Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Asesoría Nacional de Matemática

CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria OLCOMEP- 2020

CUARTO AÑO

Olimpiada Nacional de Matemática en Primaria

Universidad de Costa Rica

PRESENTACIÓN

Es fundamental que nuestro sistema educativo fomente en la sociedad costarricense, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo científico y tecnológico, a efecto de formar personas con las habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

La enseñanza de la matemática ocupa un papel clave en el currículo escolar y persigue el desarrollo de un proceso intelectual en los estudiantes. La Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria OLCOMEP, tiene como finalidad estimular y desarrollar entre los niños y niñas sus capacidades de resolución de problemas matemáticos, por medio de una competencia de conocimiento sana entre estudiantes de diferentes regiones educativas del país.

El presente cuadernillo pretende ser un insumo de apoyo para el docente y práctica para el estudiante. El mismo busca orientar a los y las participantes de la OLCOMEP, por medio de la presentación de problemas recopilados de las pruebas aplicadas en ediciones anteriores de la misma olimpiada. Su contenido pretende dar pautas sobre los tipos de problemas a los que se van a enfrentar los y las estudiantes en las diferentes etapas que comprende la OLCOMEP, así como sus diferentes estrategias de resolución.

Los problemas aquí seleccionados se fundamentan en situaciones matemáticas donde se requiera manifestar las habilidades que caractericen el talento matemático para lograr su resolución, basados en los niveles de complejidad de los problemas descritos en el Programa de Estudio en Matemáticas (MEP, 2012) y por medio de los diferentes contextos que se consideran para la olimpiada.

Comisión Central de OLCOMEP

PROBLEMAS DE PRÁCTICA

1. Patricia empaca bolsitas de confites para la fiesta de cumpleaños de su hermana, en cada bolsita debe colocar 10 confites un sabor. Si tiene 187 confites de fresa y 148 confites de limón, ¿cuántas bolsitas utilizó?

Se puede hacer la representación de las cantidades como:

187 = 100 + 80 + 7 100 equivale a 10 grupos de 10 y 80 a 8 grupos de 10
148 = 100 + 40 + 8 100 equivale a 10 grupos de 10 y 40 a 4 grupos de 10

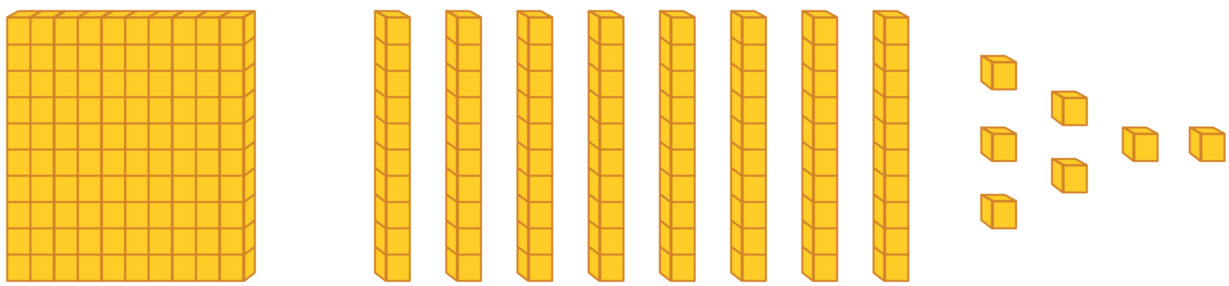
En total, se pueden hacer 18 bolsas de confites de fresa y 14 bolsas de confites de limón

R/ Utilizó 32 bolsitas (18 + 14)

Otra forma:

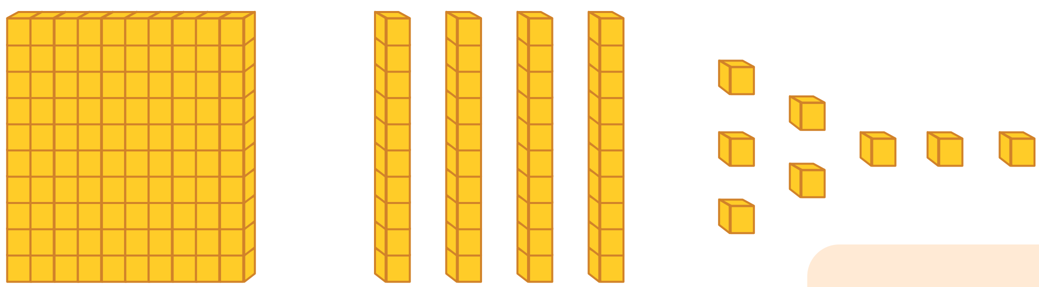
Se puede hacer una representación de la cantidad utilizando los bloques multibase.

187



10 bolsitas **8 bolsitas**

148

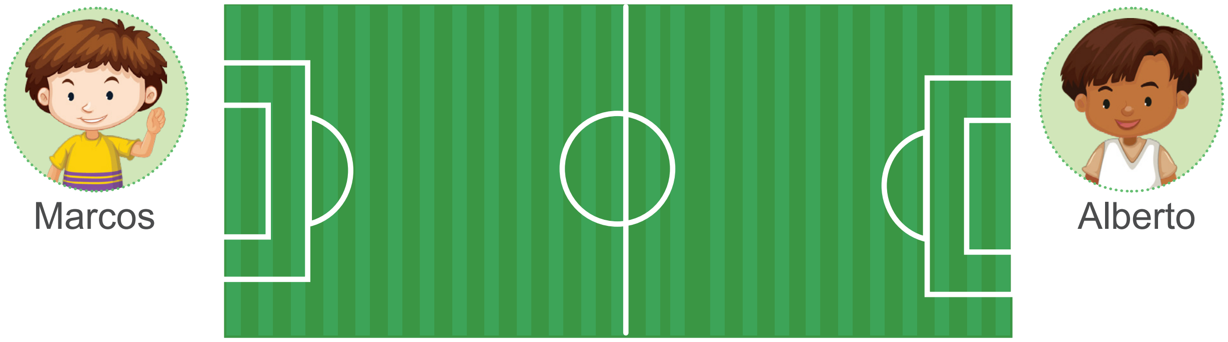


10 bolsitas **4 bolsitas**

Cantidad de bolsitas
10 + 10 + 8 + 4 = 32

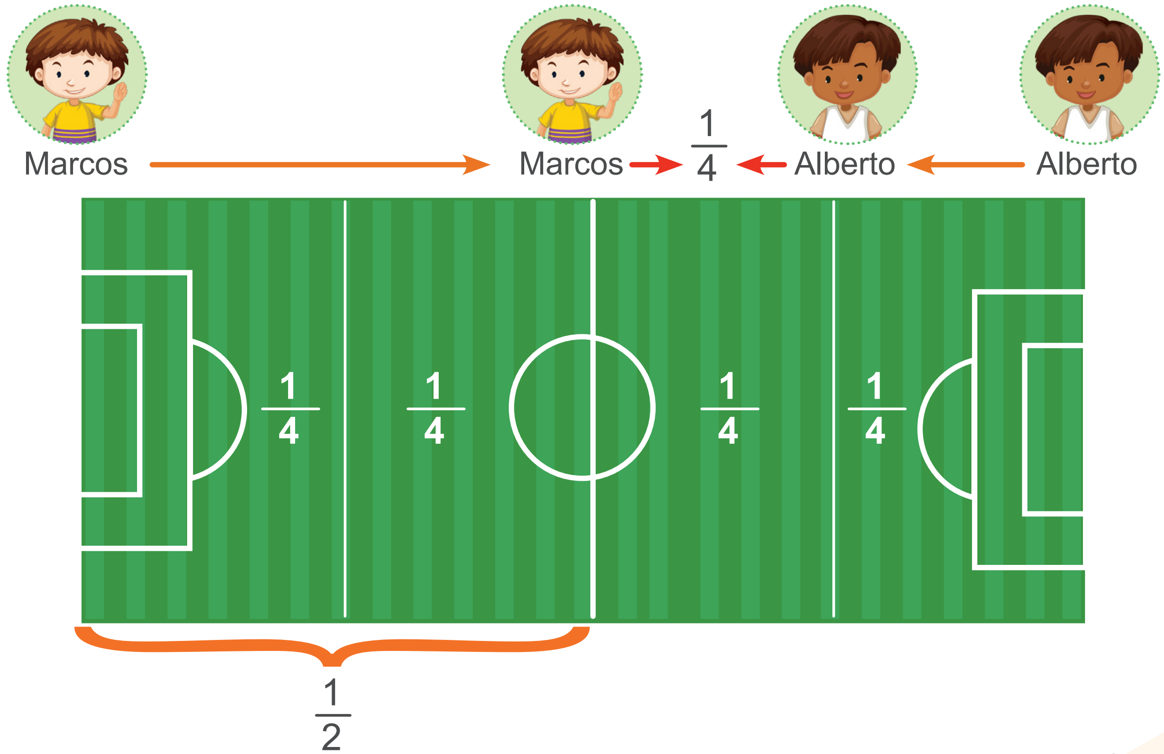
En total se utilizaron 32 bolsitas.

2. Marcos y Alberto se encuentran en la plaza del barrio, y se colocan en diferentes extremos de la plaza como se muestra en la imagen:



Si comenzaron a caminar uno frente al otro con la intención de encontrarse en un punto de ese lado de la plaza, Marcos caminó $\frac{1}{2}$ de la longitud de ese lado y Alberto caminó $\frac{1}{4}$ de la longitud de ese lado. ¿Qué fracción de la longitud del lado de la plaza separa a Marcos de Alberto?

La situación es mejor representarla en el dibujo y visualizar la respuesta.



La fracción de la longitud de la plaza que separa a Mario de Marcos es $\frac{1}{4}$

3. Fernanda asegura su beca escolar obteniendo un promedio de 80 en cinco asignaturas. Si hasta el momento tiene las siguientes calificaciones en cuatro asignaturas 70, 70, 80, 90. ¿Cuál es la nota mínima que debe obtener en la quinta asignatura para mantener la beca?

70	70	80	90	¿?	Calificaciones
80	80	80	80	80	Promedio
10 menos	10 menos		10 más		Diferencia con el promedio

El mínimo número debería ser 80 + 10 + 10 – 10 = 90

La nota mínima que debe tener en la quinta asignatura es 90.

4. Considere la siguiente información

Estatura promedio de niños y niñas según su edad

Etapa infantil	Estatura promedio	
Edad	**Niñas**	**Niños**
1 año	74 cm	76 cm
2 años	86 cm	88 cm
3 años	95 cm	96,5 cm
4 años	99,14 cm	100,13 cm
5 años	105,95 cm	106,4 cm
6 años	112,12 cm	112,77 cm
7 años	117,27 cm	118,5 cm
8 años	122,62 cm	122,86 cm

Según la información anterior:

Sebastián es un niño de 7 años con una estatura de 118,17 cm. ¿Cuánto menos mide Sebastián con respecto a la estatura promedio?

La estatura promedio de los niños de 7 años es 118,5 y Sebastián mide 118, 17
El estudiante debe tener claro que 118,5 y 118,50 representan la misma cantidad, por lo que se hace es comparar la diferencia entre las centésimas. 50 – 17 = 33

Con respecto a la estatura promedio mide 33 centésimas de centímetro menos o 0,33 cm menos.

5. Considere la siguiente información

Total de nacimientos por sexo en algunos cantones de Cartago 2015			
Cantones	**Nacimientos**		
	Total	**Hombres**	**Mujeres**
Paraíso	2032	1003	1029
La Unión	876	460	416
Jiménez	1401	718	683

Fuente: INEC Costa Rica

Según la información anterior

¿Cuál es la diferencia entre el promedio de hombres y de mujeres que nacieron ese año en esos tres cantones?

Primero determinemos el promedio de nacimientos para los hombres y las mujeres en esos tres cantones

Promedio de hombres

$$\frac{1003 + 460 + 718}{3} = 727$$

Promedio de mujeres

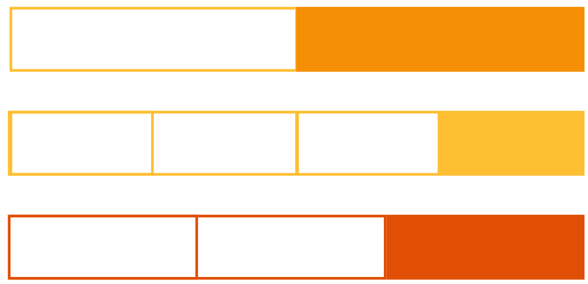
$$\frac{1029 + 416 + 683}{3} = 709{,}33$$

Determinemos la diferencia entre ambos promedios:

727 – 709, 33 = (727 – 709) – 0,33= 18 -0,33 = 17, 67

La diferencia entre el promedio de los hombres y las mujeres es 17,67

6. Alberto, Karol y Josué son hermanos y deben ir juntos a una fiesta de cumpleaños. La mamá de ellos les dio la misma cantidad de dinero a cada uno para que compren un regalo para el cumpleañero. Si Alberto gasto $\frac{1}{4}$ del dinero que le brindo su mamá, Karol $\frac{1}{2}$ del dinero y Josue gasto $\frac{1}{3}$ en la compra del regalo. ¿A cuál de los hermanos le sobró menos dinero?

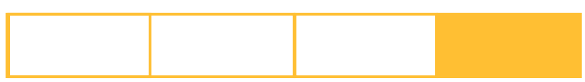


Exploremos el problema

Se representará gráficamente la cantidad de dinero que gastó cada uno de los hijos.

Cantidad de dinero gastado por Karol

Cantidad de dinero gastado por Alberto



Cantidad de dinero gastado por Josué

Como se observa en la representación anterior, la persona que más dinero gastó fue Karol, por lo tanto es a la que menos dinero le sobró.

A Karol le sobró menos dinero.

7. Considere la información de la siguiente tabla:

Gasto corriente mensual, promedio por hogar, por zona			
Octubre 2012 - Octubre 2013			
Grupo de gasto	**Promedio**		
	Nacional	**Urbano**	**Rural**
Gasto de consumo	**599 157**	**670 883**	**402 790**
Alimentos y bebidas no alcohólicas	130 318	136 970	112 106
Bebidas alcohólicas tabaco y estupefacientes	3 832	4 254	2 676
Prendas de vestir y calzado	32 324	36 107	21 969
Vivienda, agua, electricidad. gas y otros combustibles	62 185	70 680	38 930
Muebles y artículos para el hogar y conservación de la vivienda	40 799	46 250	25 874
Salud	27 634	32 773	13 566
Transporte	95 220	106 498	64 344
Comunicaciones	28 868	32 151	19 877
Recreación y cultura	46 757	54 359	25 943
Educación	30 284	36 716	12 674
Comidas y bebidas fuera del hogar	52 961	59 553	34 915
Servicio de alojamiento (hoteles)	2 867	3 577	924
Bienes y servicios diversos	45 108	50 994	28 992

Fuente: INEC Costa Rica, 2013.

¿Cuánto dinero invierten las familias en promedio en las zonas urbanas en materia de “Educación y Recreación y cultura”?

Veamos la lectura de la información.

Gasto corriente mensual, promedio por hogar, por zona			
Octubre 2012 - Octubre 2013			
Grupo de gasto	**Promedio**		
	Nacional	**Urbano**	**Rural**
Gasto de consumo	**599 157**	**670 883**	**402 790**
Alimentos y bebidas no alcohólicas	130 318	136 970	112 106
Bebidas alcohólicas tabaco y estupefacientes	3 832	4 254	2 676
Prendas de vestir y calzado	32 324	36 107	21 969
Vivienda, agua, electricidad. gas y otros combustibles	62 185	70 680	38 930
Muebles y artículos para el hogar y conservación de la vivienda	40 799	46 250	25 874
Salud	27 634	32 773	13 566
Transporte	95 220	106 498	64 344
Comunicaciones	28 868	32 151	19 877
Recreación y cultura	46 757	54 359	25 943
Educación	30 284	36 716	12 674
Comidas y bebidas fuera del hogar	52 961	59 553	34 915
Servicio de alojamiento (hoteles)	2 867	3 577	924
Bienes y servicios diversos	45 108	50 994	28 992

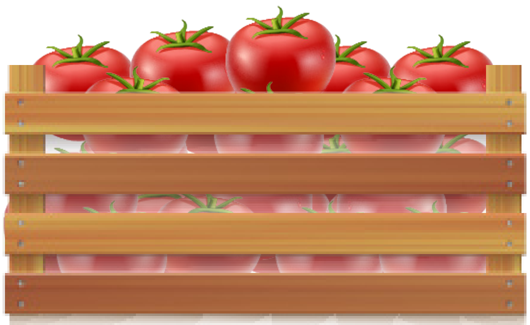
Gastos en recreación y cultura en el área urbana 54 359

Gastos en educación en el área urbana 36 716

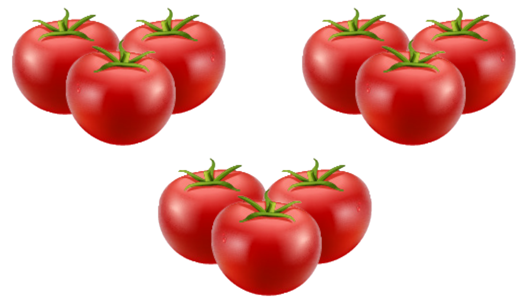
Inversión total **54 359 + 36 716 = 91 075**

En las zonas urbanas las familias invierten 91 075 colones en materia de Educación y Recreación y cultura

8. La maestra les presenta la siguiente información a sus estudiantes



Caja de 5 kilogramos de tomates a ₡5500



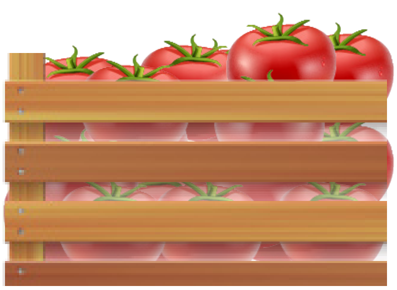
Tomates a ₡1225 el kilogramo

Y les pregunta, si es más conveniente comprar el tomate en caja o por kilogramo. Tres de sus estudiantes indican lo siguiente:

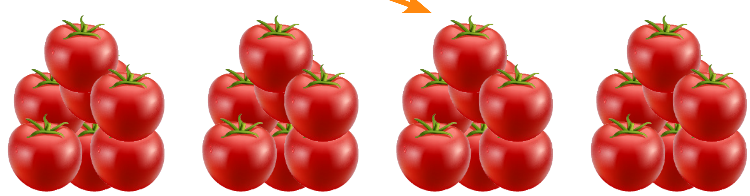
- José dice que es más barato comprar el tomate por caja.
- Patricia que es mejor comprar el tomate por kilogramo.
- Mauricio afirma que sale exactamente igual comprar el tomate por kilogramo que por caja.

¿Cuál de los niños tiene razón?

Trabajemos con la información sobre la caja de tomate, dividiendo su contenido en bolsas de un kilogramo.



Caja de 5 kilogramos de tomates a ₡5500



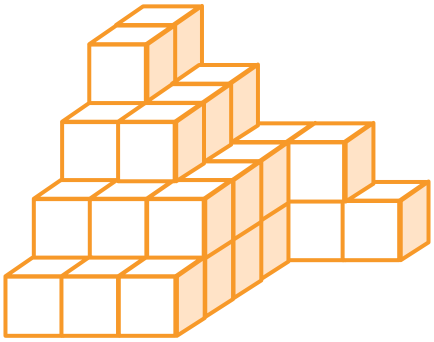
₡1000	₡1000	₡1000	₡1000
₡100	₡100	₡100	₡100

Cada kilogramo de tomate de la caja tiene un valor de ₡ 1100, con esta información se analiza lo que dijo cada estudiante:

Afirmación de los estudiantes	Verdadero	Falso
*José dice que es más barato comprar el tomate por caja.	X	
Patricia que es mejor comprar el tomate por kilogramo.		X
Mauricio afirma que sale exactamente igual comprar el tomate por kilogramo que por caja.		X

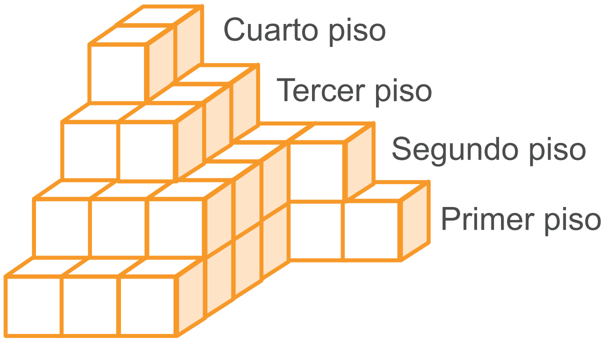
De acuerdo con lo anterior, José tiene la razón.

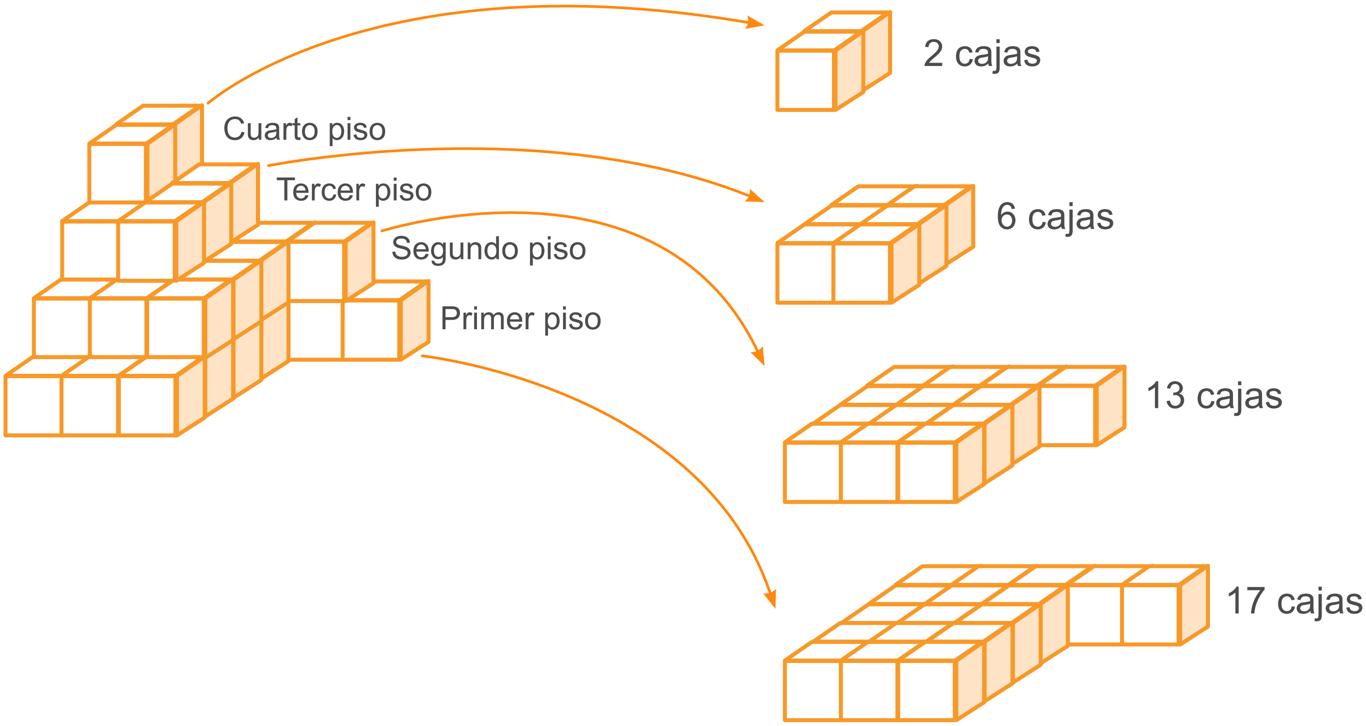
9. En una bodega de artículos de limpieza colocan todas las cajas como se muestra en la figura:



De acuerdo con la imagen anterior, ¿cuántas cajas de producto de limpieza hay almacenadas en la bodega?

Vamos a analizar cada uno de los pisos de la figura





Total de cajas 17 + 13 + 6 + 2 = (17 + 13) + (6 + 2) = 30 + 8 = 38

En la bodega hay almacenadas **38 cajas** de productos de limpieza.

10. Carolina desea decorar el rodapié de su cuarto con figuritas con forma de estrellas, lunas, ovejas y flores que brillan en la oscuridad. Si las coloca en el orden que se muestra a continuación:

Para esa decoración necesita 350 figuritas, ¿cuántas de esas figuritas son ovejas?

El estudiante puede analizar que el rodapié se construye con la repetición (patrón de repetición) de los siguientes 10 dibujos **(base)** en ese orden.

Cada base tiene 4 ovejas y en 350 figuras hay 35 (350 ÷ 10) **"bases"**

Por lo tanto hay 140 ovejas (4 x 35)

En 350 figuras hay 140 ovejas.

11. Tres amigos giran la siguiente ruleta:

- Pedro gana si sale un múltiplo de dos.
- Miguel gana si sale un número impar.
- José gana si sale un múltiplo de tres.

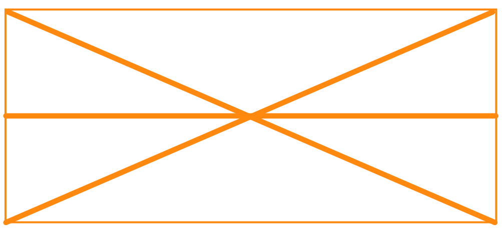
¿Cuál de los tres es menos probable que gane?

Se analizarán las opciones de acuerdo con la ruleta.

Pedro gana si sale un múltiplo de dos.	Múltiplos de 2; 2, 4, 6, 8 y 10	Probabilidad 5 de 10
Miguel gana si sale un número impar.	Números impares; 1,3, 5, 7, 9	Probabilidad 5 de 10
José gana si sale un múltiplo de tres.	Múltiplos de tres; 3, 6, 9	Probabilidad 3 de 10

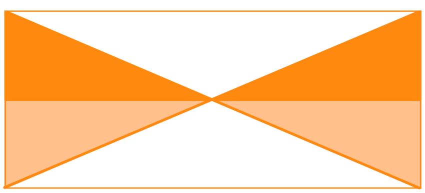
El que tiene menos probabilidad de ganar es José.

12. Observe la siguiente figura:



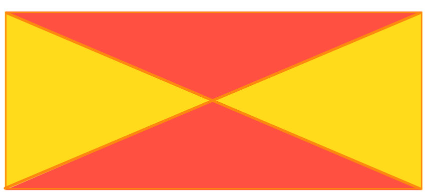
Si cada triángulo en la figura vale tres puntos y cada cuadrilátero vale cuatro, ¿cuántos puntos se obtienen en total en la figura?

Observemos la figura para ver cuantos triángulos y cuadriláteros hay.



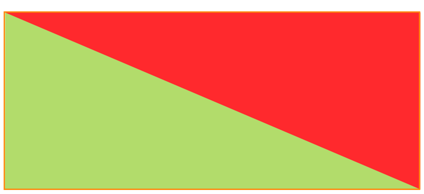
4 Triángulos

2 cuadriláteros

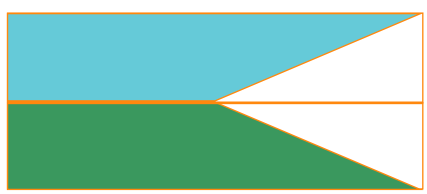


4 Triángulos

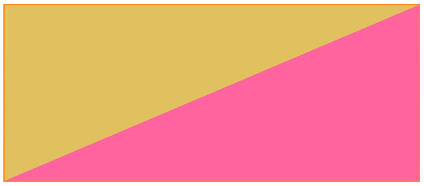
1 cuadrilátero



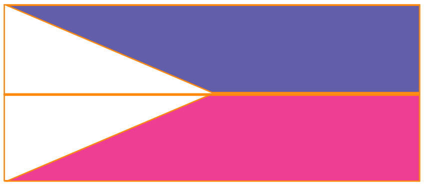
2 Triángulos



2 cuadriláteros



2 Triángulos



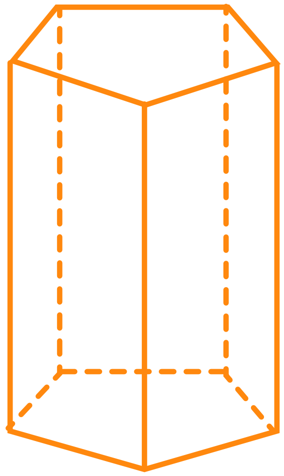
2 cuadriláteros

Total de triángulos 12, como cada uno vale tres puntos entonces generan 36 puntos.

Total de cuadriláteros 7, como cada uno vale cuatro puntos entonces generan 28 puntos.

En total se cuentan 64 puntos (36 + 28)

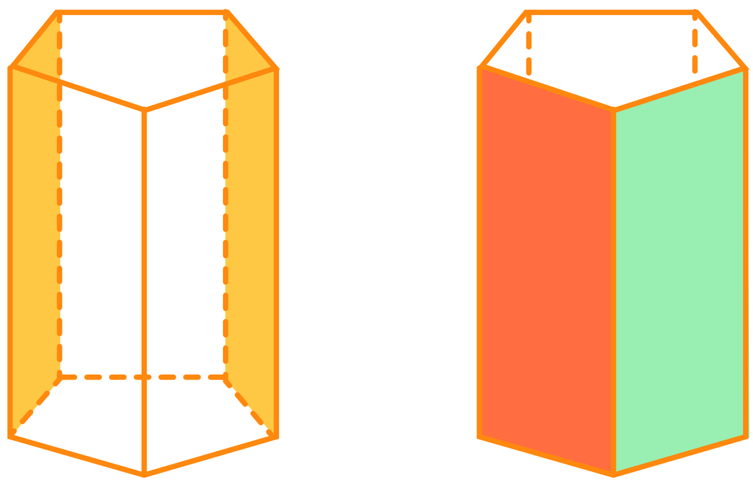
12. La siguiente imagen corresponde a un prisma recto:



De acuerdo con dicha imagen. ¿Cuántos cuadriláteros se pueden identificar en esta?

Una forma es que se observe que hay un cuadrilátero por cada lado de la base. Como la base es un pentágono (5 lados) entonces se observan 5 cuadriláteros.

Otra forma es que se marquen en la figura



Podemos identificar 5 cuadriláteros.

14. La abuelita de Harold le regaló ₡45 000, él ha gastado 1/3 del dinero en un libro de acción, luego compró unos juguetes en los que pagó el doble del dinero que gastó en el libro. Después de esas compras. ¿Cuánto dinero le quedó a Harold?

$$\underbrace{₡15\,000 \qquad ₡15\,000 \qquad ₡15\,000}_{₡45\,000}$$

₡15 000 Cantidad de dinero gastado en el libro

₡15 000 + ₡15 000 = ₡30 000 Cantidad de dinero gastado en el juguete

Gastó ₡15 000 + ₡30 000 = ₡45 000

A Harold no le queda dinero.

15. La siguiente tabla muestra las toneladas de emisión de dióxido de carbono a la atmósfera, producido por algunos países en el año 2005.

Producción de dióxido de carbono en el 2005

País	Toneladas de dióxido de carbono
Guatemala	586,2
El Salvador	138,6
Honduras	448,2
Nicaragua	39,3
Costa Rica	364,5
Panamá	113,3
Brasil	2074,8
Chile	469,1
Colombia	709,2
México	3816,8

Fuente: Estado de la Región en Desarrollo Humano Sostenible, 2008.

Según los datos de toneladas de emisión de dióxido de carbono a la atmósfera ¿cuál es la diferencia, en toneladas, de dióxido de carbono de los dos países con mayor emisión?

Se buscará en la información cuales son los países con la mayor emisión.

Producción de dióxido de carbono en el 2005

País	Toneladas de dióxido de carbono
Guatemala	586,2
El Salvador	138,6
Honduras	448,2
Nicaragua	39,3
Costa Rica	364,5
Panamá	113,3
Brasil	2074,8
Chile	469,1
Colombia	709,2
México	3816,8

Fuente: Estado de la Región en Desarrollo Humano Sostenible, 2008.

Encontramos la diferencia de estas cantidades de toneladas de dióxido de carbono.

3816,8 - 2074,8 = 1742

La diferencia es 1742

16. Carlos realiza un retiro de ₡740 000 de una cuenta bancaria para realizar el pago de un mueble, en el que gasta siete billetes de ₡50 000, y un televisor que le cuesta 12 billetes de ₡20 000. ¿Cuánto dinero le sobró?

El dinero gastado por Carlos es

7 billetes de ₡50 000 que equivale a ₡350 000

12 billetes de ₡20 000 que equivale a ₡240 000

En total Carlos gastó

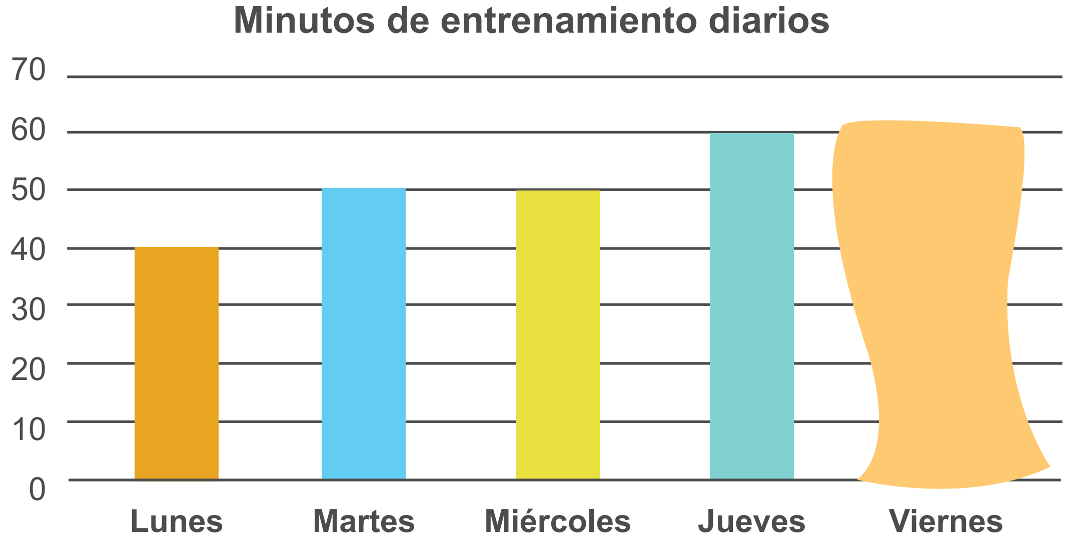
₡350 000 + ₡240 000 = ₡590 000

Y la cantidad de dinero que le queda es

₡740 000 - ₡590 000 = ₡150 000

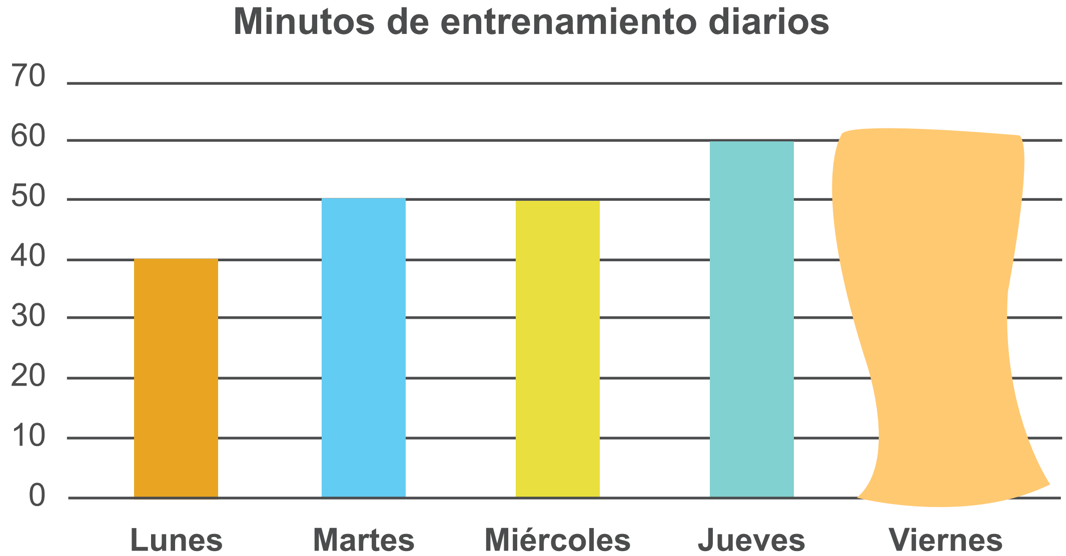
A Carlos le sobra ₡150 000

17. Rosa entrena 5 días a la semana y su teléfono le da una estadística del tiempo de entrenamiento por día y el tiempo total. Al concluir el viernes el entrenamiento se da cuenta que la pantalla de su teléfono tiene un problema y solo puede leer lo siguiente:



Si el tiempo total de entrenamiento fue de 4 horas y 10 minutos, ¿cuántos minutos entrenó Rosa el viernes?

Analizaremos la información para ver cuánto tiempo entrenó los primeros cuatro días.



Lunes	40 minutos
Martes	50 minutos
Miércoles	50 minutos
Jueves	60 minutos (1 hora)
Viernes	**¿?**
Total	**4 horas y 10 minutos**

En los primeros cuatro días recorrió

$$40 + 50 + 50 + 60 = (20 + 10 + 10) + 50 + 50 + 60 =$$
$$20 + (10 + 50) + (10 + 50) + 60 =$$
$$20 + 60 + 60 + 60$$

Como 60 minutos equivalen a una hora, tenemos que en los primeros 4 días entrenó 3 horas 20 minutos.

En total entrenó 4 horas 10 minutos

A 4 horas le restamos las 3 horas y me quedaría 1 horas y 10 minutos.

A 1 hora 10 minutos le debo restar 20 minutos entonces convertimos la 1 hora y 10 minutos en minutos (60 + 10 = 70). Luego a 70 minutos le restamos 20 minutos (70 – 20 = 50)

El viernes Rosa entrenó 50 minutos.

18. Se tienen nueve tarjetas como se muestra a continuación

$\boxed{8}$

$\boxed{1}$ $\boxed{7}$

$\boxed{5}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$

$\boxed{2}$ $\boxed{6}$ $\boxed{9}$

Utilizando algunas de estas tarjetas una única vez, forme el menor número posible de tres cifras y el mayor número posible de dos cifras. ¿Cuál es la diferencia entre los dos números formados?

Menor número posible que se puede formar con 3 tarjetas es $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$

Mayor número posible que se puede formar con 2 tarjetas es $\boxed{9}$ $\boxed{8}$

Diferencia entre ambas 123 – 98 = (100 + 23) - 98 = (100 - 98) + 23 = 2 + 23 = 25

La diferencia entre ambos números es 25.

19. El promedio de estatura de los quince estudiantes de la clase es de 135 cm, si se determina que una de las medidas estaba incorrecta y que un estudiante que había reportado una estatura de 160 cm en realidad mide 130 cm, ¿cuál será el nuevo promedio de estatura de la clase?

En este caso el promedio equivale a que la medida de las estaturas de todos los alumnos se distribuyó de forma que todos quedaran con igual estatura.

135	**135**	**135**	**135**	**135**	**135**	**135**	**135**	**135**	**135**	**135**	**135**	**135**	**135**	**135**

Es decir, sabemos que las estaturas de los 15 estudiantes es 2025 cm (135 x 15) Ahora a esa suma debemos restarle 30 cm (eso fue la medida de más que reportó el estudiante (160 – 130 = 30)

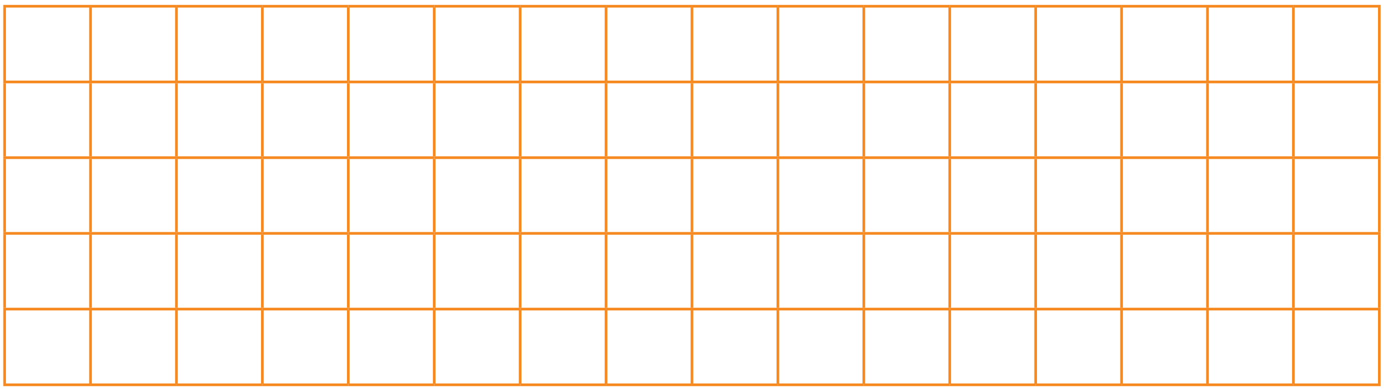
Por lo tanto la suma de las estaturas será 1995 (2025 – 30 = 1995). Esa cantidad de centímetros debemos ahora distribuirlos por igual entre los 15 estudiantes (1995 ÷ 15= 133)

El nuevo promedio de estaturas es 133 cm.

Otra forma más sencilla es observar que lo que se reportó de más fueron 30 cm, esto se debe restar equitativamente de la edad promedio de cada estudiante (30 ÷ 15 = 2)

Edad promedio 135 cm menos 2 cm sería 133 cm.

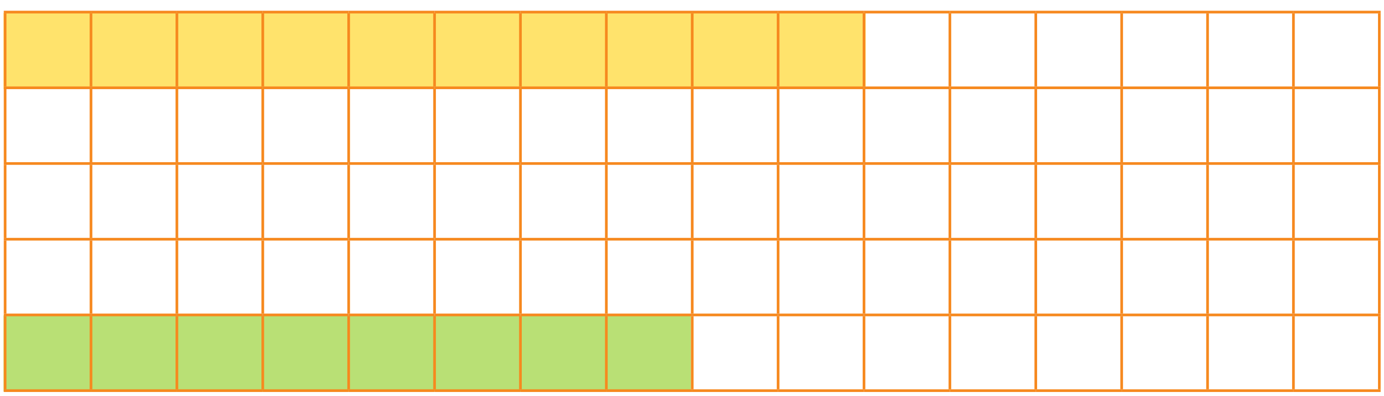
20. En la escuela de Karla se va a pintar una pared cuadriculada de forma rectangular, que consta de 80 cuadritos como se muestra en la imagen:



Del total de cuadritos de la pared, unos alumnos pintaron $\frac{1}{8}$ de color verde, $\frac{1}{10}$ de color azul y el resto de color amarillo. ¿Cuántos cuadritos deben pintarse de color amarillo?

La situación se puede representar en la cuadrícula

Una octava parte de 80 son 10



Una décima parte de 80 son 8

Quedan sin pintar 3 filas de 16 (3 x 16 = 48), 6 cuadrito que completa la fila verde y 8 cuadritos que completan la fila azul.

La cantidad de cuadritos sin pintar es 62 (48 + 6 + 8)

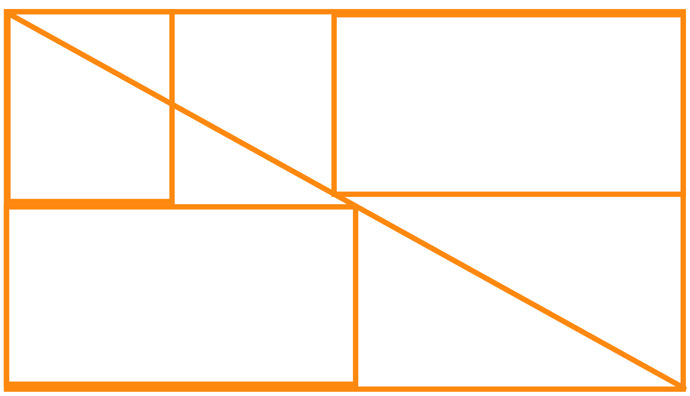
Quedan 62 cuadritos.

Otra forma de hacerlo es;

$$\left.\begin{array}{l}\text{Calcular } \frac{1}{8} \text{ de 80 que es 10.} \\[2ex] \text{Calcular } \frac{1}{10} \text{ de 80 que es 8.}\end{array}\right\} \text{Total de cuadritos pintados 18 (10 + 8)}$$

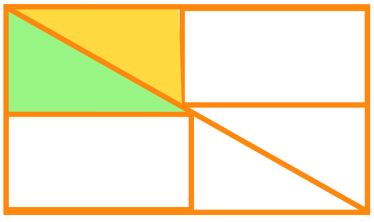
80 cuadritos menos 18 pintados me da 62 cuadritos sin pintar.

21. Observe la siguiente figura:



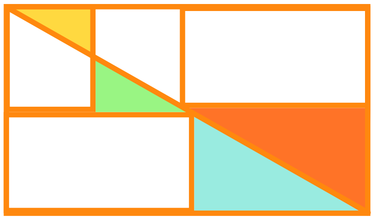
Si cada triángulo que se observa en la figura vale cuatro puntos y cada cuadrilátero vale dos, ¿cuántos puntos se obtienen en total en la figura?

Se analizará la cantidad de triángulos y cuadriláteros que hay



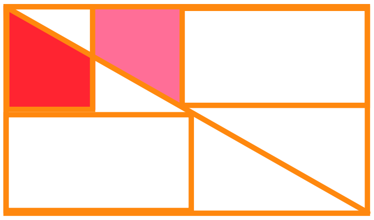
2 triángulos

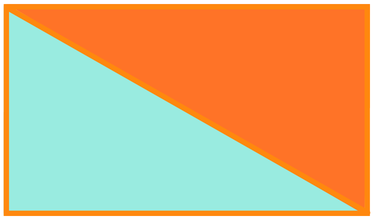
1 cuadrilátero



4 triángulos

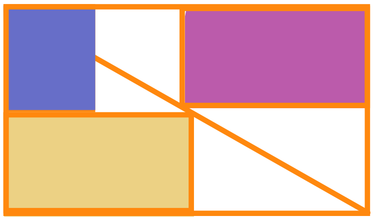
2 cuadriláteros

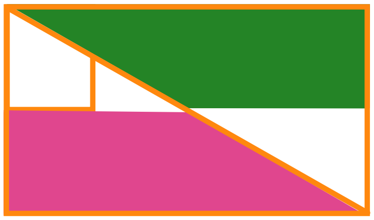




2 triángulos

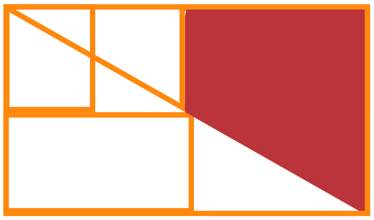
3 cuadriláteros





2 cuadriláteros

1 cuadrilátero

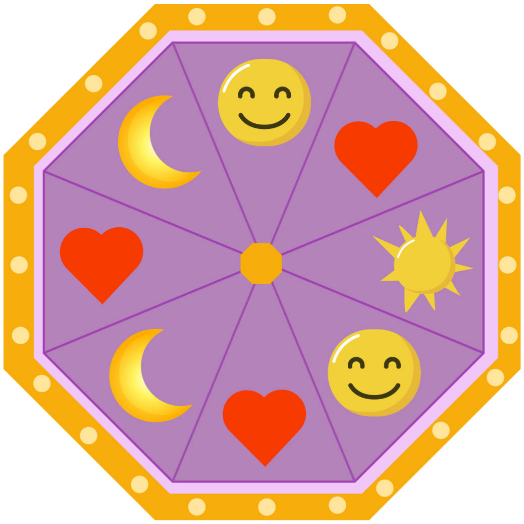


En total hay 9 cuadriláteros lo cual equivale a 18 puntos (2 x 9)

En total hay 8 triángulos lo cual equivale a 32 puntos (8 x 4)

En la figura se obtienen 50 puntos.

22. La maestra de cuarto año utiliza la siguiente ruleta en la clase de matemática:



Con respecto a la ruleta anterior, tres niños opinan lo siguiente:

- Alejandro indica que al girar la ruleta es más probable que salga un corazón que una carita feliz.
- Sara dice que es igualmente probable que salga una luna que una carita feliz.
- Alberto dice que es más probable que salga un sol que una luna.

¿Cuál o cuáles de los tres niños tiene razón?

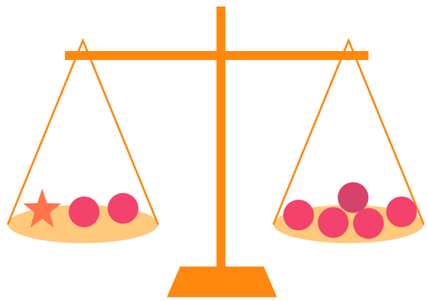
Opiniones	
• Alejandro indica que al girar la ruleta es más probable que salga un corazón que una carita feliz.	**Verdadero** hay más corazones que caritas felices.
• Sara dice que es igualmente probable que salga una luna que una carita feliz.	**Verdadero** hay igual cantidad de lunas que caritas felices.
• Alberto dice que es más probable que salga un sol que una luna.	**Falsa** hay más lunas que soles.

Alejandro y Sara tienen razón.

23. Considere las siguientes balanzas, dos tienen el peso desequilibrado y una está en equilibrio.

Si se sabe que el peso del cubo es de 5 kg, y que el peso de cada uno de los objetos es un número natural (número exacto de kilogramos sin decimales), ¿cuál es la diferencia entre el peso de la estrella y el del círculo?

Usaremos las balances para obtener algunas relaciones verdaderas.



De esta balanza se deduce que el peso de la estrella es equivalente a tres círculos.

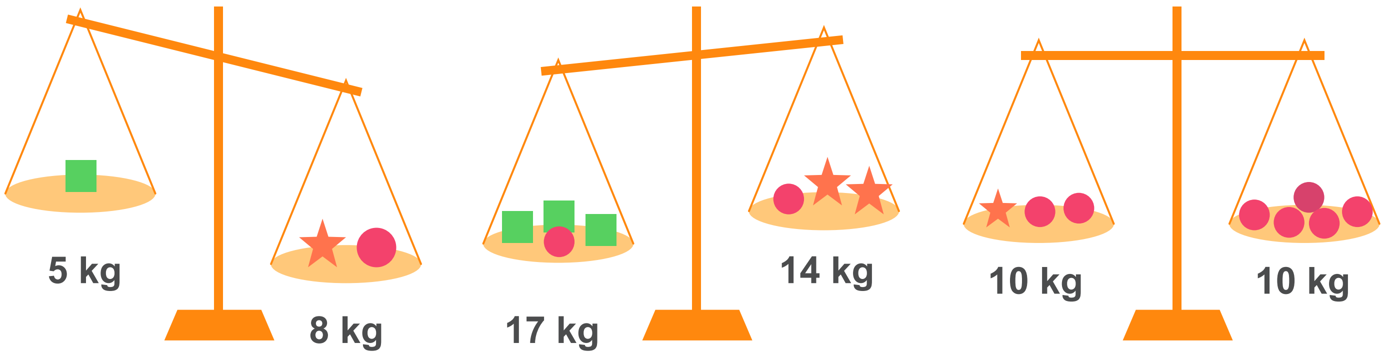
De esta balanza se deduce que el peso de cuatro círculos (sustituyendo estrella por tres círculos) es mayor que 5 kg (peso del cubo)

Dado que el peso del círculo es un número natural entonces su peso no puede ser 1 kg (porque 4 kg pesa menos que 5 kg). Por lo tanto cada círculo debe pesar dos o más kilogramos.

Si suponemos que el círculo pesa 3 kg y por lo tanto la estrella pesa 9 kg. Entonces en esta balanza tendríamos del lado izquierdo 18 Kg (5 + 5 + 5 + 3) y del lado derecho tendríamos 21 kg (9 + 9 + 3) lo cual es falso porque el lado izquierdo debe pesar más que el derecho.

Supongamos que el círculo pesa 2 kg y la estrella 6 kg. Así tendríamos del lado izquierdo 17 kg (5 + 5 + 5 + 2) y del lado derecho 14 kg (6 + 6 + 2) lo cual es una relación verdadera.

Por lo tanto si el círculo pesa 2 kg, la estrella 6 kg y el cubo 5 kg son verdaderas todos los balances.



R/ 4 (El peso del círculo es 2 kg y el de la estrella 6 kg).

24. La edad de Claudia es un número múltiplo de 4 y dentro de dos años será un múltiplo de cinco. Además, la suma de las cifras de su edad es 12. Si Claudia tiene más de 25 años, pero menos de 85, ¿cuántos años tendrá Claudia dentro de 8 años?

Posible estrategia de solución 1

Múltiplos de 5	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
Le resto 2	28	33	38	43	48	53	58	63	68	73	78
Múltiplos de 4	Si	No	No	No	Si	No	No	No	Si	No	No
Suma de cifras	10			12					14		

Claudia tiene 48 años.
Dentro de 8 años tendrá 56 años.

Posible estrategia de solución 2

A partir de los números del Rango cuya suma de dígitos de 12

	39	**48**	**57**	**66**	**75**	**84**
Múltiplo de 4	No	Si	no	No	No	Si
Sumarle 2		50				86
Múltiplo de 5		Si				No

Claudia tiene 48 años
Dentro de 8 años tendrá 56 años

25. Observe la siguiente sucesión de figuras, formadas por dos tipos de polígonos, cuadrados y hexágonos:

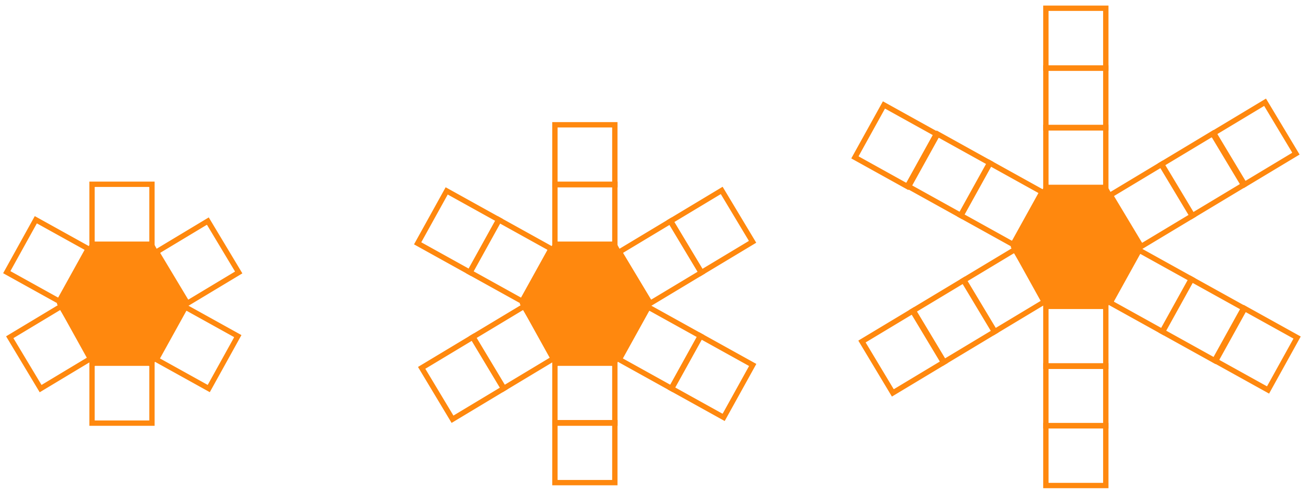


figura 1 **figura 2** **figura 3**

Si se mantiene el patrón,

a. ¿Cuántos polígonos conforman la Figura 7?

Posible estrategia de solución 1

Si se continuara realizando las figuras

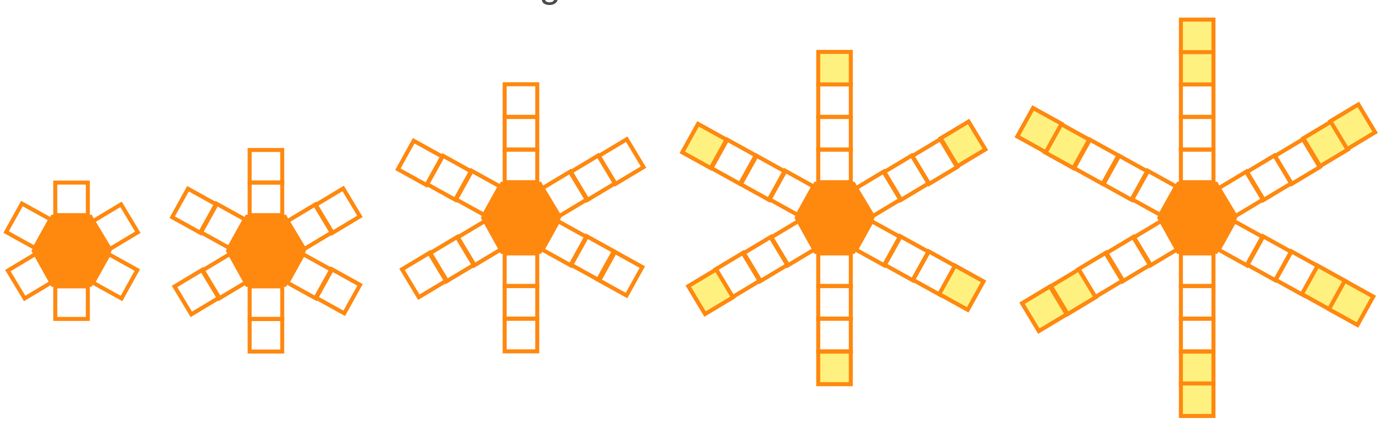


figura 1 **figura 2** **figura 3** **figura 4** **figura 5**

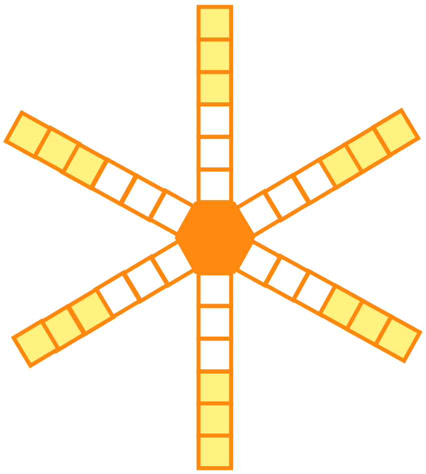


figura 6

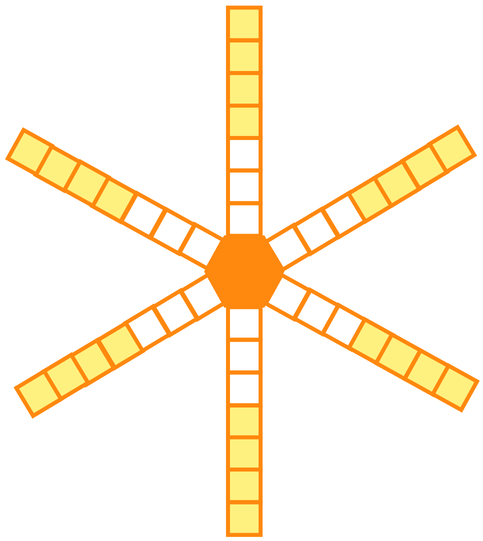


figura 7

Observando que la figura siete tiene 43 polígonos.

Posible estrategia de solución 2

Observar que la figura se forma por “tantos cuadriláteros como número de figura por seis” más un hexágono. Entonces para la figura 7 tendría:

$7 \, x \, 6 + 1 = 43$

b. ¿Cómo explicarías la manera de determinar la cantidad de polígonos que forman cualquier figura de la sucesión?

Posible estrategia de solución 1

El estudiante observa que de una figura a la siguiente se agregan siempre 6 figuras.

Número de figura		Números de polígonos
1		7
2	7 + 6	13
3	13 + 6	19
4	19 + 6	25
...		…

Por lo que puede decir que la cantidad de polígono que conforman cualquier figura se obtiene sumándole 6 a la cantidad de polígonos de la figura anterior.

Posible estrategia de solución 2

El estudiante puede encontrar una relación más general observando que el número de cuadriláteros se obtiene de multiplicar "el número de la figura por seis y sumarle uno".

c. ¿Qué figura se puede formar con 73 polígonos?

Posible estrategia de solución 1

Si resolvió el ejercicio anterior (B) mediante las estrategias estrategia #2 ya tendría la relación general así que realizaría la operación inversa.

$6(\quad) + 1 = 73$

Debe averiguar que número al multiplicarlo por seis y sumarle uno da 73, así que primero a 73 le resta uno, obtiene 72 y piensa cual número multiplicado por 6 da 72.

$6 \times 10 = 60$
$6 \times 11 = 66$
$6 \times 12 = 72$

Por lo que la figura 12 se puede formar con 73 polígonos.

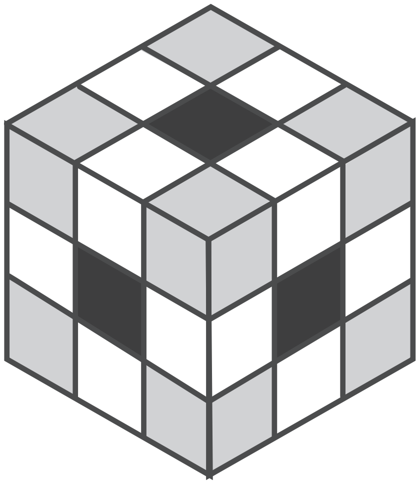
Posible estrategia de solución 2

Si no determino la forma general, sino una recursiva entonces podría seguir la tabla de la opción#1 de solución de la pregunta B y continuar sumando seis hasta obtener 72, luego determinar a que figura correspondería.

Figura		Números de polígonos
1		7
2	7 + 6	13
3	13 + 6	19
4	19 + 6	25
5	25 + 6	31
6	31 + 6	37
7	37 + 6	43
8	43 + 6	49
9	49 + 6	55
10	55 + 6	61
11	61 + 6	67
12	67 + 6	73

Llegando a que para la figura 12 ocuparía 73 polígonos.

26. Sofía se encuentra jugando con cubitos y construyó un cubo grande. El cubo grande tiene cada cara formada con cubitos de tres colores, como se muestra en la figura.



Si Sofía trata de acomodar el cubo de forma que la cara superior solo tenga cubos del mismo color, ¿podrá acomodarlos de forma que esa cara quede totalmente de color negro? ¿Y de color gris?

Posible estrategia de solución 1

Determinando la cantidad de cubos de cada color que dispone, observa que al ser las seis caras del cubo idénticas entonces tiene:

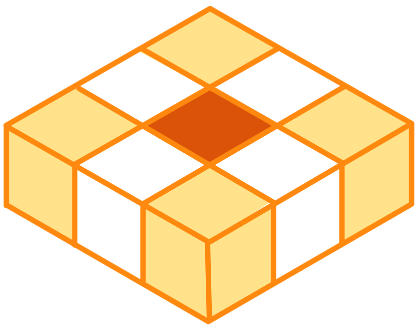
6 cubos negros	(uno en cada cara)
8 cubos grises	(cuatro en la parte superior y cuatro en la parte inferior, en las esquinas del cubo)
12 cubos blancos	(cuatro en cada plano del cubo)

Como para una cara (en este caso la superior) se ocupan 9 cubos entonces no se podrá acomodar de forma que la cara superior quede totalmente negra.

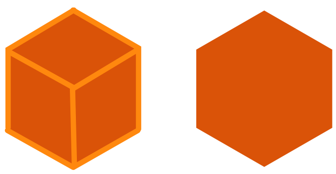
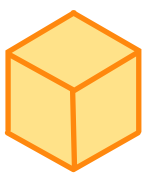
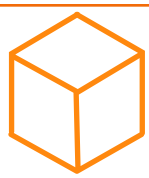
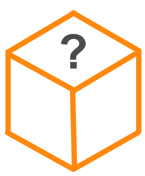
Sin embargo, considerando que hay un cubo en el centro del cubo grande del cual no sabemos el color, si ese cubo fuera de color gris, si se podría acomodar el fondo la cara superior totalmente gris.

Posible estrategia de solución 2

Se desarma el cubo por planos.



Así se termina que

	6
	8
	12
	1

Hay un cubito del que se desconoce el color.

Para completar una cara se necesitan 9 cubos entonces:

- No se puede completar una cara de negro porque faltan cubos.
- Si el cubo del centro del que no conocemos el color es gris sí se podría completar la cara superior de color gris.

27. Un ternero de 6 meses demora 15 minutos en comer 3 kg de concentrado para engorde, dos terneros de 9 meses tardan 15 minutos cada uno en comer el doble de esa cantidad de concentrado. ¿Cuántas horas demoran entre los tres para comerse 120 kg de concentrado?

Posible estrategia de solución

15 minutos el ternero come 3 kg y los novillos en el mismo tiempo 6 kg cada uno para un total de 15 kg entre los tres
30 minutos el ternero come 30 kg entre los tres

1 hora comen 2 x 30 = 60 kg

Entre los tres demoran 2 horas 120 kg.

28. Soy un número formado por 4 dígitos distintos. Cumplo con las siguientes condiciones:

1. El dígito de las unidades es el triple del dígito de las unidades de millar.

2. El dígito de las decenas es el producto del dígito de las unidades de millar y el dígito de las centenas.

a. ¿Cuáles son los números que cumplen esas condiciones?

Posible estrategia de solución 1

El estudiante analiza las posibles respuestas leyendo las condiciones en el orden dado:

- El dígito de las unidades es el triple del dígito de las unidades de millar.

UM	C	D	U
1			3
2			6
3			9

Luego revisa cuál de esas combinaciones cumplen la segunda condición:

- El dígito de las decenas es el producto del dígito de las de las unidades de millar y el dígito de las centenas.

	Caso 1	**Caso 2**	**Caso 3**
	1 ___ ___ 3 UM C D U	2 ___ ___ 6 UM C D U	3 ___ ___ 9 UM C D U
Posibles respuestas	~~1223~~ ~~1333~~ ~~1443~~ ~~1553~~ ~~1663~~ ~~1773~~ ~~1883~~ ~~1993~~	~~2126~~ ~~2246~~ ~~2366~~ 2486	~~3139~~ 3269 ~~3399~~

Como deben ser dígitos distintos, solo funcionan 2486 o 3269.

Posible estrategia de solución 2

El estudiante inicia por la segunda condición, pero considerando a la vez que deben ser dígitos distintos:

- El dígito de las decenas es el producto del dígito de las de las unidades de millar y el dígito de las centenas.

Caso 1

2	3	6	6
UM	C	D	U

Caso 2

3	2	6	9
UM	C	D	U

Caso 3

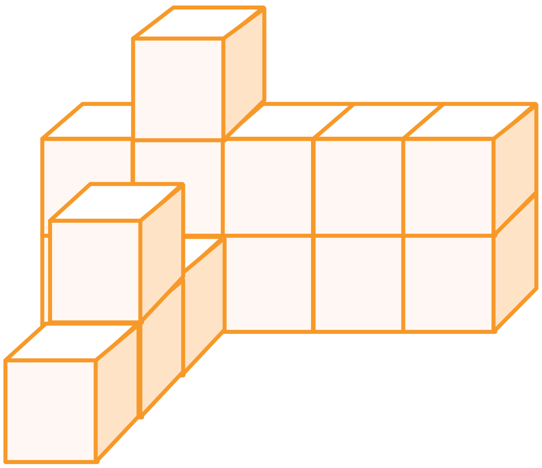
2	4	8	6
UM	C	D	U

Caso 4

4	2	8	
UM	C	D	U

Como deben ser dígitos distintos, solo funcionan 2486 o 3269.

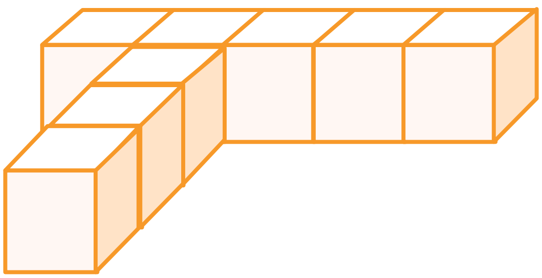
29. Con cubitos que miden 1 cm de arista, Mariela empezó a construir un cubo grande cuya arista mide 5 cm, como se muestra en la figura.



Si cada cubito pequeño pesa 5 dag ¿cuántos gramos pesan en total todos los cubitos que le faltan a Mariela para completar el cubo grande?

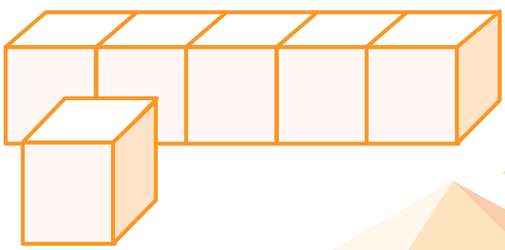
Posible estrategia de solución 1

El estudiante observa que en el primer nivel del cubo; la pared de atrás ya tiene los 5cm de arista que se necesitan (porque cada cubo tiene 1cm de arista), pero las siguientes tres solo tiene uno, por lo que le faltan cuatro a cada una (un total de **12 cubitos**) y a la última pared le faltan los **cinco cubos**.



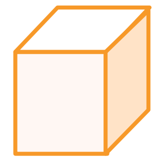
Por lo que en el primer nivel faltarían 17 cubitos.

En el segundo nivel; la última pared los tiene completos, mientras que la siguiente no tienen ninguno (**faltan 5**), la siguiente tiene uno por lo que **faltan cuatro**, mientras que las dos restantes no tienen ninguno por lo que faltan todos (**diez cubitos** más).



En el segundo nivel faltarían 19 cubitos.

En el tercer nivel, la pared de atrás tiene un cubito por lo que le **faltan cuatro**, mientras las otras cuatro paredes no tienen ninguno, les faltan los cinco cubitos (**20 cubitos** en total).



Por lo que al tercer nivel le faltan 24 cubitos.

Los restantes dos niveles no tienen nada, es decir faltan los 25 cubitos.

Por lo que faltarían 50 cubitos.

A Mariela le faltarían en total 110 cubitos. (17 + 19 + 24 + 50 = 110)

Cada cubito pesa 5 dag, entonces todos los cubitos que le faltan a Mariela para completar el cubo grande pesan en total:

$$5\ dag \times 110 = 5\ 50\ dag$$

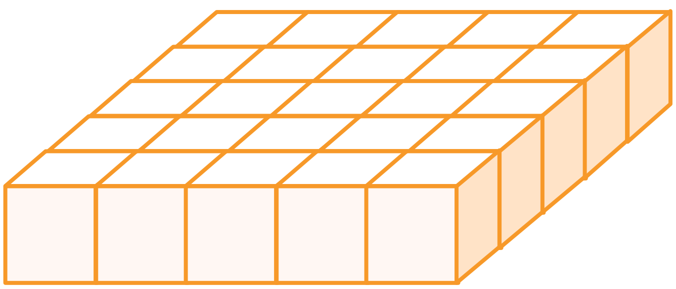
Lo cual pasado a gramos sería:

$$550\ dag \times 10 = 5\ 500\ g$$

Todos los cubitos que le faltan a Mariela para completar el cubo grande pesan en total 5 500 gramos.

Posible estrategia de solución 2

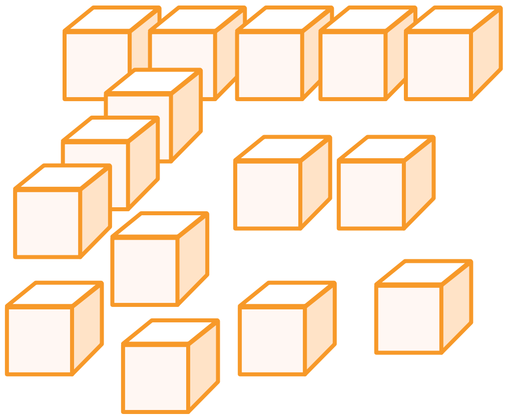
El estudiante deduce que si quiere construir un cubo de 5 cm de arista (donde cada cubito tiene 1cm de arista), debe tener cinco capas o pisos como los que se muestran en la figura, conformados por 25 cubitos cada uno. Es decir, en total requiere de (25x5 = 125) 125 cubitos para armar el cubo grande.



Desarmando la figura inicial, se aprecia que Mariela posee 15 cubitos, por lo tanto:

$$125 - 15 = 110$$

A Mariela le hacen falta 110 cubitos para completar la imagen



Cada cubito pesa 5 dag, todos los cubitos que le faltan a Mariela para completar el cubo grande pesan en total:

$$5\ dag \times 110 = 550\ dag$$

Lo cual pasado a gramos sería:

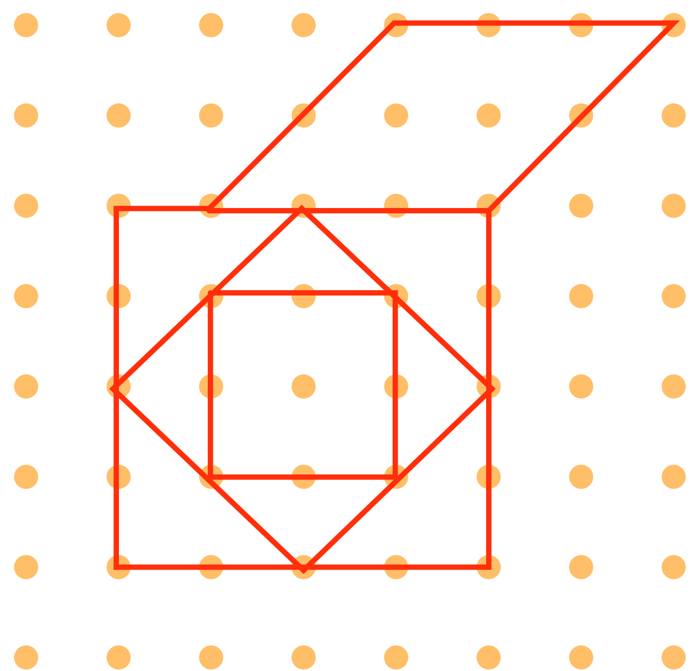
$$550\ dag \times 10 = 5\ 500\ g$$

Todos los cubitos que le faltan a Mariela para completar el cubo grande pesan en total 5 500 gramos.

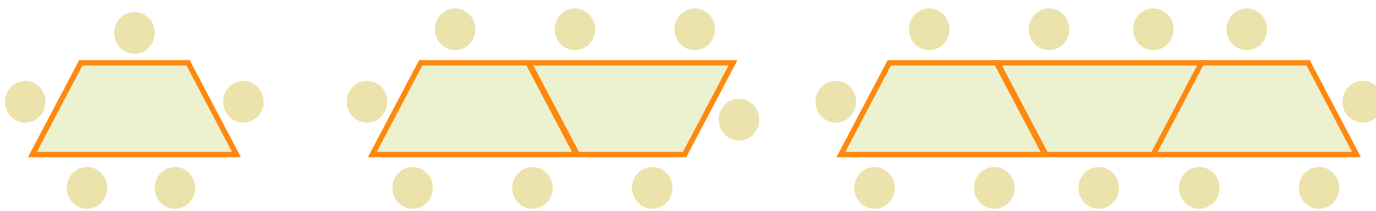
30. Utilice la siguiente imagen del geoplano para trazar lo que se le solicita:

- Tres cuadrados de diferente tamaño cuyas diagonales se cortan en un mismo punto.
- Los vértices del cuadrado pequeño corresponden a los puntos medios de los lados del cuadrado mediano.
- Los vértices del cuadrado mediano corresponden a los puntos medios de los lados del cuadrado grande.
- Cada diagonal del cuadrado grande contiene una diagonal del cuadrado pequeño.
- Un romboide en el cual solo uno de sus lados comparte más de tres puntos con uno de los lados del cuadrado más grande.

Una posible respuesta:



31. Para el cumpleaños de Paula su madre alquila mesas en forma de trapecio y distribuye a los invitados en filas de mesas como se muestra en la figura:

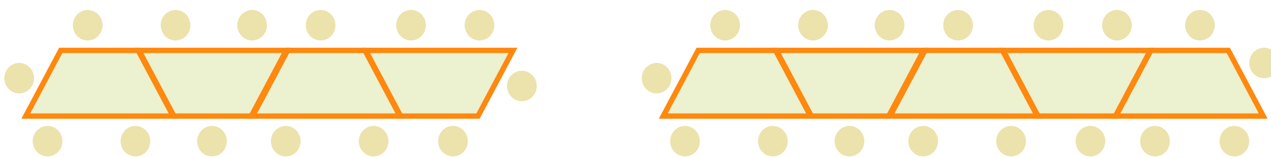


fila 1 mesa   fila 2 mesas   fila 3 mesas

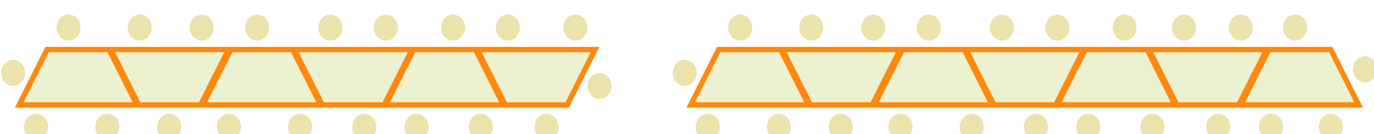
a. ¿Cuántos invitados podrían sentarse en una fila de 7 mesas?

Posible estrategia de solución 1

El estudiante puede continuar haciendo los respectivos dibujos hasta la fila de siete mesas:



fila de 4 mesas   fila de 5 mesas



fila de 6 mesas   fila de 7 mesas

Hasta determinar que en una fila de siete mesas pueden sentarse 23 invitados.

Posible estrategia de solución 2

El estudiante podría construir una tabla donde ubique los datos:

Mesas de la fila		Númdero de invitados
1		5
2	5 + 3	8
3	8 + 3	11
4	11 + 3	14
5	14 + 3	17
6	17 + 3	20
7	20 + 3	23

Relacionando los datos puede ver que la diferencia entre ellos es 3, por lo que para obtener el siguiente solo le suma 3.

Así para obtener el de la posición 7 sería 20 + 3 = 23.

Por lo que en una fila de siete mesas podrían sentarse 23 invitados.

Posible estrategia de solución 3

El estudiante podría observar la relación entre los datos y determinar que el número de invitados corresponde a “tres veces el número de mesas más dos”.

Así para una fila de siete mesas la cantidad de invitados sería:

$$3 \times 7 + 2 = 21 + 2 = 23$$

a. ¿Cuántos invitados pueden sentarse en una fila de 90 mesas?

Posible estrategia de solución 1

A partir de una tabla como la siguiente:

Mesas de la fila		Númdero de invitados
1		5
2	5 + 3	8
3	8 + 3	11
4	11 + 3	14
5	14 + 3	17
6	17 + 3	20
7	20 + 3	23

Relacionando los datos, el estudiante puede ver que la cantidad de invitados corresponde a “sumarle a 5 tantos tres como el número de mesas anterior”.

Así para la cantidad de invitados en una fila de 90 mesas se haría:

$$5 + (\textit{89 veces 3}) = 5 + 89 \times 3 = 5 + 267 = 272$$

Por lo que en una fila de 90 mesas podrían sentarse 272 invitados.

Posible estrategia de solución 2

El estudiante podría observar la relación entre los datos y determinar que el número de invitados corresponde a “tres veces el número de mesas más dos”.
Así para una fila de 90 mesas la cantidad de invitados sería:

$$3 \times 90 + 2 = 270 + 2 = 272$$

b. Explica la forma de calcular la cantidad de invitados que pueden sentarse en una fila de cualquier número de mesas.

Posible estrategia de solución 1

“Sumándole a 5 tantos tres como el número de mesas anterior”

Posible estrategia de solución 2

“Tres veces el número de mesas más dos”

Observación:

Recuerde: En primaria utilizamos como signo para la multiplicación la letra "x" sin embargo podemos valorar el uso del punto para ir familiarizando a los niños con esta otra forma de representar esta operación en la secundaria.

Créditos

Los ítems fueron tomados de la prueba de la II y III Etapa de la Olimpiada Costarricense de Matemática de primer año 2019, elaborada por:

- **Ana María Navarro Ceciliano**, asesor regional de Matemática de la Dirección Regional Educativa de Cartago.
- **Yamil Fernández Martínez**, asesor regional de Matemática de la Dirección Regional Educativa de San José Central.
- **Javier Barquero Rodríguez**, asesor regional de Matemática de la Dirección Regional Educativa de Puriscal.
- **Luis Fernando Mena Esquivel**, asesor regional de Matemática de la Dirección Regional Educativa de Guápiles.
- **Hermes Mena Picado**, asesor nacional de Matemática del Departamento de Primero y Segundo Ciclos.
- **Mónica Mora Badilla,** profesora de Matemática de la Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica.
- **Carlos Alfaro Rivera**, profesor de Matemática. Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica**.**

Revisores (as) de los cuadernillos

Mónica Mora Badilla. Profesora de Matemática.
Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica.

Gabriela Valverde Soto. Profesora de Matemática.
Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica.

Carlos Alfaro Rivera. Profesor de Matemática.
Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica.

Compilación y estrategias de solución de los cuadernillos realizadas por:

Xinia Zúñiga Esquivel. Asesora Nacional de Matemática
Departamento de Primero y Segundo Ciclos. Dirección de Desarrollo Curricular

mep
Ministerio de
Educación Pública

Ministerio de Educación Pública
DDC
Dirección de Desarrollo Curricular

Olimpiada Nacional
de Matemática en Primaria

UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA