

1 CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE

Olimpiada Costarricense de
Matemática para Educación
Primaria OLCOMEPEP- 2020
PRIMER AÑO



PRESENTACIÓN

Es fundamental que nuestro sistema educativo fomente en la sociedad costarricense, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo científico y tecnológico, a efecto de formar personas con las habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

La enseñanza de la matemática ocupa un papel clave en el currículo escolar y persigue el desarrollo de un proceso intelectual en los estudiantes. La Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria OLCOMEPE, tiene como finalidad estimular y desarrollar entre los niños y niñas sus capacidades de resolución de problemas matemáticos, por medio de una competencia de conocimiento sana entre estudiantes de diferentes regiones educativas del país.

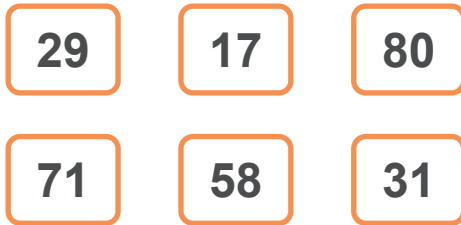
El presente cuadernillo pretende ser un insumo de apoyo para el docente y práctica para el estudiante. El mismo busca orientar a los y las participantes de la OLCOMEPE, por medio de la presentación de problemas recopilados de las pruebas aplicadas en ediciones anteriores de la misma olimpiada. Su contenido pretende dar pautas sobre los tipos de problemas a los que se van a enfrentar los y las estudiantes en las diferentes etapas que comprende la OLCOMEPE, así como sus diferentes estrategias de resolución.

Los problemas aquí seleccionados se fundamentan en situaciones matemáticas donde se requiera manifestar las habilidades que caractericen el talento matemático para lograr su resolución, basados en los niveles de complejidad de los problemas descritos en el Programa de Estudio en Matemáticas (MEP, 2012) y por medio de los diferentes contextos que se consideran para la olimpiada.

Comisión Central de OLCOMEPE

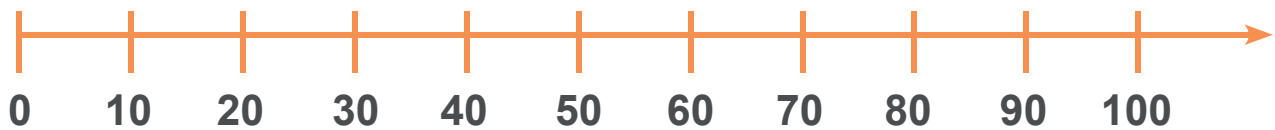
PROBLEMAS DE PRÁCTICA

1. Observe los siguientes recuadros con números:

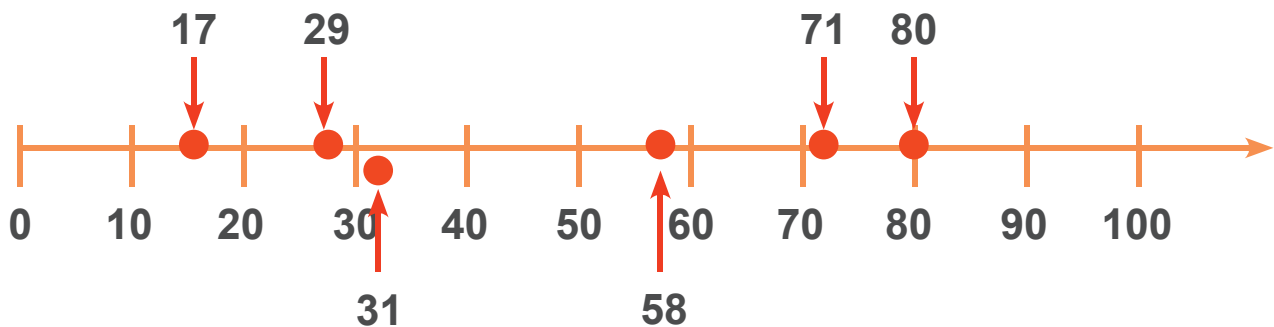


De los anteriores, ¿cuál es el número mayor?

El estudiante puede hacer uso de la recta numérica:



Por medio de ella puede ir colocando los números según su valor posicional para determinar ¿Cuál de ellos es el de mayor valor? Como lo veremos:



Recuerda que al colocar los números naturales (IN) en la recta numérica, entre más alejados se localicen del cero su valor es mayor.



Al ir colocándolos el número 80 es el que queda más lejos del cero, siendo este el **mayor**.

Recuerde que para representar al conjunto de los números naturales, utilizamos el símbolo **IN**

2. En un saco hay naranjas y mangos. Si la suma de la cantidad de naranjas y mangos da 48, y en el saco hay 22 mangos, entonces, ¿cuántas naranjas hay en el saco?

Si se cuenta con 48 frutas vamos a restarla la cantidad de mangos que son 22

$$48 - 22$$

Con esto tenemos que hay 28 naranjas



Lo anterior se puede representar de la siguiente manera:

22 mangos



En el problema se indica que hay 22 mangos y en total 48 frutas, por lo tanto lo que hace falta de 22 para llegar a 48 es la cantidad de naranjas que hay!

Y le hacen falta 8 frutas para tener 30
 $30 - 22$



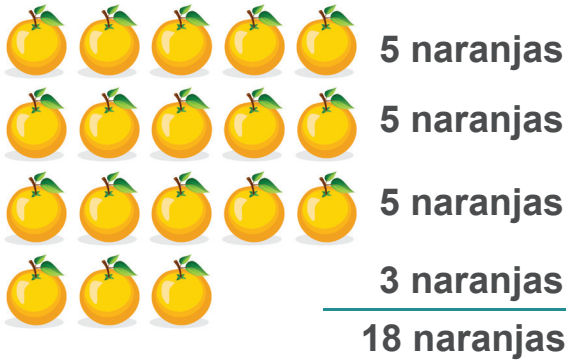
8 naranjas



30 frutas

Si se tienen 30 frutas, calcularemos cuántas hacen falta para 48

$48 - 30$ quedando 18 naranjas



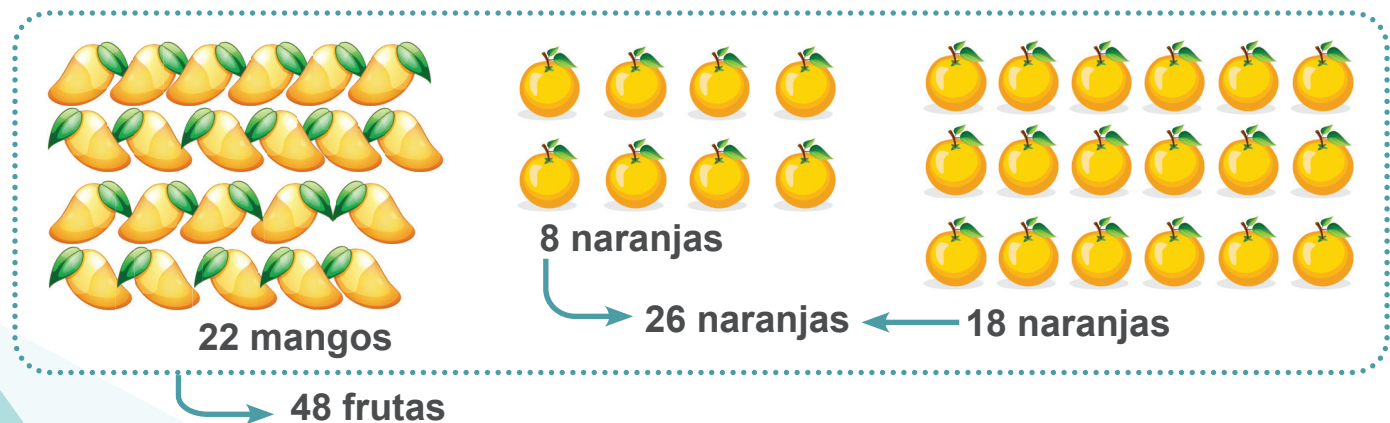
En tres grupitos de 5 naranjas tenemos 15 y tres naranjas más serían las 18 que hacían falta.

Estas son las frutas suman que hay en el saco, 48 en total:





De las cuales 22 son mangos y 26 naranjas

De acuerdo con lo anterior:



3. Federico tiene 8 monedas de ₡5, 1 moneda de ₡25 y 3 monedas de ₡10. Si quiere comprar un helado que tiene un precio de ₡65, ¿cuánto dinero le sobrará?

Se indica que Federico cuenta con la siguiente cantidad de dinero:

Tipo de moneda	Cantidad	Cantidad con que se dispone en colones
₡5		40
₡25		25
₡10		30
Total de dinero en colones con el que cuenta Federico		95

De acuerdo con lo anterior, él dispone de ₡ 95, ahora vamos a determinar ¿cuánto dinero le sobrará, si compra un helado de ₡ 65?

Dinero con que dispone Federico ₡ 95

Valor del helado ₡ 65

$$\begin{array}{r} 95 \\ - 65 \\ \hline 30 \end{array}$$

A Federico le sobran ₡ 30 luego de comprar el helado que quería.



4. Daniela tiene 4 años y seis meses, Katia 60 meses y Mariela 3 años y 26 meses, ¿cuál de las tres es mayor?

Calculemos la edad en años para cada una de ellas

Comenzaremos por **Daniela**

Ella tiene 4 años completos y seis meses (la mitad de un año)

Recuerde que un año tiene 12 meses



● **Equivale a 1 mes**

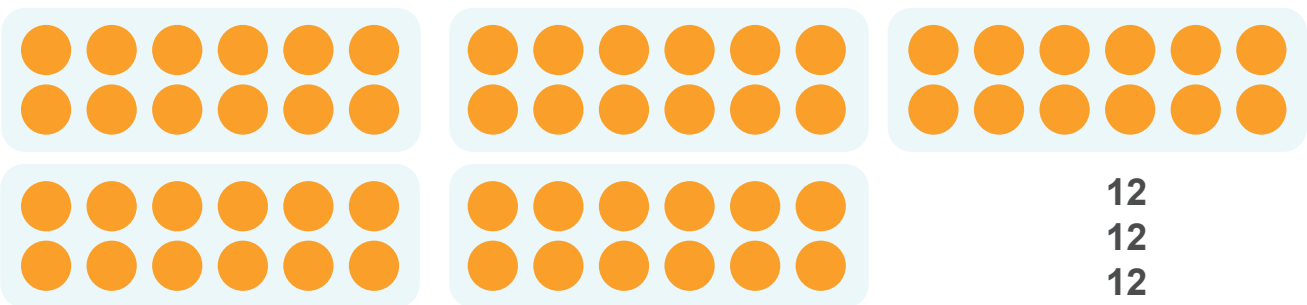
Katia tiene 60 meses, determinemos cuantos grupos completos de 12 meses se pueden formar:

De acuerdo con lo anterior tenemos que:



12 de estos equivalen a 1 año.

Con 60 de ellos veamos cuánto años tendría Katia:



5 grupitos de 12 equivalen a 60 meses

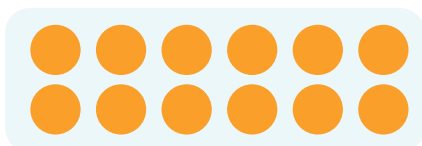
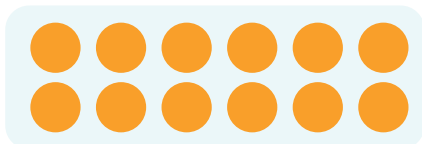
Y 60 meses equivalen a 5 años de edad para Katia

$$\begin{array}{r} 12 \\ 12 \\ 12 \\ 12 \\ 12 \\ + 12 \\ \hline 60 \end{array}$$

Mariela tiene 3 años y 26 meses, veamos cuantos años equivalen a 26 meses:

● **Equivale a 1 mes**

Al igual que en la situación anterior 12 óvalos equivalen a 1 año, por lo que:





Dos óvalos son 24 meses (dos años) y dos meses más son los 26 óvalos que corresponden al dato inicial de la edad de Mariela. Entonces:

3 años completos

26 meses, que son 2 años y dos meses

En total Mariela tiene 3 años + 2 años = 5 años y dos meses.

Comparando lo anterior, tenemos que:

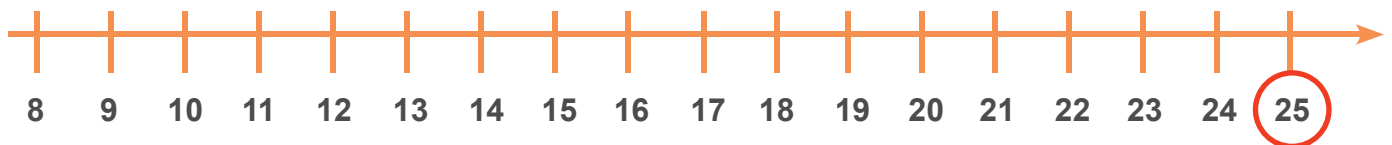
	Niñas	Edad
Daniela		4 años y 6 meses
Katia		5 años
Mariela		5 años y 2 meses

De acuerdo con lo anterior, Mariela es la mayor de las tres amigas.

5. ¿Cuál número debe ubicar en la nube negra para que luego de realizar las restas y sumas indicadas sobre las flechas el resultado sea 25?



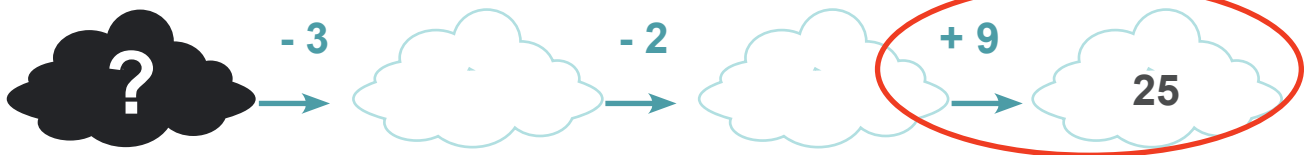
Haremos uso de la recta numérica para determinar el valor que debe de ir en la nube negra. Ubiquemos el resultado como se muestra:



Ahora realicemos las operaciones contrarias a las que se indican

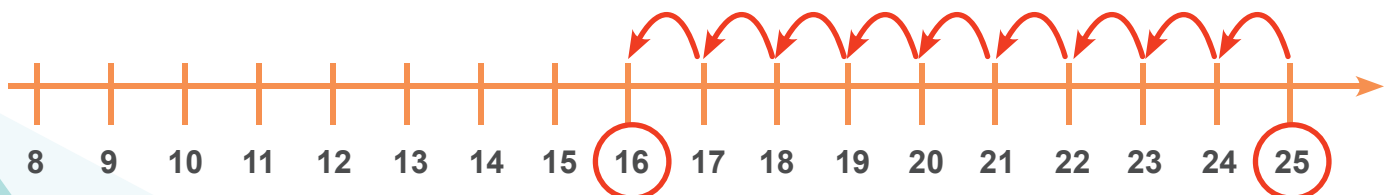


Vamos a ir agregando o quitando de manera contraria como se indica en el problema, como lo veremos a continuación.



Para que el resultado final fuera 25 hay que sumar al valor que estará en la nube blanca 9, en este caso vamos a quitar esas 9 unidades como se muestra.

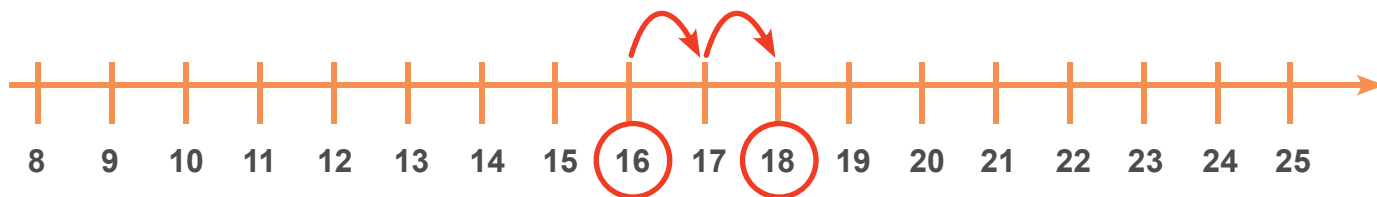
**Retrocedemos 9 espacios,
pasando del número 25 al 16**





A este resultado debemos agragarle 2 unidades como se muestra.

Aumentamos el resultado en 2 unidades,
pasando del número 16 al 18

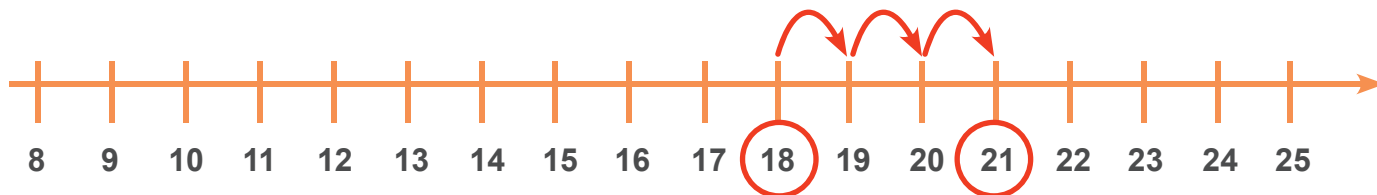


Obteniendo así como resultado el número 18, por último vamos a agregarle las 3 unidades que se indican en el problema:



A los 18 le agregamos 3 unidades como se muestra.

Aumentamos el resultado en 3 unidades,
pasando del número 18 al 21



De esta manera se puede determinar que el número "número debe ubicar en la nube negra para que al realizar las operaciones de 25" debe ser el 21.

6. Mariela duró 50 minutos haciendo su tarea. Su prima Karla duró 18 minutos más que Mariela y Rosaura duró 1 hora y 5 minutos.

¿Cuál es la diferencia entre el tiempo que duraron Karla y Rosaura en hacer la tarea?



50 minutos + 15 minutos
equivalen a 68 minutos

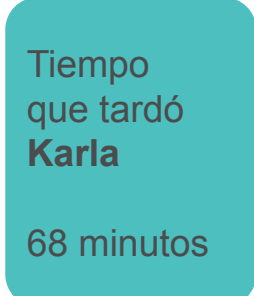
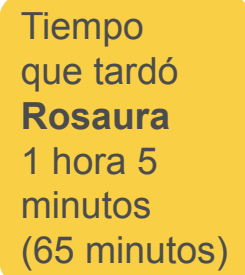


Recuerde que:
Una hora tiene
60 minutos
Un minuto tiene
60 segundos



Como una hora son 60 minutos, **Karla** tardó en hacer la tarea **1 hora y 5 minutos** (68 minutos)

3 unidades de diferencia



El tiempo que tardó Karla fue de 68 minutos y lo tardado por Rosaura fueron 65 minutos. Por lo que la diferencia entre uno y otro es de $68 - 65 = 3$ 3 minutos.

7. Considere los siguientes eventos:

1. Sacar una bola amarilla y una bola roja de un frasco que contiene bolas rojas y bolas amarillas.
2. Sacar una bola azul de un frasco que contiene bolas azules.
3. Sacar una bola verde de un frasco que contiene bolas rojas.

¿Cuál de los eventos es seguro que suceda?

Recuerda que un evento seguro es

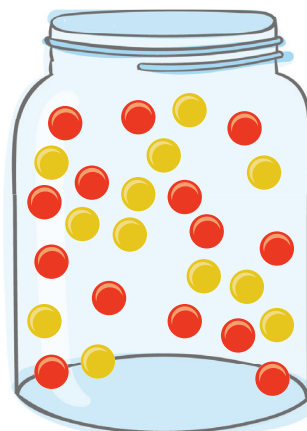


Analicemos cada uno de los casos

Caso 1

Sacar una bola amarilla y una bola roja de un frasco que contiene bolas rojas y bolas amarillas.

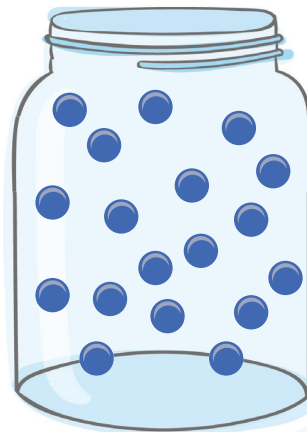
Al solicitar un **evento seguro** este caso **no** nos funciona, porque a como puede ser que salga una bola roja y una amarilla, puede ser que las dos sean amarillas o rojas.



Caso 2

Sacar una bola azul de un frasco que contiene bolas azules.

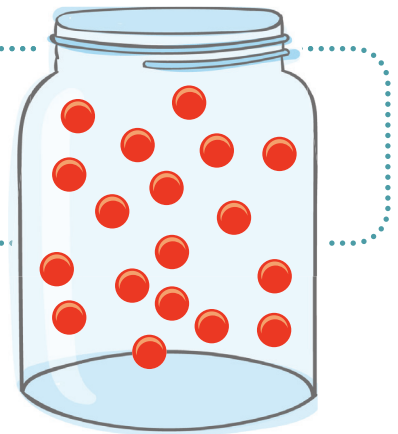
Este evento si es **seguro**, ya que si tenemos un frasco que solo tiene bolas de color azul, siempre que saquemos una bolita, está siempre será de color azul!



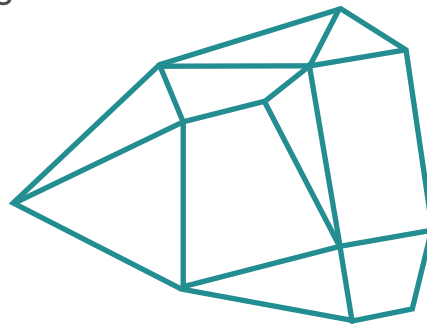
Caso 3

Sacar una bola verde de un frasco que contiene bolas rojas.

Una bola verde de una frasco que tiene bolas rojas, eso no es posible.



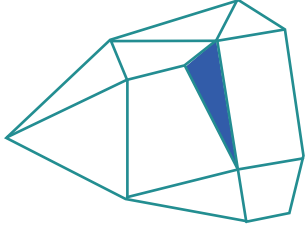
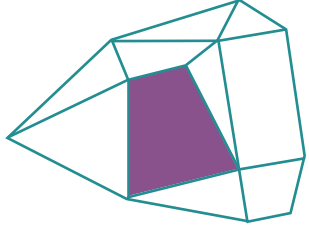
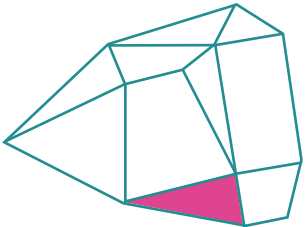
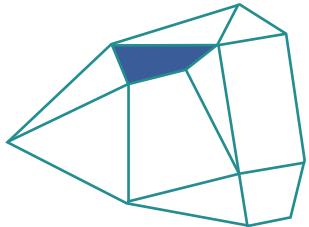
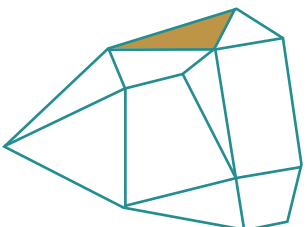

8. Considere la siguiente figura



¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de triángulos y cuadriláteros?

Utilicemos colores para identificar la cantidad de triángulos y cuadriláteros

Triángulos	Cuadriláteros

Triángulos	Cuadriláteros
	
	
	
	

En la tabla anterior se identificaron los triángulos y cuadriláteros presentes en la imagen, de la cual se identifican 6 triángulos y 4 cuadriláteros. Por lo que la diferencia entre uno y otro es de 2.

9. Considere la siguiente información

En la escuela el director decidió que los niños decidirían el color del uniforme de educación física, de tal manera que el color elegido por la mayoría sería para la pantaloneta.

Los resultados que se obtuvieron de la votación de los niños y niñas aparecen en la siguiente tabla:

Rojo	Blanco	Verde
Verde	Blanco	Amarillo
Amarillo	Verde	Azul
Blanco	Amarillo	Verde
Rojo	Azul	Amarillo
Verde	Amarillo	Rojo
Amarillo	Verde	Verde

De acuerdo con esta información, ¿de qué color se decidió que fuera la pantaloneta?

Por medio de una tabla podemos organizar y resumir la información, lo que nos facilitará determinar ¿cuál fue el color que eligió la mayoría de los estudiantes?

Color	Conteo
Verde	//////
Amarillo	//////
Rojo	////
Azul	///
Blanco	///

Siete estudiantes escogieron el color verde, el cual será el nuevo tono de la pantaloneta para el uniforme de educación física.

Color	Conteo
Verde	//////
Amarillo	//////
Rojo	////
Azul	///
Blanco	///

10. Soy un número que cumple las siguientes características:

- Menor que 31 y mayor que 23.
- La suma de mis dígitos de las unidades y las decenas es 11.

¿Qué número soy?

Consideremos cada una de las proposiciones para ir descartando cuales números no pueden ser y cuales si.



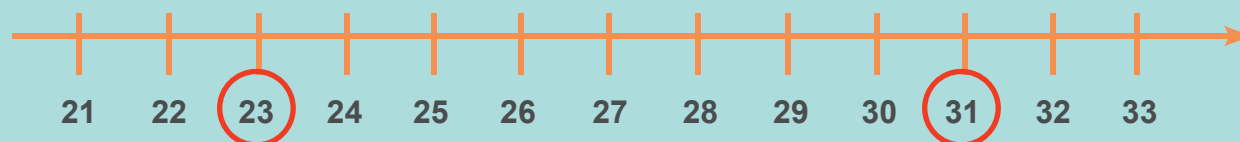
La primera característica dice que es un número:

- Menor que 31 y mayor que 23 -

Es importante valorar que la información se presenta al contrario de la manera como regularmente la observamos en los problemas, por lo que debemos acomodarla.

“Es mayor que 23” y “menor que 31”

Consideremos cuales números son mayores que 23 y menores que 31



Recuerda que debemos excluir al 23 y al 31 por se un número menor que uno y mayor que el otro, por lo anterior los únicos que cumplen con esta condición son: **24, 25, 26, 27, 28, 29, 30**

La segunda característica que debe de cumplir este número es:

La suma de mis dígitos de las unidades y las decenas es 11.

Organicemos la información anterior por medio de una tabla

Número	D	+	U	Suma de sus dígitos
24	2	+	4	6
25	2	+	5	7
26	2	+	6	8
27	2	+	7	9
28	2	+	8	10
29	2	+	9	11
30	3	+	0	3

En la representación tabular anterior, se puede destacar que solo el número 29 cumple con las dos condiciones que establece el problema:

Número	D	+	U	Suma de sus dígitos
24	2	+	4	6
25	2	+	5	7
26	2	+	6	8
27	2	+	7	9
28	2	+	8	10
29	2	+	9	11
30	3	+	0	3

11. Analice las siguientes situaciones:

Bolsa 1



Bolsa 2



Bolsa 3



¿En cuál de esas bolsas, al sacar una figura, es seguro que salga una bolita?

Observemos cada una de las bolsas y leamos lo que se solicita en el problema.

Bolsa 1

Al considerar en la bolsa 1 la pregunta “¿Al sacar una figura, es seguro que salga una bolita?”



En este caso no es posible, podría darse el caso de que si, salga una bolita, sin embargo, podría salir una estrella.

Bolsa 2

Al considerar en la bolsa 2 al analizar, “Al sacar una figura, es seguro que salga una bolita”.



Al igual que en el caso anterior vemos que no es posible siempre, hay otros casos en los que al sacar una figura, lo que salga sea una estrella o un triángulo.

Bolsa 3

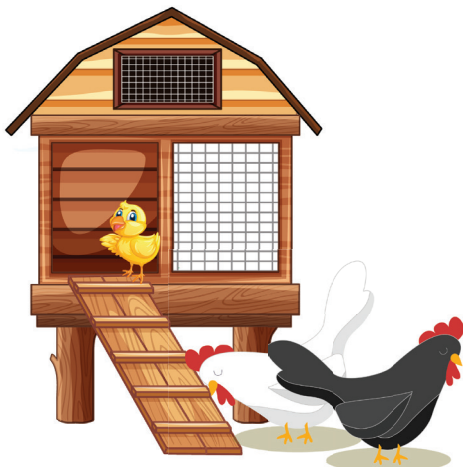
En el caso de la bolsa 3, “Al sacar una figura, es seguro que salga una bolita”.



Sí es correcto que en todo momento la figuras que se saque sería una bolita.



12. En la granja de Carolina tienen gallinas de dos tipos, unas con plumas blancas y otras con plumas negras, si entre ambos tipos hay 18 gallinas, y de las blancas hay el doble de las negras. ¿Cuántas gallinas blancas hay?



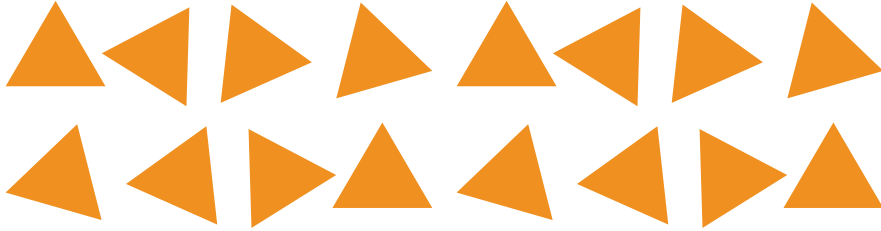
Datos importantes:

- Entre las dos gallinas hay 18 gallinas.
- De color blanco hay el doble que de color negro
- ¿Cuántas gallinas blancas hay?

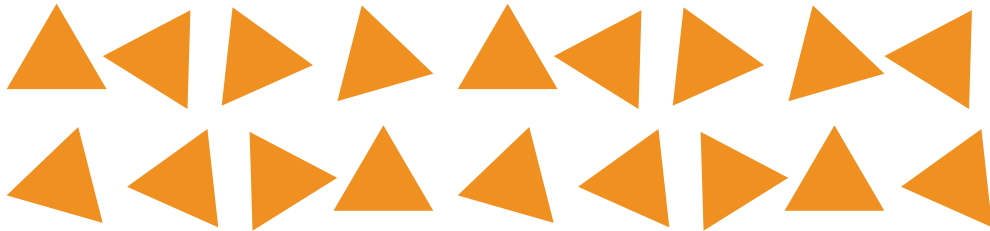
Con un triángulo representaremos una gallina, sin importar el color de sus plumas.



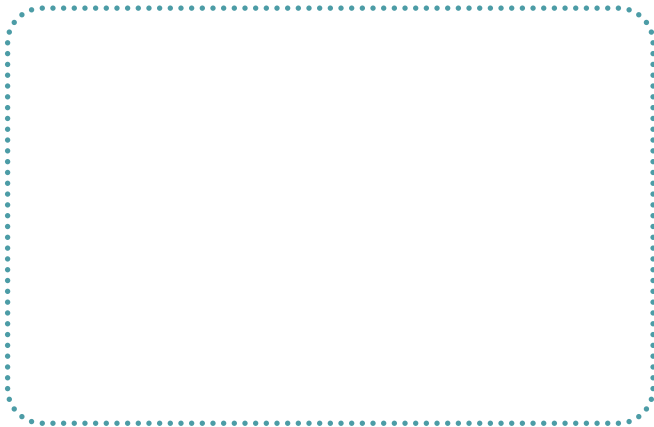
Cantidad de gallinas que hay en la granja



Cumpliendo lo que se indica en el problema vamos a ir distribuyendo en dos conjuntos, uno que corresponde a las gallinas blancas y otro de las gallinas negras:



Gallinas blancas

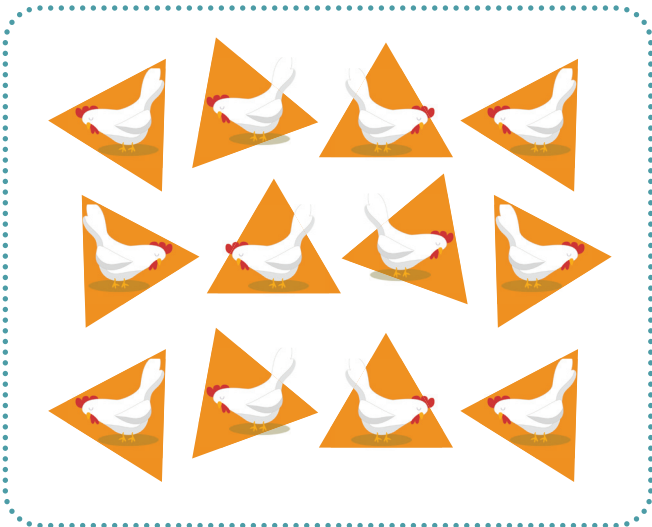


Gallinas negras

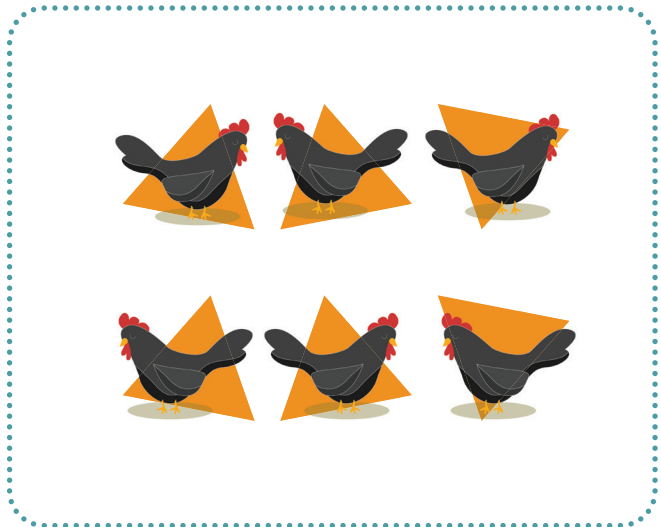


Vamos repartiéndolas, de tal manera que por cada gallina negra coloco dos blancas.

Gallinas blancas



Gallinas negras








Con la repartición que hicimos, tenemos 18 gallinas y se siempre por cada gallina negra hay dos blancas.

13. En el siguiente grupo de animalitos



¿Cuál animalito aparece con menor frecuencia?

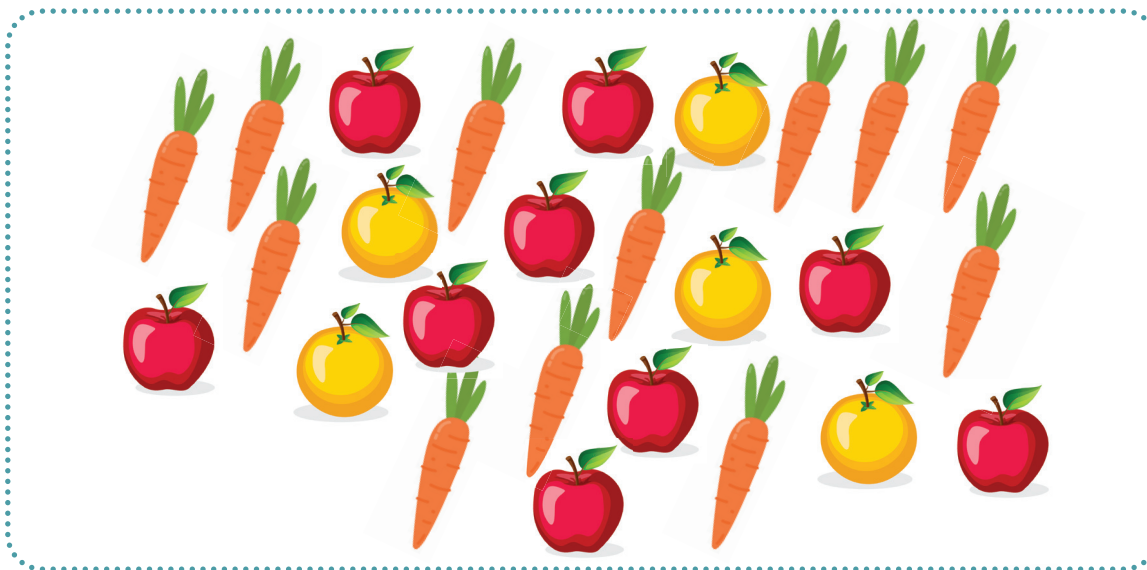
Utilicemos una tabla para organizar y resumir la información, para que sea más sencillo determinar “el animalito que aparece con menor frecuencia”.

Animalito	Conteo
	////
	////
	///
	///
	//

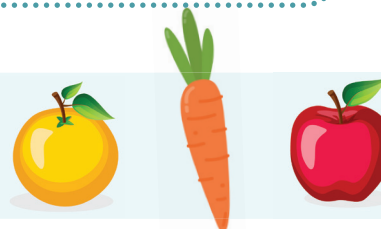
De acuerdo con lo anterior, el animalito que aparece con menor frecuencia es el monito.





14. En la siguiente imagen hay manzanas, zanahorias y naranjas.






Marque con una "x" sobre la imagen que aparece más de 6 veces pero menos de 12 veces.



Utilicemos una tabla para resumir la información y luego poder analizarla con mayor facilidad:

Frutas y verduras	Conteo	Cantidad
	//////	5
	//////////	12
	////////	9

De acuerdo con lo anterior:

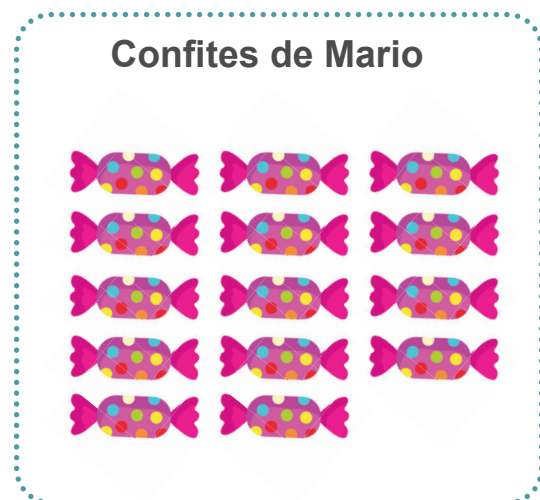
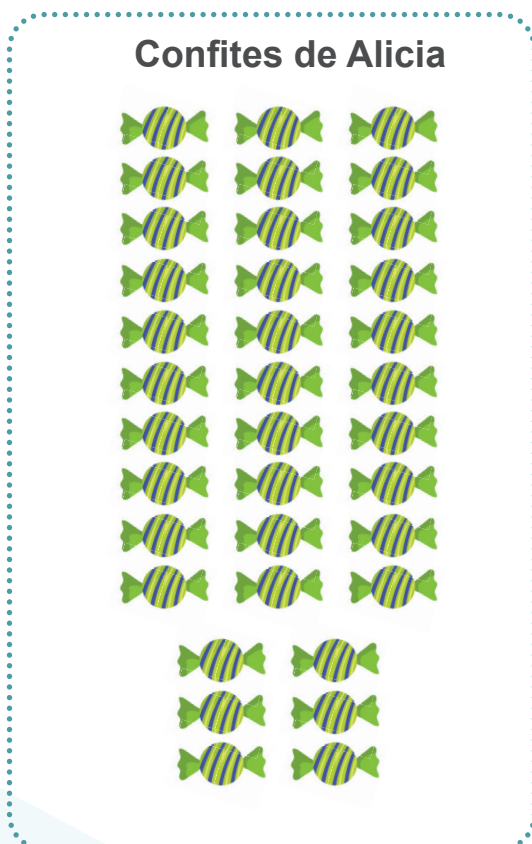
- La  aparece 5 veces, por lo que no puede ser (debe ser más de 6).
- La  12 veces y debe ser menos de esa cantidad.
- Nos queda la  que si aparece más de 6 veces y menos de 12, ya que hay 9 manzanas.

15. Resuelva la siguiente situación

Si Alicia tiene 36 confites y su hermano Mario tiene 14 confites.

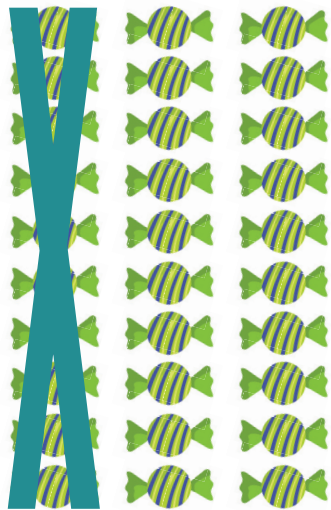
¿Cuántos confites, le debe dar Alicia a Mario, para que los dos tengan la misma cantidad?

Confites que tienen Alicia y Mario



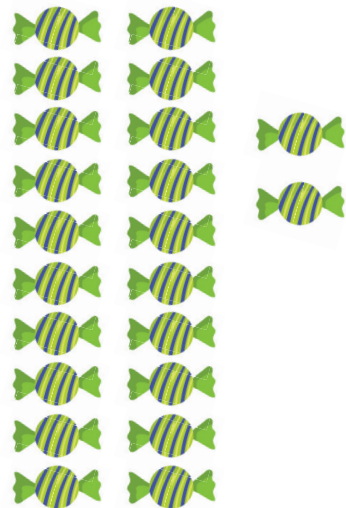
De los confites que tiene Alicia quitemos la cantidad que tiene Mario (los 14).

Confites de Alicia

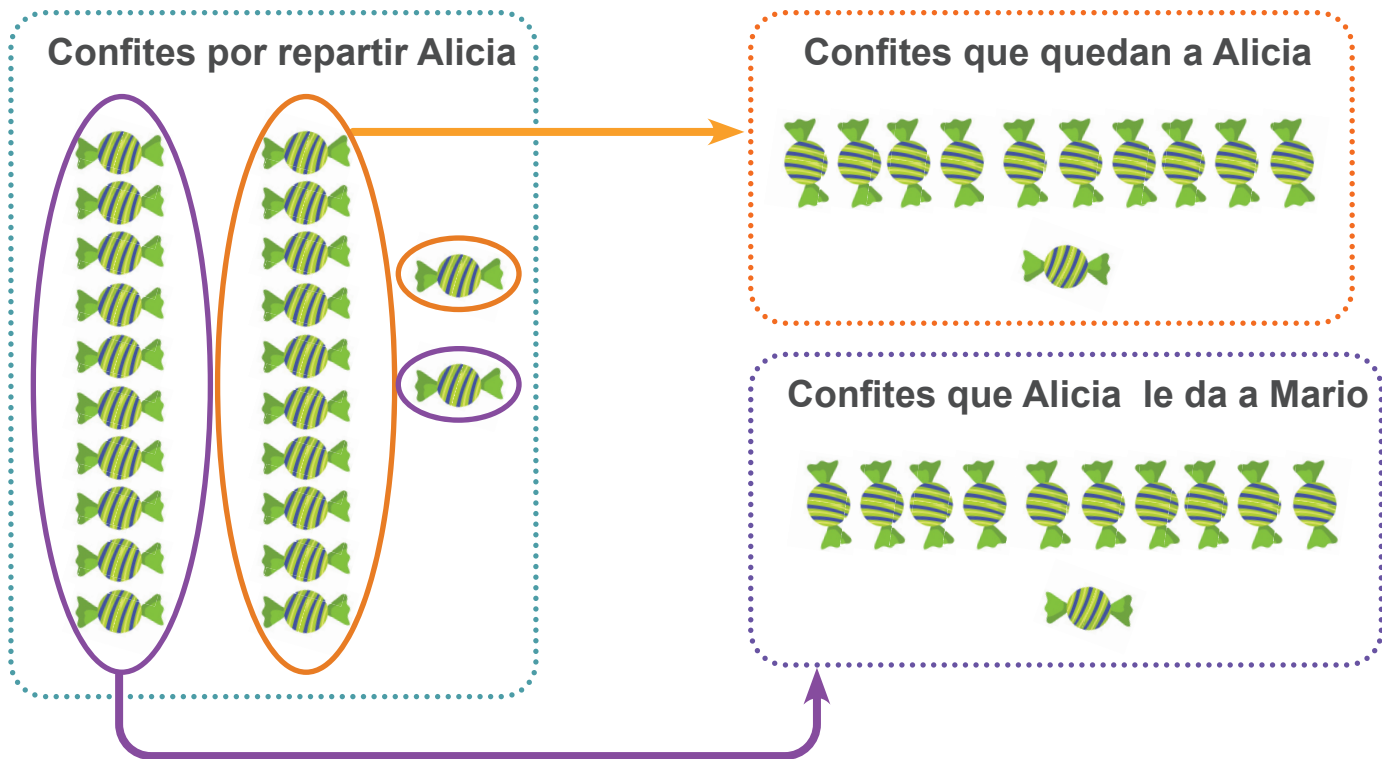


Cantidad de confites que quedan luego de quitar los 14 con los que cuenta Mario.

Confites que tiene que repartir Alicia

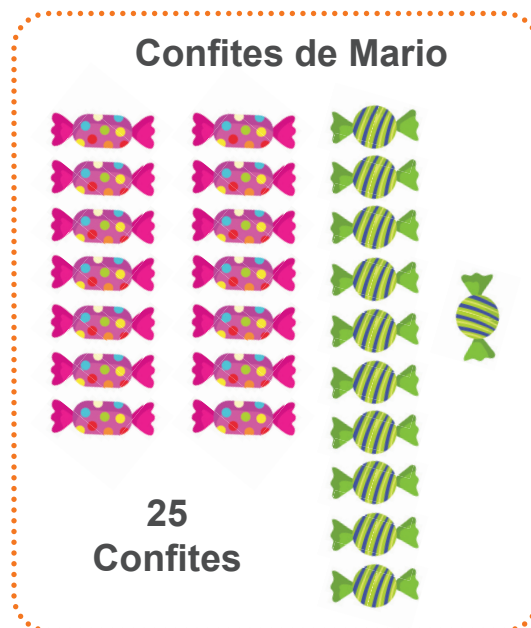
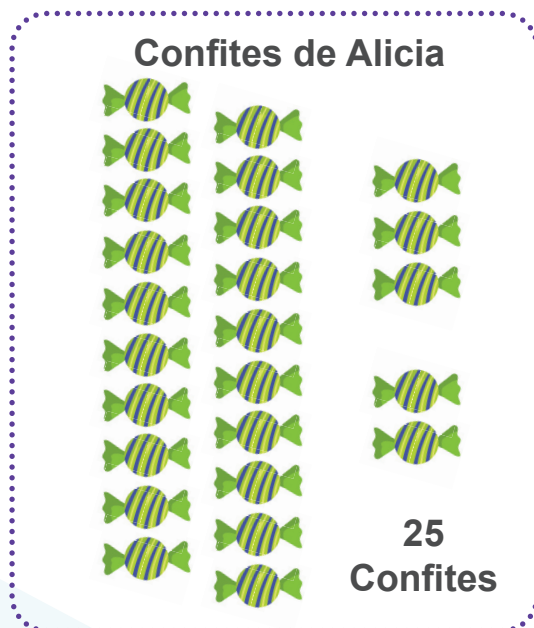


22 confites tiene que repartir entre los dos para que ambos tengan la misma cantidad.



De los 22 confites tiene que repartir Alicia, debe dar 11 a Mario para que ambos tengan la misma cantidad.

De esta manera tanto Alicia como Mario tendrían 25 confites.



16. Con una cafetera se pueden llenar 6 tazas, como se muestra en la imagen



¿Cuántas cafeteras se necesitan para llenar 28 tazas?

Podemos ir haciendo grupos de seis tazas de café por cada cafetera, por ejemplo:



Al realizar grupos de 6 tazas por cada cafetera podrá determinar que para preparar 28 tazas de café, va a necesitar 5 cafeteras.

17. Carlos es distribuidor de café en diferentes negocios y realiza el siguiente recorrido:



Si Carlos continúa este recorrido los siete días de la semana, de tal manera que el jueves entregará café nuevamente al supermercado, ¿Cuál negocio recibirá café el siguiente lunes?

Observemos el comportamiento de las ventas “Lunes – Supermercado, Martes – Cafetería, miércoles – restaurante y el patrón vuelve a iniciar en supermercado” como se muestra en el recorrido de Carlos.

Inicia el patr

Vuelve a repetirse el patrón





De acuerdo con el patrón determinado, el lunes le corresponde visitar la cafetería.

18. Carolina tiene 3 bolsas de confites con 15 confites cada una. Gabriela tiene 2 bolsas de confites con 8 confites cada una. ¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de confites de Carolina y Gabriela?

Primero determinemos cuantos caramelos tiene cada una de ellas:

Confites de Carolina



Cada bolsa
tiene 15
confites

Carolina tiene $15 + 15 + 15$ para un total del 45 confites

Confites de Gabriela



Cada bolsa tiene 8
confites

Gabriela tiene $8 + 8$ para
un total del 16 confites

A la pregunta ¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de confites de Carolina y Gabriela? Debemos a la cantidad que tiene Carolina, quitarle los que tiene Gabriela: $45 - 16 = 29$

También podemos aplicar cancelación entre las representaciones gráficas que realizamos como apoyo e ir cancelando uno a uno hasta que terminemos con los 16 confites de Gabriela, y luego contar cuantos quedaron de las bolsas de Carolina.

Cada bolsa de Carolina tiene 15 confites



Cada bolsa de Gabriela tiene 8 confites



Recuerde que las bolsas de Carolina tienen 15 confite cada una.

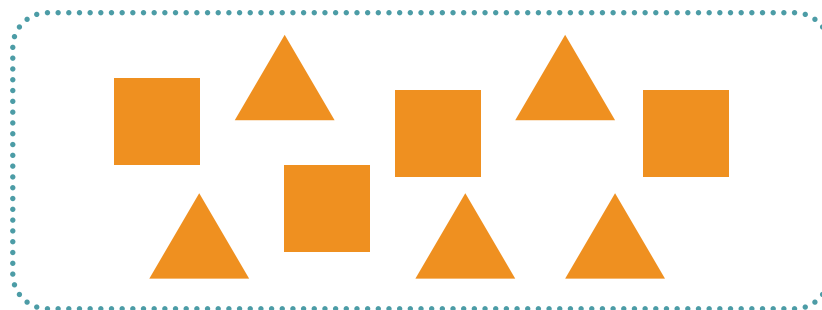
Las de Gabriela tienen 8 cada uno (16 entre las dos)

Por lo anterior, con las dos bolsas de Gabriela se pueden cancelar una completa de Carolina y un confite de otra más.

Por lo que la diferencia entre los confites de estas dos niñas sería una bolsa completa (15 confites) y otra menos un confite (14) para un total de 29 confites.





19. Considere la siguiente representación



Si cada triángulo está formado por 3 palitos y cada cuadrado por 4 palitos,

¿Cuántas decenas completas de palitos se podrían formar con los palitos utilizados para construir estas figuras?

Utilicemos una tabla para organizar y resumir la información, y de esta manera sea más sencillo determinar lo solicitado.

Figura	Condición	Cantidad de figuras	Cantidad de palitos
	cada cuadrado por 4 palitos	4	$4 + 4 + 4 + 4$ 16 palitos
	cada triángulo está formado por 3 palitos	5	$3 + 3 + 3 + 3 + 3$ 15 palitos
Total de palitos utilizados			31

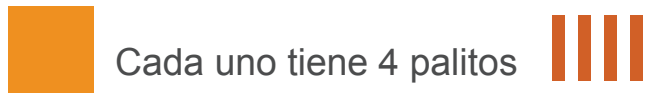
Recuerda que una decena está compuesta por 10 unidades.

De acuerdo con la información anterior, tenemos 31 palitos. Por lo que tendría 3 decenas completas

$$10 \text{ palitos} + 10 \text{ palitos} + 10 \text{ palitos} = 30 \text{ palitos}$$



En cuadrados



Como tiene 4 cuadrados sería cuatro veces esa cantidad



En triángulos

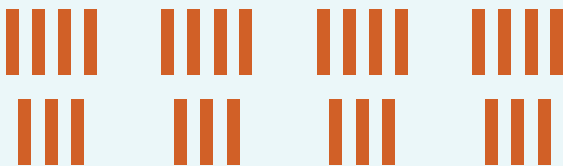


En la imagen hay 5 triángulos, por lo tanto:



Total de palitos

- Total 31 palitos -



- Grupos con 10 palitos-

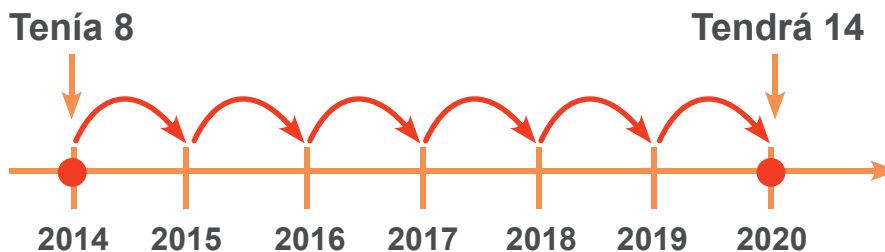


Con los palitos utilizados para construir las figuras puede conformar 3 decenas y sobra un palito

20. El 18 octubre del año 2014, Luis cumplió 8 años. ¿Cuántos años tendrá Luis el 19 de octubre del 2020?

Podemos realizar una línea de tiempo para determinar la edad de Luis en el 2020

Del año 2014 al 2020 hay 6 años como se muestra



Por tal razón si tiene 8 años y le súmanos 6, tendría 14 en el año 2020

21. Samuel tiene 7 carros menos que Pedro. Mario tiene 9 carros más que Pedro. Si Mario tiene 18 carros,

• ¿Cuántos carros tienen los tres juntos?

Posibles estrategias:

• Vuelva a resolver el mismo problema anterior, pero de una forma distinta.

Opción #1

Representación mediante modelo cardinal

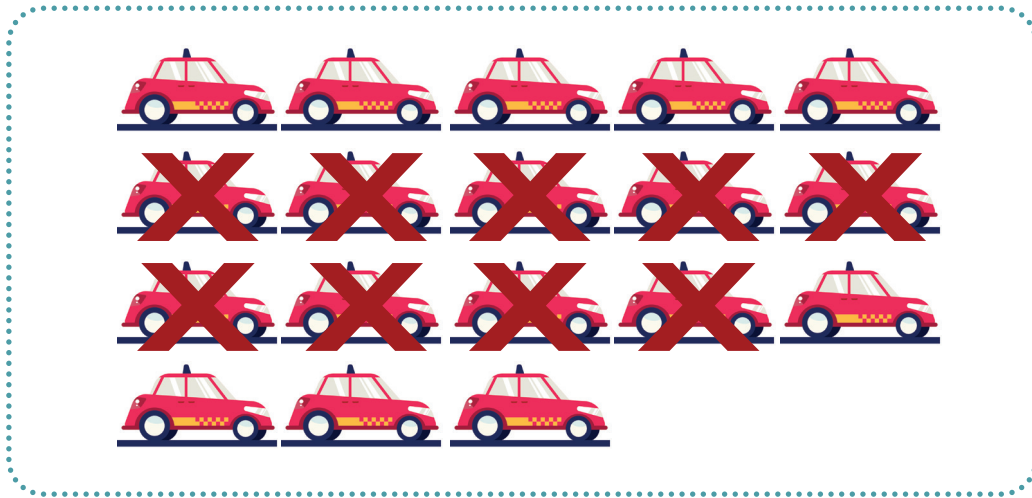
Cantidad de carros de Mario 18

18 carros de Mario



Cantidad de carros de Pedro

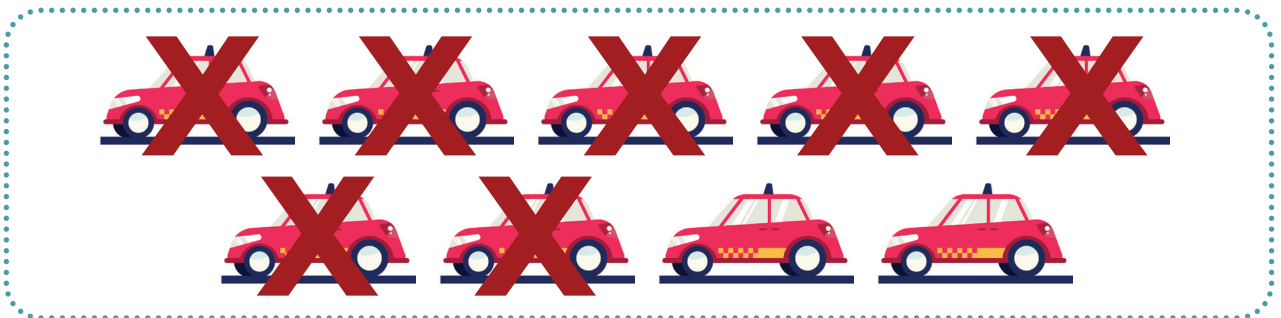
A los 18 carros de Mario le quita 9 para determinar los carros de Pedro.



A lo que le quedan 9 carros, la cantidad que tiene Pedro, (puede sacarlo por conteo por medio de representaciones gráficas o por el algoritmo de la resta).

Carros de Samuel

Siete carros menos que los que tiene Pedro.



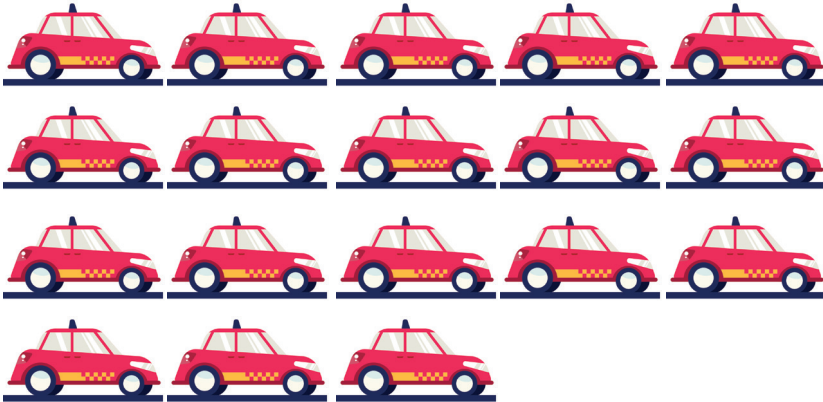
Quedando 2 carros para Samuel

En la siguiente tabla se resumen la cantidad de carros que tiene cada niño.

Niño	Cantidad de carros
Samuel	2
Pedro	9
Mario	18



18 carros de Mario



9 carros de Pedro



2 carros de Samuel



En total los tres tienen 29 carros

Opción #2

Primero determinemos los datos, para luego concluir información de ellos



Samuel = 7 menos que Pedro

Mario = 9 más que Pedro

Samuel = 7 menos que Pedro

Pedro = 9 menos que Mario

Ahora a partir de las relaciones que observamos, calculemos los datos



Mario = 18 carros

Pedro = $18 - 9$ que equivale a 9

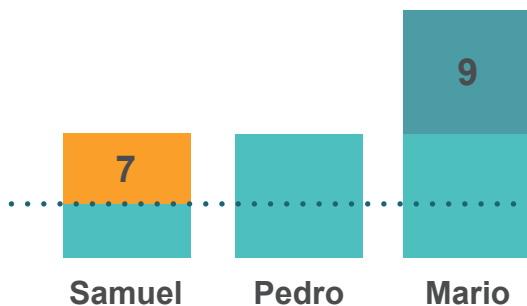
Para sumar los tres valores y obtener la cantidad de carros que tienen los tres juntos

$$18 + 9 + 2 = 29$$

Opción #3

Representación mediante modelo de área

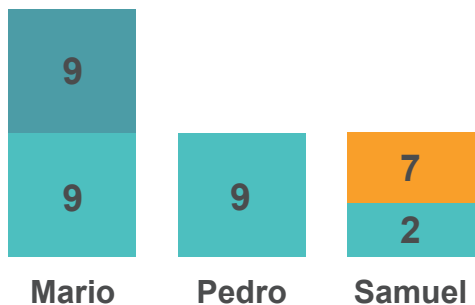
1. Establece las relaciones entre los datos



Para resolverlo por medio de este modelo, representa las relaciones entre los tres datos.

Estableciendo un valor común entre los tres.

Dentro de la información que se brinda en el problema, se indica que Mario tiene 18 carros, lo cual lo utilizaremos para continuar resolviendo el problema

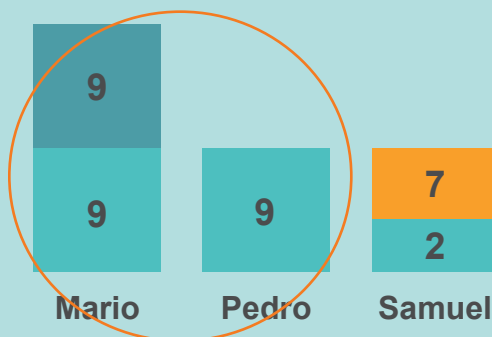


Sabemos que Mario tiene 18 carros, y la representación nos permite afirmar que la cantidad desconocida de los carros de Mario debe necesariamente ser 9 y este dato es importante para determinar las otras dos cantidades, una por igualación y la otra por disminución.

Luego sumamos las tres cantidades obtenidas para determinar la cantidad de carritos que tienen los tres amigos juntos.

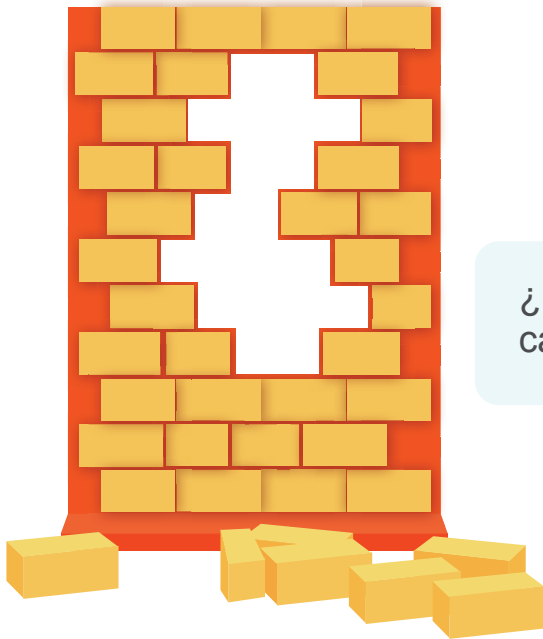
$$18 + 9 + 2 = 29$$

Cuando hablamos de igualación es por la parte de la representación que muestra la misma cantidad.



Disminución a los 7 carros menos que tiene Samuel con respecto a Pedro.

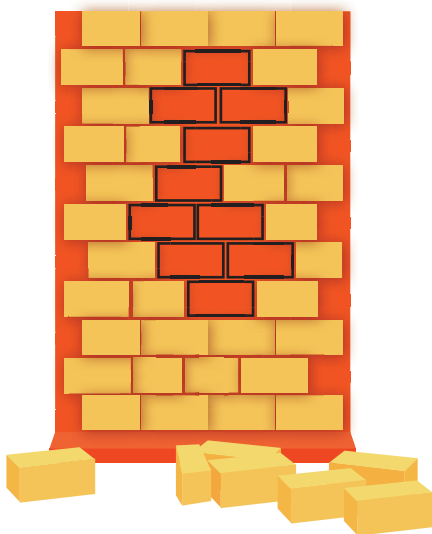
22. Pedro realiza una pared con bloques de madera. Su hermano menor la golpea botando algunos de los bloques, como se muestra en la figura.



¿Piensas que algunos de los bloques cayeron atrás de la pared?

Opción #1

Vamos a completar espacios faltantes:

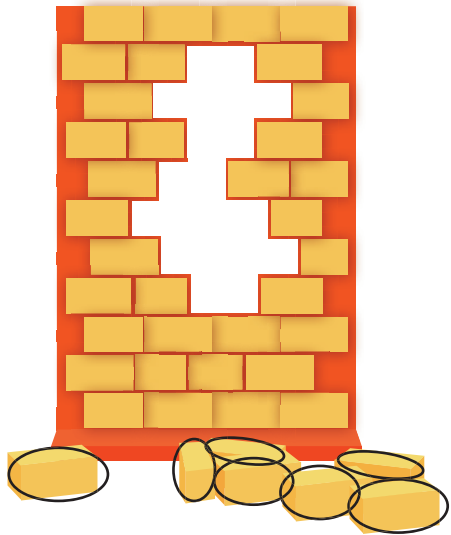


Podemos completar la pared con los que le hacen falta, y luego contar los bloques dibujados, así tendremos claro cuantos bloques se cayeron.

Con lo anterior vemos que se que los que se cayeron 10.



Ahora que sabemos que se cayeron 10 bloques, cantaremos los que están en el suelo a la vista.



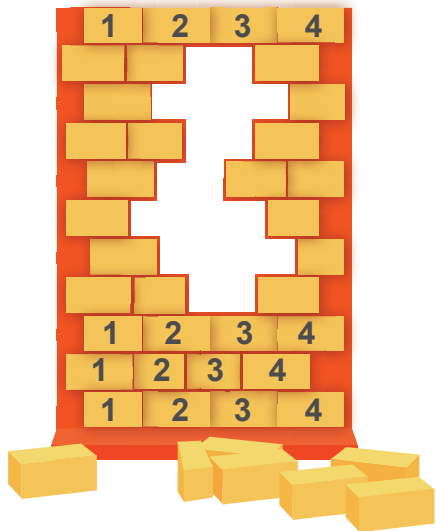
Este conteo dará que en el suelo hay 7 bloques.

Por lo que a la pregunta: Piensas que algunos de los bloques cayeron atrás de la pared? Podemos afirmar, que cayeron 3 atrás de la pared.



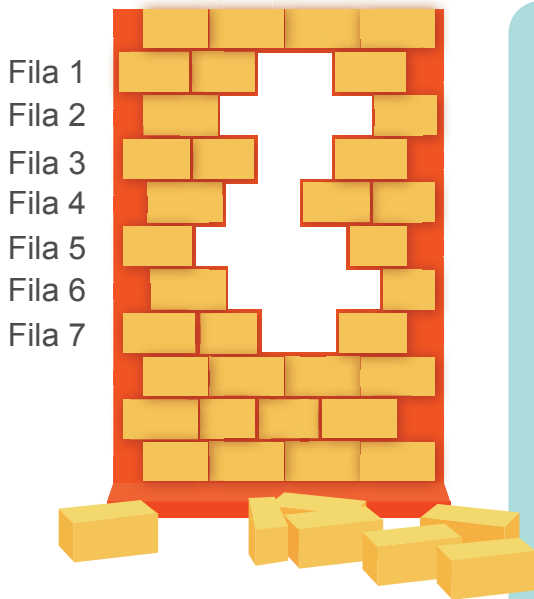
Opción #2

Vamos a observar el patrón presente en la pared



Podemos ver que las filas completas tiene 4 bloques, y las incompletas también tenían esa misma cantidad. (es importante observar que todas las filas tienen cuatro bloques; tanto las que inician alineadas a la derecha como las que inician alineadas a la izquierda y además se van alternando).

Determina los faltantes por fila:



Al saber que cada fila debería de tener 4 bloques podemos observar que en la segunda fila hay tres, por lo que falta uno, en la tercera hay dos, por lo que faltan dos, en la cuarta hay tres, por lo que falta uno, y así sucesivamente. Esta información la resumiremos en una tabla para que luego sea más sencillo suma los faltantes.

Fila	Cantidad de bloques que tiene	Bloques que falta para completar 4
1	3	1
2	2	2
3	3	1
4	3	1
5	2	2
6	2	2
7	3	1
Total de bloques que le hacen falta		10

De esta manera también confirmamos que eran 10 bloques los faltantes y si contamos los que hay en el frente, vemos que hay 7. Por lo que cayeron atrás son 3.

23. Observa las siguientes figuras formadas con cuadriláteros siguiendo un patrón



figura 1

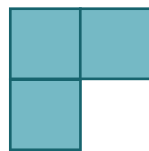


figura 2

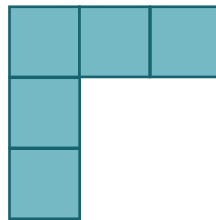


figura 3

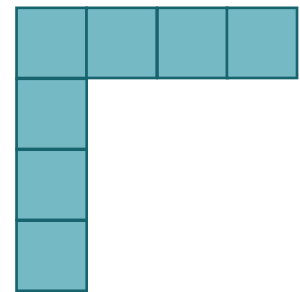


figura 4

De mantenerse el patrón,

a. ¿Cuántos cuadriláteros tiene la figura 6?



figura 1

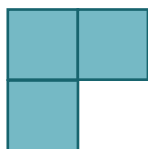


figura 2

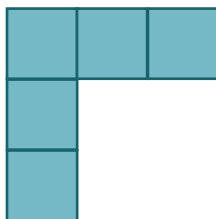


figura 3

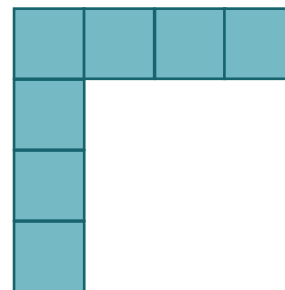


figura 4

b. ¿Cómo se calcula la cantidad de cuadriláteros de la figura 16?

Parte “a”:

¿Cuántos cuadriláteros tiene la figura 6?

Opción #1

Podemos ir completando con cuadrados la sucesión, como se muestra seguidamente con cuadrados rojos:



figura 1

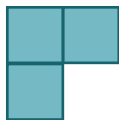


figura 2

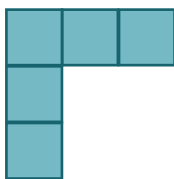


figura 3

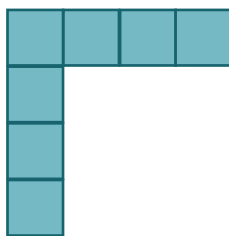


figura 4

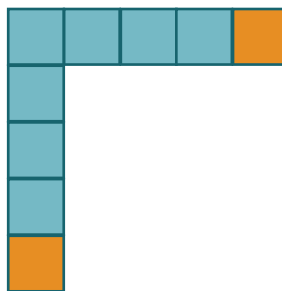


figura 5

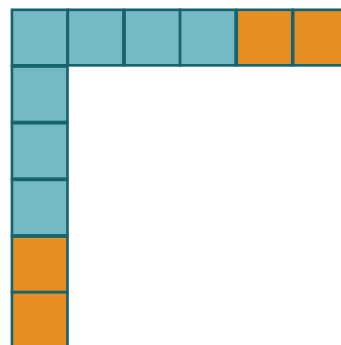
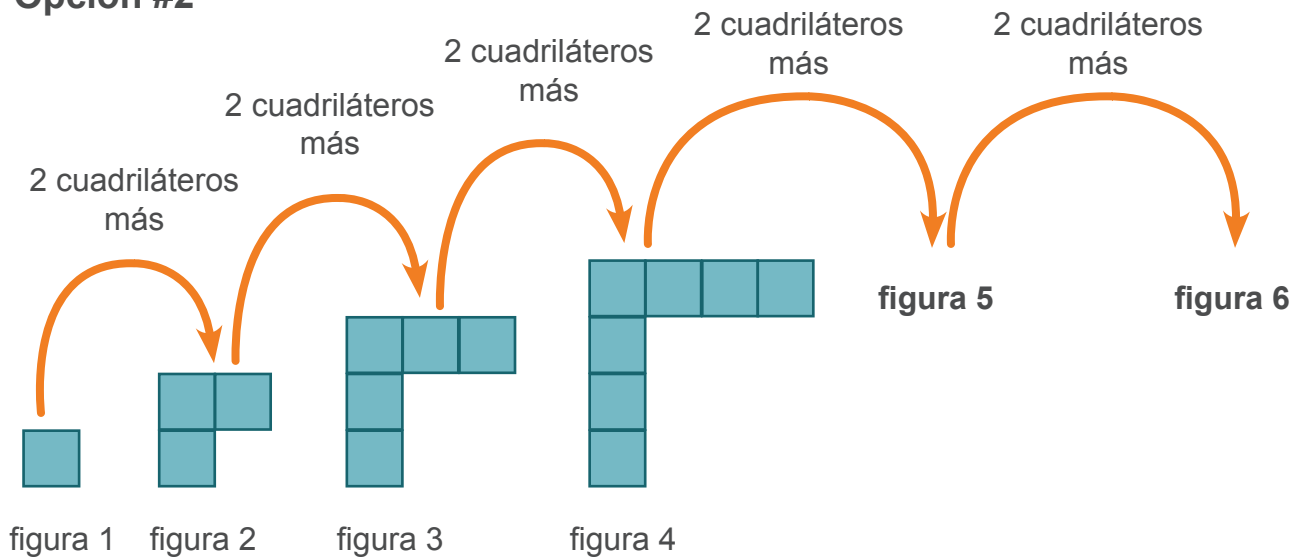


figura 6

Y para la pregunta ¿Cuántos cuadriláteros tiene la figura 6? Podemos contar la cantidad de cuadriláteros que se utilizaron para elaborar la figura 6 y determinar que son 11 cuadriláteros

Opción #2



De acuerdo a lo anterior puede deducir que de una figura a la siguiente se le suman dos cuadrillos, como se muestra en la siguiente imagen:

Figura	Cantidad de cuadrillos	Cantidad de cuadrillos de una figura a otra
1	1	+2
2	3	+2
3	5	+2
4	7	+2
5		+2
6		+2

Figura	Cantidad de cuadrillos	Cantidad de cuadrillos de una figura a otra
1	1	+2
2	3	+2
3	5	+2
4	7	+2
5	9	+2
6	11	+2

Con lo determinado se puede generalizar que; $7+2=9$ entonces la figura 5 tendrá 9, luego la figura 6 tendrá $9+2=11$

Por lo anterior la figura 6 tendrá 11 cuadrillos.

Parte “b”:

¿Cómo se calcula la cantidad de cuadriláteros de la figura 16? Justifique su respuesta

Opción #1

Con lo analizado en la tabla anterior, podemos indicar que de una figura a la otra se aumentan dos cuadriláteros como se muestra

Figura	Cantidad de cuadrillos	Cantidad de cuadrillos de una figura a otra
1	1	+2
2	3	+2
3	5	+2
4	7	+2
5	9	+2
6	11	+2
7	13	Al haber identificado el patrón, se puede seguir sumando dos al término anterior
8	15	
9	17	
10	19	
11	21	
12	23	
13	25	
14	27	
15	29	
16	31	

Con la idea de no realizar los 16 dibujos se puede hacer uso de la tabla y continuarla para determinar la cantidad de cuadriláteros de la figura 16.

Si la tabla resulta muy tedioso, podemos pasar a la representación numérica, en lugar de una gráfica o tabular:

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, **31**
 ...

Recuerde que si tenemos los primeros 7 términos de la sucesión, podemos seguir aumentando el último valor obtenido en 2 unidades para determinar el valor que le corresponde al término siguiente.

Opción #2

También puede observar que la fila vertical formada por los cuadriláteros es la misma cantidad que indica la figura y la horizontal uno menos que el número de la posición.

Por ejemplo

Número de Figura	Número de cuadriláteros		
	Verticales	Horizontales	Total
1	1	0	1
2	2	1	3
3	3	2	5
4	4	3	7
5	5	4	9
6	6	5	11
10	10	9	19
16	16	15	31

24. Pepe cada día juega en una máquina de la escuela y guarda las fichas que gana, para luego cambiarlas por un gran premio.

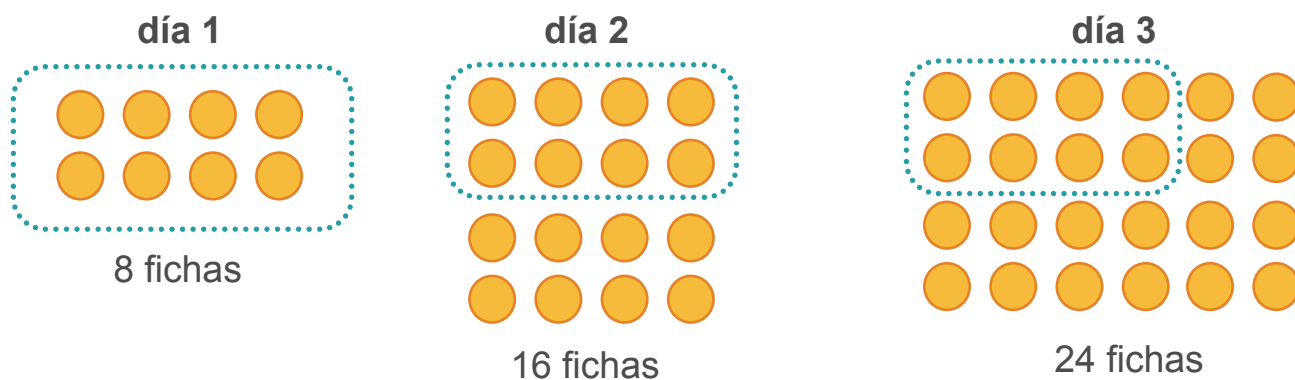
Cada día gana la misma cantidad de fichas. El primer día tiene 8 fichas, el segundo tiene 16, el tercero tiene 24 y así continúa siguiendo la secuencia.

- a. ¿Cuántas fichas tiene Pepe el quinto día?
- b. ¿Cómo calculas la cantidad de fichas que tiene al décimo día? Justifique su respuesta.

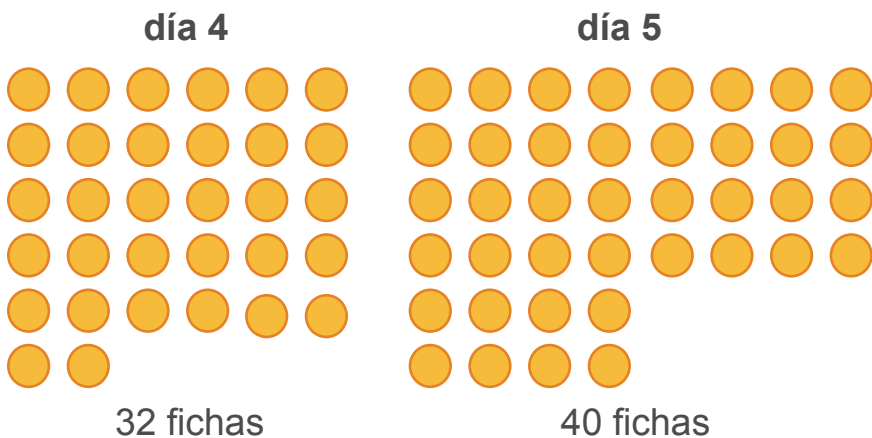
Parte a

Opción #1

Podemos realizar la representación gráfica de los datos, esto por medio del mediante un modelo cardinal, y así establecer la relación entre ellos:



Luego de representar la cantidad de monedas del tercer día, continuar agregando las fichas ganadas la representación hasta llegar al día cinco.



Una vez realizada la representación sumamos y obtenemos la cantidad de monedas que tiene Pepe el día 5, el cual será 40 fichas.

Opción #2

Podemos organizar los datos para establecer la relación entre ellos, pasando de la representación gráfica a una tabular:

Días	Fichas
1	8
2	16
3	24



Observar que cada día Pepe gana 8 fichas, por lo que continúa la relación sumando ocho hasta el día cinco como se muestra

Días	Fichas
4	32
5	40
6	48

De acuerdo a lo anterior, el quinto día tendrá 40 fichas

Opción #3

Otra posible manera de resolverlo, es notar que cada día Pepe se gana ocho fichas, y que la cantidad de fichas que tendrá cada día corresponde a “sumar tantas veces ocho como la cantidad de días que hayan transcurrido”.

Por lo cual para el día cinco, la cantidad de fichas que tiene será el resultado de sumar cinco veces ocho:

$$8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 40$$

Por lo tanto para el día 5 tendrá 40 fichas



Parte b

¿Cómo calculas la cantidad de fichas que tiene al décimo día? Justifique su respuesta.

Opción #1

Sigamos utilizando la representación tabular utilizada en la estrategia anterior, y amplíemos la tabla hasta tener la cantidad de fichas del décimo día

Amplíemos la tabla:

Días	Fichas
1	8
2	16
3	24
4	32
5	40
6	48
7	56
8	64
9	72
10	80

Al completarla hasta el día 10 vemos que tendrá 80 fichas ese día

Opción #2

El estudiante puede utilizar lo observado en la estrategia #3 a la pregunta anterior (A)

Por lo cual para el día diez, la cantidad de fichas que tiene será el resultado de sumar diez veces ocho:

Una vez determinado que cada día gana 8 fichas, podría considerarse sumas diez veces ocho para determinar el valor solicitado, por ejemplo:

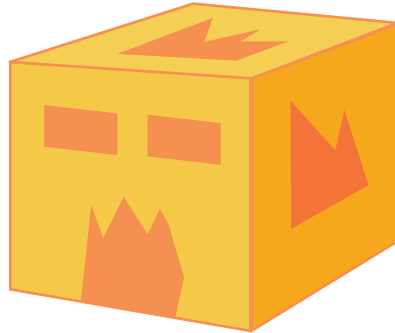
$$8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 80 \text{ fichas}$$

Recuerda que también al tener los valores en la tabla para los primero cinco días que son: 8, 16, 24, 32, 40 y ver que de uno a otro aumenta en 8 fichas, podría seguir sumando 8 fichas al último valor y determinar el siguiente, por ejemplo a 40 sumarle 8, dando 48 que corresponden a cantidad de fichas del día 6 y así sucesivamente hasta determinar el valor solicitado

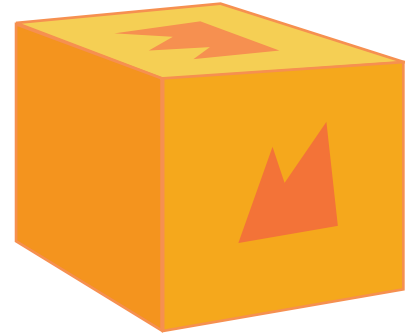
8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80 ...

25. Beto quiere construir un castillo con una caja de cartón (sin tapa). Él coloca la caja con el hueco de la tapa hacia abajo, como se muestra:

Castillo por delante



Castillo por detrás

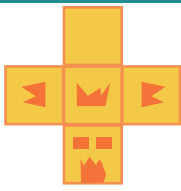
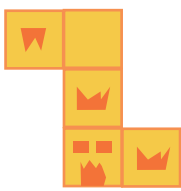
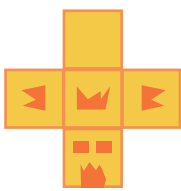
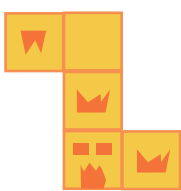


Complete el siguiente cuadro, indicando cuál de las cajas es la que debe tener Beto para poder armar el castillo correctamente y para las cajas con las que no se puede armar el castillo justifique el por qué no sirven.

Figura	Se puede armar el castillo de Beto		Justifique ¿Por qué?
	Si	No	
 <p>Caja 1</p>			
 <p>Caja 2</p>			
 <p>Caja 3</p>			
 <p>Caja 4</p>			

Solución:

Complete el siguiente cuadro, indicando cuál de las cajas es la que debe tener Beto para poder armar el castillo correctamente y para las cajas con las que no se puede armar el castillo justifique el por qué no sirven. (5 puntos)

	Se puede armar el castillo de Beto		Justifique
	Si	No	¿Por qué?
 Caja 1		x	Se descarta porque las figuras de las “ventanas” del castillo tienen los picos viendo hacia abajo y no hacia arriba como en el castillo que Beto quiere.
 Caja 2	x		
 Caja 3		x	Se descarta porque las “ventanas” del castillo quedarán ahora con los picos de lado y no hacia arriba como quiere Beto que queden.
 Caja 4		x	Se descarta porque: (1) el “techo” del castillo quedará en blanco y no con la figura que Beto quiere, (2) la “ventana” de la izquierda quedará con los picos de lado y no hacia arriba, o (3) la imagen que Beto quería que quedara en el techo quedará en la parte trasera del castillo (el estudiante puede hacer mención a cualquiera de éstas tres justificaciones).

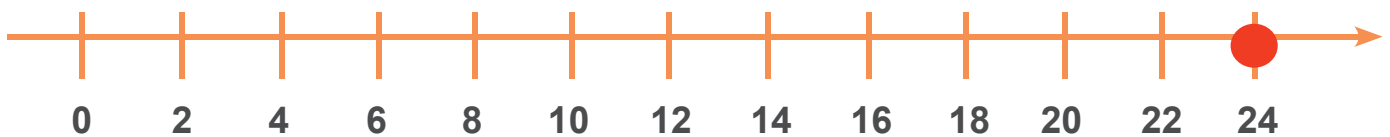
26. Raúl tiene el doble de la edad de María. Ana tiene la mitad de edad que María. Si Raúl tiene 24 años, ¿cuál es la edad de cada uno?

Piensa en una forma distinta de resolver el problema, ¿cómo lo harías?

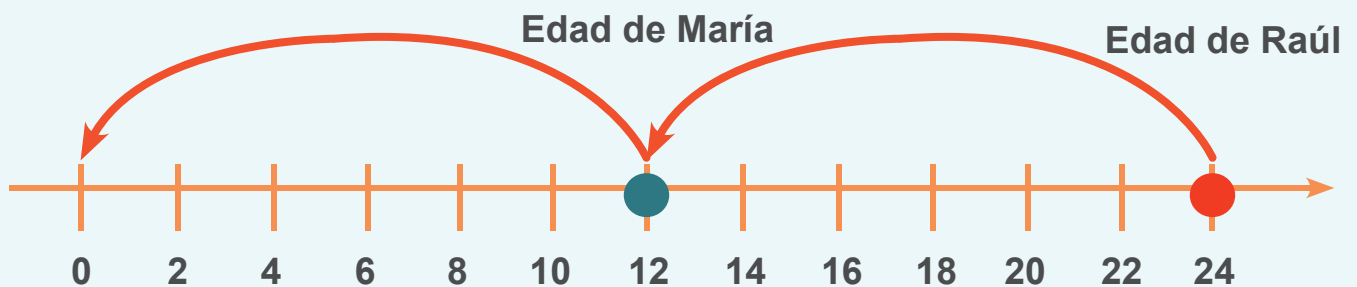
Opción #1

Representación en la recta numérica

Utilicemos la recta numérica se representa la edad de Raúl



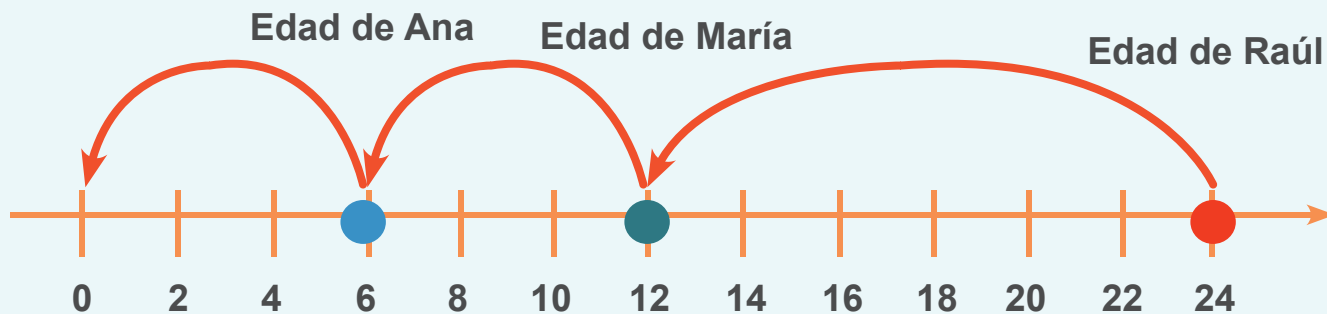
Sabemos que Raúl tiene 24 años, luego ubicaremos en esta recta la mitad de esta cantidad, que corresponde a la edad de María:



Sabiendo que Raúl tiene el doble de la edad de María y utilizando la reversibilidad de esta operación, podemos determinar que María tiene 12 años.

De lo anterior, en la recta numérica tenemos localizada la edad de Raúl y la de María y vamos a determinar la de Ana.

En el problema se nos dice que la edad de Ana es la mitad de la edad de María, por lo que al valor que representa la edad de María le buscaremos la mitad (buscamos la mitad de 12):



Con lo anterior tenemos que la edad de Ana es de 6 años

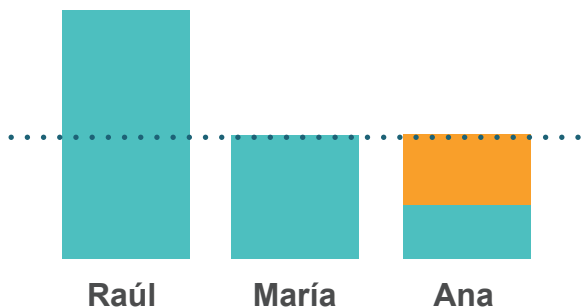
La edad de María es de 12 años, Ana tiene 6 y Raúl tiene 24.



Opción #2

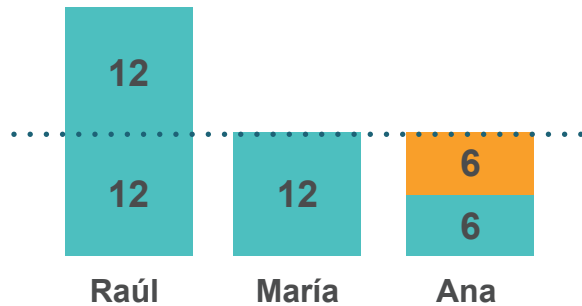
Representación mediante modelo de área

Primero vamos a establecer la relación existente entre los datos, como se muestra seguidamente.



Para representar la relación entre los datos vamos a establecer un valor común entre las edades de los tres

Como valor base utilizaremos la edad de Raúl, que corresponde a 24 años



Como conocemos que la edad de Raúl es de 24 años, podemos determinar que la mitad es 12, así obtenemos la edad de María. Este es el referente para determinar la edad de Ana, que sería la mitad de 12, y corresponde a 6 años.

De acuerdo a lo anterior, la edad de María es de 12 años, Ana tiene 6 y Raúl tiene 24.



Opción #3

Representación mediante modelo simbólico

Primero determinaremos los datos presentes en el problema

Raúl: doble que María

Ana: mitad que María

Raúl: 24

María: mitad que Raúl

Ana: mitad que María

Raúl: 24

Vamos a inferir la información presente en los datos anteriores, para calcular los datos que se puedan, a partir de las relaciones establecidas. Para ello vamos a abordar este ejercicio de una manera inversa

Raúl: 24

María: mitad de 24 = 12

Ana: mitad de 12 = 6

Con lo anterior, determinamos que las edades son: María tiene 12, Ana tiene 6 y Raúl 24 años.

Créditos

Los ítems fueron tomados de la prueba de la II y III Etapa de la Olimpiada Costarricense de Matemática de primer año 2019, elaborada por:

- **Adolfo Alejandro Monge Zamora**, asesor regional de Matemática de la Dirección Regional Educativa de Aguirre.
- **Hermes Mena Picado**, asesor nacional de Matemática del Departamento de Primero y Segundo Ciclos.
- **Mónica Mora Badilla**, profesora de Matemática de la Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica.
- **Carlos Alfaro Rivera**, profesor de Matemática. Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica.

Revisores (as) de los cuadernillos

Mónica Mora Badilla

Profesora de Matemática.

Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica.

Gabriela Valverde Soto

Profesora de Matemática.

Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica.

Carlos Alfaro Rivera

Profesor de Matemática.

Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica.

Xinia Zúñiga Esquivel

Asesora Nacional de Matemática

Departamento de Primero y Segundo Ciclos. Dirección de Desarrollo Curricular

Compilación y estrategias de solución de los cuadernillos realizadas por:

Hermes Mena Picado. Asesoría Nacional de Matemática.

Departamento de Primero y Segundo Ciclos. Dirección de Desarrollo Curricular.

mep
Ministerio de
Educación Pública



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

