Ministerio de Educación Pública

Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Asesoría Nacional de Matemática

5 CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria OLCOMEP- 2020

QUINTO AÑO

Olimpiada Nacional de Matemática en Primaria
Universidad de Costa Rica

PRESENTACIÓN

Es fundamental que nuestro sistema educativo fomente en la sociedad costarricense, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo científico y tecnológico, a efecto de formar personas con las habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

La enseñanza de la matemática ocupa un papel clave en el currículo escolar y persigue el desarrollo de un proceso intelectual en los estudiantes. La Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria OLCOMEP, tiene como finalidad estimular y desarrollar entre los niños y niñas sus capacidades de resolución de problemas matemáticos, por medio de una competencia de conocimiento sana entre estudiantes de diferentes regiones educativas del país.

El presente cuadernillo pretende ser un insumo de apoyo para el docente y práctica para el estudiante. El mismo busca orientar a los y las participantes de la OLCOMEP, por medio de la presentación de problemas recopilados de las pruebas aplicadas en ediciones anteriores de la misma olimpiada. Su contenido pretende dar pautas sobre los tipos de problemas a los que se van a enfrentar los y las estudiantes en las diferentes etapas que comprende la OLCOMEP, así como sus diferentes estrategias de resolución.

Los problemas aquí seleccionados se fundamentan en situaciones matemáticas donde se requiera manifestar las habilidades que caractericen el talento matemático para lograr su resolución, basados en los niveles de complejidad de los problemas descritos en el Programa de Estudio en Matemáticas (MEP, 2012) y por medio de los diferentes contextos que se consideran para la olimpiada.

Comisión Central de OLCOMEP

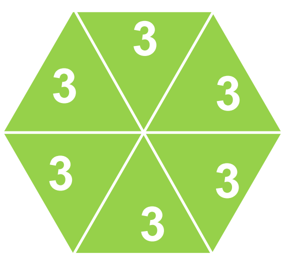
PROBLEMAS DE PRÁCTICA

1. Una bomba tipo “A” para fumigar tiene una capacidad de 18 litros. Si se compra otra bomba tipo “B” cuya capacidad es de $\frac{13}{6}$ de la capacidad de la bomba tipo “A”. ¿Cuál es la capacidad de la bomba tipo “B”?

Para este problema se puede partir de la idea de que la bomba A constituye la unidad, la cual también puede representarse como una figura, por ejemplo, la siguiente:

Esta unidad tiene un valor de 18 litros.

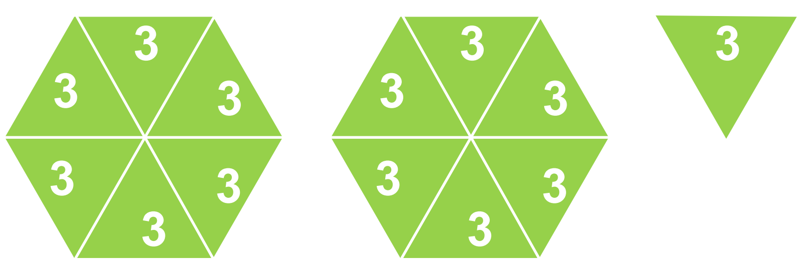
Esta unidad puede ser dividida en seis partes iguales, en este caso triángulos, tal y como se muestra a continuación:



Cada una de las seis partes tiene un valor de 3 litros pues 18 ÷ 6 = 3

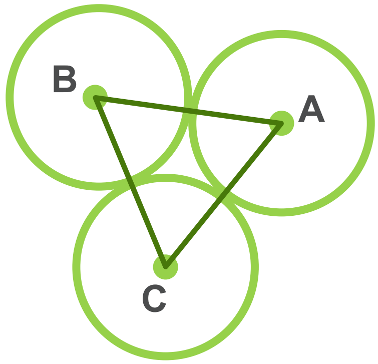
Es decir $\frac{1}{6}$ de la unidad tiene un valor de 3.

Ahora, el problema indica que la bomba B tiene una capacidad de 13/6 de A, lo que significa que, para saber su capacidad, se necesitaran 13 partes (triángulos) de la unidad, similar a como se muestra ahora:



Como tenemos trece partes iguales, cada una con un valor de 3, podríamos averiguar la capacidad multiplicando 13x3, lo que da como resultado 39. La bomba B tiene una capacidad de 39 litros.

2. Observe la siguiente figura donde A, B y C son los centros de tres circunferencias de igual tamaño.



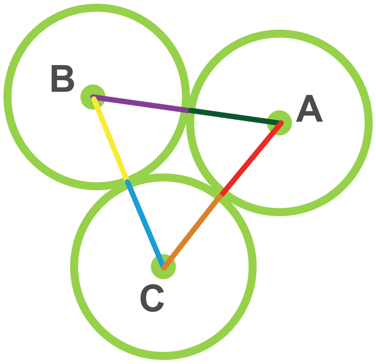
Si el diámetro de una de las circunferencias mide 6 cm, ¿cuánto mide el perímetro del triángulo?

Lo primero que debe recordarse es la relación que existe entre el diámetro y el radio de un círculo: Como cada diámetro tiene una medida de 6cm, la longitud del radio será de 3cm, pues 6 ÷ 2 = 3.

En la figura, todos los radios miden lo mismo, pues las circunferencias son iguales. Por tal motivo, el triángulo ABC está formado por 6 radios de igual medida, tal y como se muestra a continuación:

Recuerde que:

El diámetro de un círculo es equivalente al doble del radio, lo que quiere decir que el radio es la mitad del diámetro.

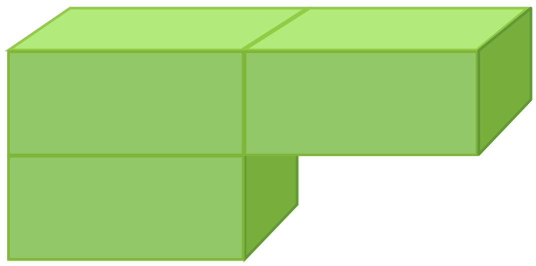


Si cada lado del triángulo está formado por dos radios, su medida corresponde a 6cm, pues 2 × 3 = 6.

Como el triángulo tiene tres lados, el perímetro será de 18cm, pues 6 + 6 + 6 =18 lo que es igual a 6 × 3 = 18.

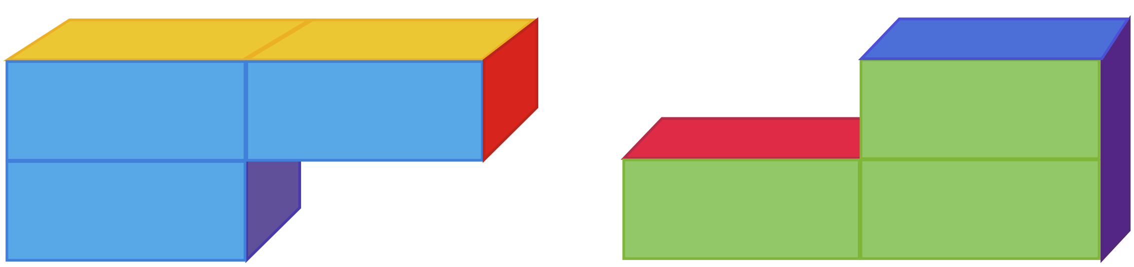
Por tanto, la respuesta al problema sería el perímetro es de 18cm.

3. Pedro construyó en madera tres prismas iguales y luego los unió pegando algunas de sus caras para formar la siguiente figura:



¿Cuántas caras, en total, tiene la nueva figura?

Para resolver este problema, se puede contabilizar las caras de la figura observando esta desde distintos ángulos y numerando las caras, de la siguiente manera.



En total la figura tiene 8 caras.

4. Observe las siguientes afirmaciones que dijeron 4 estudiantes sobre un número desconocido:

a. María: si un número lo divido entre dos y le sumo dos obtengo por resultado siete.

b. Roy: Si a la mitad de un número le resto tres, obtengo uno.

c. Rosa: Obtengo cinco cuando a la quinta parte de un número le sumo tres.

d. César: El doble de un número disminuido en diez da como resultado ocho.

¿Cuáles personas dijeron una afirmación tomando como número desconocido al 10?

Se debe evaluar cada afirmación utilizando el número diez.

María si parte de diez pues

$10 \div 2 = 5 \qquad 5 + 2 = \mathbf{7}$

El número de Roy no es diez porque

$10 \div 2 = 5 \quad 5 - 3 = \mathbf{2}$ y él afirma que es 1

Rosa si utiliza el diez pues

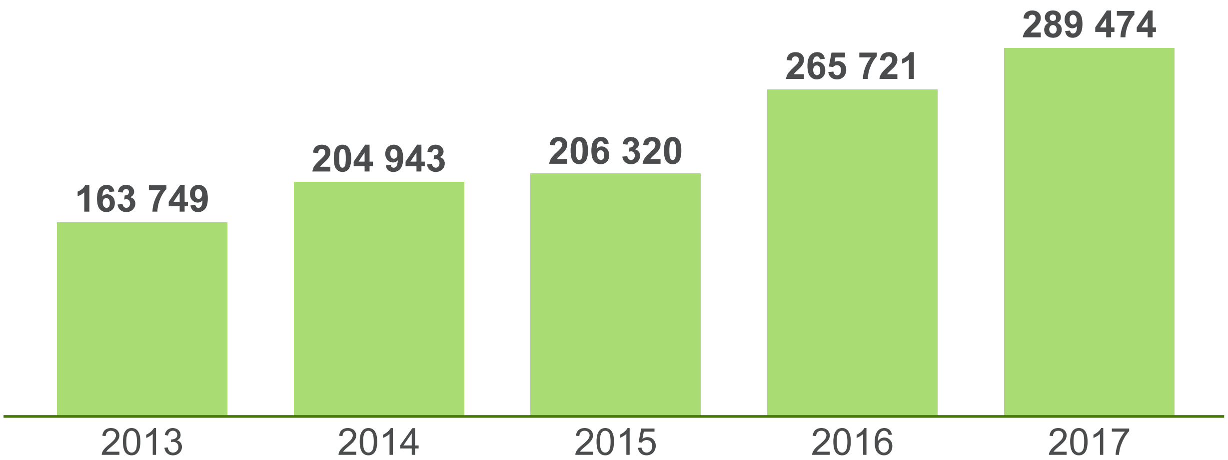
$10 \div 5 = 2 \qquad 2 + 3 = \mathbf{5}$

César no parte del número diez pues

$2 \times 10 = 20 \quad 20 - 10 = \mathbf{10}$ y él afirma que es 8

5. Observe la siguiente información tomada del periódico el financiero.

Pasajeros transportados en Costa Rica
Cantidad de usuarios que se trasladaron en viajes aéreos internos.



Nota: Incluye servicios regulares y no regulares.

Fuente: Dirección General de Aviación Civil.

De acuerdo con la información dada, ¿en qué año se dio el mayor crecimiento de usuarios que se trasladaron en viajes aéreos internos en Costa Rica, con respecto al año anterior?

Se puede elaborar una tabla que permita ver la diferencia en los viajes entre dos años. Y apoyarnos de la operación de resta para dar solución al problema.

Año	Viajes de ese año	Menos	Viajes del año anterior	Igual	Aumento
2014	204 943	-	163 749	=	41 149
2015	206 320	-	204 943	=	1 371
2016	265 721	-	206 320	=	59 401
2017	289 474	-	265 721	=	23 753

Año	Viajes de ese año	Menos	Viajes del año anterior	Igual	Aumento
2014	204 943	-	163 749	=	41 149

$$\begin{array}{r} 204\,943 \\ -\ 167\,749 \\ \hline 41\,194 \end{array}$$

Por tanto, en el año 2016 se reportó el mayor crecimiento en viajes aéreos internos en Costa Rica, tomando como referencia el año anterior, con un crecimiento de 59 401, pasajeros.

6. El Banco Alfa gana ₡5,64 por cada dólar que vende y el Banco Beta gana ₡5,62 por cada dólar que vende.

Si en una hora el Banco Alfa vendió 10 000 dólares, y el Banco Beta vendió 1000 dólares. ¿Cuál es la diferencia entre la ganancia obtenida por ambos bancos en esa hora?

Primero, se determina cuánto dinero ganó el Banco Alfa. Si obtiene ₡5,64 por cada dólar que vende, y vendió 10 000 dólares, su ganancia fue de ₡56 400, dado que

5,64 x 10 000 = 56 400

Por su parte, el Banco Beta gana ₡5,62 por cada dólar que vende, y vendió 1 000 dólares, por lo que su ganancia fue de ₡5 620, dado que

5,62 x 10 000 = 5 620

Una vez que se sabe cuánto ganó cada banco, se puede realizar la resta para determinar la diferencia de ganancias, de este modo

56400 - 5620 = 50 780

La diferencia entre las ganancias es de ₡50 780

7. Una escuela va a repartir frutas de merienda: manzanas, peras, y bananos. Se sabe que la cantidad de manzanas es un tercio de los bananos, y la cantidad de peras es un medio de la cantidad de manzanas. Si se mandaron a comprar 300 bananos. ¿Cuántas peras se mandaron a comprar?

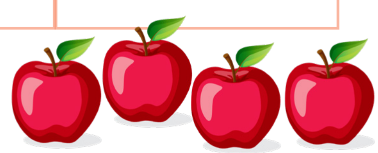
En este problema, se puede representar la cantidad de bananos como la unidad, incluso utilizando una figura como la siguiente:

300

Esta unidad tiene un valor de 300

Como la cantidad de manzanas es un tercio de la de bananos, se debe dividir la unidad en tres y tomar una parte. Esta será la cantidad de manzanas.

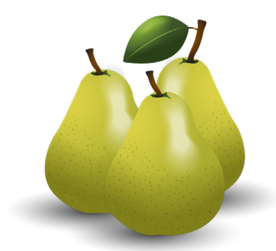
100		



La cantidad de manzanas es 100 pues 300 ÷ 3 = 100

La cantidad de peras es un medio de la de manzanas, es decir, la mitad de la cantidad de manzanas. Para averiguar cuantas peras hay se debe dividir la cantidad de manzanas en dos partes y tomar una.

50	

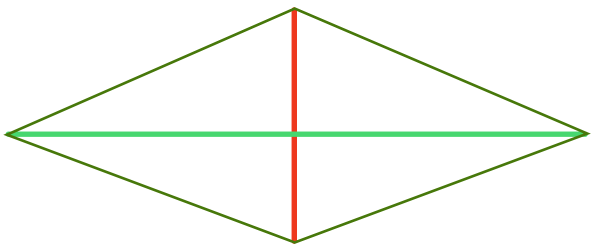


La cantidad de peras es 50 pues 100 ÷ 2 = 50

Por lo anterior, la respuesta al problema es sé, mandaron a comprar 50 peras.

8. La medida del área de un rombo es 24 cm^2, si la medida de la diagonal mayor es el triple de la medida de la diagonal menor, ¿cuál es la medida de la diagonal mayor?

Primeramente, se debe recordar que las diagonales del rombo son los segmentos que unen los vértices opuestos de la figura, similar a como se muestra a continuación. En la figura, el segmento en rojo representa la diagonal menor y el segmento en verde la mayor.



Recuerde que:

El área de un rombo se obtiene por medio de la siguiente fórmula $A = \frac{(D \times d)}{2}$ donde D representa la diagonal mayor y d la diagonal menor.

Ahora sabemos que el área del rombo es de 24cm^2, y que su diagonal mayor es el triple de la menor. Por tanto, necesitamos un número y su triple, de modo que al multiplicarlos el producto sea 48, pues 48 ÷ 2 = 24. Para averiguarlo, podemos realizar una tabla como la siguiente:

Diagonal menor	Triple del número (diagonal mayor)	Multiplicación	Producto	Dividir entre 2
1	3	1 x 3	3	1,5
2	6	2 x 6	12	6
3	9	3 x 9	18	9
4	**12**	**4 x 12**	**48**	**24**
5	15	5 x 15	75	37,5

Con lo anterior, podemos comprobar que las diagonales deben medir 4cm y 12 cm, pues al aplicar la fórmula del área

$$A = \frac{(D \times d)}{2} = \frac{(12 \times 4)}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

9. Para un cultivo de remolachas, suponga que cada planta requiere 90 ml de agua cada vez que se riega. Si se tienen 450 plantas de remolacha y se riegan 2 veces al día, ¿cuántos litros de agua se requieren en una semana?

Averigüemos cuánta agua necesita una remolacha en un día. Para ello, en el problema se indica que cada remolacha se debe regar dos veces, y que cada vez que se riega necesita 90 ml. Por tanto, una remolacha necesita 180 ml

90 x 2 = 180.

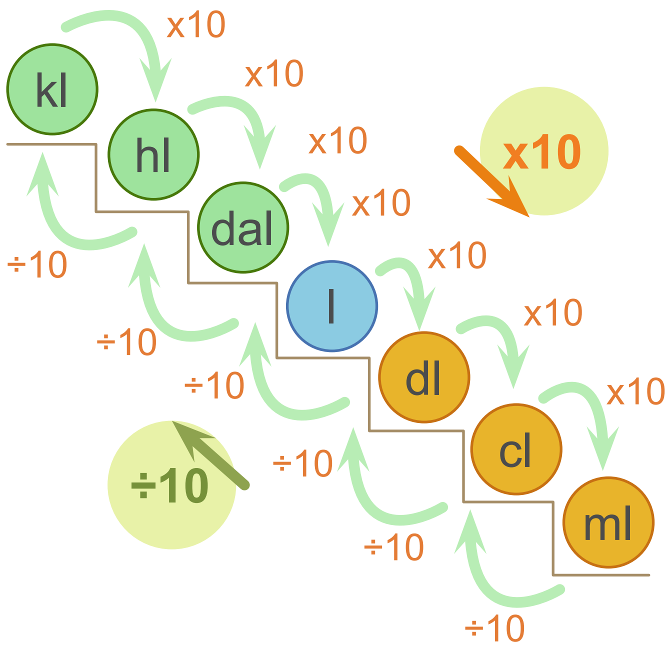
Seguidamente, se puede determinar cuánta agua necesita una remolacha en una semana. Si por día la remolacha consume 180 ml, y la semana tiene 7 días, una remolacha consume 1260 ml de agua.

180 x 7 = 1260.

Finalmente, el cultivo tiene 450 remolachas, y cada una consume 1260 ml de agua semanalmente. Entonces, el cultivo requiere 567 000 ml de agua.

1260 x 450 = 567 000 ml.

Aunque ya tenemos la cantidad de agua total consumida por el cultivo, el problema nos pide la respuesta en litros, no en mililitros. Por tal motivo, se debe hacer una conversión, utilizando la escalera de unidades de capacidad que se muestra a continuación.



En esta, cada vez que se pasa de una unidad menor a una mayor se debe dividir entre 10. Para pasar de mililitros (ml) a litros (l), se deben subir 3 escalones, es decir, se debe dividir la cantidad tres veces entre 10 de modo que

567 000 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 =
567 000 ÷ 1000 =
567

Con esto, se logra determinar que el cultivo requiere 567 litros de agua en una semana.

10. Considere la siguiente información:

Para convertir temperaturas de grados Fahrenheit (**°F**) a grados Celsius (**°C**) se utiliza la siguiente fórmula:

$$°C=(°F-32) \times 5 \div 9$$

Uno de los lugares más calurosos de la tierra, es el Valle de la Muerte en Estados Unidos, el cual alcanza temperaturas hasta de 131°F.

En el Cerro de la Muerte en Costa Rica la temperatura promedio máxima es de 11°C.

¿Cuántas veces mayor es la temperatura del Valle de la Muerte en comparación con la temperatura del Cerro de la Muerte, comparadas en grados Celsius?

Para realizar la comparación, es necesario que **ambas medidas estén en una misma unidad**, en este caso en grados Celsius. Esto significa que se debe utilizar la fórmula dada para convertir la temperatura del Valle de la Muerte, tal y como se muestra a continuación:

$$°C = (°F - 32) \times 5 \div 9$$

Primero se sustituye la medida en grados Fahrenheit

$$°C = (131° - 32) \times 5 \div 9$$

Por orden de prioridad se debe realizar primero la resta 131 - 32 del paréntesis

$$°C = 99 \times 5 \div 9$$

Se continúa con la multiplicación 99 x 5

$$°C = 495 \div 9$$

Se finaliza con la división 495 ÷ 9

$$495 \div 9$$
$$°C = 55$$

Con esto, se logra determinar que la temperatura en el Valle de la Muerte es 55°C, y esta es cinco veces mayor a la del cerro la Muerte, pues 55 ÷ 11 = 5.

11. En una tienda a Laura le dieron una factura por la compra que realizó. Al llegar a la casa se da cuenta que la factura se le había manchado como se observa en la imagen.

BOLETA DE VENTAS		Fecha:	07	10	2018
Señor (es):	Laura				
Dirección:	Daniel Flores	DNI:			
CANT.	DESCRIPCIÓN	P.UNIT.	IMPORTE		
3	Pantalones	13 500	40 500		
2	Blusas				
		TOTAL	65 900		

¿Cuál es el precio de cada una de las blusas?

La compra está conformada por tres pantalones y 2 blusas, de modo que

Tres pantalones valen ₡ 40 500

No sabemos el precio de dos blusas

Primero, se debe determinar cuál es el precio de las dos blusas juntas. Para esto, se debe restar al precio total el de los pantalones

65 900 – 40 500 = ₡ 25 400

Por tanto

Dos blusas valen ₡ 24 500

Si dividimos este precio entre dos, obtendremos el valor de una blusa

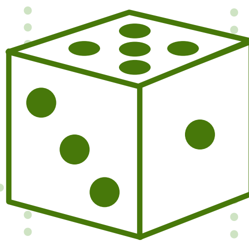
$$\mathbf{25\ 400 \div 2 = 12\ 700}$$

Por eso, cada blusa vale ₡12 700

12. Cuatro amigos están jugando a tirar un dado de seis caras numeradas del 1 al 6. Cada uno de los amigos escoge un posible evento.

Ana: Obtener un número par.

Cristian: Obtener un número menor o igual que seis.



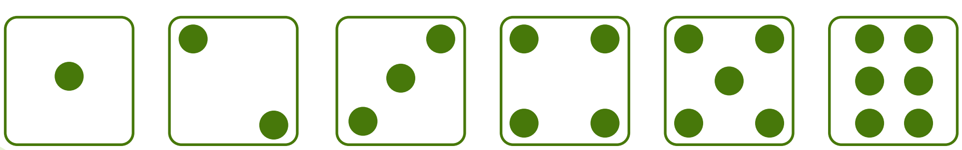
Roberto: Obtener un número múltiplo de 3.

Xinia: Obtener un número menor que 4.

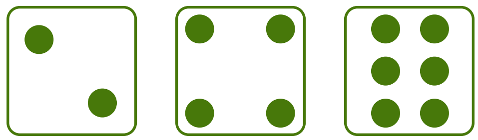
¿Cuáles son los nombres de las dos personas que escogieron eventos igualmente probables?

La situación descrita tiene seis posibles eventos, pues al lanzar un dado se puede obtener 1, 2, 3, 4, 5 o 6.

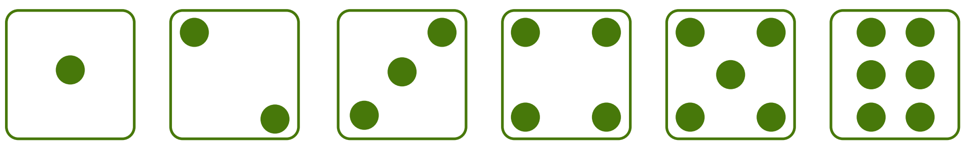
Probabilidad de un evento:



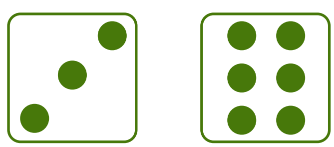
Ana escogió obtener un número par, es decir, un número que se pueda dividir entre dos. De los posibles eventos, 2, 4 y 6 cumplen este requerimiento, es decir, la probabilidad es de $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\%$



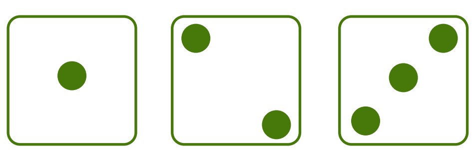
Cristian escogió obtener un número menor o igual a seis. Todos los números cumplen ese requerimiento. Es decir, la probabilidad es de $\frac{6}{6} = 1 = 100\%$



Roberto escogió obtener un múltiplo de tres, es decir, un número que se pueda dividir entre tres. De los posibles eventos, 3 y 6 cumplen este requerimiento, es decir, la probabilidad es de $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 33\%$



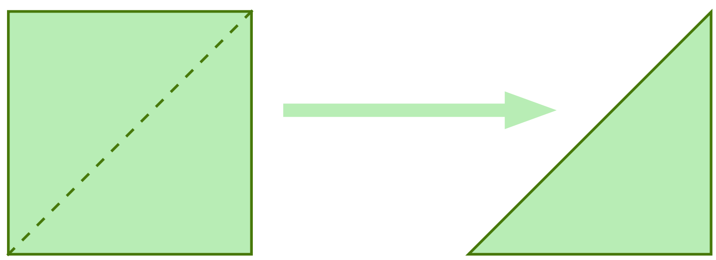
Xinia escogió obtener un número menor que cuatro. De los posibles eventos, 1, 2 y3 cumplen este requerimiento, es decir, la probabilidad es de $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\%$



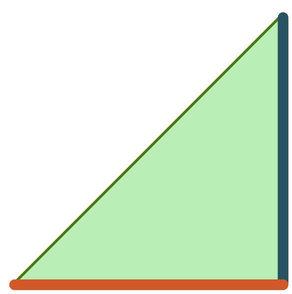
Por tanto, los eventos de Ana y Xinia poseen la misma probabilidad.

13. Un trozo de papel de forma cuadrada se dobla a la mitad por una de sus diagonales, obteniendo dos triángulos. Si el área de cada uno de los triángulos es 18 cm^2, ¿cuál es el perímetro del trozo cuadrado de papel?

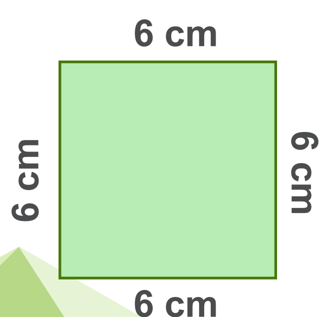
La figura que se ha obtenido se origina de doblar un papel por la diagonal, de la siguiente forma:



El área del triángulo es de 18cm^2, y esta se obtiene al aplicar la fórmula $A = \frac{(b \times h)}{2}$ donde b representa la base y h la altura, las cuales están representadas en la siguiente imagen con rojo y verde, respectivamente. Estas deben medir lo mismo, pues también son dos lados del cuadrado, figura cuyos cuatro lados son iguales.



Para obtener el área, se requiere averiguar un número que multiplicado por sí mismo sea 36, pues al dividirlo entre dos, debe ser 18. El número buscado es 6, pues 6 x 6 = 36, y 36 ÷ 2 = 18. Con esto sabemos que cada lado del cuadrado mide 6 cm.



El perímetro del cuadrado se obtiene sumando los cuatro lados de modo que,

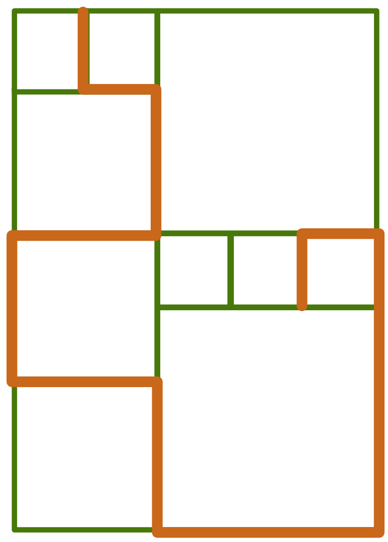
$P = L + L + L + L = 4 \times L$

$P = 4 \times 6$

$P = 24$

El perímetro del cuadrado es de 24 cm.

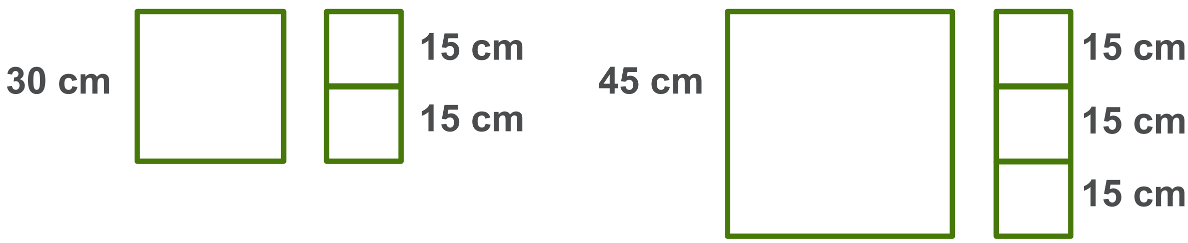
14. Observe la siguiente figura formada por cuadrados de tres tamaños diferentes.



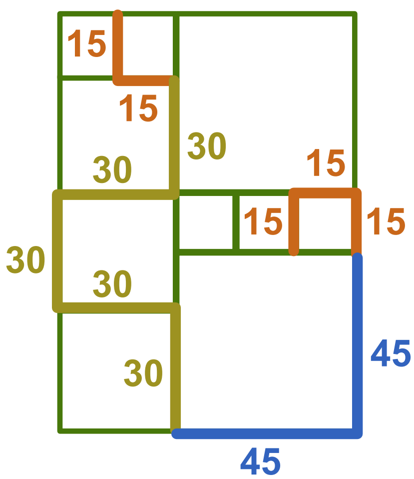
Si el perímetro del cuadrado más pequeño mide 60 cm, ¿cuál es la longitud, en centímetros, de la línea repintada?

Aunque el problema indica el perímetro del cuadrado pequeño, resulta necesario calcular el lado de este cuadrado. Como el perímetro es la suma de todos los lados, y el cuadrado tiene sus cuatro lados de igual medida, es posible calcular esta medida dividiendo 60 entre 4, lo que da por resultado 15 cm

Utilizando como referencia el lado del cuadrado pequeño se puede determinar la medida de los lados de los otros cuadrados.



Con estas medidas, se pueden determinar las medidas de los segmentos del camino.

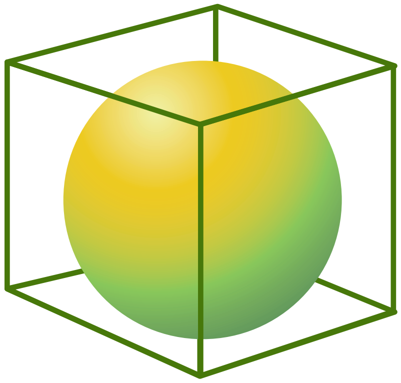


Realizando la suma de los segmentos se obtiene que:

15 + 15 + 15 + 45 + 45 + 30 + 30 + 30 + 30 + 30 + 15 + 15 = 315

De acuerdo con lo anterior, la longitud de la línea pintada es de 315 cm.

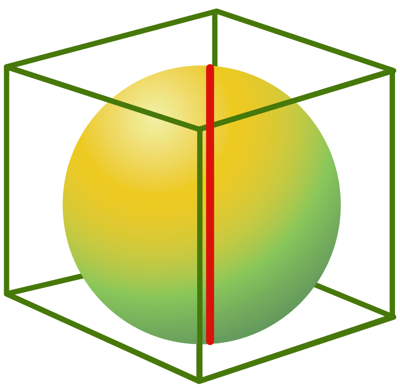
15. Obseve la figura:



La figura muestra una esfera dentro de un cubo, la cual toca todas las caras del cubo. Si se sabe que la arista del cubo es 10 cm.

¿Cuál es la medida del radio de la esfera?

Como la esfera toca la cara superior e inferior del cubo, el diametro de esta figura se podría trazar así:



Nótese que el diámetro tiene la misma longitud que una de las aristas del cubo, es decir, también mide 10 cm.

El radio de una esfera mide la mitad del diámetro, en este caso la mitad de 10. Es decir, el radio de la esfera es igual a 10 ÷ 2, cuyo resultado es 5 cm.

16. De acuerdo con la Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos ARESEP el precio que debe cobrar un taxi por recorrido se debe regir con lo siguiente:

Tarifa	Costo
Primer kilómetro	₡ 645
Por kilómetro adicional	₡ 610

Si una persona pagó ₡ 3085 por un servicio de taxi, ¿de cuántos kilómetros fue el recorrido?

Para resolver este problema, se puede crear una tabla donde se indique el precio por cada kilómetro recorrido y la relación entre precio y distancia, tal y como se muestra a continuación:

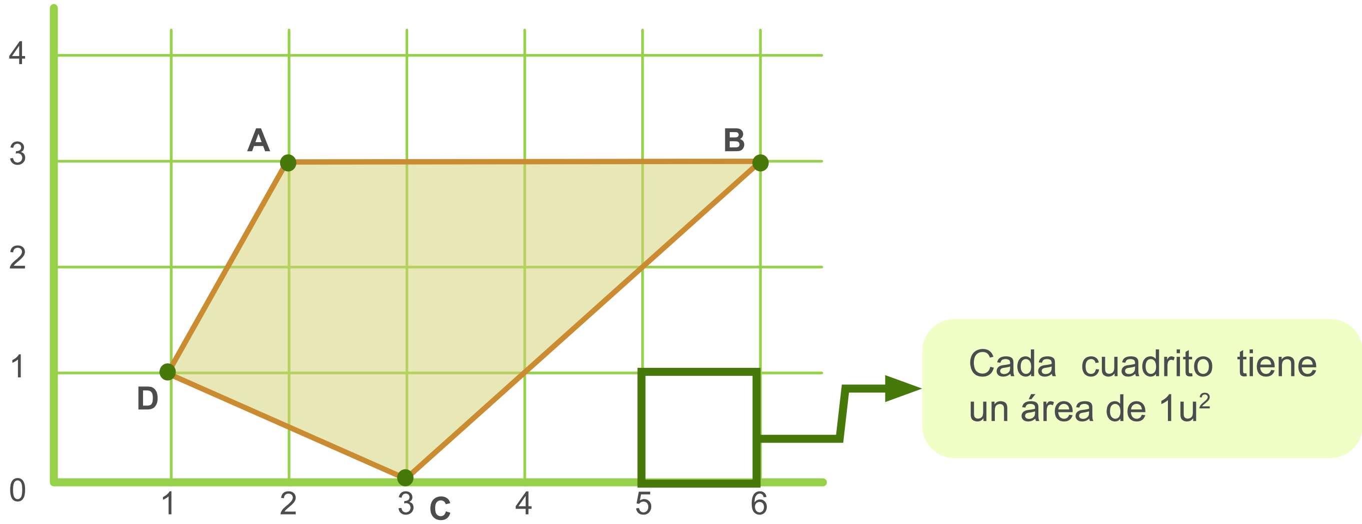
Kilómetro	Monto a pagar
1	₡ 645
2	₡ 1 255
3	₡ 1 865
4	₡ 2 475
5	**₡ 3 085**

Se inicia en 645 del primer kilómetro

+ 610
+ 610
+ 610
+ 610

Con esto, se logra determinar que la tarifa de ₡ 3085 corresponde a un viaje de 5 km.

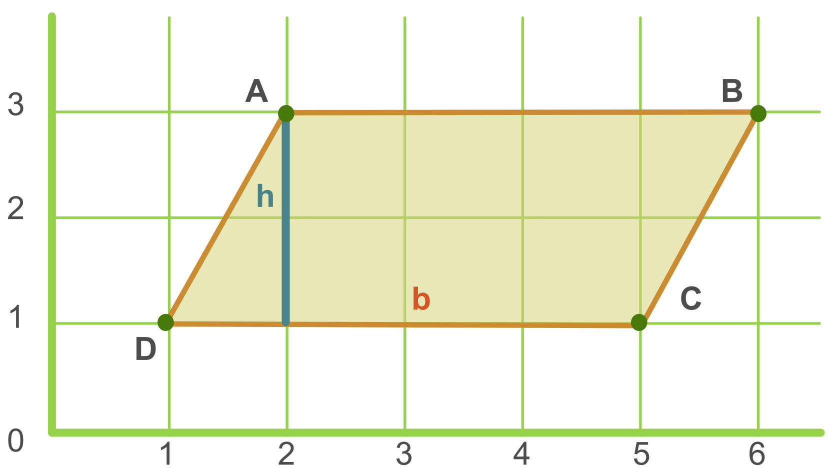
17. Observe la siguiente figura en un plano de coordenadas:



Si en la figura el punto C se traslada al punto cuyas coordenadas son (5,1).

¿Cuál es el área de la figura que se forma una vez trasladado el punto C?

Para empezar, trasladamos el punto C, a la coordenada indicada y unimos los puntos para formar la siguiente figura



Puede observarse que la figura corresponde a un romboide pues los lados opuestos son congruentes (miden lo mismo) y paralelos (se orientan a la misma dirección.

Como el área de cada cuadrado es de $1u^2$, su lado mide 1u. Por eso, la base es de 4u (pues se extiende por cuatro cuadros), y la altura de 2u (pasa por dos cuadros)

Aplicando la fórmula se puede determinar que

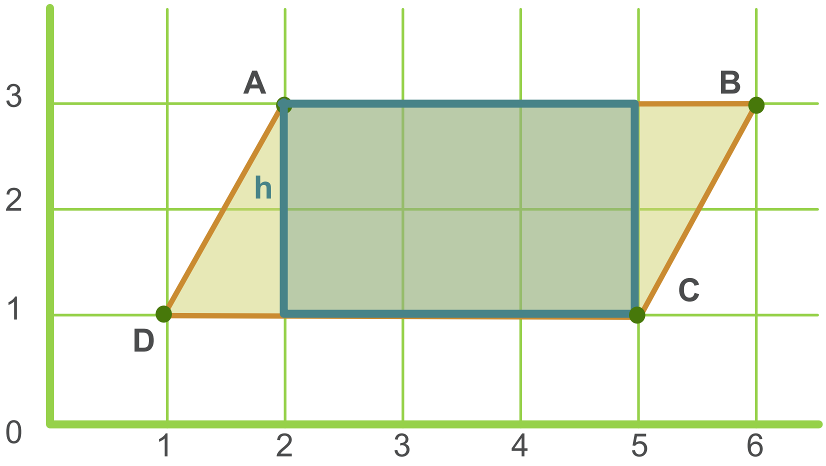
$$A = b \times h$$

$$A = 4 \times 2$$

$$\mathbf{A = 8\ u^2}$$

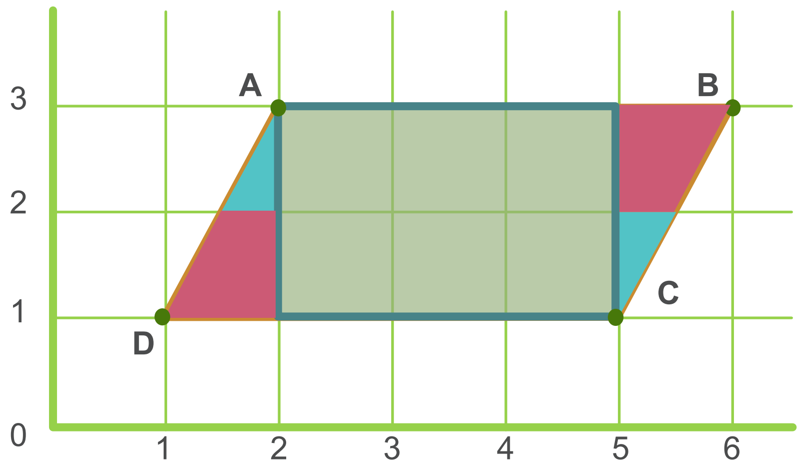
Recuerde que para determinar el área de un romboide se puede utilizar la fórmula A = b × h, donde b corresponde a la base (en naranja) y h a la altura (en verde)

Otra posible manera de resolverlo podría ser:

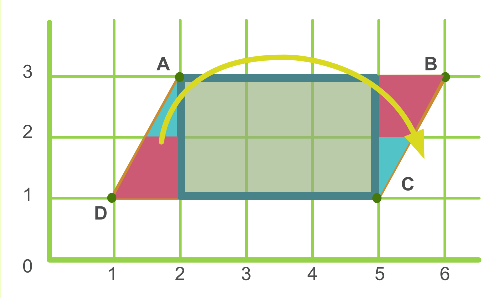


En la información del problema se indica que cada cuadrito de la cuadrícula tiene $1u^2$ de área, por tal razón podemos determinar cuántos cuadritos completos conforman la figura.

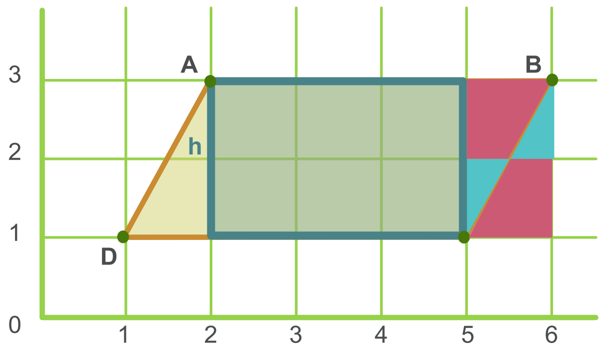
Cuadraditos completos hay 6, que equivalen a $6u^2$, pero nos quedan algunos incompletos que podrían conformar 2 cuadrados como se muestra:



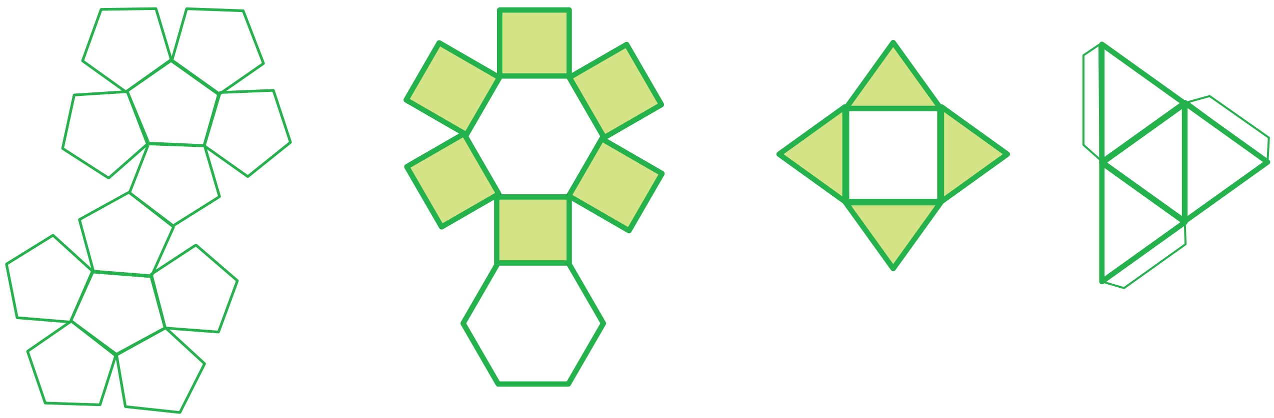
Si pasamos los triángulos que se observan en el lado izquierdo al derecho, podemos conformar dos cuadritos más, como se puede observar:



Al realizar esta traslación se observa que se completan dos cuadritos más, para un total de 8 cuadritos completos, los cuales equivalen a $8u^2$ de área



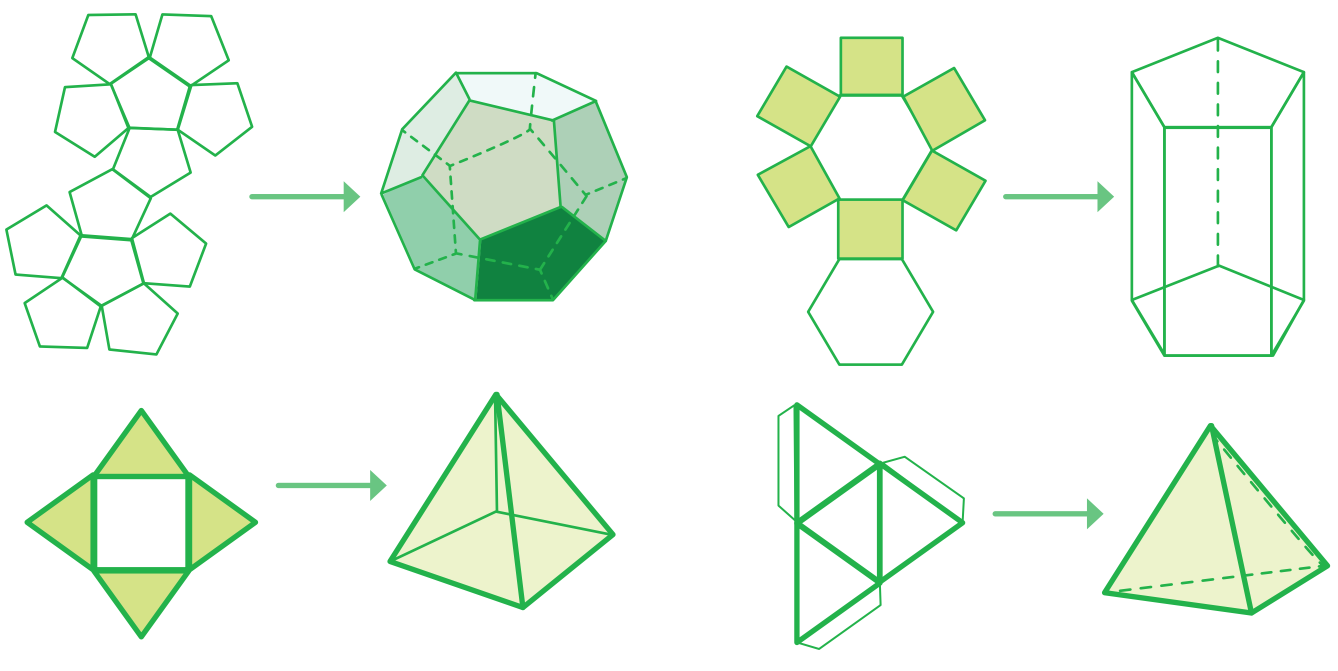
18. Como parte de una tarea escolar Daniel debe llevar un prisma. Para ayudarle, su hermana, le facilita los siguientes moldes para que arme la figura.



Modelo 1 **Modelo 2** **Modelo 3** **Modelo 4**

¿Cuál de los moldes debe usar Daniel para cumplir la tarea solicitada?

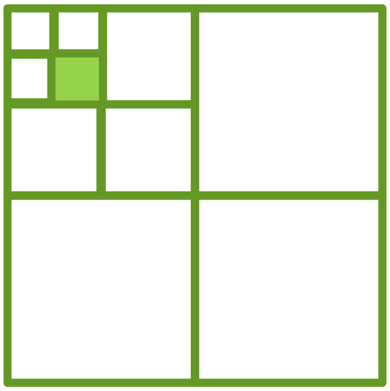
Primero, se debe imaginar la figura resultante de armar cada molde:



Por definición, el prisma es una figura de tres dimensiones que tiene dos bases y caras laterales en forma de rectángulo. Si se analizan los moldes, **solo el segundo resultaría en esta figura**, pues los demás no cumplen las características

19. Gabriel dibujó un cuadrado con 32 cm de perímetro y lo dividió en cuatro cuadrados iguales. Una cuarta parte del cuadrado original la dividió en otros 4 cuadrados iguales y luego de estos últimos cuadrados tomó uno y también lo dividió en cuatro cuadrados iguales, como se observa en la figura.

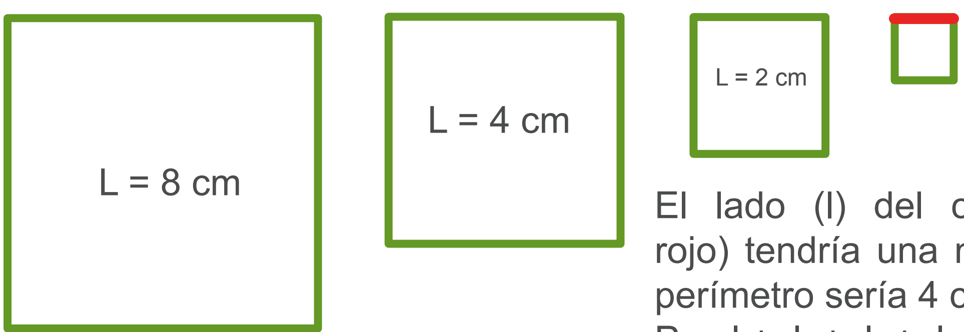
¿Cuál es el perímetro del cuadrado sombreado?



Primero, se debe determinar cuál es la **medida del lado del cuadrado más grande.** Para esto, se sabe que el perímetro del cuadrado es 32 cm, y que en un cuadrado los cuatro lados miden lo mismo, por lo que se puede averiguar el lado del cuadrado dividiendo el perímetro entre cuatro.

Por lo anterior tenemos que $32 \div 4 = 8$

Los lados de los siguientes cuadrados, se pueden averiguar dividiendo entre dos el lado del cuadrado más grande que él, pues en cada nueva división, cada lado se divide en dos



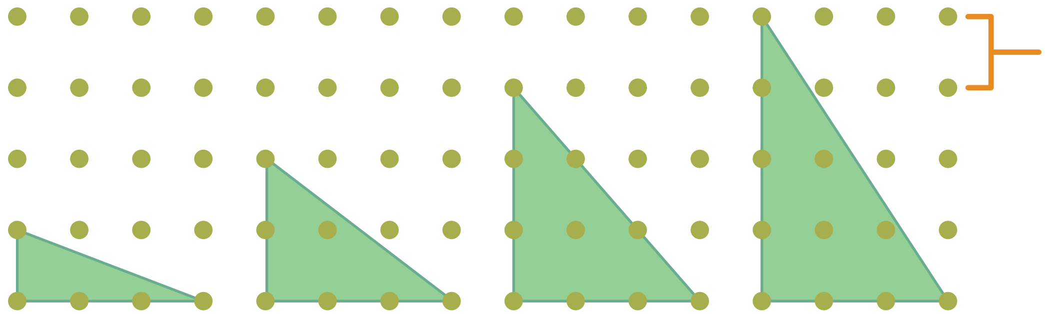
El lado (l) del cuadro pequeño (en rojo) tendría una medida de 1cm, y su perímetro sería 4 cm, pues:

P = l + l + l + l

P = 1 + 1 + 1 + 1

P = 4 cm

20. Observe la siguiente secuencia de triángulos dibujados en una trama de puntos



La distancia entre puntos es 1 u.

Si se continúa la secuencia, ¿cuál es el área, en unidades cuadradas, del triángulo que ocupa el vigésimo sexto lugar?

En la sucesión, tal y como se muestra, la base del triángulo permanece sin modificar en cada posición, lo que quiere decir que si la base de la figura en la posición 1 es la misma que la de la figura en la vigésima sexta posición (4u)

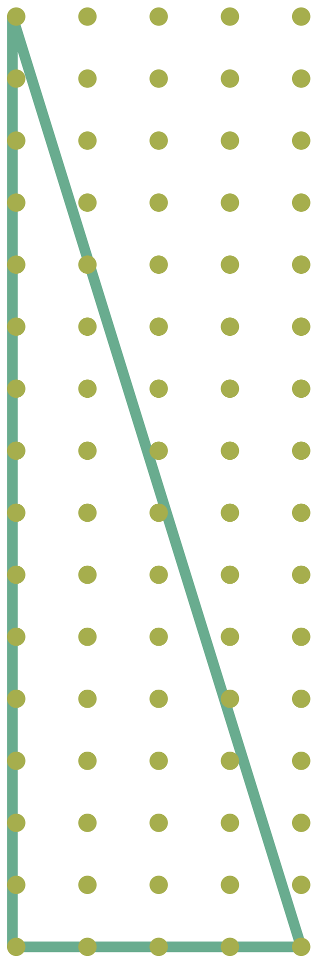
Después de realizar el análisis anterior, podemos utilizar la fórmula para determinar el área de un triángulo y calcular el área solicitada, como se muestra seguidamente.

Sin embargo, esto no sucede con la altura, la cual aumenta en una unidad y a la vez equivale al valor de la posición correspondiente, lo que quiere decir:

"En la posición uno la altura es de 1u, en la dos de 2u, en la tres de 3u y así sucesivamente según el valor de la posición. Por tal razón, la altura de la figura en la vigésima sexta posición de 26 unidades

Recuerde que la fórmula del área de un triángulo es:

$$A = \frac{(b \times h)}{2}$$



Con estas medidas, se puede aplicar la fórmula del área del triángulo, considerando unos de los datos como la altura y el otro lado que forma el ángulo recto como la base.

$$A = \frac{(b \times h)}{2}$$

$$A = \frac{(3 \times 26)}{2}$$

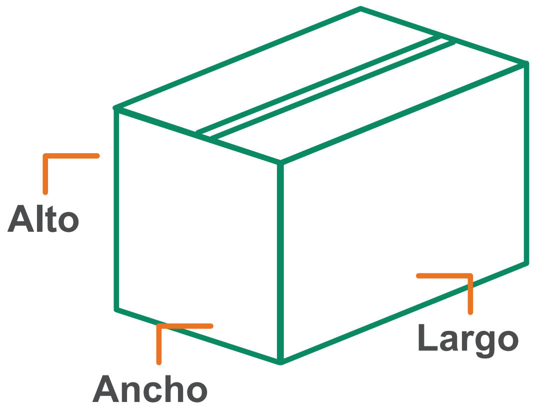
$$A = \frac{78}{2}$$

$$A = 39$$

El área del triángulo es de $39u^2$

21. En una fábrica, empacan confites en recipientes cilíndricos de 10 cm de diámetro por 20 cm de altura y posteriormente, para distribuirlos al comercio, los empacan en cajas de cartón.

Largo:	52 cm
Ancho:	31 cm
Alto:	41 cm

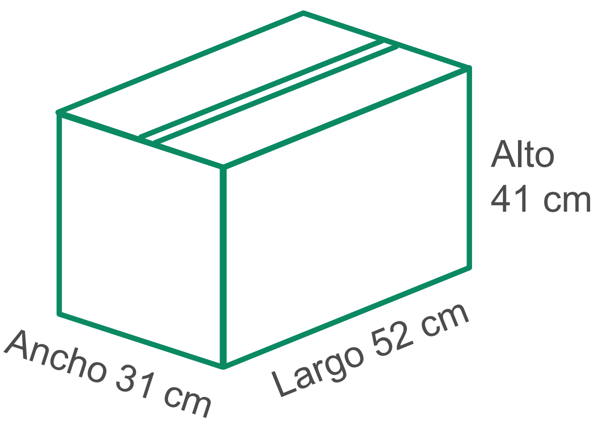


Si la fábrica compró cajas de cartón con las siguientes dimensiones:

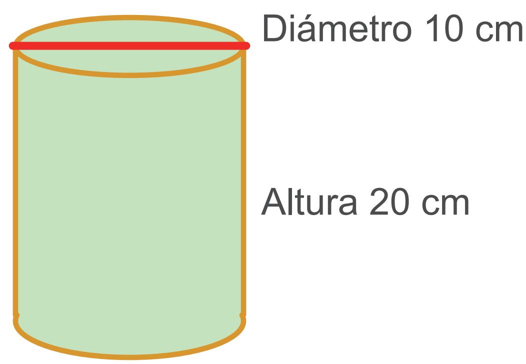
¿Cuál es la máxima cantidad de recipientes cilíndricos que se pueden empacar en cada caja (deben de estar colocados en la misma dirección)?

Si exploramos el problema tenemos la siguiente información

La caja donde se empacan los recipientes cilíndricos tiene las siguientes dimensiones



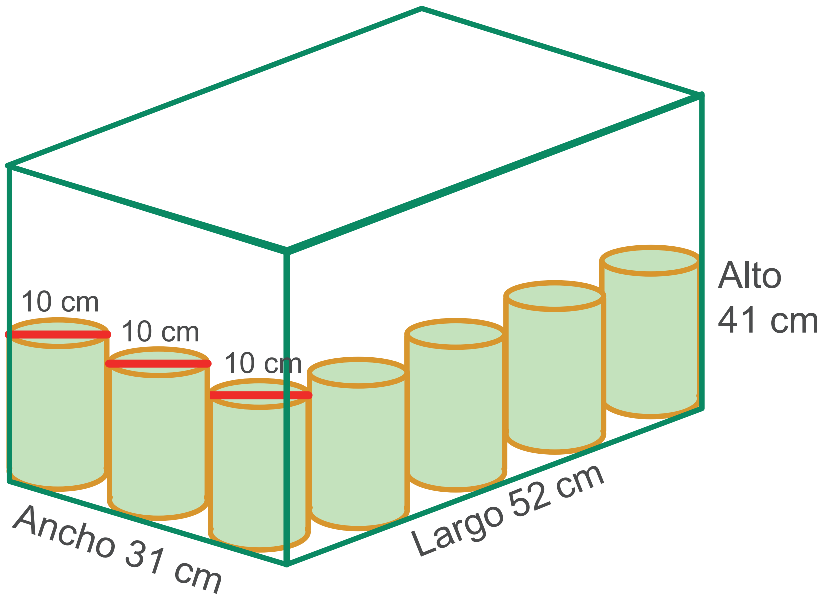
Los recipientes cilíndricos las que se empacan las siguientes:



Recuerde que la medida del radio es la mitad del valor del diámetro, en este caso:

Diámetro del recipiente mide 10 cm

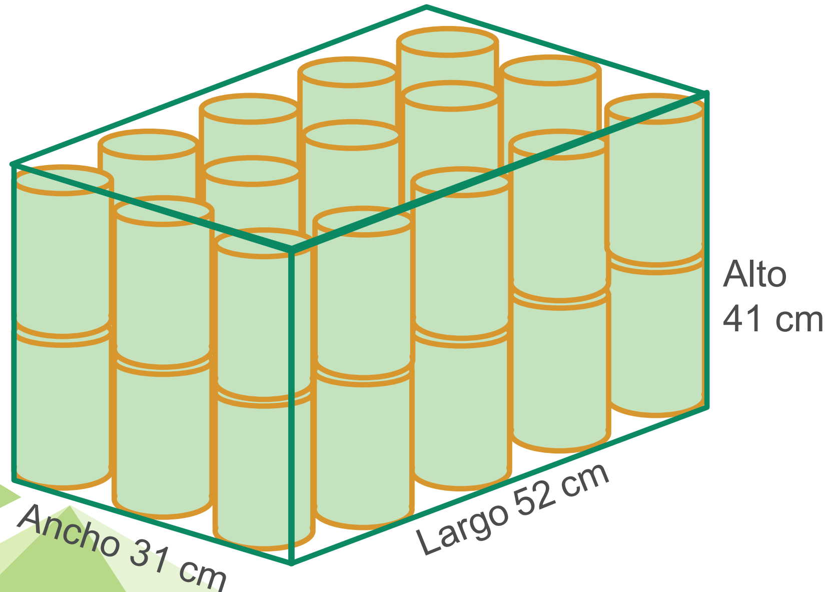
Radio 10 ÷ 2 = 5



En la caja anterior se pueden acomodar 3 recipientes a lo ancho y cinco a lo largo, como se observa. Lo que permite acomodar 3 filas de 5 recipintes cada una, para una primera base de 15 recipientes.

Como la caja tiene una altura de 41 cm y cada recipiente a empacar mie 20 cm de alto, podemos colocar las cantidad sobre esta base con 15 recipientes más.

De esta manera por cada caja se pueden empacar 30 unidades.

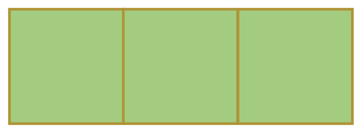


En la imagen de la izquierda se pueden ver la cantidad de recipientes cilíndricos que se pueden empacar en la caja.

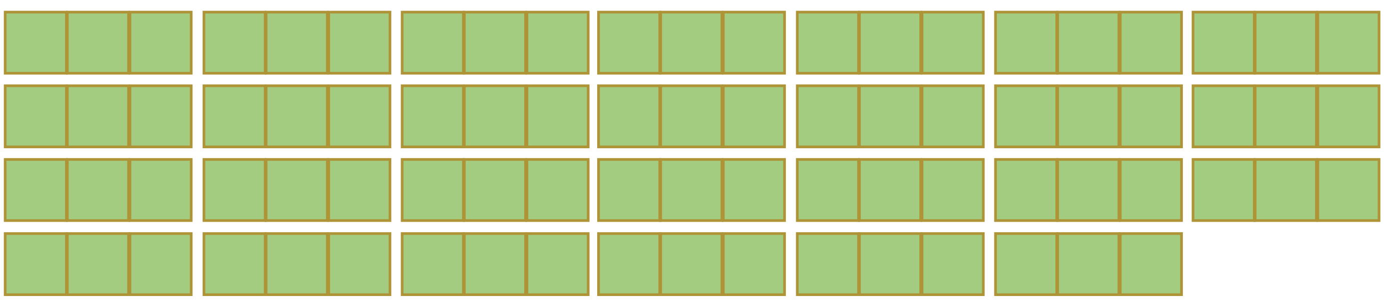
22. ¿Cuál es la mayor fracción que es homogénea con $\frac{16}{3}$ y que se ubica en la recta numérica entre 27 y 28?

Se busca una fracción que tenga por denominador 3, pues esta es la condición necesaria para que sea homogénea a $\frac{16}{3}$.

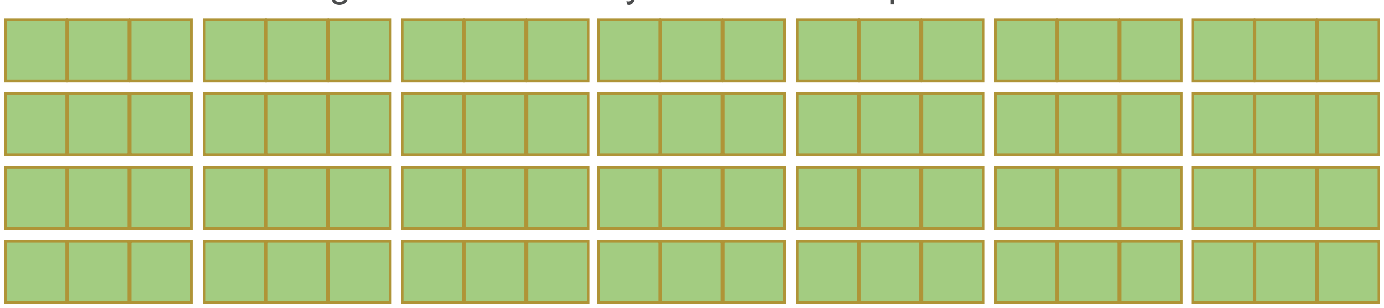
Primeramente, se debe saber que una unidad contiene tres tercios, similar a como se muestra a continuación:



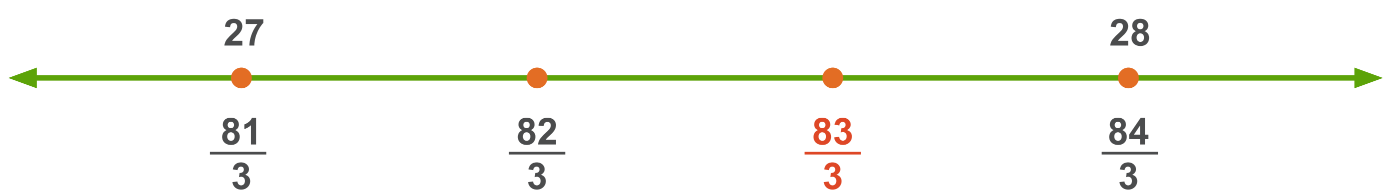
Ahora, si se tienen 27 unidades se tendrán ochenta y un tercios, pues 27 x 3 = 81



28 unidades serán iguales a ochenta y cuatro tercios pues 28x3=84



Es decir, se busca un número que esté entre $\frac{81}{3}$ y $\frac{84}{3}$, que además tenga por denominador el número tres. Dibujando una recta numérica, y contando de tercio en tercio, puede verse que dos números cumplen esta condición, pero de ellos $\frac{83}{3}$ es el mayor, por tanto, la respuesta al problema.



23. Considere la siguiente información:

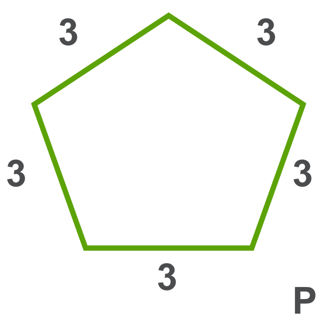
> Se llama polígono regular a aquel polígono cuyos lados tienen la misma medida y además sus ángulos internos son de igual medida.

Analice la siguiente tabla elaborada para polígonos regulares de diferente número de lados, donde la medida del lado de cualquiera de los polígonos es igual.

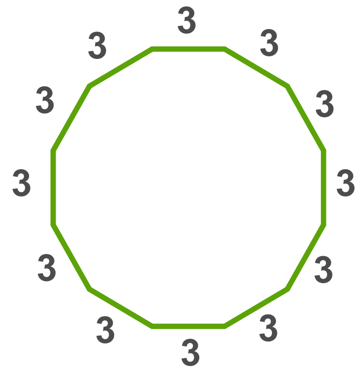
Cantidad de lados del polígono	5	8	15
Perímetro del polígono en centímetros	15u	24u	45u

De acuerdo con la información de la tabla, ¿cuál es el perímetro, en centímetros, de un polígono regular de 12 lados?

Se puede tomar la primera figura para determinar la medida de un lado. Ya que el perímetro es de 15, y la figura tiene cinco lados de igual medida, cada lado debería medir 3, pues al dividir 15 entre 5, se obtiene ese resultado.



Ahora que se sabe la medida de un lado, se puede averiguar el perímetro del polígono regular de doce lados (dodecágono), sumando doce veces la medida de un lado.



P = 3 + 3 + 3 + 3 + 3

P = 15

P = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3

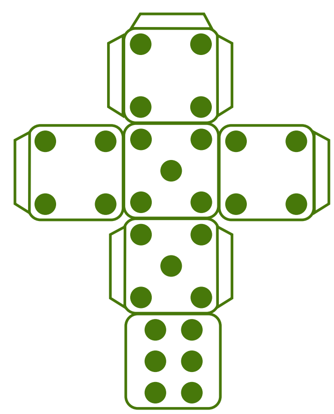
P = 12 x 3

P = 36

24. Unos estudiantes construyeron un dado de seis caras numeradas del 4 al 6 como se muestra en la figura.

Con respecto al lanzamiento de ese dado, los estudiantes expresaron lo siguiente:

a. Obtener un 6 es más probable que obtener un 5.
b. Obtener 5 o un 6 (cualquiera de los dos) es igualmente probable que obtener un 4.
c. Obtener un número par es más probable que obtener un número mayor que 4.



¿Cuál o cuáles letras identifican expresiones verdaderas?

Si se determina la probabilidad de cada evento se obtiene que:

Probabilidad de obtener un 4
$P(4) = \dfrac{\textit{Número de eventos a favor de obtener 4}}{\textit{Total de eventos posibles}}$
$P(4) = \dfrac{3}{6}$
$P(4) = 0{,}5$

Probabilidad de obtener un 4
$P(5) = \dfrac{\textit{Número de eventos a favor de obtener 5}}{\textit{Total de eventos posibles}}$
$P(5) = \dfrac{2}{6}$
$P(5) = 0{,}33$

Probabilidad de obtener un 4
$P(6) = \dfrac{\textit{Número de eventos a favor de obtener 6}}{\textit{Total de eventos posibles}}$
$P(6) = \dfrac{1}{6}$
$P(6) = 0{,}17$

Con estos resultados se puede analizar cada una de las proposiciones, de tal manera que

a. Es más probable obtener 5 que 6, por eso, la primera afirmación es falsa.

b. Las probabilidades de obtener 5 son diferentes que las de obtener 6, por lo tanto, la segunda afirmación también es falsa.

c. Hay dos números pares (divisibles entre dos) en el dado, y son 4 y 6. Si se suma la probabilidad de obtener esos números el resultado es aproximadamente 0,73. Como 0,73 es mayor que 0,5 (probabilidad de obtener 4), la tercera afirmación es verdadera.

25. Roberto tiene varias piezas cuadradas de madera, y con estas, arma las figuras que se muestran siguiendo una regla inventada por él.

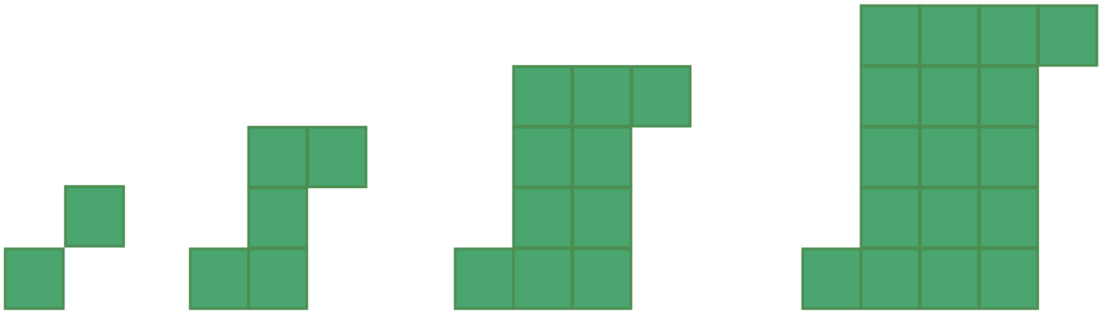


figura 1 figura 2 figura 3 figura 4

a. ¿Cuántas piezas cuadradas necesita Roberto para la Figura 9?

Parte "a"

Posible estrategia de solución 1

Ver que cada número se forma a partir del anterior sumando números primos.

Figuras		Cantidad de piezas
1		2
2	2 + 3	5
3	5 + 5	10
4	10 + 7	17
5	17 + 9	26
6	26 + 11	37
7	37+ 13	50
8	50 + 15	65
9	65 + 17	82

Por lo que necesita 82 piezas.

Posible estrategia de solución 2
Continuar haciendo las figuras

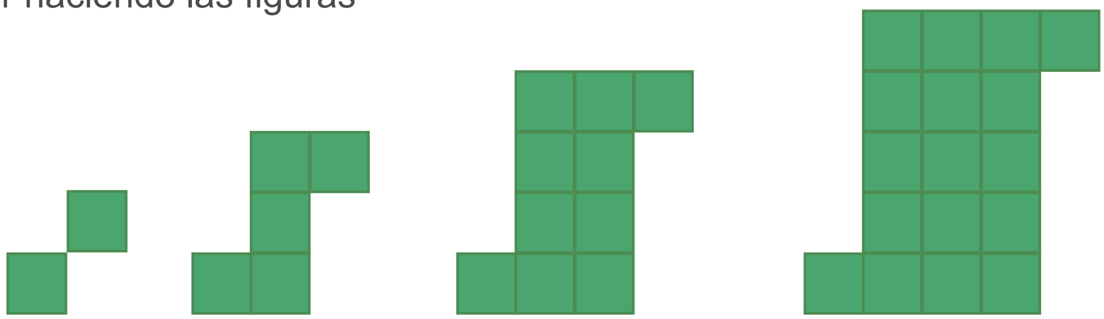


figura 1 figura 2 figura 3 figura 4

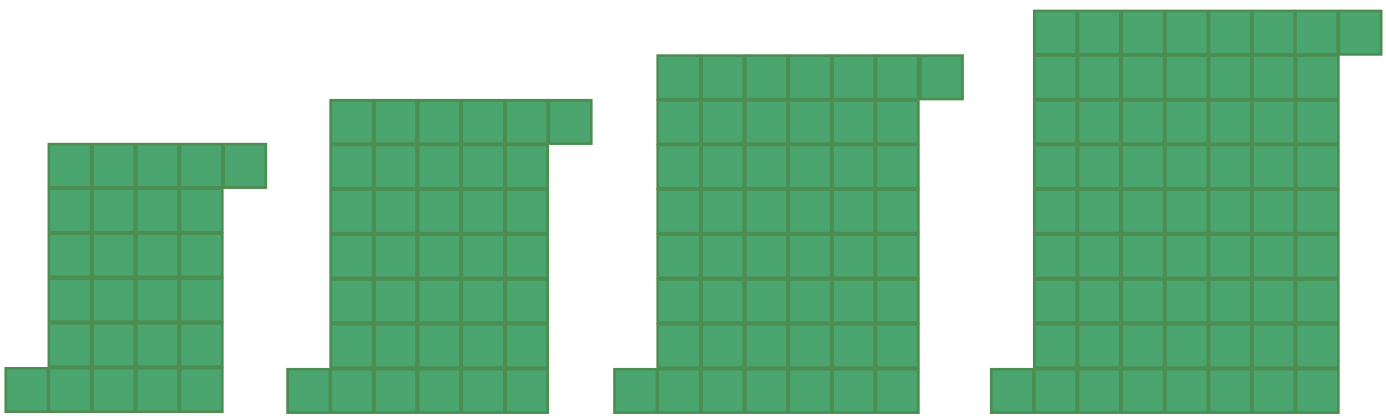


figura 5 figura 6 figura 7 figura 8

Determinando que hay 82 piezas

Posible estrategia de solución 3
Verlo de forma geométrica, es decir observando que hay un rectángulo con base una unidad mayor que el número de figura y a ese rectángulo se le agregan dos cuadritos.

Entonces para la figura 9, sería un rectángulo de base 8 y de altura 10 lo que serían 80 piezas y a ese rectángulo le agregó dos piezas, por lo que serían 82 piezas.

Posible estrategia de solución 4
No analizarlo geométricamente, pero ver la relación entre el número de figura.

Número de figuras		Cantidad de piezas
1	0 x 0 + 2	2
2	1 x 3 + 2	5
3	2 x 4 + 2	10
4	3 x 5 + 2	17
5	4 x 6 + 2	26
6	5 x 7 + 2	37
7	6 x 8 + 2	50
8	7 x 9 + 2	65
9	8 x 10 + 2	82

Así determina que se tendrían 82 piezas.

Posible estrategia de solución 5
Observan la siguiente relación

Número de figuras		Cantidad de piezas
1	1 x 1 + 1	2
2	2 x 2 + 1	5
3	3 x 3 + 1	10
4	4 x 4 + 1	17
5	5 x 5 + 1	26
6	6 x 6 + 1	37
7	7 x 7 + 1	50
8	8 x 8 + 1	65
9	9 x 9 + 1	82

Así determina que se tendrían 82 piezas.

b. ¿Cómo puede explicar la regla usada para calcular la cantidad de piezas de cualquier figura?

Posible estrategia de solución 1
El Estudiante puede indicar que “se multiplica el antecesor del número de figura por el sucesor del número de figura y le suma dos”

Posible estrategia de solución 2
El estudiante puede indicar que se multiplica el número de figura por el mismo y se le suma uno”

Posible estrategia de solución 3
Al número de figura la multiplico por dos le resto uno obteniendo un número primo. Ese número primo se lo sumo a la cantidad de piezas de la figura anterior.

c. ¿Cuál figura puede formar con 442 piezas, sin que le sobre ninguna?

Posible estrategia de solución 1
Pensar a partir de la opción #1 a la pregunta anterior (B)

$$442 - 2 = 440$$

Pensar dos números que multiplicados den 440 y sean el anterior y el sucesor de cierto número (que ese número sería el número de la figura) 20 x 22 = 440

Entonces es la figura 21.

Posible estrategia de solución 2
A partir de la opción #2 de la respuesta a la pregunta #2 de la respuesta a la pregunta anterior.

$$442 - 1 = 441$$

Buscar un número (número de figura) que multiplicado por el mismo de 441.

$$21 \times 21 = 441$$

Por lo que se puede formar la figura 21.

26. En caso de olvidar la clave de su celular Tulio tiene anotadas las siguientes pistas para descifrarla:

* Es un número formado por cinco cifras cuya suma es 16.
* No es un número múltiplo de dos.
* El dígito de las centenas es el doble del dígito de las unidades y el triple del dígito de las unidades de millar.

Si tiene varios intentos para ingresar la clave en el celular, ¿cuáles posibles claves probaría? Justifica tu respuesta

Si además Tulio dice que la clave de su celular corresponde a su fecha de nacimiento en el formato:

día	mes	año
_____ _____	_____	_____ _____

¿Cambiarias los valores a probar en la pregunta anterior?

____	2	6	____	3
DM	UM	C	D	U

• Esos tres valores son fijos ya que no hay más dígitos que cumplan la condición.

• Ya automáticamente cumple la condición dos.

• Utilizando la condición #1

$2 + 5 + 3 = 10$ por lo que faltan 5 unidades.

Números que sumados den cinco:

	2 + 3	3 + 2	5 + 0	0 + 5	4 + 1	1 + 4
Posibles respuestas	22633	32623	52603	02653	42613	12643

Probaría cinco opciones 22633, 32623, 52603, 42613, 12643.

Si además Tulio dice que la clave de su celular corresponde a su fecha de nacimiento en el formato (ddmaa):

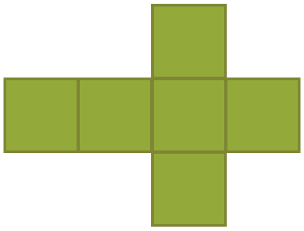
día	mes	año
_____ _____	_____	_____ _____

Con el formato ddmaa eliminaría

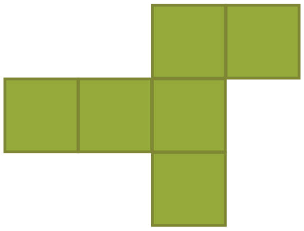
22633 32623 52603 02653 42613 12643

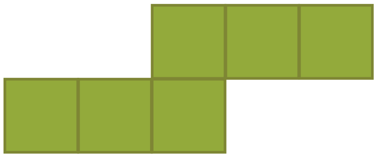
Probaría solo 22633 y 12643

27. Manuel debe construir de tarea un cubo. Para ello debe elaborar un modelo del cubo en cartulina y recortarlo de forma que cuando doble las líneas marcadas se pueda armar correctamente el cubo. En clase la maestra le mostró este modelo:



Manuel piensa que hay otros modelos con los que también se puede armar un cubo, al doblar las líneas. Por ejemplo, ha pensado en estos dos:

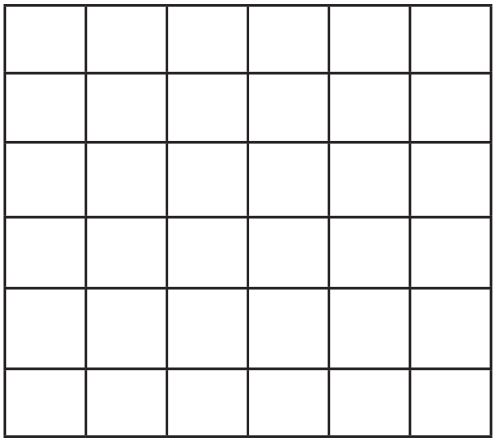




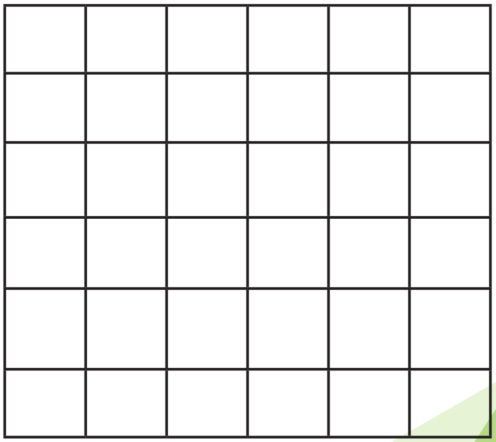
¿Permiten realmente formar un cubo esos dos modelos? Justifica tu respuesta.

Dibuja en la siguiente cuadrícula otros dos modelos diferentes de los anteriores que permitan a Manuel armar un cubo al doblar las líneas

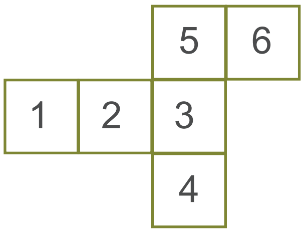
Espacio para borrador

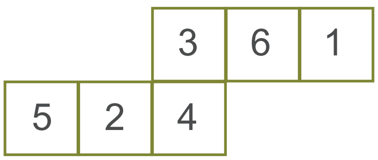


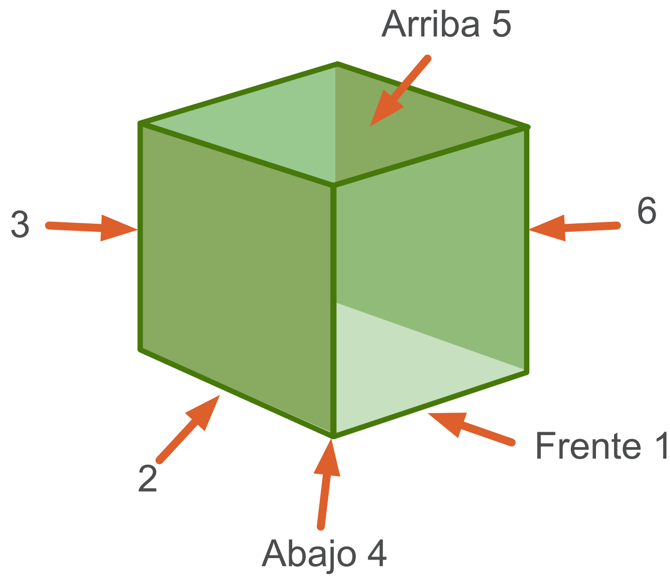
Espacio para respuesta en limpio



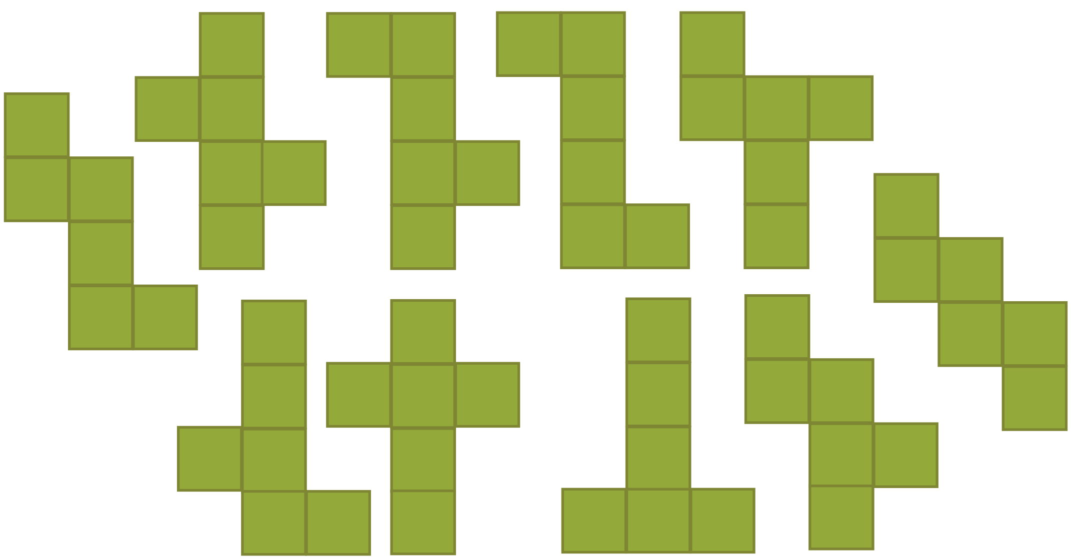
Los dos modelos brindados si permiten formar un cubo, se puede mostrar como sigue que si las caras del cubo se representaran con números el cubo podría cerrarse de la siguiente forma:







Algunos otros modelos diferentes a los anteriores que también permiten formar un cubo son los siguientes



28. Fiorella realizó en la escuela una encuesta, para saber, la cantidad de horas al día que sus compañeros dedicaban a estudiar y hacer sus tareas en casa. Los datos obtenidos son los siguientes:

5	2	1	5	2
2	3	2	3	3
1	4	3	4	0
4	5	2	6	3

¿Cuál es la diferencia entre el valor máximo y el promedio de la cantidad de horas de estudio?

Promedio:

$$\frac{(5 + 2 + 1 + 5 + 2 + 2 + 3 + 2 + 3 + 3 + 1 + 4 + 3 + 4 + 0 + 4 + 5 + 2 + 6 + 3)}{20} = \frac{60}{20} = 3$$

Máximo: 6

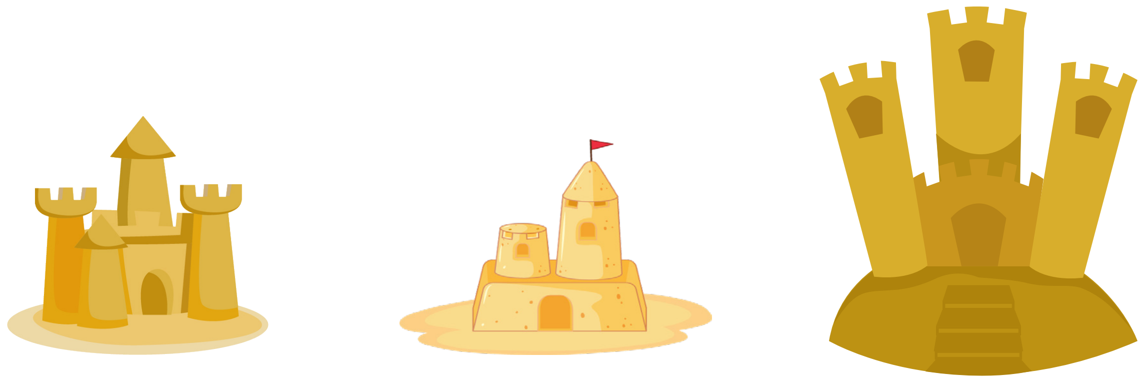
Diferencia entre el valor máximo y el promedio

$$6 - 3 = 3$$

La diferencia entre el valor máximo y el promedio es 3.

29. En un concurso de castillos de arena: el castillo de Manuel mide la mitad de altura que el de Jaime y el de Andrés es 30 cm de altura más pequeño que el de Jaime. Si el castillo ganador del concurso, que mide 290 cm de altura, mide tanto como los otros tres castillos juntos, ¿cuál es la altura del castillo de Jaime?

Al analizar la información tenemos tres castillos

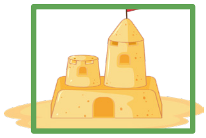


Andrés **Manuel** **Jaime**

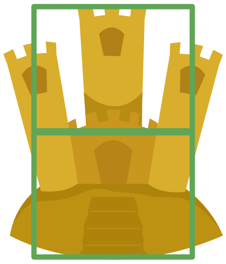
Los cuales juntos miden los mismo que el castillo ganador 290 cm

Posible estrategia de solución 1 Modelo de área

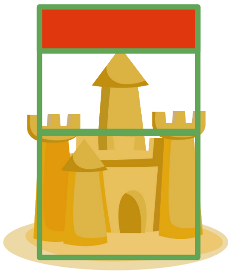
Vamos a considerar un cuadrado como el tamaño del castillo de Manuel.



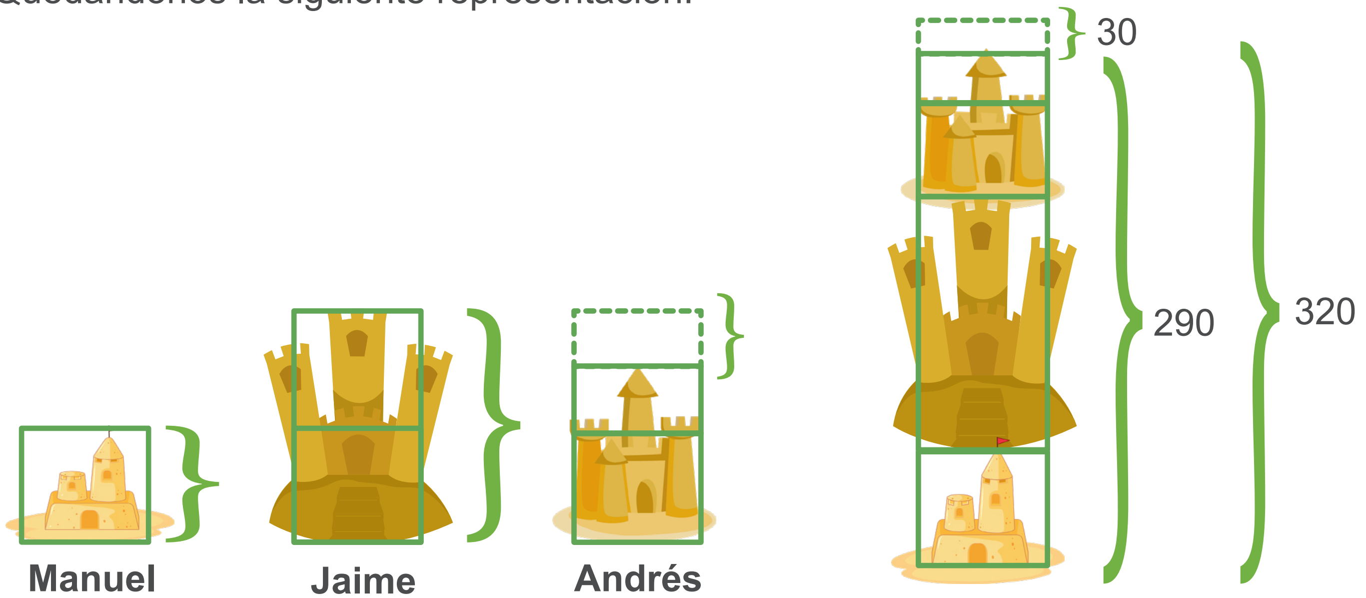
Que sería la mitad del tamaño de la altura del castillo de Jaime (el cual mediría dos cuadrados)



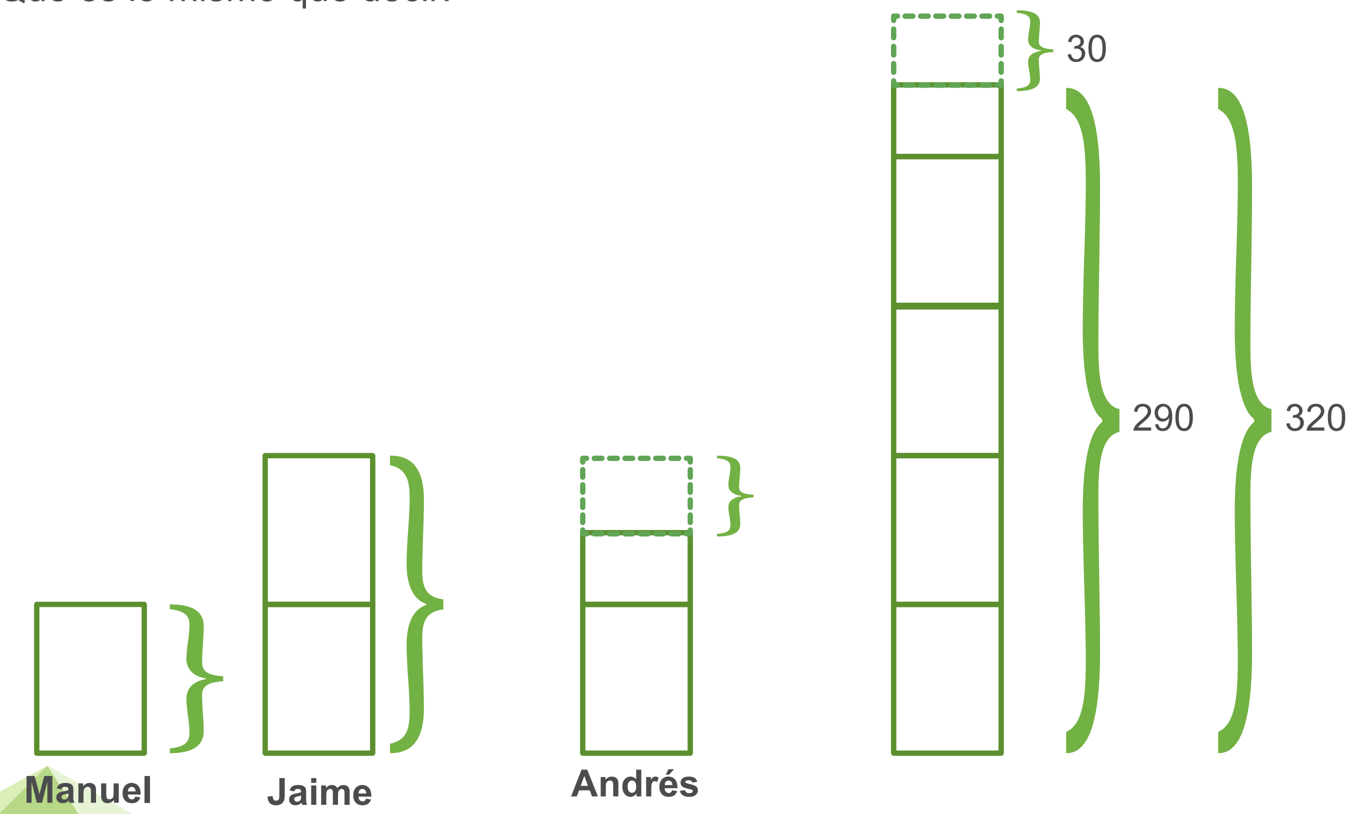
Y por último la altura del castillo de Andrés sería 30 cm menos que el de Jaime, por lo cual a los dos cuadrados de Jaime le vamos a restar 30 cm (lo vamos a representar con un rectángulo de color rojo)



Quedándonos la siguiente representación:



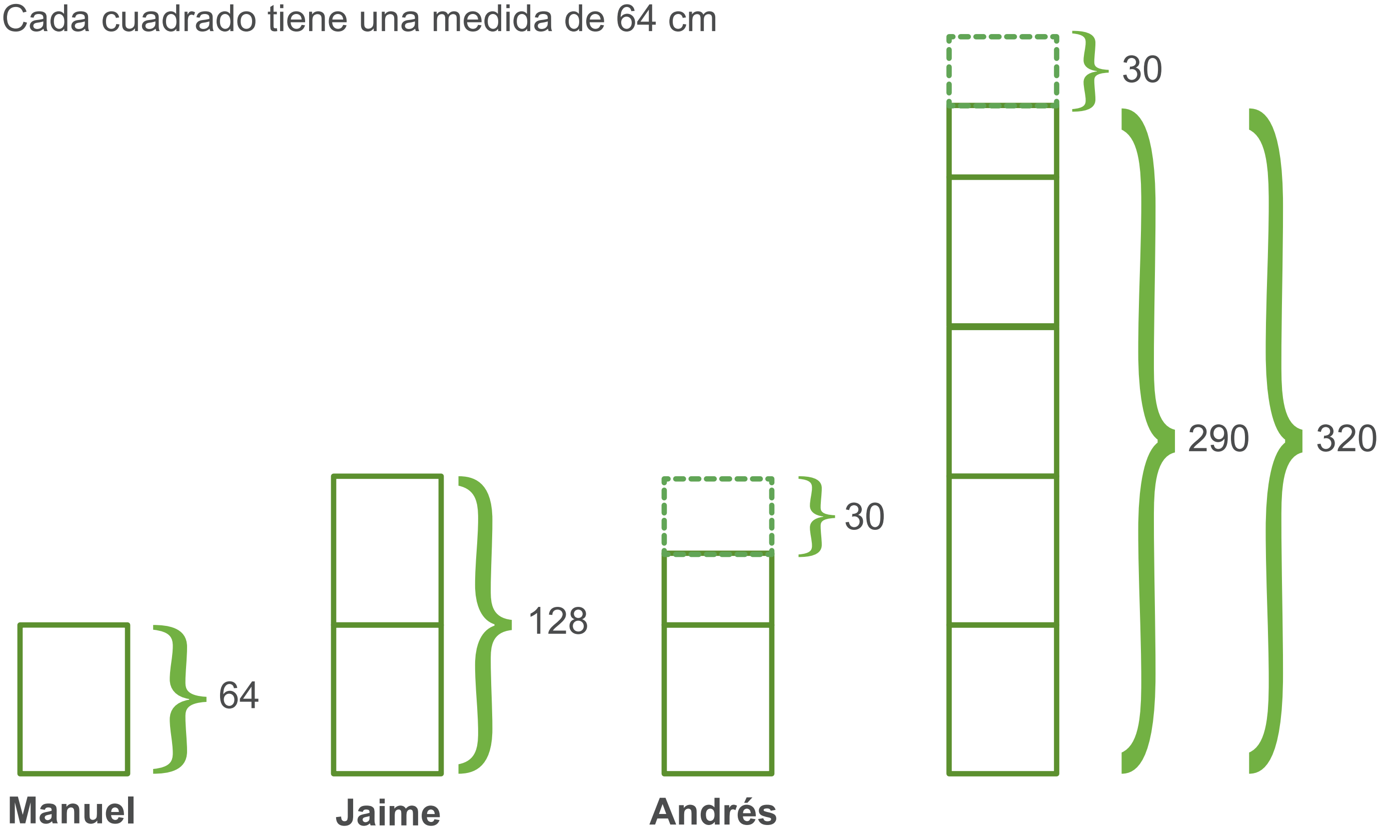
Que es lo mismo que decir:



Con lo anterior, tenemos que los tres castillos juntos miden 290 cm y si esta medida le agregamos 30 cm que quitamos en la última comparación, sería 320 cm (para obtener la medida completa de 5 cuadrados).

Al tener la medida completa de 5 cuadrados podemos dividir 320 entre 5 para obtener la medida de cada cuadrado, como se muestra seguidamente:
$320 \div 5 = 64$ cm

Cada cuadrado tiene una medida de 64 cm



De acuerdo con la información anterior, la altura del castillo de Jaime es de 128 cm

Posible estrategia de solución 2 Representación simbólica

$290 = M + J + J - 30$
$290 = M + M + M + M + M - 30$
$290 = 5M - 30$
$290 + 30 = 5M - 30 + 30$
$320 = 5M$
$\frac{320}{5} = M$
$64 = M$

R/ Mide 64 + 64 = 128 cm

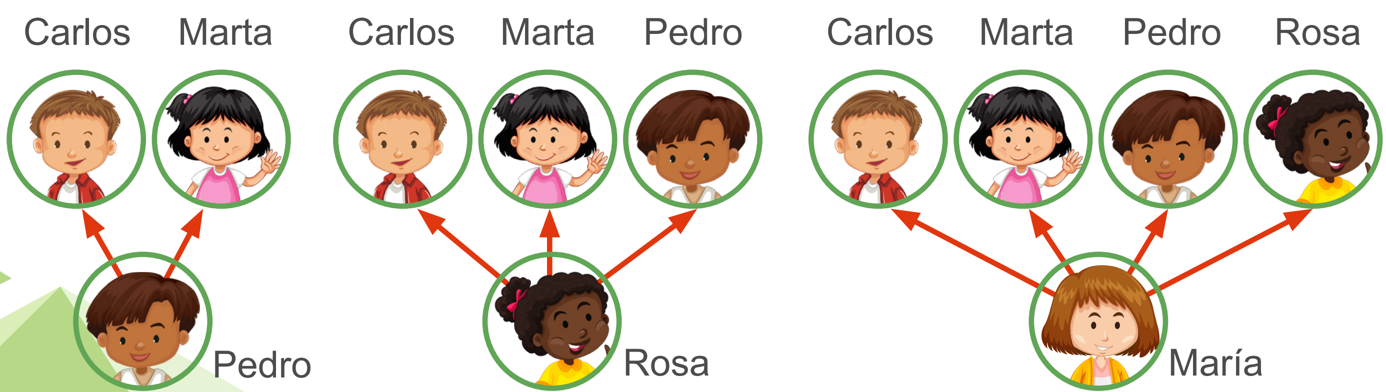
Consideremos:
M como la medida del castillo Manuel
J como la medida del castillo Jaime

30. La fiesta de fin de año de la sección 5-1 es en casa de Carlos y Marta. El primero en llegar es Pedro, el cual saluda a Carlos y a Marta con un apretón de manos a cada uno. Luego llega Rosa y da un apretón de manos a Carlos, uno a Marta y uno a Pedro. Luego llega María y da un apretón de manos a cada uno de los que ya está en la fiesta. Durante toda la tarde siguieron llegando los compañeros y se saludaron siguiendo el comportamiento mencionado anteriormente.

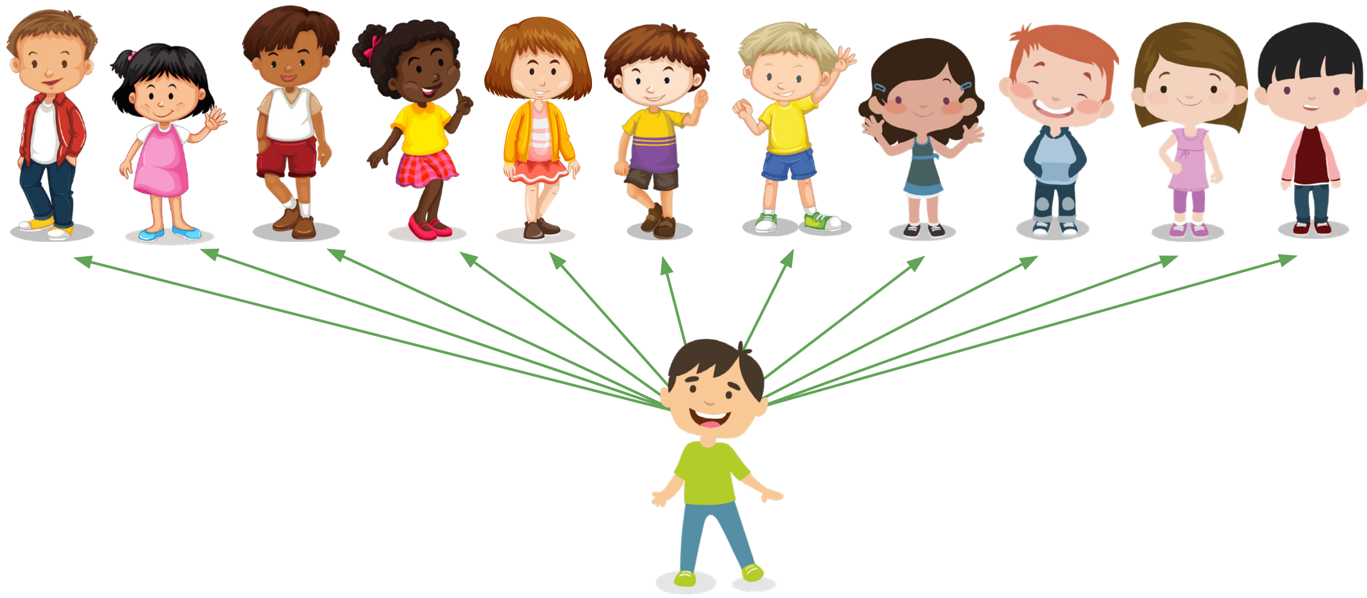
a. ¿Cuántos apretones de mano dio el 10º invitado?
b. ¿Cuántos apretones de mano se habían dado en total desde el 1º hasta el 11º invitado?
c. Si asistieron 22 estudiantes, ¿cuántos apretones de mano hubo en total?

Parte a

Posible estrategia de solución 1 Representar por medio de dibujos la situación



Continúa dibujando lo que pasa con los siguientes invitados:



Ver que siempre hay una flecha más que el número de invitados.

Para el invitado 10 hay 11 apretones de mano.

Posible estrategia de solución 1 Representar lo sucedido por medio de tablas

Pedro	Carlos
	Marta

Rosa	Carlos
	Marta
	Pedro

María	Carlos
	Marta
	Pedro
	Rosa

4ª persona	Carlos
	Marta
	Pedro
	Rosa
	María

5ª persona	Carlos
	Marta
	Pedro
	Rosa
	María
	4ª

Según lo anterior:

Personas saludadas	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Invitado	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º

El estudiante puede concluir que el décimo invitado saluda 11 personas.

Parte b

Posible estrategia de solución 1

Hacer una tabla:

Invitado		**Saludos que da**	**Saludos totales**
1	1 + 1	2	2
2	2 + 1	3	5
3	3 + 1	4	9
4	4 + 1	5	14
⋮	⋮	⋮	⋮
10	10 + 1	11	

R/ El invitado 10 da 11 apretones de mano.

Parte c

Posible estrategia de solución 1

Sumar los números de 2 al 12
2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 77

R/ En total se dieron 77 apretones de mano.

Posible estrategia de solución 2

A partir de la tabla observar que

Invitado	Saludos que da		Saludos totales
1	2	$\frac{1\,(1+3)}{2}$	2
2	3	$\frac{2\,(2+3)}{2}$	5
3	4	$\frac{3\,(3+3)}{2}$	9
4	5	$\frac{4\,(4+3)}{2}$	14
⋮	⋮	⋮	⋮
10	11	$\frac{10\,(10+3)}{2}$	65
11	12	$\frac{11\,(11+3)}{2}$	77

R/ Se habían dado 77 apretones.

Parte c

Posible estrategia de solución 1

Para 22 estudiantes serían

$$\frac{22\,(22+3)}{2} = \frac{(22 \cdot 25)}{2} = 11 \cdot 25 = 275$$

R/ 275 apretones.

Posible estrategia de solución 2

Sumar los números del 2 al 23

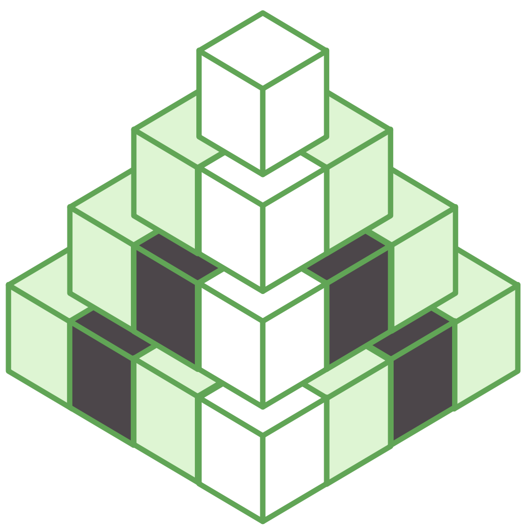
2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+20+21+22+23=275

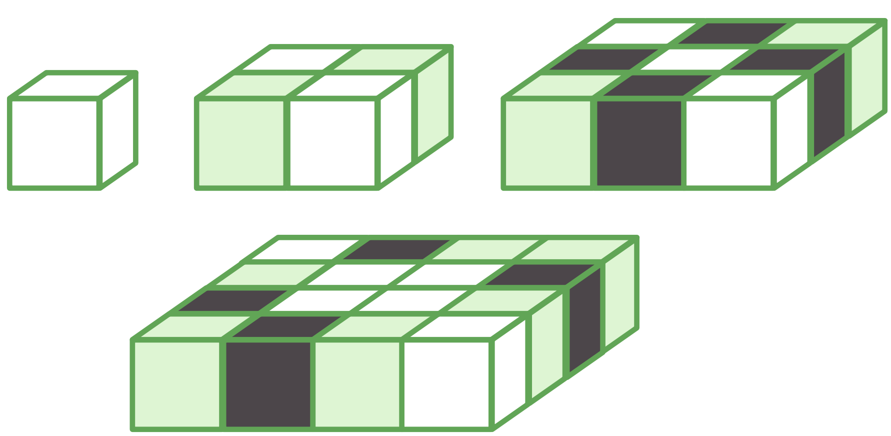
R/ 275 apretones.

31. El padre de Fabio construye una estructura con cubos para decorar la sala. Fabio nota que al observar la estructura por cualquiera de las esquinas se ve idéntica. Después de que su padre pinta los cubos visibles con tres colores distintos, Fabio nota que ahora se logran vistas idénticas al observar la estructura desde cualquier esquina y su opuesta, pero las vistas de los dos pares de esquinas son distintas. Observa la estructura pintada:

a. ¿Cuántos de los cubos visibles pintó de color negro? Justifique su respuesta.
b. ¿Cuántos de los cubos visibles pintó de color blanco? Justifique su respuesta.
c. ¿Cuántos de los cubos que forman la estructura no fueron pintados? Justifique su respuesta.

Puede descomponer la figura por pisos.





Notando que hay:

- Siete cubos blancos.
- Diez cubos grises.
- Ocho cubos negros.
- Cinco cubos sin pintar.

32. Mónica y Sofía realizan un juego con dados, cada una de ellas tira un dado al mismo tiempo y multiplican los números que quedan en las caras superiores de ambos dados. Si el resultado es un múltiplo de 12 gana Mónica, pero si es un múltiplo de 15 gana Sofía.

¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de opciones de ganar que tiene una con respecto a la otra? Justifique su respuesta.

Solución:
Se determinan los posibles resultados al lanzar los dos dados, obteniendo lo siguiente:

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

Mónica tiene siete posibilidades para ganar, si el producto de los números da 12, 24 o 36.

Sofía tiene cuatro posibilidades para ganar, si el producto de los números da 15 o 30.

La diferencia entre la cantidad de opciones de ganar de las niñas es 3.

Observación:

Recuerde: En primaria utilizamos como signo para la multiplicación la letra "x" sin embargo podemos valorar el uso del punto para ir familiarizando a los niños con esta otra forma de representar esta operación en la secundaria.

Créditos

Los ítems fueron tomados de la prueba de la II y III Etapa de la Olimpiada Costarricense de Matemática de primer año 2019, elaborada por:

- **Xinia Salas Pérez**, asesora regional de Matemática de la Dirección Regional Educativa de Cañas.
- **Ana Berrios Ruiz**, asesora regional de Matemática de la Dirección Regional Educativa de Santa Cruz.
- **Heriberto Rojas Segura**, asesor regional de Matemática de la Dirección Regional Educativa de Pérez Zeledón.
- **Xinia Zúñiga Esquivel**, asesora nacional de Matemática del Departamento de Primero y Segundo Ciclos.
- **Hermes Mena Picado**, asesor nacional de Matemática del Departamento de Primero y Segundo Ciclos.
- **Mónica Mora Badilla**, profesora de Matemática de la Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica.
- **Carlos Alfaro Rivera**, profesor de Matemática. Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica.

Revisores (as) de los cuadernillos

Mónica Mora Badilla. Profesora de Matemática.
Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica.

Gabriela Valverde Soto. Profesora de Matemática.
Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica.

Carlos Alfaro Rivera. Profesor de Matemática.
Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica.

Xinia Zúñiga Esquivel. Asesora nacional de Matemática del Departamento de Primero y Segundo Ciclos.

Compilación y estrategias de solución de los cuadernillos realizadas por:

Hermes Mena Picado. Asesoría Nacional de Matemática.
Departamento de Primero y Segundo Ciclos. Dirección de Desarrollo Curricular

Luis Enrique Marín Vargas.
Estudiante de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Educación Primaria.
Universidad de Costa Rica.

mep
Ministerio de
Educación Pública

Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular

Olimpiada Nacional
de Matemática en Primaria

UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA