
$\frac{8}{12}, \quad \frac{3}{2}, \quad \frac{5}{7}$

2. María a la fracción de Luisa le suma $\frac{1}{7}$

Quiere decir que a $\frac{3}{14} + \frac{1}{7} = \frac{5}{14}$

3. Esteban a la fracción resultante la multiplico por $\frac{7}{5}$

A la fracción $\frac{5}{14} \cdot \frac{7}{5} = \frac{7}{14}$ y simplificando el resultado sería $\frac{1}{2}$

El resultado de la fracción que escribió Esteban simplificado es $\frac{1}{2}$

Problema 20. ***

Observe la siguiente secuencia de figuras

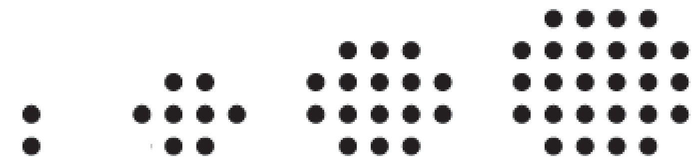


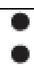
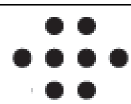
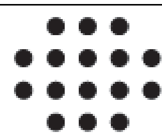
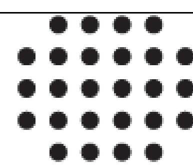
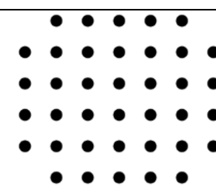
Fig. 1 *Fig. 2* *Fig. 3* *Fig. 4*

Si dicha secuencia sigue el mismo patrón,

A. Elabore una tabla en la que se relacione cada figura con la cantidad total de puntos que tiene. Debe aparecer las primeras cinco figuras.
B. Exprese en sus propias palabras o utilizando símbolos una fórmula que permita calcular la cantidad de puntos que tiene una figura dada.
C. Determine cuántos puntos tiene la figura 2016.

Posible estrategia de solución

A) Elabore una tabla en la que se relacione cada figura con la cantidad total de puntos que tiene. Deben aparecer las primeras cinco figuras

Figura					
Número de puntos	2	8	16	26	38
Posición	1°	2°	3°	4°	5°

B) Exprese en sus propias palabras o utilizando símbolos una fórmula que permita calcular la cantidad de puntos que tiene una figura dada.

Todas las figuras tienen una cantidad determinada de filas y columnas que van variando según la posición de la figura, por ejemplo

En la figura en la posición dos tiene dos puntos que forman las columnas y tres puntos que conforman la filas, en la posición tres tiene tres columnas (cada uno con cuatro puntos) y cuatro filas (con tres puntos) en todos los casos tiene el mismo número de la posición relacionado con el columnas y en el caso de las filas va a ser una fila más que el número de columnas). Además a los extremos va ir un punto menos a cada extremo que la posición de la figura, por ejemplo si la figura es la 5, a cada lado llevara 5 puntos

C) Determine cuántos puntos tiene la figura 2016.

La figura en la posición 2016 llevará:

2016 columnas y 2017 filas que darán 4 066 272 puntos y le agregamos a ambos lados llevará 2015 para un total de

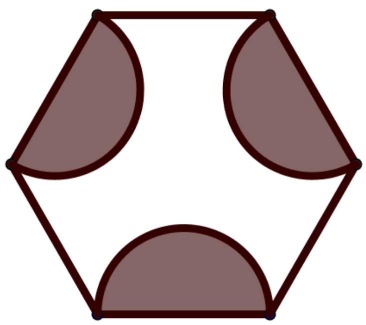
4 066 272 + 4030 = 4 070 302 puntos

Una fórmula que nos permite obtener esa información podría ser

Número de puntos por figura: $2 \cdot (n-1) + n \cdot (n+1)$ donde n es la posición de la figura

Problema 21. ***

Observe la siguiente construcción de una figura

Construcción de la figura	Figura resultante
	

Para obtener la figura resultante se utilizó un hexágono regular y tres semicircunferencias (una semicircunferencia es la mitad de un circunferencia).

Si la apotema del hexágono mide aproximadamente 6,93 cm y el radio de las semicircunferencias mide 4 cm entonces:

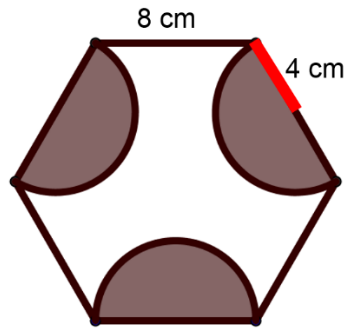
a. Determine el perímetro, en centímetros, de la figura resultante.
b. Determine el área, en centímetros cuadrados, de la figura resultante.

Posible estrategia de solución

a. Determine el perímetro, en centímetros, de la figura resultante.

Dentro de la información presente en el problema tenemos que:

La apotema del hexágono mide aproximadamente 6,93 cm y el radio de las semicircunferencias mide 4 cm entonces



Recuerda la fórmula de la Longitud de la circunferencia

$L = 2\pi r$ donde π tiene un valor aproximado de 3,14

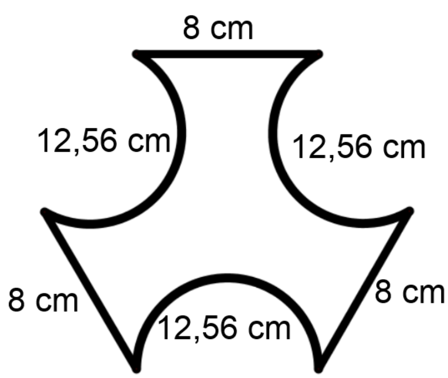
y r es la medida del radio del círculo

Longitud de media circunferencia:

$\frac{L}{2} = \frac{2\pi r}{2}$ $\frac{L}{2} = \frac{25{,}12}{2}$

$\frac{L}{2} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 4}{2}$ $\frac{L}{2} = 12{,}56$

Sin embargo la longitud de una semicircunferencia es de 12,56 como se muestra seguidamente



Perímetro de la figura resultante

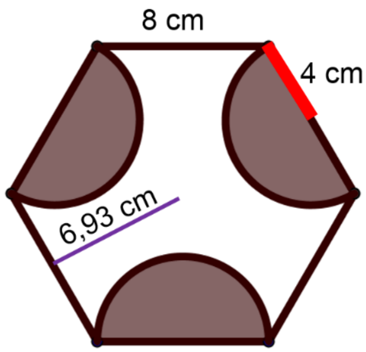
$P = 8 + 12{,}56 + 8 + 12{,}56 + 8 + 12{,}56$

$P = 61{,}68\ cm$

El perímetro de la figura anterior es de 61,68 cm

b. Determine el área, en centímetros cuadrados, de la figura resultante.

Para el caso de la pregunta "b", donde se solicita el área de la figura resultante, vamos a obtener primero el área del hexágono



Perímetro del Hexágono

$P = 6 \cdot 8$

$P = 48\ cm$

Área del Hexágono

$A = S \cdot a$

$A = \frac{48}{2} \cdot 6{,}93$

$A = 166{,}32\ cm$

De la misma figura obtenemos el área de la mitad de cada círculo que se encuentra presente en el hexágono, recordemos que la fórmula del área del círculo es:

$A = \pi \cdot r^2$

$A = 3{,}14 \cdot 4^2$

$A = 50{,}24\ cm^2$

Recuerde que necesitamos la mitad del área del círculo, por lo tanto:

$\frac{A}{2} = \frac{\pi \cdot r^2}{2}$

$\frac{A}{2} = \frac{50{,}24}{2}$

$\frac{A}{2} = 25{,}12\ cm^2$

Pero necesitamos el área de los tres medios círculos, por lo que multiplicamos ese valor por 3

$3 \cdot \frac{A}{2} = 3 \cdot 25{,}12\ cm^2$

$3 \cdot \frac{A}{2} = 75{,}36\ cm^2$

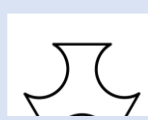
Vamos a quitarle al área hexágono la de los tres medios círculos

$A = 166{,}32 - 75{,}36$

$A = 166{,}32 - 75{,}36$

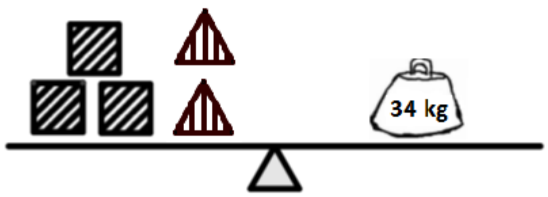
$A = 90{,}96\ cm^2$

El área de la figura adjunta es de 90,96 cm^2



Problema 22. ***

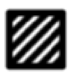
Observe las siguientes dos balanzas en equilibrio

Primera Balanza	Segunda Balanza
	

Si se sabe que:

a. Todos los cuadrados tienen la misma masa.
b. Todos los triángulos tienen la misma masa.
c. Las masas (pesos) de las figuras corresponden a kilogramos sin decimales.

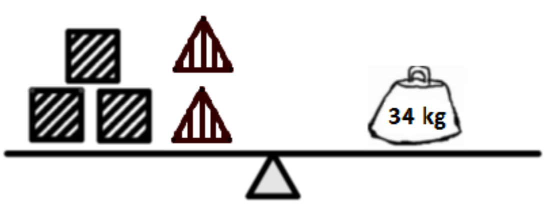
Determine, ¿cuál es la masa (peso en kg) de :

 ____ kg

 ____ kg

Posible estrategia de solución

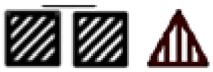
Según la información anterior tenemos que

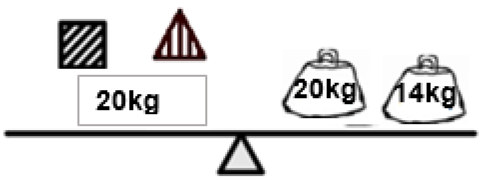


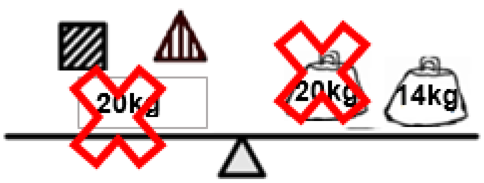
3 cuadrados y 2 triángulos pesan 34 kg

2 cuadrados y 1 triángulos pesan 20 kg

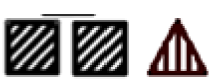
Por lo tanto podemos afirmar que como:

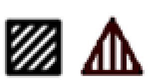
 = 20kg , por lo tanto

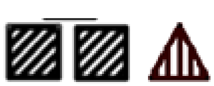




Lo que permite quitar a ambos lados de la balanza 20 kg como se nuestra.

Si con  = 20kg, que pasara con

 = 14 kg

Con esa igualdad ( = 20kg) podemos en lugar un cuadrado y un triángulo () escribir el valor al que equivalen estas dos figuras (14 kg) como se muestra

+ 14 kg = 14 kg + 6kg

Descomponemos en el extremo derecho el valor de 20kg por 14 kg + 6 kg

~~+ 14 kg~~ = ~~14 kg~~ + 6kg

Cancelamos a ambos lados del igual el peso de 14 kg

Por lo tanto

= 6kg

6kg

= 14 kg

Como un = 6kg y en la igualdad = 14 kg, eso implica que un corresponde a 14 kg menos el peso del

Por lo tanto un

= 8 kg

Notas:

Recuerde: En primaria utilizamos como signo para la multiplicación la letra “x” sin embargo podemos valorar el uso del punto para ir familiarizando a los niños con esta otra forma de representar esta operación en la secundaria.

Créditos

Los ítems con *** fueron tomados de la prueba regional de olimpiadas de matemática de sexto año 2016, elaborados por:

Javier Barquero Rodríguez Asesor de Matemática, Dirección Regional de Puriscal.

Maureen Oviedo Rodríguez Asesora de Matemática, Dirección Regional de Heredia.

Gerardo Murillo Vargas Asesor de Matemática, Dirección Regional de Heredia.

Prueba ensamblada por:

Javier Barquero Rodríguez Asesor de Matemática, Dirección Regional de Puriscal.

Revisores de los ítems

Juan Carlos Picado Delgado Asesor de Matemática, Dirección Regional Zona Norte Norte.

Tony Alejandro Benavides Jiménez Asesor de Matemática, Dirección Regional Peninsular.

Cristian Barrientos Quesada Asesor de Matemática, Dirección Regional Puntarenas.

Compilación y estrategias de solución realizadas por:

Hermes Mena Picado - Elizabeth Figueroa Fallas

Asesoría de Matemática, Departamento de Primero y Segundo Ciclos