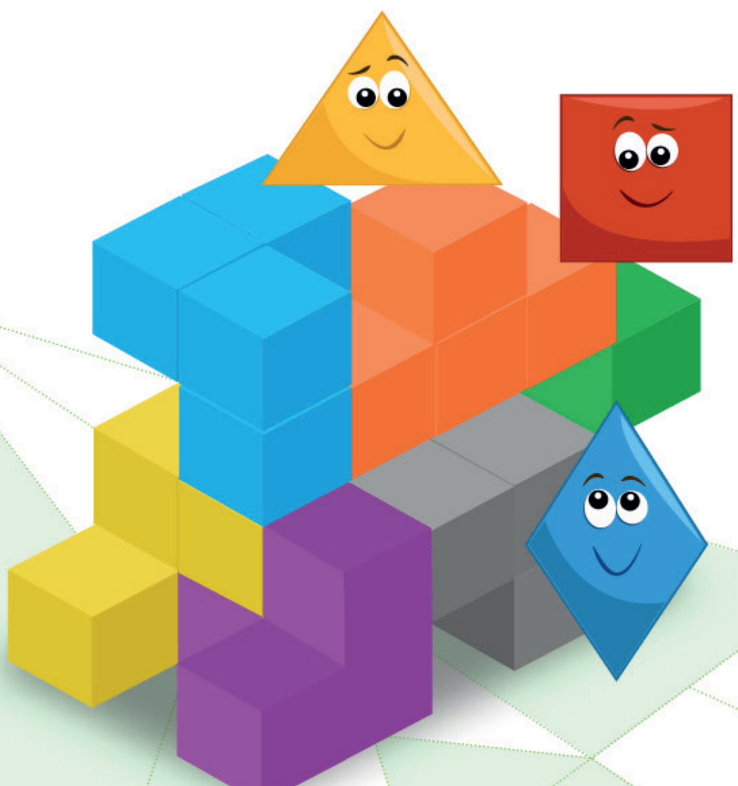
Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Asesoría Nacional de Matemática

5 CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria OLCOMEP-2021

QUINTO AÑO



PRESENTACIÓN

Es fundamental que nuestro sistema educativo fomente en la sociedad costarricense, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo científico y tecnológico, a efecto de formar personas con las habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

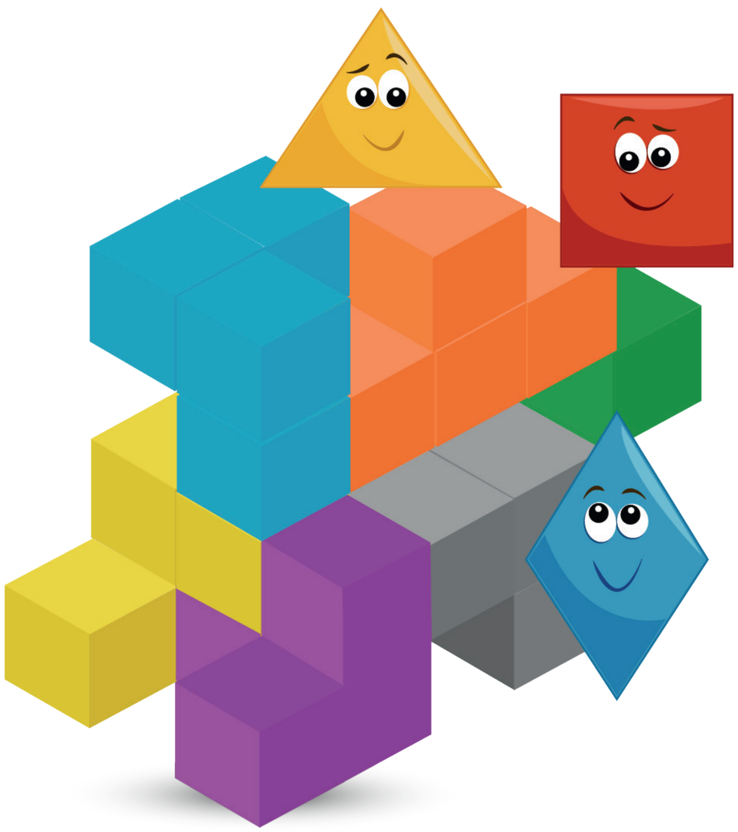
La enseñanza de la matemática ocupa un papel clave en el currículo escolar y persigue el desarrollo de un proceso intelectual en los estudiantes. La Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria **OLCOMEP**, tiene como finalidad estimular y desarrollar entre los niños y niñas sus capacidades de resolución de problemas matemáticos, por medio de una competencia de conocimiento sana entre estudiantes de diferentes regiones educativas del país.

El presente cuadernillo pretende ser un insumo de apoyo para el docente y práctica para el estudiante. El mismo busca orientar a los y las participantes de la **OLCOMEP**, por medio de la presentación de problemas recopilados de las pruebas aplicadas en ediciones anteriores de la misma olimpiada. Su contenido pretende dar pautas sobre los tipos de problemas a los que se van a enfrentar los y las estudiantes en las diferentes etapas que comprende la **OLCOMEP**, así como sus diferentes estrategias de resolución.

Los problemas aquí seleccionados se fundamentan en situaciones matemáticas donde se requiera manifestar las habilidades que caractericen el talento matemático para lograr su resolución, basados en los niveles de complejidad de los problemas descritos en el Programa de Estudio en Matemáticas (MEP, 2012) y por medio de los diferentes contextos que se consideran para la olimpiada.

Comisión Central de OLCOMEP

PROBLEMAS DE REPASO



1. Aurelio tiene en su billetera 3 monedas de ₡ 500, 2 billetes de ₡ 1000, 3 billetes de ₡ 2000 y un billete de ₡ 5000. ¿De cuántas maneas diferentes puede pagar de forma exacta ₡ 9500?

Organicemos información

Denominación en colones	Cantidad	Total de dinero
	3	1500
	2	2000
	3	6000
	1	5000

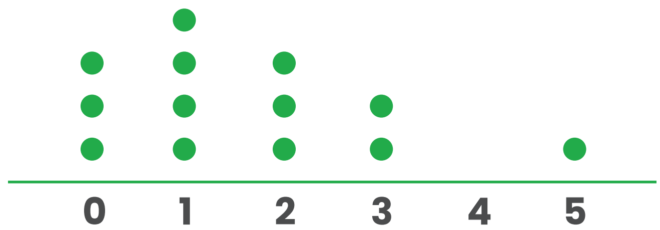
De acuerdo con la información anterior, determinemos la cantidad de maneras diferentes que Aurelio puede formar de manera **exacta** ₡ 9500

Combinaciones

Denominación en colones	Cantidad	Total de dinero	Combinaciones			
	3	1500	500	500	1500	1500
	2	2000	–	2000	1000	2000
	3	6000	4000	2000	2000	6000
	1	5000	5000	5000	5000	–
Total de dinero			**9500**			

Aurelio puede realizar 4 combinaciones.

2. Observe el siguiente diagrama.
Cantidad de hermanos de los estudiantes de la sección 4B.

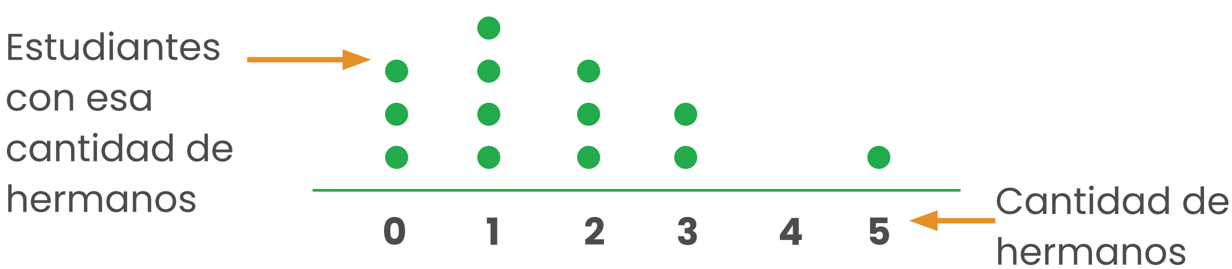


Con respecto al diagrama anterior se hicieron tres comentarios

A. La sección 4B tiene más de 10 estudiantes.
B. En la sección 4B, hay cuatro estudiantes que no tienen hermanos.
C. La cantidad total de hermanos de los estudiantes de la sección 4B es 13.

Analicemos cada comentario y determinemos cuál de ellos es verdadero:

Primer comentario “La sección 4B tiene más de 10 estudiantes”
Observemos e interpretemos el gráfico:

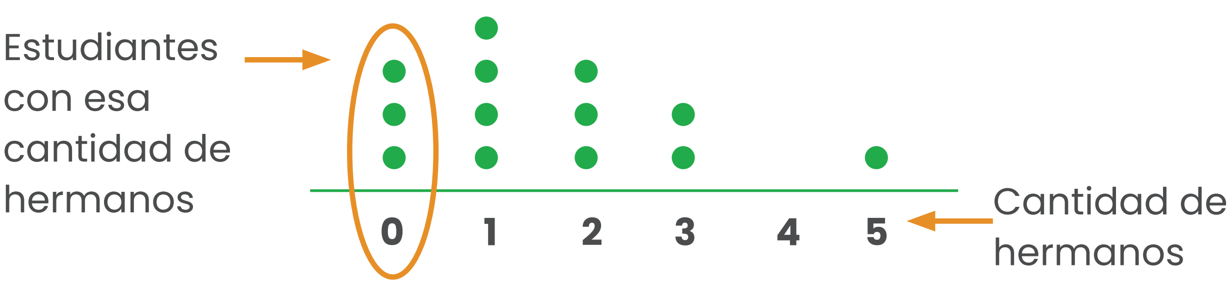


En la siguiente tabla determinemos la cantidad de niños según sus hermanos

Cantidad de hermanos	Cantidad de niños
0	3
1	4
2	3
3	2
4	0
5	1
Cantidad de niños de la sección	**13**

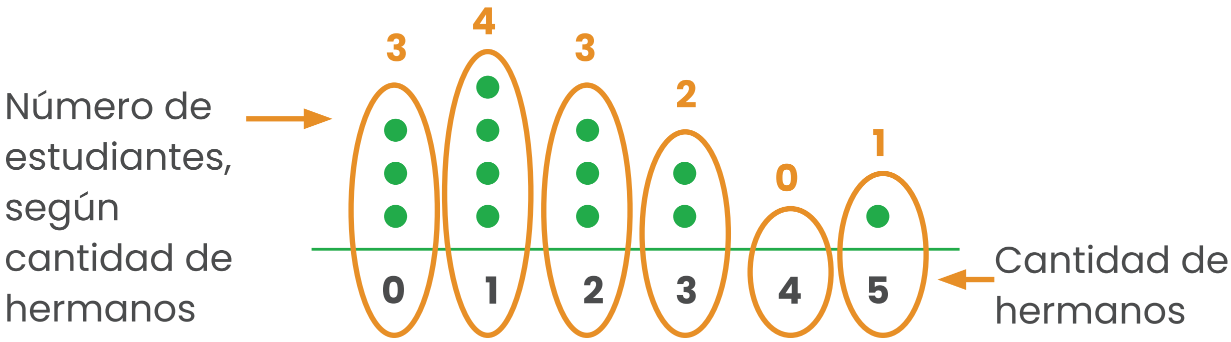
La sección 4B tiene 13 niños, por lo que la primera proposición es verdadera

Segundo comentario "En la sección 4B, hay cuatro estudiantes que no tienen hermanos"



Son 3 estudiantes los que no tienen hermanos, por esta razón la segunda proposición es falsa.

Tercer comentario "La cantidad total de hermanos de los estudiantes de la sección 4B es 13"

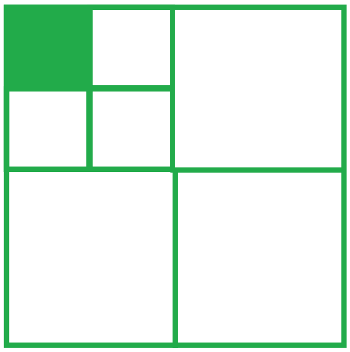


La información la resumiremos en la siguiente tabla:

Número de estudiantes, según cantidad de hermanos	Número de hermanos de esos estudiantes	Total de hermanos de los estudiantes del grupo
3	0	0
4	1	4
3	2	6
2	3	6
0	4	0
1	5	5
Total de hermanos	**-**	**21**

La cantidad total de hermanos de los estudiantes de la sección 4B es de 21 no como se indica en el comentario, por tal razón es falso.

3. Daniel hizo un cuadrado y lo dividió en cuatro partes iguales. Luego dividió una de esas partes nuevamente en cuatro partes iguales y pinto una de ellas como se observa en la figura:



¿Qué fracción del cuadrado inicial (delineado en azul) pintó Daniel?

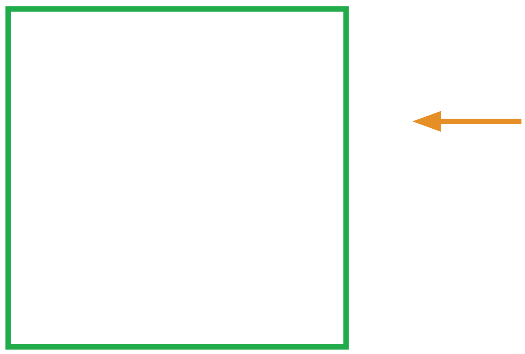
Recuerde que:
Las fracciones están formadas por dos números, uno sobre otro separado por una línea o guión. Ese guión se llama línea divisora o línea fraccionaria. Al número que se encuentra arriba de esa línea se le llama numerador y al que está abajo se le llama denominador.

La forma simbólica de una fracción es la

$$\frac{\text{Numerador}}{\text{Denominador}}$$

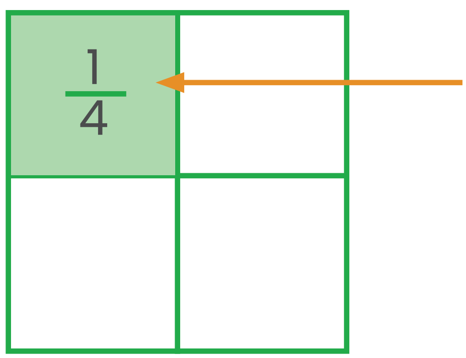
El denominador indica el número de partes en que se ha dividido la unidad, mientras que el numerador dice la cantidad de piezas, pedazos, tajadas o partes, que tenemos (compramos o comimos) de todas en las que se dividió la unidad.

Primero consideremos que el cuadrado inicial representa la unidad:



La unidad

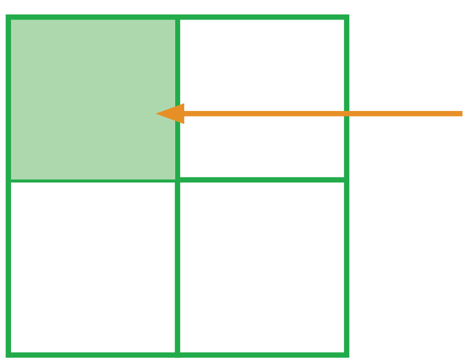
Luego esa unidad la dividió en 4 partes iguales



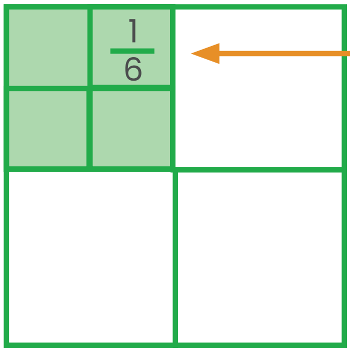
Cada nuevo cuadrado representa una cuarta parte de la unidad inicial

$\frac{1}{4}$ Un cuarto de la unidad

Una de esas partes la dividió nuevamente en cuatro partes iguales y pinto una de ellas



Esta cuarta parte la dividiremos en cuatro partes



$$\frac{1}{4} \div 4 =$$

$$\frac{1}{4} \div \frac{4}{1} = \frac{1}{16}$$

Un dieciseisavo de la unidad

Por lo tanto, Daniela pinto un diecisesavo del cuadrado inicial.

4. El número treinta y cuatro aumentado en cincuenta y siete es igual a un número desconocido aumentado en ochenta y uno. ¿Qué valor tiene el número desconocido de la expresión? Analicemos la información y pasémosla del lenguaje cotidiano al matemático:

• “El número treinta y cuatro aumentado en cincuenta y siete” esto es equivalente a decir

$$\underbrace{\text{El número treinta y cuatro}}_{\mathbf{34}}\ \underbrace{\text{aumentado en}}_{\mathbf{+}}\ \underbrace{\text{cincuenta y siete}}_{\mathbf{57}}$$

• “es igual a un número desconocido aumentado en ochenta y uno”, lo que traducirlo de la siguiente manera al lenguaje matemático:

$$\underbrace{\text{es igual a}}_{\mathbf{=}}\ \underbrace{\text{un número desconocido}}_{\mathbf{“n”}}\ \underbrace{\text{aumentado en}}_{\mathbf{+}}\ \underbrace{\text{ochenta y uno}}_{\mathbf{81}}$$

Nota: En este caso utilizaremos “n” para identificar el número desconocido.

Ahora, debemos determinar el valor del número desconocido, para lo que vamos a unir las “traducciones” realizadas y obtener la expresión algebraica que se hace referencia en el problema:

$$34 + 57 = n + 81$$

Si realizamos la operación del extremo izquierdo el resultado sería

$$91 = n + 81$$

Ahora, debemos pensar que valor debe adquirir “n” para que sumado con 81 me de 91, claro el valor es “10”

En respuesta a la pregunta “¿Qué valor tiene el número desconocido de la expresión? ”, el valor de “n” debe ser 10.

5. Tres niños trataron de formar el número 126 170 de la siguiente forma:

a. Henry: 12 decenas, 60 centenas y 1 decena y 7 unidades.
b. David: 70 unidades, 1 centena, 60 unidades de millar y 1 centenas de millar.
c. Daniel: 3 decenas, 140 unidades, 800 centenas y 46 unidades de millar.

¿Cuál niño lo formó correctamente?

Primero consideremos que es un número 126 170 de seis dígitos, de la siguiente manera:

1	2	6	1	7	0
Centenas de millar	Decenas de millar	Unidades de millar	Centenas	Decenas	Unidades

Vamos analizar la manera como cada uno de ellos lo formo

Henry: 12 decenas, 60 centenas y 1 decena y 7 unidades

primero vemos que Henry en realidad utilizó 13 decenas, 60 centenas y 7 unidades

$$\frac{13}{\text{Decenas}} = 113 \times 10 = 130 \text{ unidades}$$

$$\frac{60}{\text{Centenas}} = 60 \times 100 = 160 \text{ unidades}$$

$$\frac{7}{\text{Unidades}} = 7 \text{ unidades}$$

En total sería 130 + 6000 + 7 = 6137 unidades, por lo que Henry no formo el número propuesto.

David lo formó de la siguiente manera: 70 unidades, 1 centena, 60 unidades de millar y 1 centenas de millar.

$$\frac{70}{\text{Unidades}} = 70 \text{ unidades}$$

$$\frac{1}{\text{Centenas}} = 1 \times 100 = 100 \text{ unidades}$$

$$\frac{60}{\text{Unidades de millar}} = 60 \times 1000 = 60\,000$$

$$\frac{1}{\text{Centena de millar}} = 1 \times 100\,000 = 100\,000$$

En total sería 70 + 100 + 60 000 + 100 000 = 106 170 unidades, por lo que David tampoco formo el número propuesto.

Daniel lo formó de la siguiente manera: 3 decenas, 140 unidades, 800 centenas y 46 unidades de millar.

$$\frac{\mathbf{3}}{\text{Decenas}} = 3 \times 10 = 30 \text{ unidades}$$

$$\frac{\mathbf{140}}{\text{Unidades}} = 140 \text{ unidades}$$

$$\frac{\mathbf{800}}{\text{Centenas}} = 800 \times 100 = 80\,000 \text{ unidades}$$

$$\frac{\mathbf{46}}{\text{Unidades de millar}} = 46 \times 1000 = 46\,000$$

En total sería 30 + 140 + 80 000 + 46 000 = 126 170 unidades, en este caso Daniel si logra formar el número propuesto.

6. La maestra propone a sus estudiantes la siguiente situación

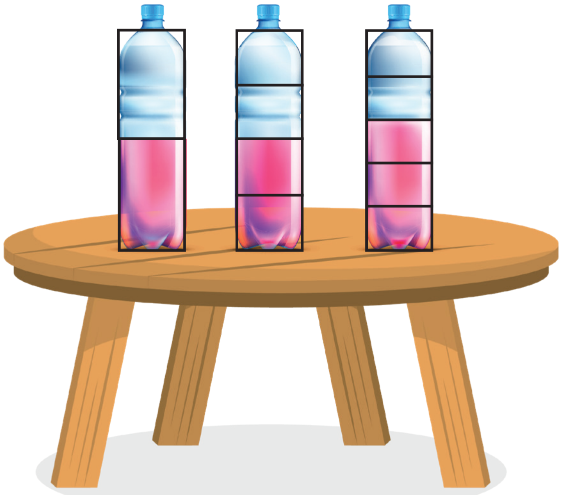
Sobre una mesa hay tres botellas con una capacidad de un litro. La botella A tiene la **mitad** del contenido, la botella B tiene **dos cuartas partes** del contenido y la botella C tiene **tres quintas partes** del contenido.

Al respecto tres alumnas hicieron las siguientes comparaciones;

- Laura: La botella A tiene más contenido que la botella C.
- Priscila: La botella B tiene igual contenido que la botella A.
- Ariana: La botella C tiene menos contenido que la botella B.

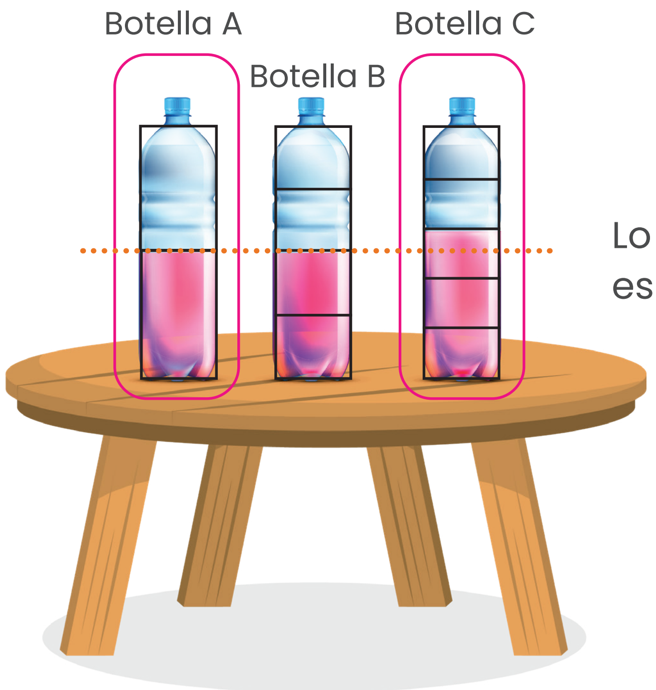
¿Cuál de las tres alumnas hizo una comparación correcta?

De acuerdo con la situación “Sobre una mesa hay tres botellas con una capacidad de un litro. La botella A tiene la **mitad** del contenido, la botella B tiene **dos cuartas parte**s del contenido y la botella C tiene **tres quintas partes** del contenido” podemos planear lo siguiente:



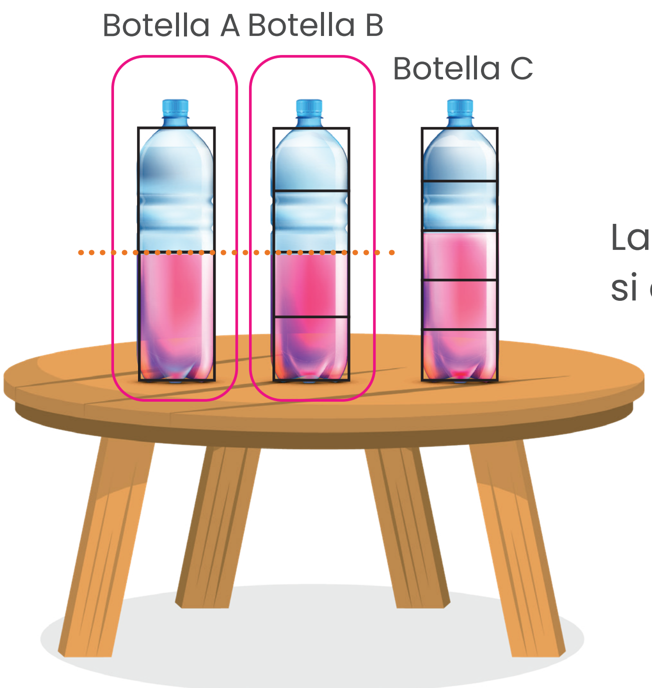
De acuerdo con lo anterior, analicemos las propocisiones de las tres niñas:

• Laura: La botella A tiene más contenido que la botella C.



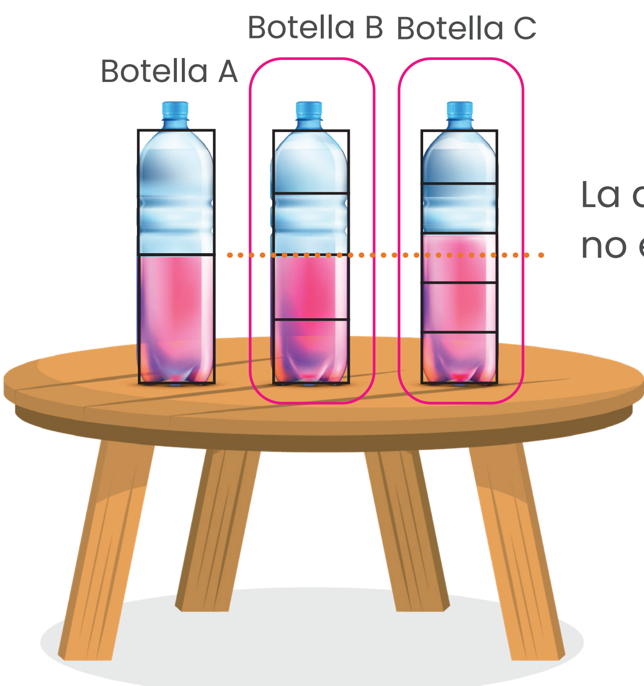
Lo indicado por Laura no es correcto.

• Priscila: La botella B tiene igual contenido que la botella A.



La afirmación de Priscilla si es correcta.

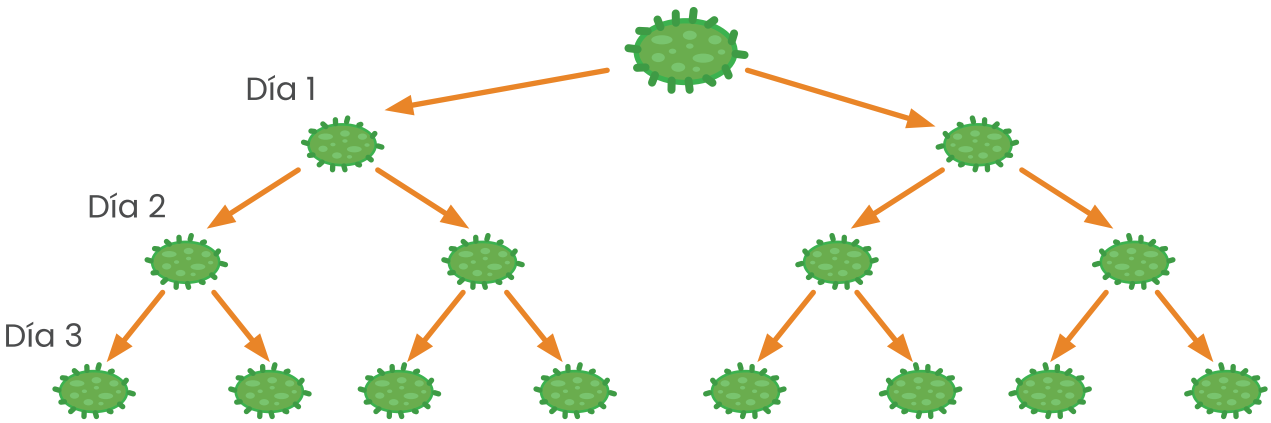
• Ariana: La botella C tiene menos contenido que la botella B.



La afirmación de Ariana no es correcta.

Según lo anterior, a la pregunta “¿cuál de las tres alumnas hizo una comparación correcta?” vemos que fue Priscila.

7. En un laboratorio, cierta bacteria se reproduce cada 24 horas dividiéndose en dos (bipartición) como se muestra en la imagen.



Si se deja que continúe con el mismo proceso, ¿qué día habrá más de 100 bacterias y menos de 150?

Por facilidad podemos usar una tabla para resumir la información y dar respuesta a la situación planteada:

Día	Cantidad de bacterias
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128

El doble de un día a otro.

Día	Cantidad de bacterias
1	2
2	4
3	8

El doble de un día a otro.

Como vemos de un día al siguiente se incrementa en el doble del día anterior, por lo que el día 4 serían 16 bacterias, el 5 habrán 32 bacterias, para visualizarlo mejor analicemos la tabla de la derecha.

De acuerdo con lo anterior, el día que habrá más de 100 bacterias y menos de 150 es el sétimo día.

8. Tres niños que dibujaban paralelogramos exclamaron:

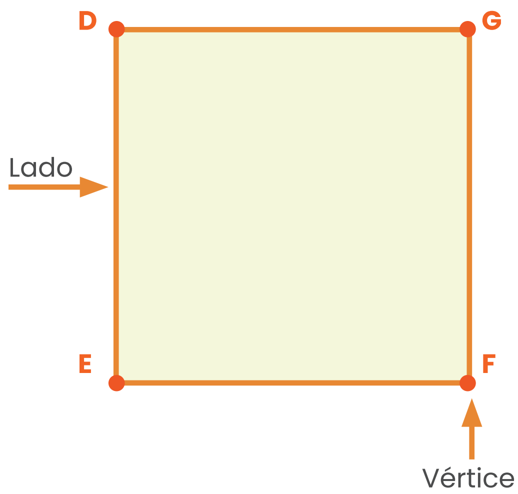
Gillian: Mi figura tiene sus cuatro ángulos rectos y dos lados de igual medida.

Nahomí: Mi figura tiene las dos diagonales de igual medida y los cuatro lados de igual medida.

Leo: Mi figura tiene las dos diagonales de igual medida y los cuatro ángulos rectos.

¿Cuál de los tres niños se puede **afirmar** que dibujó un cuadrado?

Recuerde que:
Cuadrado: Cuadrilátero paralelogramo de lados congruentes y ángulos internos congruentes y rectos (su medida es de 90°). Además, sus dos diagonales son congruentes y se intersecan perpendicularmente.



Analicemos cada una de las proposiciones:

Gillian: Mi figura tiene sus cuatro ángulos rectos y dos lados de igual medida.

Lo que afirma Gillian no es suficiente para afirmar que la figura es un cuadrado, por que solo hace referencia a dos lados de igual medida de la figura y no sabemos como son los otros.

Leo: Mi figura tiene las dos diagonales de igual medida y los cuatro ángulos rectos.

Lo que Leo indica corresponde a características que se pueden asociar al cuadrado, sin embargo, no se puede afirmar con certeza que se hace referencia a un cuadrado por que no se indica nada de la medida de los lados.

Nahomí: Mi figura tiene las dos diagonales de igual medida y los cuatro lados de igual medida.

Por otro lado Nahomí si brinda dos características que permiten con certeza afirmar que estamos haciendo referencia a un cuadrado.

9. La maestra colocó dos cajas A y B. Dentro de ellas se encuentran tarjetas con números de acuerdo al rótulo de cada caja.

- Andrés tomó dos tarjetas de la caja A.
- Daniel tomó dos tarjetas de la caja B.
- Laura tomó dos tarjetas, una de la caja A y otra de la caja B.

¿Cuál de los tres estudiantes obtiene un número impar al sumar los números de sus dos tarjetas?

Analicemos cada una de las proposiciones anteriores:

"Andrés tomó dos tarjetas de la caja A."
Andrés tomo tarjetas que tenían números pares, por lo que al realizar su suma, el resultado por fuerza será un número par. Analicemos los siguientes ejemplos:

$$\boxed{42} + \boxed{36} = 78$$

$$\boxed{80} + \boxed{74} = 154$$

$$\boxed{28} + \boxed{54} = 82$$

En estos tres ejemplos vimos como al sumar dos números pares, el resultado siempre será un número par.

"Daniel tomó dos tarjetas de la caja B."
Las tarjetas de la caja B solo tienen números impares, por tal razón, la suma de dos números de estos dan como resultado un número par.

Veamos estos ejemplos:

$\boxed{51} + \boxed{17} = 68$

$\boxed{85} + \boxed{9} = 94$

$\boxed{29} + \boxed{73} = 102$

Al igual que en el caso anterior, en los tres ejemplos, al sumar dos número impares, el resultado siempre será un número par.

"Laura tomó dos tarjetas, una de la caja A y otra de la caja B"

Laura mezcló las tarjetas, tomando una de cada caja. Por lo que ella tomó una tarjeta con un número par y otra con un número impar, en este caso el resultado si da un número impar.

Observemos los siguientes casos

$\boxed{41} + \boxed{18} = 59$

$\boxed{82} + \boxed{11} = 93$

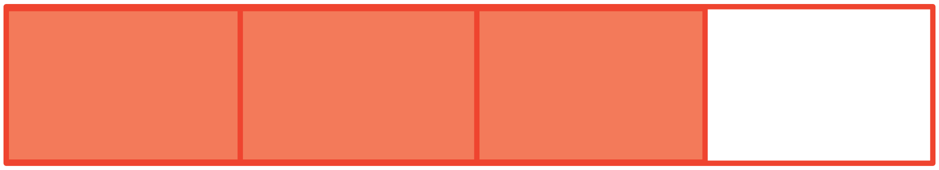
$\boxed{79} + \boxed{82} = 161$

Al sumar un número par y otro impar, el resultado siempre será un número impar.

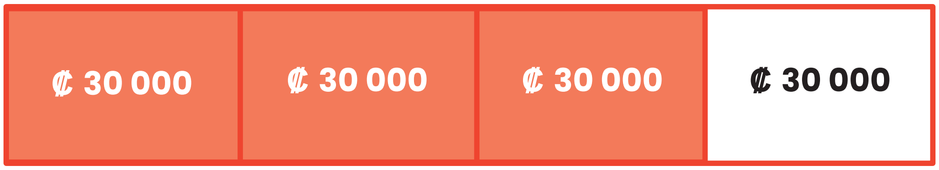
10. Juan cuenta con ₡ 120 000 para realizar dos pagos. En el primer pago gasta las tres cuartas partes del total del dinero. Si luego de realizar el segundo pago le quedan cinco sextos del sobrante del primero, entonces el valor del segundo pago corresponde a:

Vamos a utilizar el método gráfico para dar solución al problema:
El siguiente rectángulo va a representar los ₡ 120 000

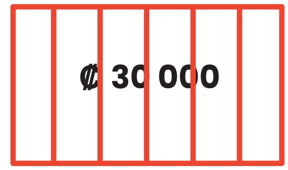
Se indica que en el primer pago "pago gasta las tres cuartas partes del total del dinero" por lo que la unidad se dividirá en cuatro partes, de las cuales se tomaran 3.



De acuerdo con lo anterior los ₡ 120 000 se dividen entre 4, por lo que cada cuarto equivale a ₡ 30 000.

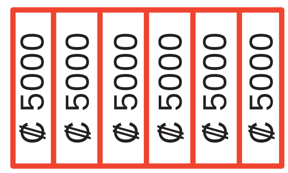


En el problema se indica que “Si luego de realizar el segundo pago le quedan cinco sextos del sobrante del primero” por lo que el valor sobrante del primer pago lo dividimos en seis partes iguales como se muestra:



De estas seis partes el segundo pago equivale a los cinco sextos, vamos a dividir los ₡ 30 000 sobrantes entre seis.

₡ 30 000 ÷ 6 = 5000



Por lo que cada sexto equivale a ₡ 5000 y a la pregunta “¿cuál es el valor del segundo pago?” corresponde a ₡ 5000.

11. El papá de Diego tiene un auto cuyo consumo de combustible es aproximadamente 7,8 litros por cada 100 km. La capacidad total del tanque de combustible del carro es de 52 litros.
Diego, su hermana Ana y su primo Juan realizan los siguientes comentarios:

• Diego opina que para recorrer 250 km necesita más de medio tanque de combustible.
• Juan piensa que para recorrer 200 km necesita menos cuarto del tanque de combustible.
• Ana considera que para recorrer 300 km necesita menos de medio tanque de combustible.

De los tres comentarios anteriores, el nombre de quien con certeza tiene la razón corresponde a

Dentro de la información que se suministra se indica que con 7,8 litros de combustible se recorren 100 kilómetros y un tanque de este vehículo puede almacenar 52 litros de combustible.

Con lo anterior, si recorre 100 km con 7,8 litros; recorrería 50 km con 3,9 litros. Con estos datos, obtenemos lo siguiente:

Kilómetros recorridos	Cantidad de combustible
50	3,9
100	7,8
150	11,7
200	15,6
250	19,5
300	23,4

Ahora, se analizan cada una de estas proposiciones:
• Diego opina que para recorrer 250 km necesita más de medio tanque de combustible.

En la tabla de la derecha se observa la cantidad de combustible que se gastó en un recorrido de 250 km equivale a 19,5 litros.

Si el tanque tiene una capacidad de 52 litros, por lo que la mitad de dicho tanque sería:

52 ÷ 2 = 26 litros

Kilómetros recorridos	Cantidad de combustible
50	3,9
100	7,8
150	11,7
200	15,6
250	19,5
300	23,4

De acuerdo con lo anterior lo 19,5 litros que gasto en 250 km corresponde a menos de medio tanque de combustible.

• Juan piensa que para recorrer 200 km necesita menos de un cuarto del tanque de combustible.

Un cuarto de la capacidad del tanque de combustible equivale a $52 \div 4 = 13$ litros.

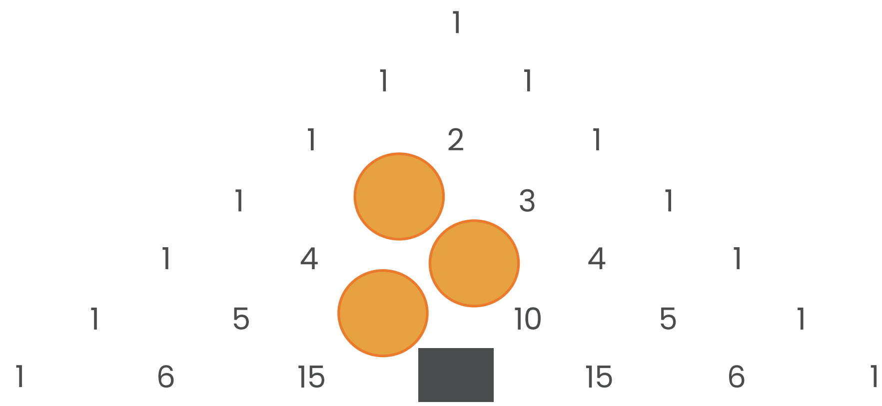
En 200 km gasta 15,6 litros de combustible, por lo que es falso decir que esta cantidad equivale a menos de un cuarto.

Kilómetros recorridos	Cantidad de combustible
50	3,9
100	7,8
150	11,7
200	15,6
250	19,5
300	23,4

• Ana considera que para recorrer 300 km necesita menos de medio tanque de combustible.

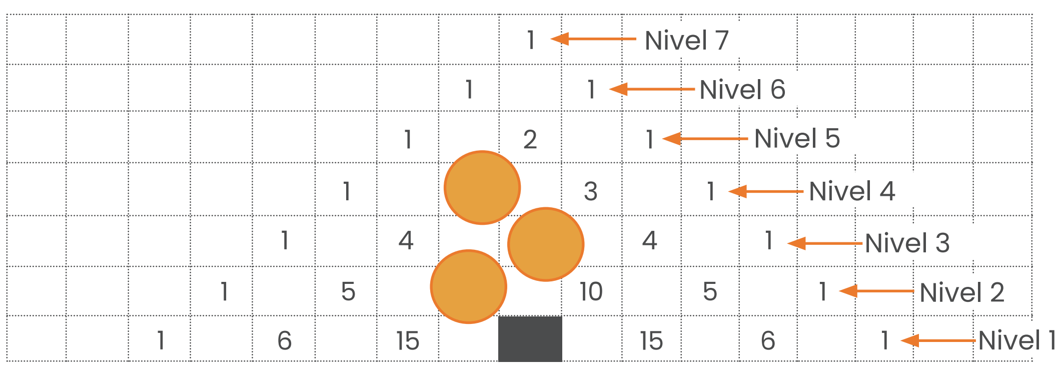
En el primer caso se observó que medio tanque de combustible corresponde a 26 litros, y con 300 km se consumen 23,4 litros, por lo tanto esta proposición si es verdadera.

12. Analice la siguiente figura numérica:

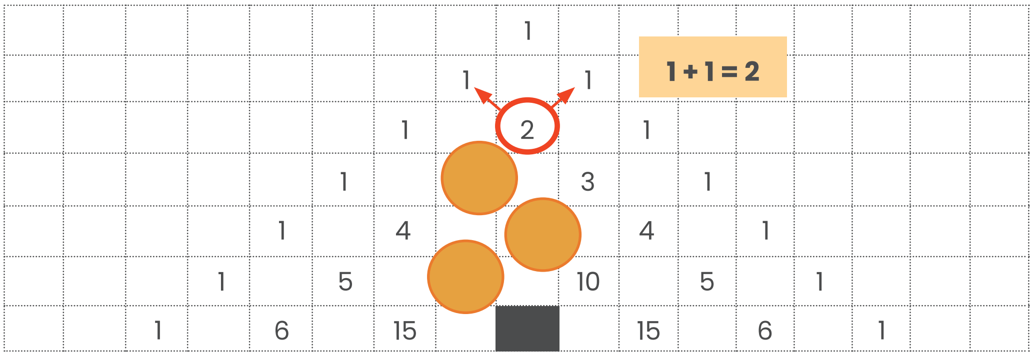


El número que completa correctamente el espacio en negro corresponde a

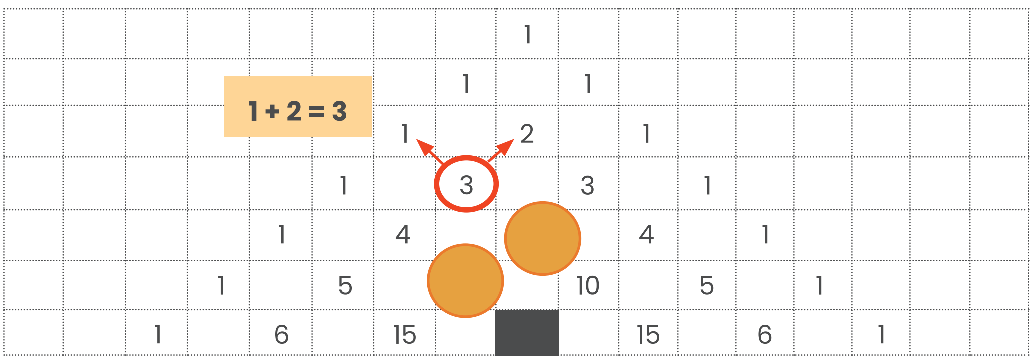
En el cuadro anterior se observan varios números cubiertos, por lo que se puede ir analizando el comportamiento del patrón (el cual consiste en sumar los números que están sobre el valor que se desea averiguar en diagonal) e ir descubriendo los valores que deben ir en las figura de color naranja:



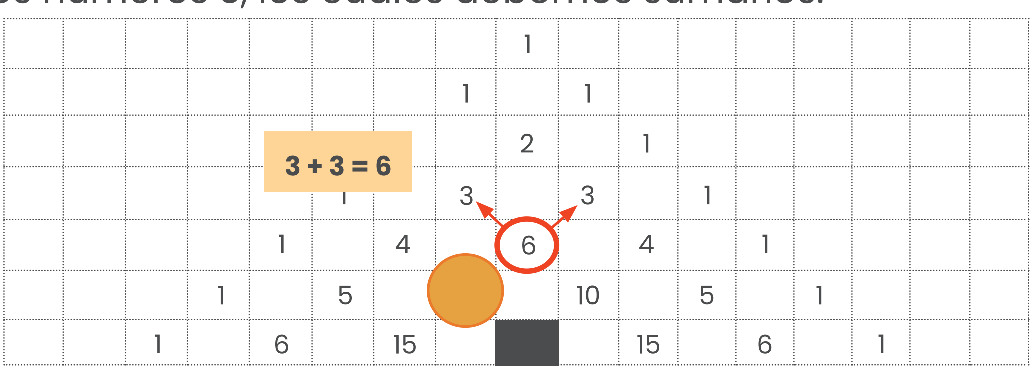
En el sexto nivel hay dos unos, los cuales al sumarlos dan como resultado el dos que se observa entre un círculo en el quinto nivel.



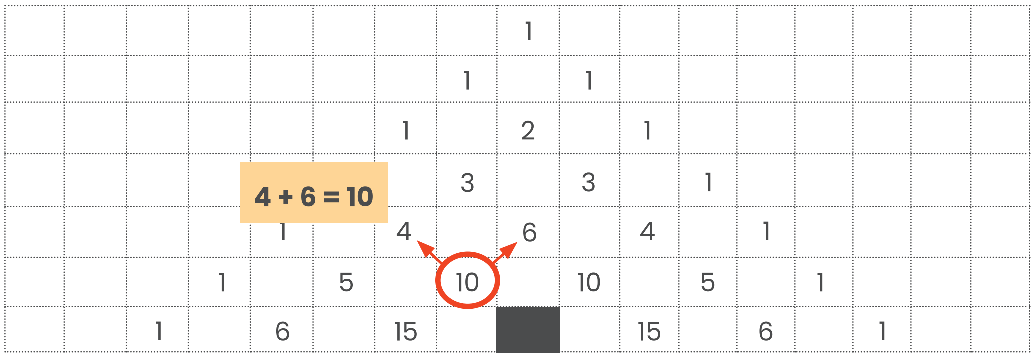
En el quinto están los número 1 2 1 los cuales al sumarlos por separado, 1 + 2 = 3 son los valores que deben de ir en el cuarto nivel.



En el tercer nivel se necesita averiguar el valor que se encuentra entre los números 4, y los valores que están sobre él en diagonal son los números 3, los cuales debemos sumarlos.



En el tercer nivel se necesita averiguar el valor que se encuentra entre los números 4, y los valores que están sobre él en diagonal son los números 3, los cuales debemos sumarlos.



Según lo anterior, para determinar el valor que debe ir en el cuadro negro corresponde a sumar 10 + 10 = 20.

13. La edad de Angie está conformada por 3 285 días y 1 440 minutos, mientras que la de Sara está conformada por 96 meses y 8 760 horas, y la edad de Karla está conformada por 4 años, 36 meses, 17 520 horas.

El nombre de quien con certeza es mayor corresponde a

En la siguiente tabla se resume la información:

Niña	Edad				
	Minutos	Horas	Días	Meses	Años
Angie	1440		3285		
Sara		8760		96	
Karla		17 520		36	4

Debemos realizar algunas conversiones, dejando todo en una sola unidad de medida:

Angie:

Niña	Edad				
	Minutos	Horas	Días	Meses	Años
Angie	1440		3285		

1440 minutos a horas y luego a días

$$\boxed{\mathbf{1440 \div 60 = 24 \text{ horas}}}$$

Como un día tiene 24 horas, ese dato lo dividimos entre 24 para determinar la cantidad de días a las que equivalen esas horas.

24 ÷ 24 = 1 día

El año tiene 365 días y unas horas, para efectos del problema lo consideramos en 365 días,

3285 ÷ 365 = 9 años

Angie tiene por tal razón 1 día + 9 años = 9 años y un día.

Sara:

Niña	Edad				
	Minutos	Horas	Días	Meses	Años
Sara		8760			

Como un día tiene 24 horas, ese dato lo dividimos entre 24 para determinar la cantidad de días a las que equivalen esas horas.

8760 ÷ 24 = 365 días Este dato equivale a 1 año

El año tiene 12 meses, por lo que el total de meses lo dividimos entre 12,

96 ÷ 12 = 8 años

Sara tiene por tal razón 1 año + 8 años = 9 años.

Karla:

Niña	Edad				
	Minutos	Horas	Días	Meses	Años
Karla		17520		36	4

Como un día tiene 24 horas, ese dato lo dividimos entre 24 para determinar la cantidad de días a las que equivalen esas horas.

17520 ÷ 24 = 730 días

El año tiene 365 días y unas horas, para efectos del problema lo consideramos en 365 días,

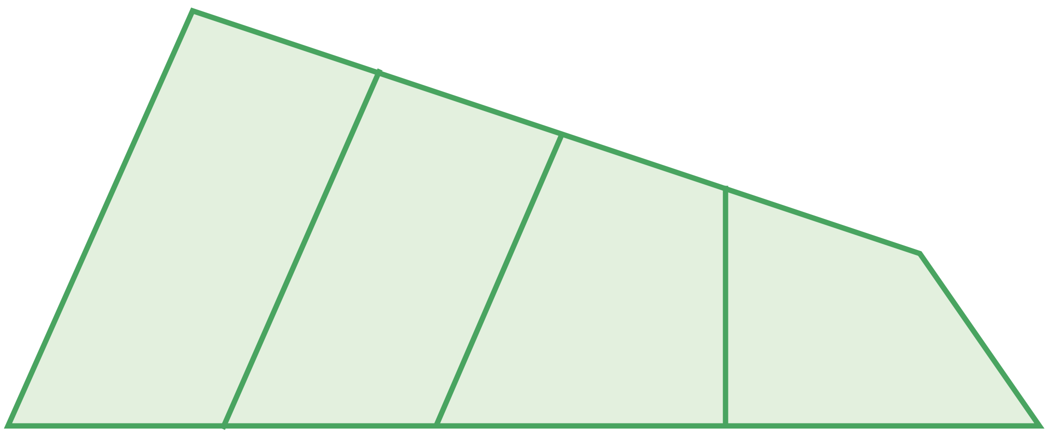
730 ÷ 365 = 2 día

El año tiene 12 meses, la cantidad de meses se dividirá entre ese dato, como se muestra:

36 ÷ 12 = 3 años, más 4 años que se indican en el problema

Karla tiene por tal razón 2 años + 3 años + 4 años = 9 años.
De acuerdo con el análisis anterior, la mayor de todas es Angie con 9 años y un día.

14. Ileana les proyectó la siguiente figura a sus compañeros:



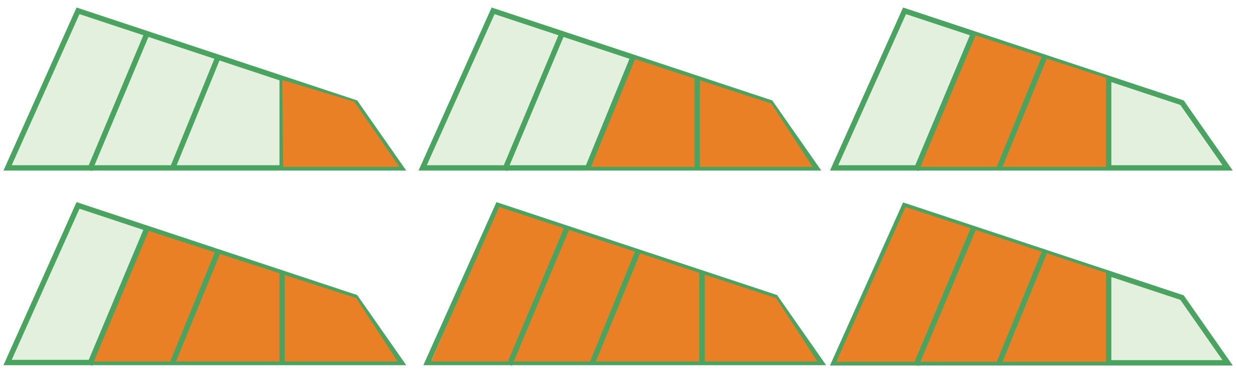
Al observarla, tres estudiantes comentaron lo siguiente:

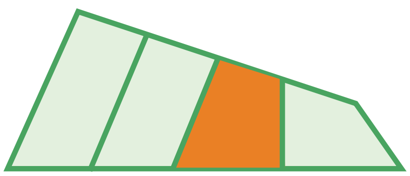
- Esteban dijo que había más trapezoides que trapecios.
- Carmen dijo que en total había la misma cantidad de trapecios que de trapezoides.
- Juan dijo que el número de trapezoides era una unidad mayor que el doble del número de trapecios.

Con certeza, quienes tienen razón en sus comentarios fueron:
Analicemos la cantidad de las figuras geométricas que indican cada uno de ellos:

En las siguientes figuras con color rojo se resaltan los trapezoides y con verde los trapecios

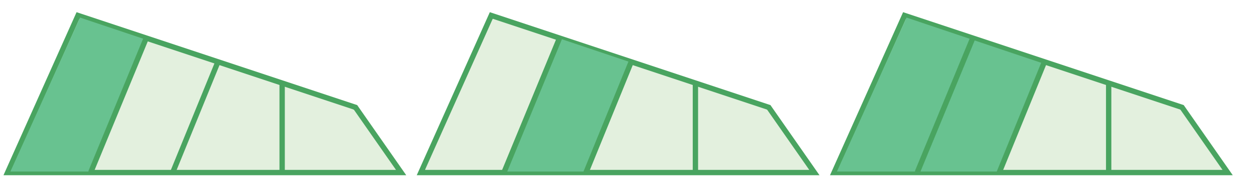
Trapezoides





En la figura se observan 7 trapezoides

Trapecios



En la figura se observan 3 trapecios

Analicemos cada proposición:

• Esteban dijo que había más trapezoides que trapecios. La afirmación de Esteban **es correcta**, tiene 7 trapezoides y 3 trapecios
• Carmen dijo que en total había la misma cantidad de trapecios que de trapezoides. La respuesta de Carmen **no es correcta**.
• Juan dijo que el número de trapezoides era una unidad mayor que el doble del número de trapecios. Esta afirmación **si es**

correcta, hay 3 trapecios, el doble de tres es 6 y si se le agrega una unidad da como resultado 7, cantidad equivalente al número de trapezoides

Según el análisis anterior, **Esteban y Juan** realizan afirmaciones correctas.

15. En una clase de quinto grado, la maestra llevó una caja con diferentes tipos de triángulos y les pidió a tres de sus alumnos que sacaran uno y sin mostrárselo, se lo describieran a sus compañeros

• Alejandra lo describe como equilátero y acutángulo a la vez.
• Christian lo describe como obtusángulo y con sus tres lados iguales.
• Carolina lo describe como rectángulo y equilátero.

Con certeza, quiénes realizan una descripción incorrecta
Se analizaran las afirmaciones de manera separada para determinar la **incorrecta**.

A. Alejandra y Christian.
B. Alejandra y Carolina.
C. Carolina y Christian.

Recordemos que:
Los triángulos se clasifican según la medida de sus lados y sus ángulos

De acuerdo con la medida de sus lados los triángulos:

• Triángulo equilátero: Tiene de igual medida la longitud de sus lados.
• Triángulo isósceles: Tiene dos lados iguales (de igual longitud) y otro no.
• Triángulo escaleno: Tiene los tres lados de diferente medida.

Por la medida de sus ángulos
• Triángulo rectángulo: uno de sus ángulos mide 90º.
• Triángulo acutángulo: todos sus ángulos son agudos (miden menos de 90º).
• Triángulo escaleno: tiene un ángulo obtuso (mayir de 90º).

Luego de recordar las carácterísticas de los triángulos, analicemos cuales estudiantes afirman proposiciones **incorrectas**:

Primera
• Alejandra lo describe como equilátero y acutángulo a la vez.

Lo que indica Alejandra puede ser correcto.

Segunda
• Christian lo describe como obtusángulo y con sus tres lados iguales.

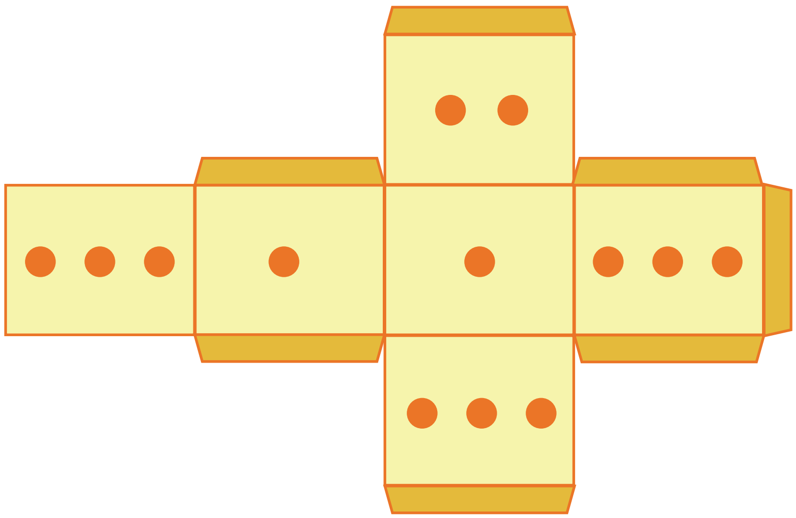
Esta propocisión es falsa, pues no es posible. Podría tener dos lados iguales, pero no los tres.

Tercera
• Carolina lo describe como rectángulo y equilátero.

No puede ser rectángulo y equilátero a la vez. Podría tener dos lados iguales, pero no los tres.

Los estudiantes que indican proposiciones incorrectas son Christian y Carolina.

16. En una clase de quinto año, un grupo de estudiantes construyeron un dado de la siguiente forma:



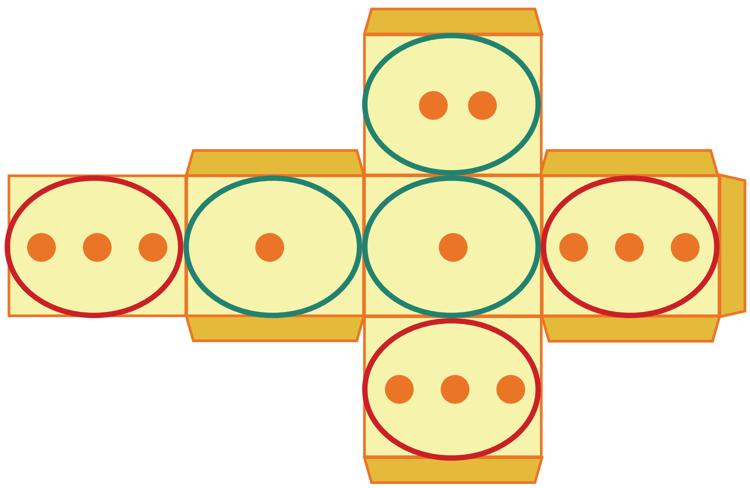
Al analizar el lanzamiento de este dado, la opción verdadera es:

a) La probabilidad de obtener un tres es igual a la suma de la probabilidad de obtener un uno más la probabilidad de obtener un dos.
b) Obtener un número par es más probable que uno impar.
c) La menor probabilidad la tiene el número uno.

De acuerdo con la información presente, analicemos cada una de las proposiciones:

Primera

a) La probabilidad de obtener un tres es igual a la suma de la probabilidad de obtener un uno más la probabilidad de obtener un dos.



En este caso la probabilidad de obtener un 3 es 3 de 6

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

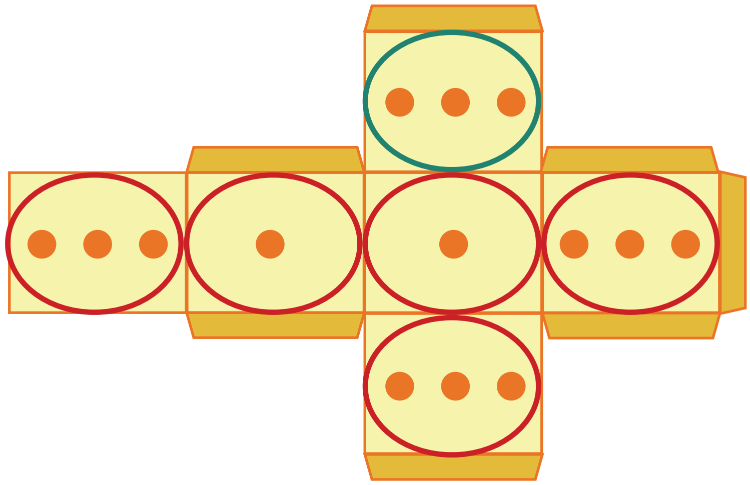
La probabilidad de obtener un 1 más la de obtener un 2 sería 3 de 6

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

En este caso si son iguales las probabilidades.

Segunda

b) Obtener un número par es más probable que uno impar.



De los seis valores, solo el dos corresponde a un número par, y aparece 1 vez, por lo que la probabilidad de obtener un número par al lanzar el dado es 1 de 6:

$$\frac{1}{6}$$

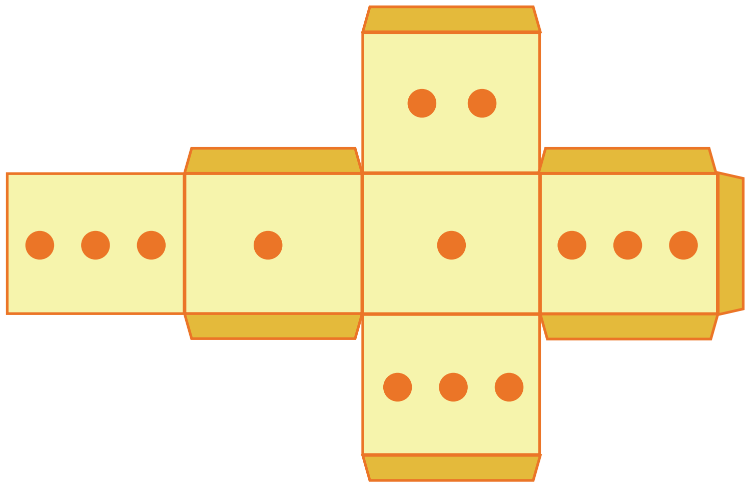
Mientras que los otros 5 valores (el 3 y el 1) corresponden a números impares, por lo que la probabilidad de obtener un número impar sería 5 de 6

$$\frac{5}{6}$$

Según lo anterior, es más probable que al lanzar el dado este caiga en un valor que corresponda a un número impar que a un número par.

Tercera

c) La menor probabilidad la tiene el número uno.



Si se analiza la probabilidad de cada uno por separado, tenemos que:

La probabilidad de obtener:

Un 3: esta corresponde a 3 de 6, que equivale a decir $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Un 1: en este caso sería 2 de 6, lo cuales equivalente a decir

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Un 2: La probabilidad de que al lanzar el dado este caiga en el 2 es 1 de 6, que es lo mismo que decir: $\frac{1}{6}$

De acuerdo con lo anterior, es falso que la menor probabilidad la tiene el 1.

Según el análisis anterior, la opción verdadera corresponde a la primera “La probabilidad de obtener un tres es igual a la suma de la probabilidad de obtener un uno más la probabilidad de obtener un dos”.

17. Observe el siguiente cuadro de datos:

Cuadro 4 Total de nacimientos por grupos de edades de la madre, según provincia de residencia de la madre, I semestre 2020								
Provincia de residencia de la madre	Grupos de edades de la madre							
	Menos de 15	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45 y más
San José	19	719	1 927	2 240	1 890	1 108	267	15
Alajuela	38	716	1 651	1 674	1 334	688	150	8
Cartago	12	299	646	769	701	374	89	4
Heredia	2	227	611	696	679	360	70	2
Guanacaste	3	334	622	651	508	291	48	5
Puntarenas	13	409	824	765	653	339	72	5
Limón	24	369	814	800	563	300	80	5

Fuente: Adaptación de INEC-Costa Rica. Estadísticas vitales, I semestre 2020.

De acuerdo con el cuadro anterior se puede asegurar que

A. la diferencia entre la cantidad de nacimientos en mujeres entre 25 y 29 años entre la provincia que registra la mayor cantidad y la que registra la menor cantidad de nacimientos es de 1589.
B. Heredia es la provincia con menos nacimientos.
C. la mayor cantidad de nacimientos en el país se da en mujeres cuya edad está entre 20 y 24 años.

Vamos analizando cada proposición:
A. la diferencia entre la cantidad de nacimientos en mujeres entre 25 y 29 años entre la provincia que registra la mayor cantidad y la que registra la menor cantidad de nacimientos es de 1589.

En la tabla de la derecha de resalta con colores el grupo que corresponde a "la cantidad de nacimientos en mujeres entre 25 y 29 años" y en ella se detaca San José y Guanacaste como las provincias con mayor y menor número de nacimientos en el I semestre del 2020 respectivamente.

Al obtener la diferencia entre los datos anteriores tenemos que:
2240 – 651 = 1589

Este dato coincide con el que se indica en la afirmación, por lo tanto es verdadera.

Cuadro 4
Total de nacimientos por grupos de edades de la madre, según provincia de residencia de la madre, I semestre 2020

Provincia de residencia de la madre	Grupos de edades de la madre							
	Menos de 15	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45 y más
San José	19	719	1 927	2 240	1 890	1 108	267	15
Alajuela	38	716	1 651	1 674	1 334	688	150	8
Cartago	12	299	646	769	701	374	89	4
Heredia	2	227	611	696	679	360	70	2
Guanacaste	3	334	622	651	508	291	48	5
Puntarenas	13	409	824	765	653	339	72	5
Limón	24	369	814	800	563	300	80	5

B. Heredia es la provincia con menos nacimientos.
Para dar respuesta esta pregunta se debe sumar la cantidad de nacimientos por provincia para los diferentes grupos de edad, como sigue:

Provincia	Menos de 15	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45 y más	Total
San José	19	719	1 927	2 240	1 890	1 108	267	15	8185
Alajuela	38	716	1 651	1 674	1 334	688	150	8	6259
Cartago	12	299	646	769	701	374	89	4	2894
Heredia	2	227	611	696	679	360	70	2	2647
Guanacaste	3	334	622	651	508	291	48	5	2462
Puntarenas	13	409	824	765	653	339	72	5	3080
Limón	24	369	814	800	563	300	80	5	2955

En la tabla anterior se observa que la provincia con menos nacimientos en total es Guancaste, por lo que la afirmación B es falsa.

C. La mayor cantidad de nacimientos en el país se da en mujeres cuya edad está entre 20 y 24 años.

Para esto totalicemos los grupos según como se muestra en la tabla, al realizarlo se observa que en el grupo de madres en edades entre 20 – 24 años se registra un total de 3517 nacimientos, mientras que en el grupo de madres de 25 – 29 años el total de nacimientos asciende a 3681.

Según lo anterior, la afirmación C es falsa.

Cuadro 4
Total de nacimientos por grupos de edades de la madre, según provincia de residencia de la madre, I semestre 2020

Provincia de residencia de la madre	Grupos de edades de la madre							
	Menos de 15	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45 y más
San José	19	719	1 927	2 240	1 890	1 108	267	15
Alajuela	38	716	1 651	1 674	1 334	688	150	8
Cartago	12	299	646	769	701	374	89	4
Heredia	2	227	611	696	679	360	70	2
Guanacaste	3	334	622	651	508	291	48	5
Puntarenas	13	409	824	765	653	339	72	5
Limón	24	369	814	800	563	300	80	5

De acuerdo a análisis anterior, la opción A es la correcta.

18. Camila anda buscando un número que cumpla con las siguientes condiciones:

- Es un número múltiplo de nueve.
- El dígito de las decenas del número es una unidad mayor que el de las unidades.

El número que busca Camila corresponde a

Busquemos cuales números de dos dígitos son multiplos de 9

Recordemos que:
Los números de dos cifras cuyas cifras suman 9 son múltiplos de 9.

9

10	20	30	40	50	60	70	80	90
11	21	31	41	51	61	71	81	91
12	22	32	42	52	62	72	82	92
13	23	33	43	53	63	73	83	93
14	24	34	44	54	64	74	84	94
15	25	35	45	55	65	75	85	95
16	26	36	46	56	66	76	86	96
17	27	37	47	57	67	77	87	97
18	28	38	48	58	68	78	88	98
19	29	39	49	59	69	79	89	99

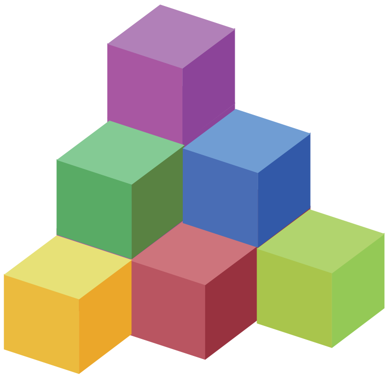
Vieron que en la tabla anterior, todos los múltiplos de 9 quedaron formando una diagonal.

De los múltiplos de 9, que son el:

18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90

Debemos determinar cual cumple con la segunda condición "El dígito de las decenas del número es una unidad mayor que el de las unidades." Esta afirmación solo la cumple el número 54.

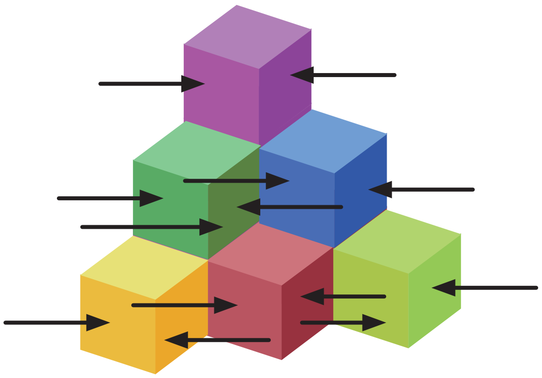
19. Observe con detenimiento la siguiente figura tridimensional conformada por cubos:



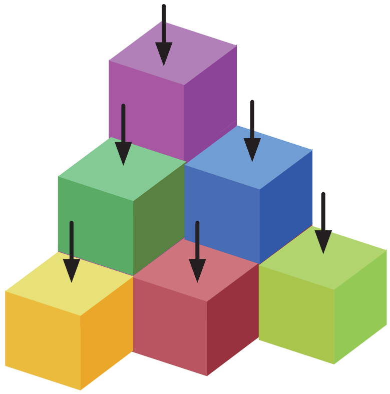
Se quiere construir un juego como este en el centro del patio de la escuela, si se coloca sobre el piso, y cada cara (cuadrado) se le va a colocar una calcomanía, ¿Cuántas calcomanías se utilizan en total?

Vamos a ver la figura anterior en diferentes ángulos:

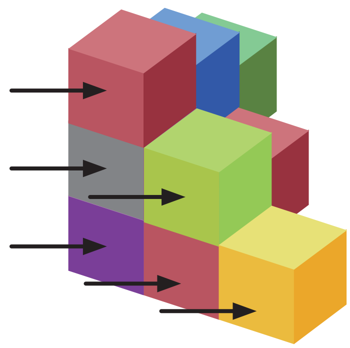
De frente 12 calcomanías



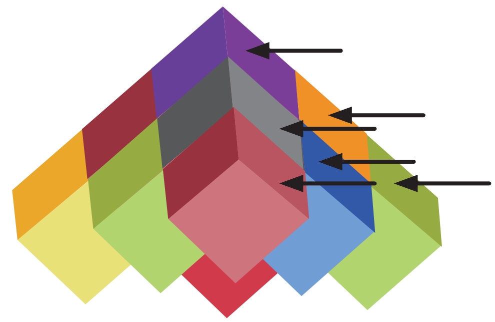
De arriba 6 calcomanías



Costado derecho 6 calcomanías



Costado izquierdo 6 calcomanías



Recordemos en la parte de abajo no le van a colocar ninguna, por lo que, en total necesita:

12 + 6 + 6 +6 = 30

En total necesitan 30 calcomanias

PROBLEMAS DE PRÁCTICA

1. Para una fiesta familiar Arelis compra un paquete de globos y otro de antifaces; pagó por esa compra ₡5 500. Si la bolsa de antifaces cuesta ₡ 100 más que el doble del precio de la de globos, entonces ¿cuál es el precio del paquete de antifaces?

Utilicemos una representación gráfica para dar solución al problema, considerando lo siguiente:

Representa el precio de los antifaces

Representa el precio de los globos

Dentro de la información que se brinda en el problema se indica que los antifaces y los globos juntos cuestan 5500 colones, lo que se expresa así:

Sin embargo, también se indica que "los antifaces cuesta ₡ 100 más que el doble del precio de la de globos" pero para lograr expresar una igualdad podemos hacerlo de esta manera.

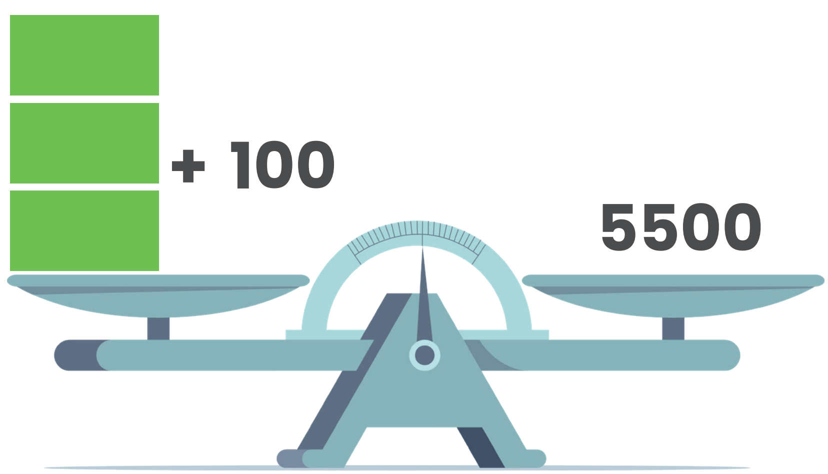
Aunque la información establece que los antifaces cuestan 100 colones más que el doble, es necesario colocar este dinero al lado contrario para lograr la igualdad.

De esta última igualdad podemos considerar que:

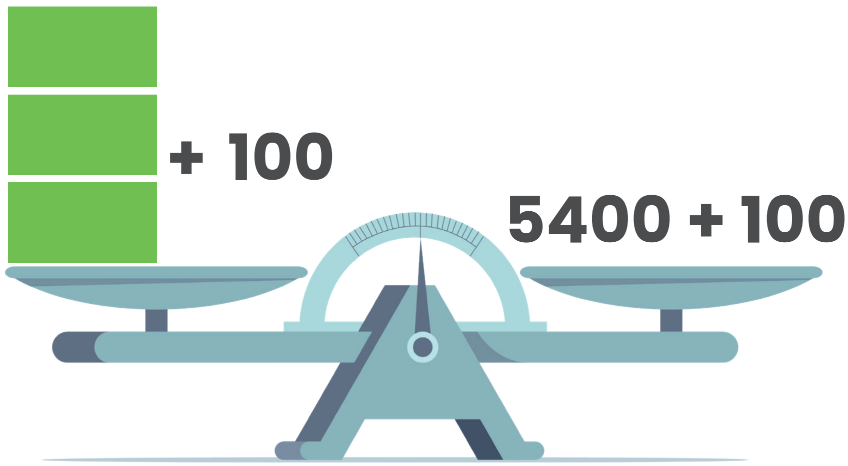
Cambiando el rectángulo que representa el valor de los antifaces

por la representación:  **+ 100**.

De acuerdo con esto vamos a considerar la balanza que se usó en el I Ciclo, en lugar de la igualdad:

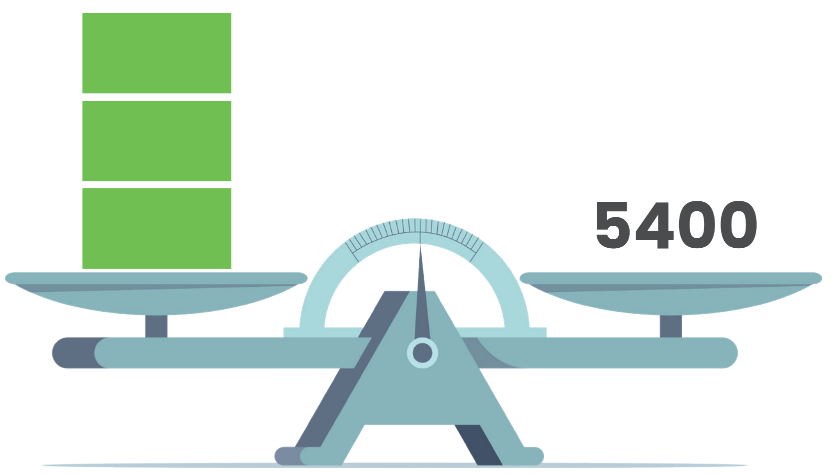


La siguiente balanza es semejante a la anterior, simplemente se realizó un una descomposición de valores



Recordemos que: el número 5500 se puede representar como 5 400 +100 y la balanza se sigue manteniendo

En esta balanza vamos a cancelar 100 colones a ambos lados para determinar el valor de los tres rectángulos que representan los globos.



Por lo anterior vamos a dividir los 5400 entre 3 para determinar el valor de cada rectángulo:

$$\begin{array}{r|l} 5400 & 3 \\ \hline -5400 & 1800 \\ \hline 0 & \end{array}$$

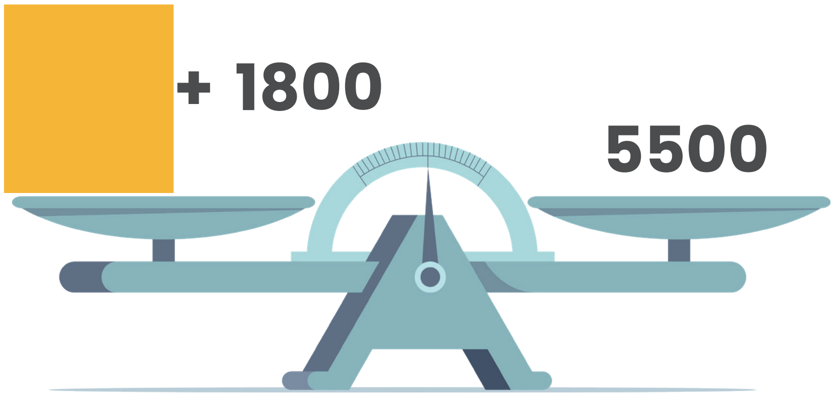
Cada rectángulo vale 1800 colones

Equivale a 1800

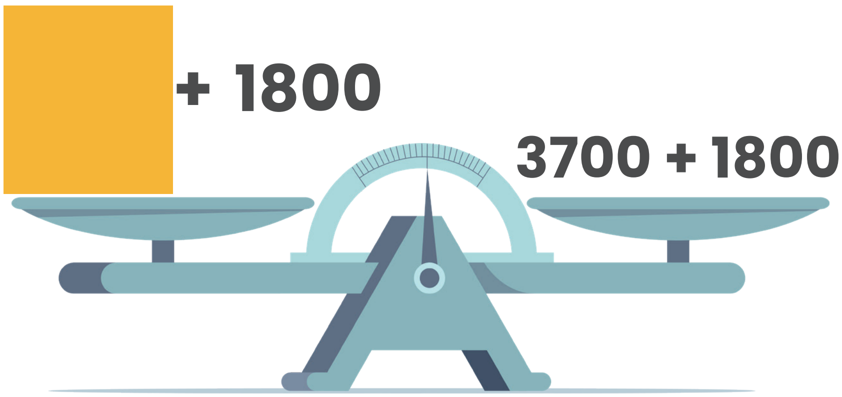
Recordemos la primera representación:

En la cual vamos a sustituir los 1800 por el valor del rectángulo que representa los globos:

Volvamos a utilizar la balanza para determinar el valor del rectángulo que representa el valor de los antifaces:

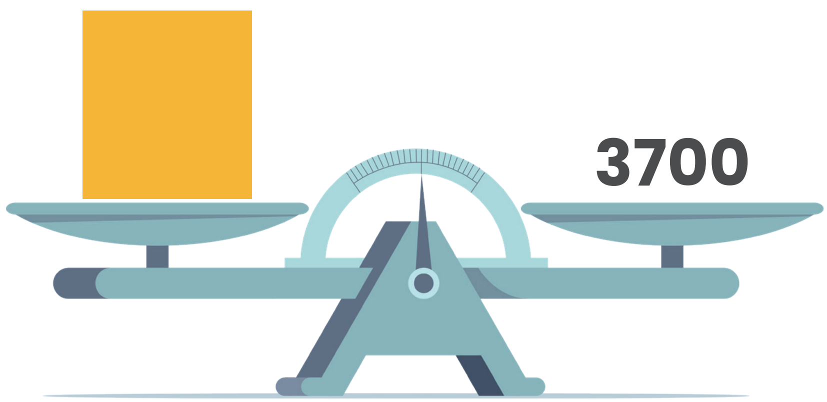


Vamos a descomponer el valor del extremo derecho:



Recordemos que: el número 5400 se puede representar como 3700 + 1800 y la balanza se sigue manteniendo.

A cada extremo de la balanza cancelemos 1800 para mantener el equilibrio y obtener lo siguiente:



Por lo tanto podemos concluir lo siguiente:

 **+**  **= 5500**

 **+ 1800 = 5500**

Valor de los globos

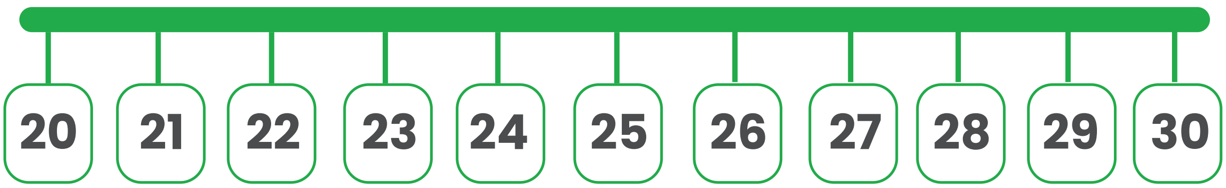
 **Equivale a 1800**

Valor de los antifaces

 **Equivale a 3700**

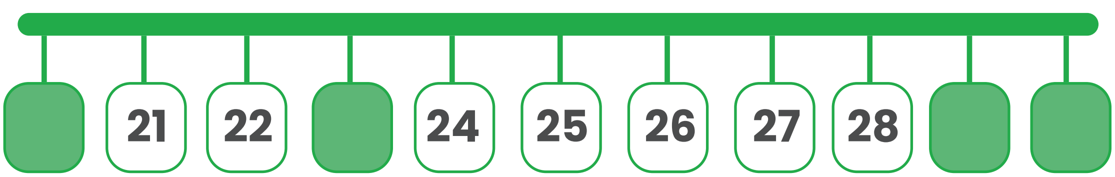
2. Soy un número que está entre 20 y 30, tengo más de 6 divisores. ¿Qué número soy?

Consideremos la siguiente representación para los números que están entre 20 y 30:



El 20 y el 30 no los consideramos ya que en la instrucción se indica que el número está entre estos dos, por esa razón los vamos a obviar.

También recordemos que el 23 y el 29 son números primos, por lo que podemos excluirlo del grupo y valorar los otros, ya que no cumplen con la condición de tener más de 6 divisores.



Recordemos que: un número primo es un número natural mayor que 1 que tiene únicamente dos divisores distintos: él mismo y el 1.

Los otros números que quedan son compuestos, en la siguiente tabla veremos los divisores de cada uno de ellos:

Número	Divisores	Cantidad de divisores
21	1, 3, 7, 21	4
22	1, 2, 11, 22	4
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24	8
25	1, 5, 25	3
26	1, 2, 13, 26	4
27	1, 3, 9, 27	4
28	1, 2, 4, 7, 14, 28	6

Recordemos que: un número compuesto tiene uno o más divisores distintos a 1 y a sí mismo.

Según la información de la tabla anterior, es fácil concluir que:

Número	Divisores	Cantidad de divisores
21	1, 3, 7, 21	4
22	1, 2, 11, 22	4
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24	8
25	1, 5, 25	3
26	1, 2, 13, 26	4
27	1, 3, 9, 27	4
28	1, 2, 4, 7, 14, 28	6

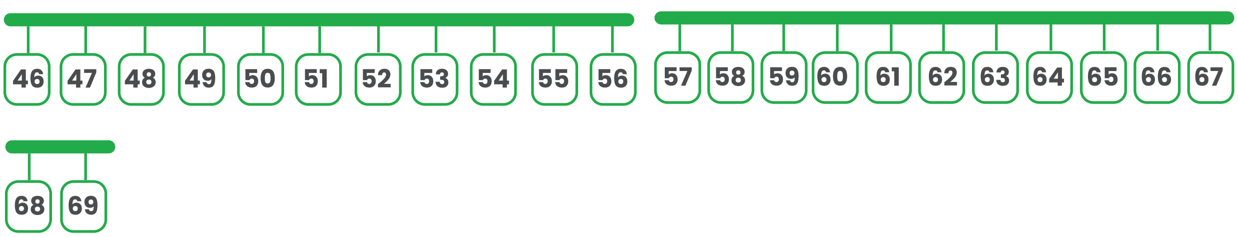
El único de esos números que cumple con la condición de tener **más** de 6 divisores es el 24.

3. Soy un número impar mayor que 45 y menor que 70. Si soy divisible por 3 y el dígito de mis unidades es la mitad de dígito de las decenas, entonces ¿qué número soy?

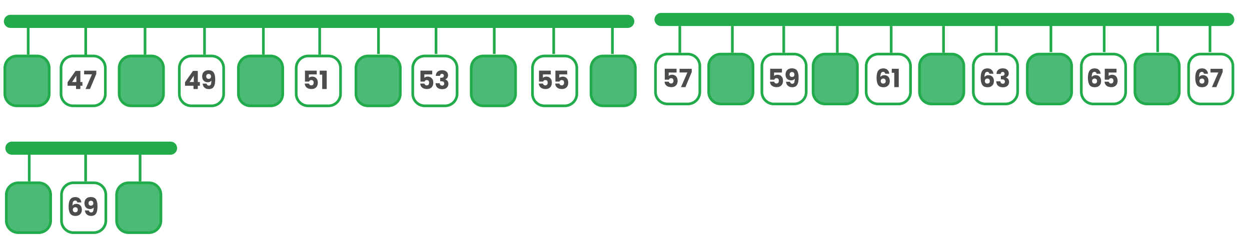
Recordemos que: los números pares son aquellos que son divisibles de manera entera entre dos, representados algebraicamente de la forma "2k". Por ejemplo 2, 4, 6, 8, 10... son algunos números pares.

Los números impares no son divisibles de manera entera entre dos y algebraicamente se representan "2K+1". Por ejemplo 1, 3, 5 ,7, 9 ... son algunos números impares.

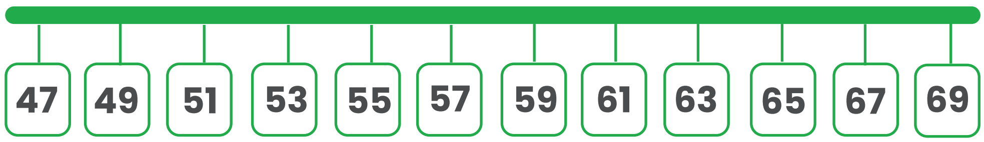
Primero debemos excluir el 45 y 70 ya que el número se encuentra entre ellos dos y además el 70 es un número par. Por lo que quedan los siguientes:



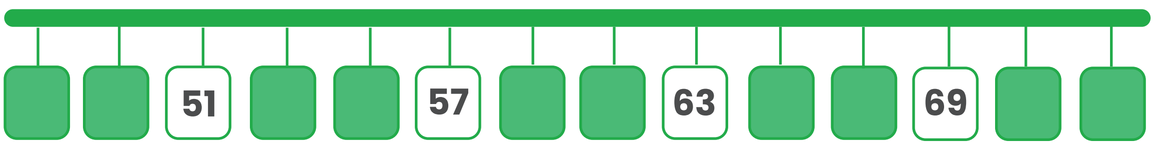
Sin embargo, de ellos debemos eliminar todos los que no cumplen con la condición de ser impares, como se observa seguidamente:



Vamos a valorar las otras condiciones



Vamos a valorar otra condición “soy divisible por 3” de los anteriores solo la cumplen:



Solamente los números 51, 57, 63 y 69 son divisibles entre 3.

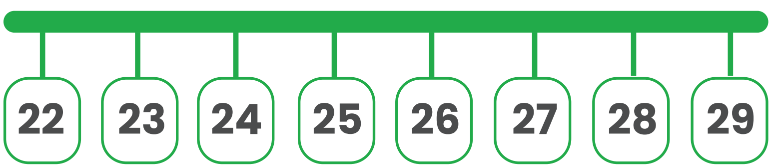
Nos queda considerar la condición “el dígito de mis unidades es la mitad de dígito de las decenas” para saber ¿quién es?

Número	**51**	**57**	**63**	**69**

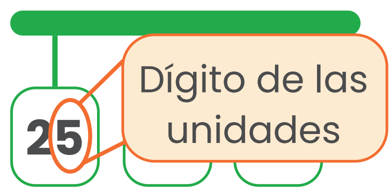
El único que la cumple es el 63, ya que el 3 es el dígito de las unidades y es la mitad del 6.

4. El número 35 tiene la propiedad de que es divisible por el dígito que ocupa la posición de las unidades, ya que 35 dividido por 5 es 7. El número 38 no tiene esa propiedad. ¿Cuántos números mayores que 21 y menores que 30 tienen esa propiedad?

Descartamos el 21 y el 30 ya que una condición establece que tiene que estar entre ellos, por lo que vamos a considerar ¿cuál o cuáles de los siguientes cumplen la otra parte de la propiedad "el número es divisible de manera entera por el dígito que se encuentra en la posición de las unidades"?



Considere que:

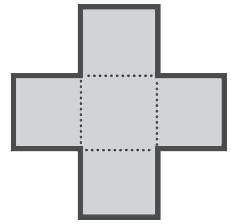


De estos vamos a valorar cuales cumplen esa propiedad

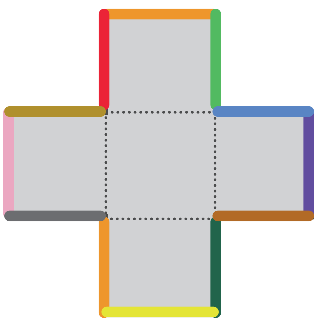
Número	División	Cumplimiento de la propiedad
22	22 ÷ 2 = 11	✓
23	23 ÷ 3 = 7,66	X
24	24 ÷ 4 = 6	✓
25	25 ÷ 5 = 5	✓
26	26 ÷ 6 = 4,33	X
27	27 ÷ 7 = 3,85	X
28	28 ÷ 8 = 3,5	X
29	29 ÷ 2 = 3,22	X

Los números que cumplen con esta propiedad son: 22, 24, 25.

5. La figura de la derecha está construida con cinco cuadrados de igual tamaño y la medida de su perímetro es 72 cm. ¿Cuál es el área de dicha figura en centímetros cuadrados?



Primero determinaremos cuantos lados tiene la figura, para lo cual resaltaremos con colores cada uno de ellos y así determinar el número de lados:



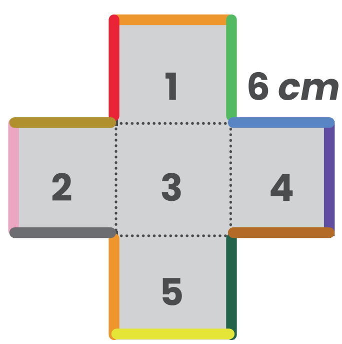
Esta "cruz" tiene 12 lados y como sabemos que el perímetro de cualquier figura geométrica es la suma de la longitud de sus lados podemos decir que: **$72 \div 12 = 6$**

La medida de cada lado es de 6 cm.

Sin embargo, nos están solicitando el área total de la figura. Como se observa en ella, está conformada por cuadrados, por lo que podemos utilizar la fórmula del área del cuadrado para calcular el área de cada uno de ellos:

$$a = l^2$$
$$a = 6^2$$
$$a = 6 \times 6$$
$$a = 36\ cm^2$$

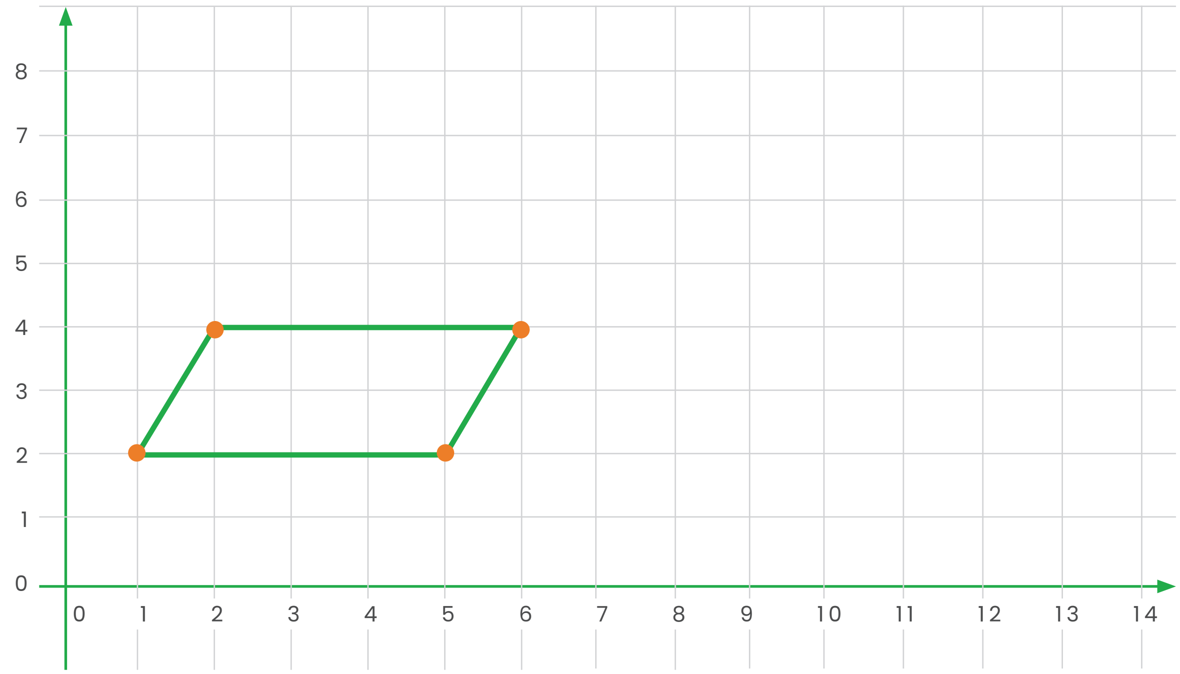
Aquí calculamos el área de uno de los cuadrados, sin embargo son 5, como se observa:



El área total de la "cruz" es de **180 *cm^2***

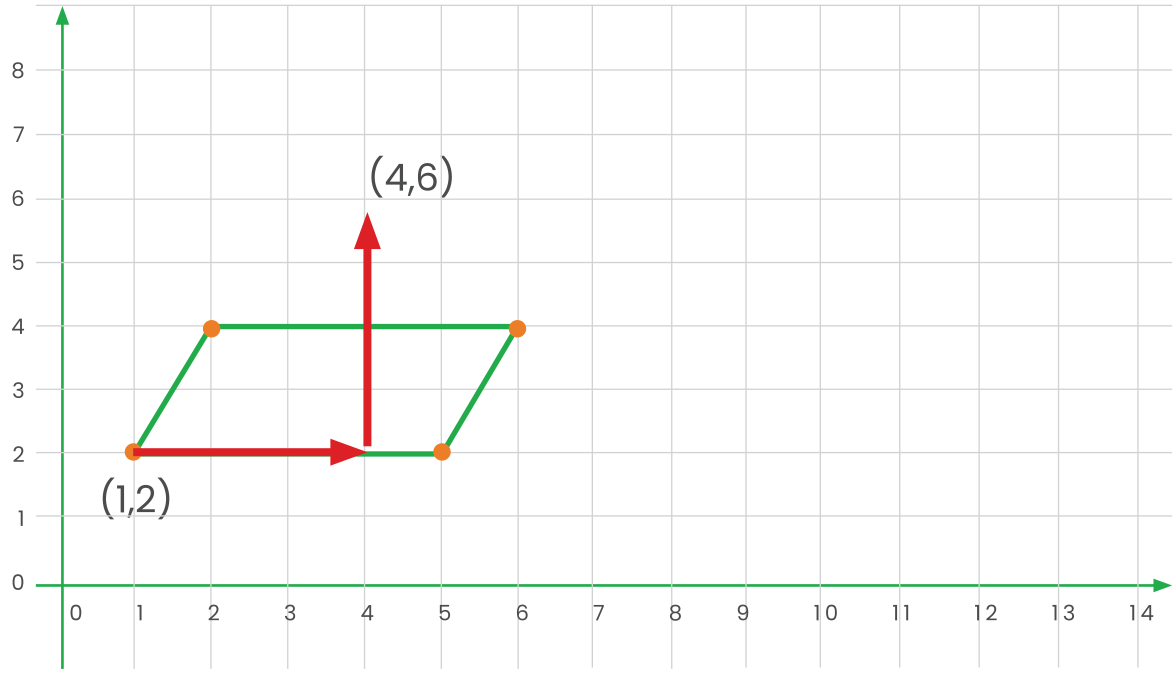
Por lo que debemos multiplicar.

6. A continuación se le muestra un paralelogramo trazado en una cuadrícula. Uno de los vértices del paralelogramo es el punto (1,2) y el vértice opuesto a dicho punto es el par ordenado (6,4).



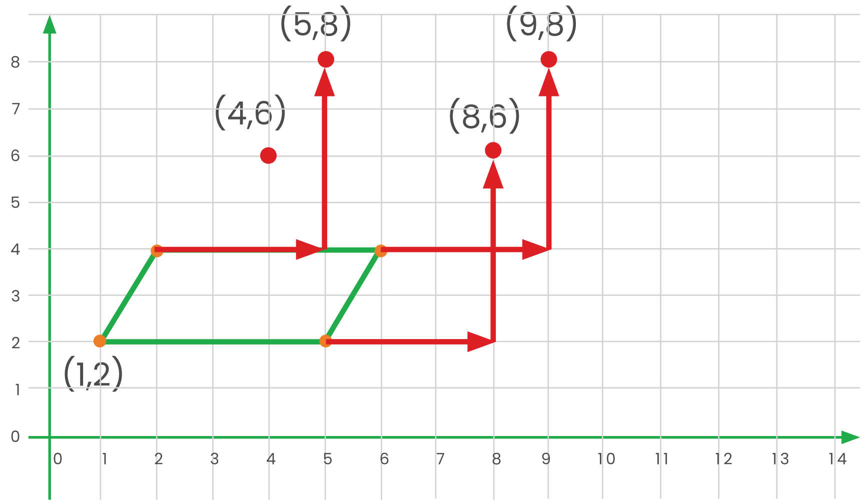
En dicha cuadrícula, se dibuja un nuevo paralelogramo que corresponde a la traslación del paralelogramo anterior; dicha traslación se obtiene al trasladar el punto (1,2) al punto (4,6). En la nueva figura, ¿cuáles son las coordenadas del vértice opuesto al punto (4,6)?

Vamos a identificar la localización del punto (1,2) en la representación gráfica,

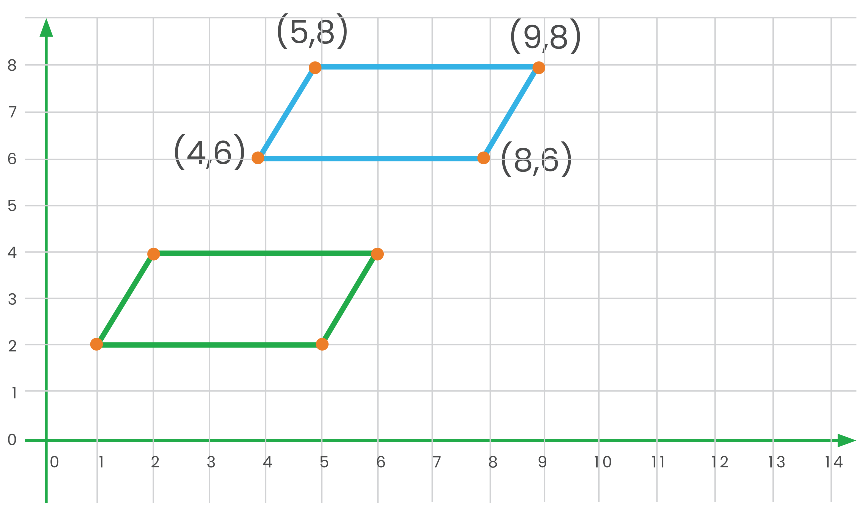


Con relación al punto (1,2) una posible manera desplazarlo hasta la coordenada (4,6), podría ser desplazándose a la derecha de 3 unidades y 4 hacia arriba, como se muestra a la derecha. Dicho desplazamiento es necesario realizarlo a los otros tres puntos para obtener el nuevo paralelogramo.

Traslademos los otros puntos de igual manera

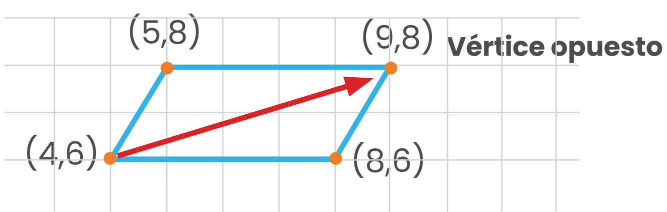


Ahora unimos con segmentos de recta los nuevos puntos identificados.



Esta sería la figura resultante, identifiquemos el vértice opuesto para determinar las coordenadas del vértice opuesto al punto (4,6).

En la siguiente imagen se muestra el vértice buscado:



Las coordenadas de este vértice son (9,8).

7. Laura calculó correctamente la suma de dos números que tenían la misma cifra de las unidades. Luego tapó la cifra de las unidades de esos números con una calcomanía como se observa en la imagen. ¿Cuál fue la cifra que Laura ocultó?

$$4★ + 5★ = 104$$

En este caso existen varias posibilidades, vamos a ir identificándolas:

Sabemos que el primer sumando es un número que está entre 40 y 49, mientras que el segundo va ser otro número que está entre 50 y 59.

Sin embargo, no podemos irnos a los extremos, ya que los valores no cumplirían con esta condición, por ejemplo si consideramos el 40 y el 50, al sumarlos 40 + 50 = 90 el resultado no estará entre los posibles valores del otro sumando.

De la misma manera si consideramos 49 + 59 = 108. Es por esto que uno de ellos puede ir buscando valores centrales y otro un extremo, de la manera que se muestra seguidamente:

Primer sumando	Segundo sumando
45	59
46	58
47	57
48	56
49	55

Aunque estos valores dan el mismo resultado que obtuvo Laura, existe otra condición más" tenían la misma cifra de las unidades", por esta razón solo un par de números funciona y esos son:

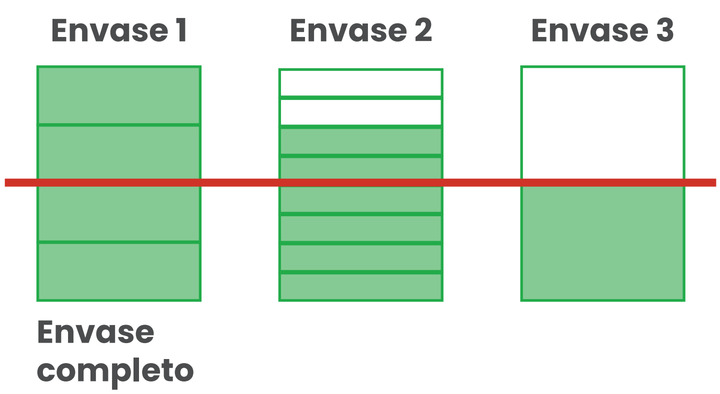
Primer sumando	Segundo sumando
45	59
46	58
47	57
48	56
49	55

Tanto el 47 como el 57 tienen la misma cifra en el dígito de las unidades.

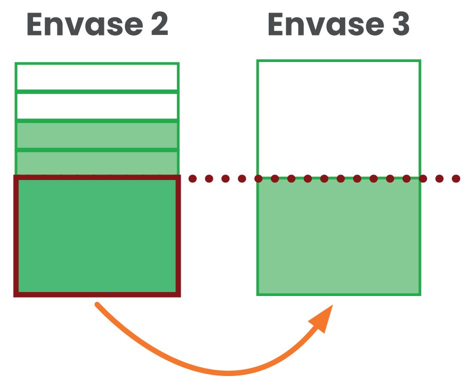
8. El comité de deportes de San Ramón desea cortar el césped de la plaza de fútbol; cuentan con tres envases iguales cuya capacidad es de un litro, cada uno con cierta cantidad de gasolina como se muestra a continuación:

¿Cuál es el número en notación mixta, que representa la cantidad total de litros de gasolina con que se cuenta para cortar dicho césped?

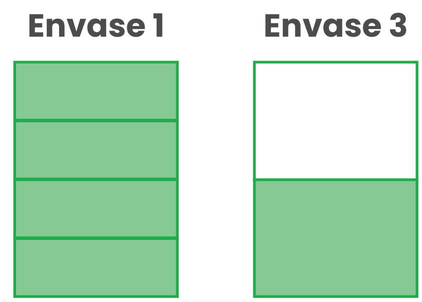
Necesitamos determinar cuántos envases completos se cuenta, por lo que podemos resolver el problema gráficamente:
El envase 1 se encuentra completo, de los otros dos como se observa seguidamente es posible completar uno con parte del contenido del otro:



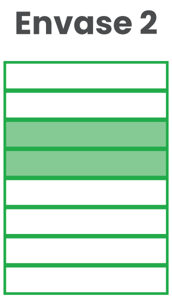
Del envase 2 vamos a pasar la cantidad de líquido que se marca en la siguiente imagen al envase 3



De esta manera completamos dos de los tres envases, el 1 y el 3:



Quedando el envase 2 con la siguiente cantidad de líquido



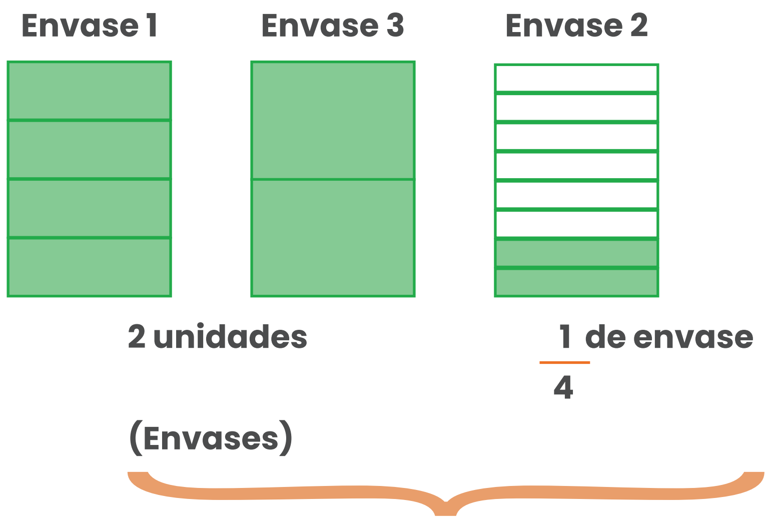
Si contamos la cantidad de divisiones que tiene el envase 2, vemos que se encuentra dividido en 8 espacios de igual capacidad.

De los cuales 2 aún tiene combustible, por lo que de la esta tercera unidad estamos considerando utilizar $\frac{2}{8}$

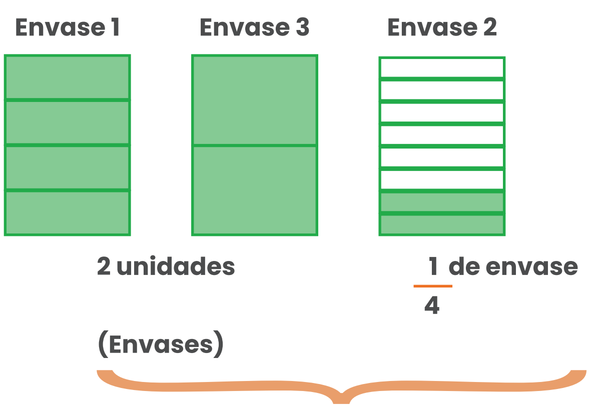
Dos octavos de la capacidad del recipiente, que puede simplificarse sacando la mitad tanto al numerador como al denominador:

$\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{8}}$ Que sería $\frac{1}{4}$

De acuerdo con lo anterior, tenemos dos envases completos y $\frac{1}{4}$ del tercero:



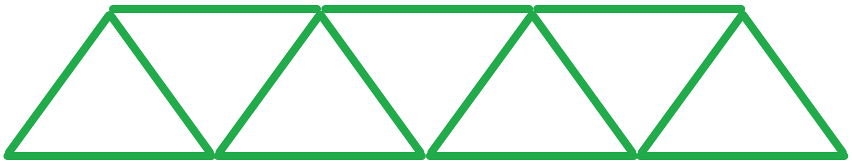
Al unir la cantidad de combustible que se tiene obtenemos lo siguiente



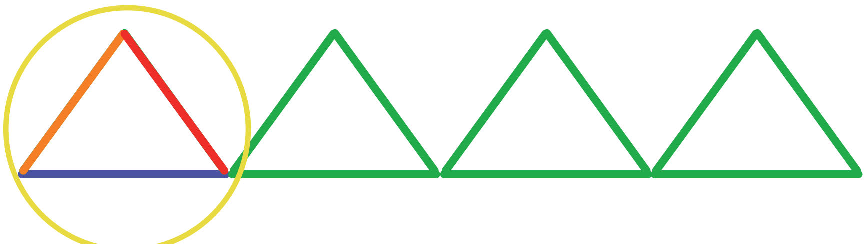
La cantidad de gasolina representada en notación mixta sería:

$$2\frac{1}{4}$$

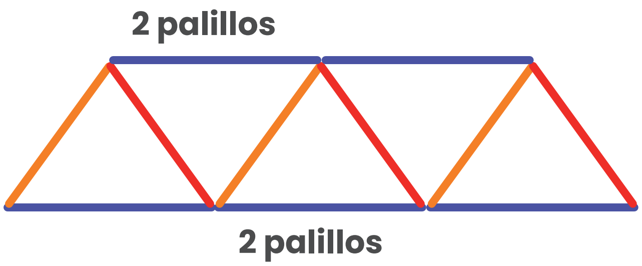
9. Usando 15 palitos de igual tamaño Angélica creo la secuencia de 7 triángulos que se muestra en el siguiente recuadro. ¿Cuántos palitos necesitará Angélica para crear una secuencia de 21 triángulos, manteniendo el mismo patrón?



Para este patrón vamos a considerar lo siguiente:



Para elaborar el primer triángulo se necesitaron 3 palillos, sin embargo, a partir del segundo triángulo, se necesitan 2 palillos para armar el siguiente, como se muestra:



Por lo tanto, para calcular la cantidad de palillos necesarios para construir 21 triángulos siguiendo el patrón establecido, podemos considerar:

- Para elaborar el primero triángulo se necesitan 3 palillos
- En los otros 20 se van a necesitar 2 palillos cada uno, por lo que:

$$20 \times 2 = 40$$

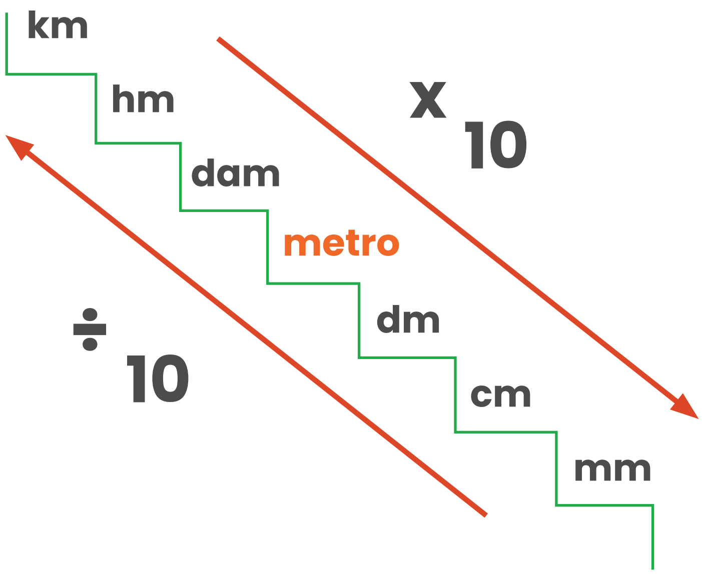
Más tres palillos que necesito para el primero:

$$40 + 3 = 43$$

Para construir 21 triángulos siguiendo el patrón establecido necesitamos 43 palillos.

10. Uno de los animales más lentos es el perezoso: solo recorre 150 m por hora. ¿Cuántas horas necesitará un perezoso para recorrer una distancia de 7,2 km?

Recuerde que:

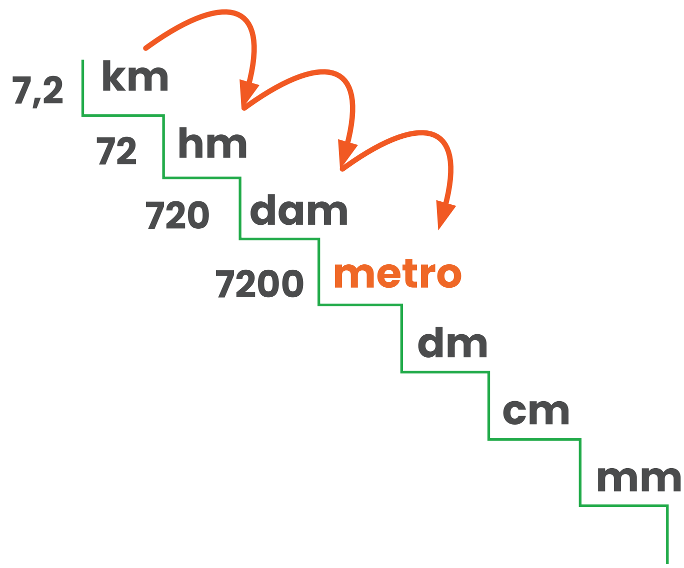


Para pasar de una medida de longitud a otra, multiplicamos o dividimos entre 10 según corresponda.

Dentro de la información nos indican que el perezoso puede recorrer 150 m en una hora y nos preguntan por el tiempo que necesita para recorrer 7,2 km.

Primero vamos a pasar la distancia que se indica en kilómetros a metros para mantener una misma unidad de medida.

Realicemos la conversión de 7,2 km



7,2 km equivale a 7 200 m, como el perezoso recorre 150 m en una hora podemos ver ¿cuántas veces cabe el 150 en el 7 200?

Para que la división sea más sencilla podemos cancelar un cero tanto al 7200 como al 150.

$$\frac{720\cancel{0}}{15\cancel{0}}$$

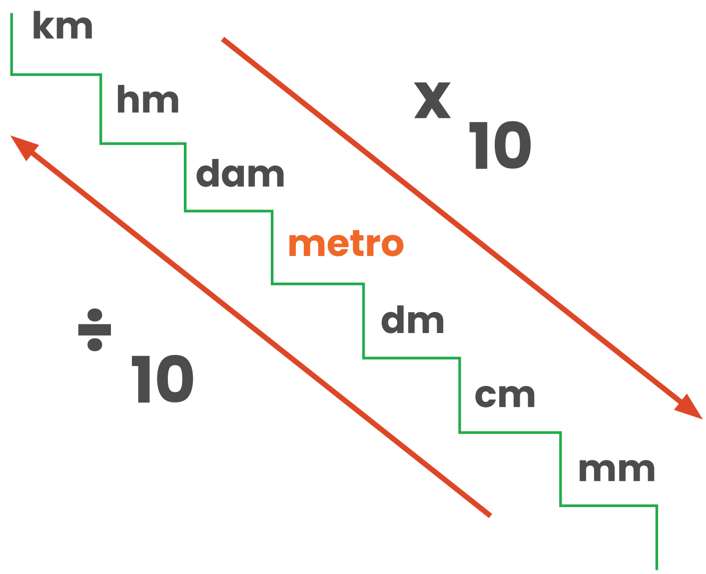
Quedando la siguiente operación:

$$\begin{array}{r|l} 720 & 15 \\ \hline 0 & 48 \end{array}$$

Dando por resultado que el perezoso demoraría 48 horas en recorrer 7,2 km.

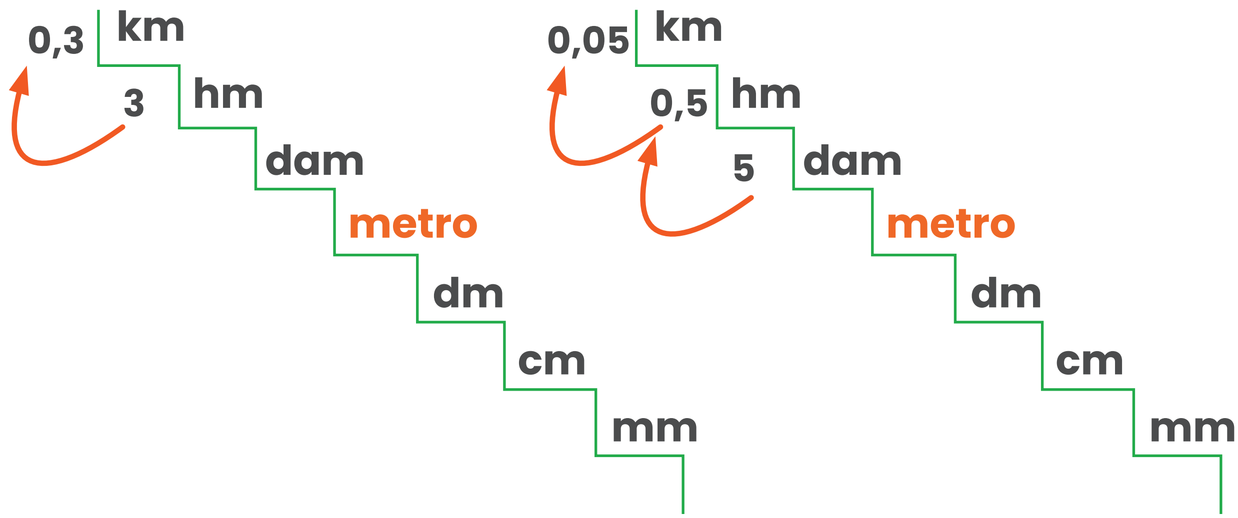
11. En una competencia de atletismo, cada atleta debe dar 6 vueltas completas en un recorrido cuya distancia es de 1 km, 3 hm y 5 dam. ¿Cuántos kilómetros, en total, recorrerá cada atleta participante de esta competencia?

Recuerde que:



Para pasar de una medida de longitud a otra, multiplicamos o dividimos entre 10 según corresponda.

La información que suministran es: 1 km, 3 hm y 5 dam y se solicita el recorrido en kilómetros, por ellos debemos convertir los 3 hm y los 5 dam a la unidad de medida requerida, como se muestra seguidamente:



De acuerdo a lo anterior tenemos que la en la vuelta el atleta recorre

1 + 0,3 + 0,05 km Que equivale a 1,35 km.

Sin embargo dentro de la información se indica que el atleta debe dar 6 vueltas completas de un recorrido con dicha distancia, por lo que es necesario multiplicar este dato por 6:

$$1{,}35 \times 6 = 8{,}1 \text{ km}$$

El recorrido completo del atleta es de 8,1 km

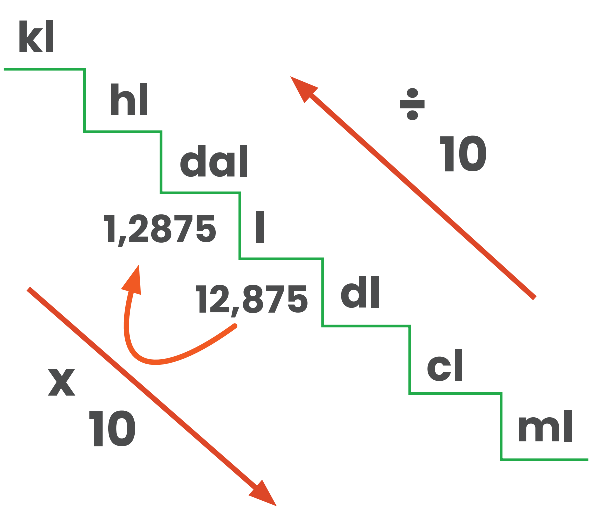
12. De un depósito que contiene agua se sacan, en tres momentos distintos, las siguientes cantidades de agua: 184,5 l, 12,875 dl y 0,845 hl. Si al final queda en el depósito 0,160 kl de dicho líquido, ¿qué cantidad de agua, en litros, había inicialmente en el depósito?

La información que suministran es: 184,5 l, 12,875 dl y 0,845 hl, además indica que al final queda en el depósito 0,160 kl de dicho líquido. Es necesario convertir estas medidas a una misma unidad de capacidad, en este caso el litro (l).

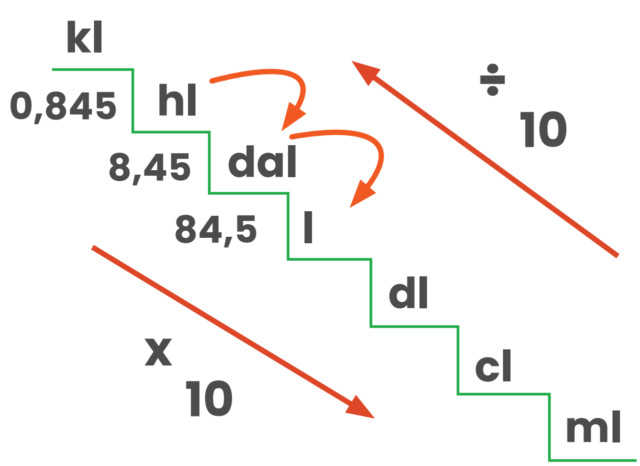
Iniciemos con las cantidades de líquido que se extrajeron:

184,5 l esta medida se encuentra en litros, por lo que se entra como la necesitamos

12,875 dl → l



0,845 hl → l



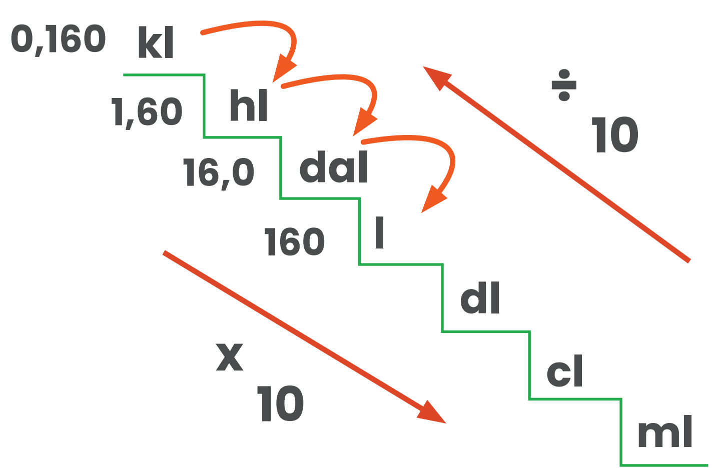
En los tres momentos que se sacó agua se extrajo en total:

184,5 / + 1,2875 / + 84,5 / = 270,2875 /

Ahora nos hace falta convertir la cantidad de agua sobrante en el depósito

Pasemos el sobrante de agua:

0,160 kl ⟶ l



La cual en litros equivale a 160 /

Por lo tanto a la pregunta “¿qué cantidad de agua, en litros, había inicialmente en el depósito?” podemos concluir que:

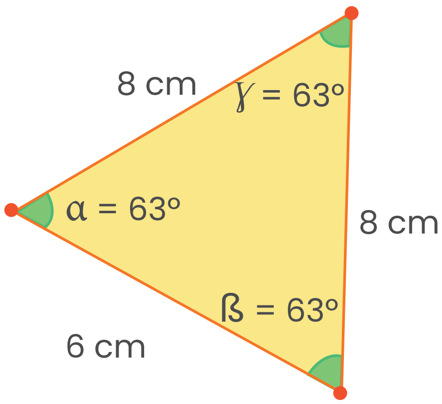
270,2875 / + 160 / = 430,2875 /

Al inicio en el depósito había 430,2875 / de agua.

13. El perímetro de un triángulo isósceles es 20,28 cm. Si la medida del lado desigual es de 8,2 cm, entonces ¿cuál es la medida de cada uno de los otros lados?

Recuerde que:
Un triángulo isósceles es una figura geométrica de tres lados, de los cuales dos tienen la misma medida y uno es diferente.

Lo mismo sucede con sus ángulos, dos de ellos (los opuestos a los lados congruentes) son de igual medida y el tercero es de diferente medida.



La figura de la izquierda corresponde a un triángulo isósceles, los lados congruentes o de igual medida son: $\overline{AC}$ y $\overline{CB}$ y el lado desigual es $\overline{AB}$

Los ángulos congruentes sería $\angle \alpha$ y $\angle$ ß y el desigual sería el $\angle \gamma$

En el problema nos indican el valor del perímetro, el cual es 20,28 cm y además nos brindan la longitud del lado desigual que es 8,2.

Recordemos que el perímetro de cualquier figura geométrica es la suma de la longitud de sus lados, por lo tanto:

Perímetro del triángulo buscado es:

$$P = a + a + 8{,}2$$

Denotaremos los lados congruentes con la letra "a"

Pero sabemos que P = 20,28, por lo que podemos sustituir su valor en la igualdad anterior.

$$20{,}28 = a + a + 8{,}2$$

Recordemos que el 20,28 se puede descomponer como 12,08 + 8,2.

$$12{,}08 + 8{,}2 = a + a + 8{,}2$$

Además si a cada lado de la igualdad sumamos o restamos una misma cantidad, la igualdad se sigue manteniendo, como se muestra seguidamente:

$$12{,}08 + 8{,}2 - 8{,}2 = a + a + 8{,}2 - 8{,}2$$

Si realizamos las operaciones que aparecen en la expresión anterior tenemos dos representaciones que son equivalente:

$$12{,}08 = a + a \qquad\qquad 12{,}08 = 2a$$

Debemos determinar el valor de la letra "a", el cual lo podemos obtener dividiendo los 12,08 entre 2

$$\begin{array}{r|l} 12{,}08 & 2 \\ \hline 0 & 6{,}04 \end{array}$$

De acuerdo a lo anterior, la medida los dos lados congruentes del triángulo isósceles es de 6,04 cm.

14. En el siguiente cuadro, los números de las filas, columnas y diagonales suman lo mismo. De acuerdo con los números representados en las diferentes celdas, ¿qué número representa la  ?

14	19	
	15	
	11	

Según la información anterior si sumamos los valores presentes en las casillas de las filas, las columnas o las diagonales, el resultado será el mismo. Como solo contamos con una fila completa vamos a sumarla:

14	19	
	15	
	11	

$$19 + 15 + 11 = 45$$

El valor en todas las direcciones debe ser 45, por lo que podemos calcular el valor faltante en celda superior derecha:

14	19	
	15	
	11	

$$14 + 19 = 33 \qquad 45 - 33 = 12$$

El valor de esta celda sería 12.

14	19	12
	15	
	11	

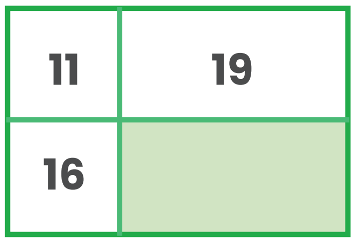
Ahora vamos a seguir buscando el valor de la celda donde se encuentra la estrella.

$$12 + 15 = 27 \qquad 45 - 27 = 18$$

De esta manera logramos determinar que el número que representa la estrella es 18.

15. Un rectángulo fue cortado en cuatro rectángulos más pequeños, como se muestra en la figura. Los perímetros de tres de ellos son: 11 cm, 16 cm y 19 cm. El rectángulo de perímetro 16 cm es un cuadrado.

Determine el perímetro del rectángulo original y el perímetro del rectángulo sombreado.



Dentro de la información suministrada se indica que el rectángulo con perímetro igual a 16 cm es un cuadrado, por lo tanto:

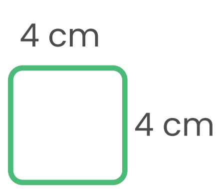
Recuerde que de cualquiera de estas dos maneras podemos calcular el perímetro del cuadrado:

$$P = \int + \int + \int + \int \qquad P = 4 \times \int$$

Por lo tanto $\mathbf{16 = 4 \times \int}$

Tenemos que determinar qué número multiplicado por 4 da como resultado 16, el cual sería:

$$4 \times 4 = 16$$
$$\int = 4$$



De acuerdo a lo anterior podemos concluir que:

De acuerdo a lo anterior podemos determinar que cada lado del cuadrado con perímetro igual a 16 cm sería de 4 cm.

De igual manera el lado que comparte el rectángulo con perímetro 11 cm y el opuesto a este. Por lo tanto

En el rectángulo con perímetro 11 cm vamos a considerar:

$$P = \int + \int + a + a$$

De los cuatro lados conocemos dos que serías los de valor 4cm

$$11 = 4 + 4 + \int + \int$$
$$11 = 8 + 2\int$$

Recuerde que el 11 lo podemos descomponer en 8 + 3

$$8 + 3 = 8 + 2 \times \int$$

A cada lado del signo igual puedo restar y la igualdad se sigue manteniendo:

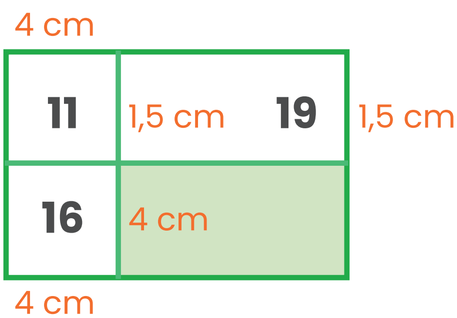
$$8 - 8 + 3 = 8 - 8 + 2 \times \int$$

Ahora debemos determinar ¿qué número multiplicado por 2 nos da 3?

$$3 = 2 \times \int$$
$$3 = 2 \times 1{,}5$$

El cual sería 1,5 como se muestra:

Según los cálculos anteriores:



El rectángulo con perímetro 11 cm tiene dos lados de 4 cm y dos de 1,5 cm.

El lado que comparte el rectángulo con èrímetro 19 cm y el opuesto a este miden 1,5 cm.

Por lo tanto podemos determinar los valores faltantes del rectángulo con perímetro 19 de una manera muy similar a la anterior:

Rectángulo con perímetro 19 cm:

$$P = \int + \int + a + a$$

De los cuatro lados conocemos dos, los que valen 1,5 cm

$$19 = \int + \int + 1{,}5 + 1{,}5$$

$$19 = 2\int + 3$$

Recuerde que el 16 lo podemos descomponer en 13 + 3

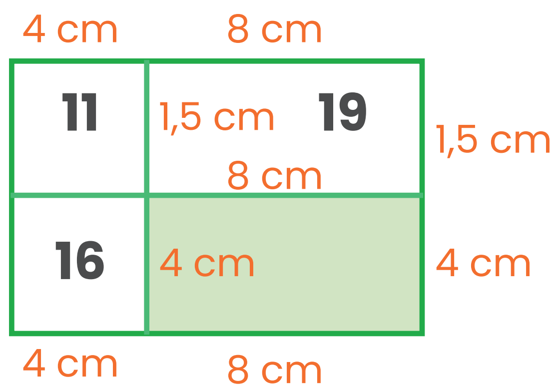
$$16 + 3 - 3 = 3 - 3 + 2 \times \int$$

Ahora debemos determinar ¿qué número multiplicado por 2 nos da 16?

$16 = 2 \times \int$ El cual sería 8 como se muestra:

$16 = 2 \times 8$

Para determinar el perímetro del rectángulo original y el perímetro del rectángulo sombreado debemos considerar la información obtenida hasta el momento:



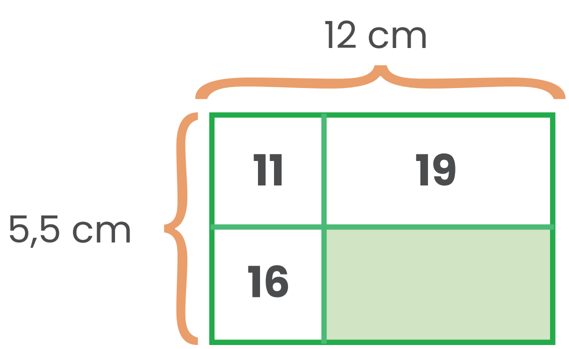
Primero calculemos el perímetro del rectángulo sombreado:
Su largo es de 8 cm y su ancho de 4 cm, por lo tanto:

$$P = \ell + \ell + a + a$$

$$P = 8 + 8 = 4 + 4$$

$$P = 24 \text{ cm}$$

El perímetro para este rectángulo sombreado es de 24 cm
Calculemos el perímetro del rectángulo original o completo:



$$P = \ell + \ell + a + a$$

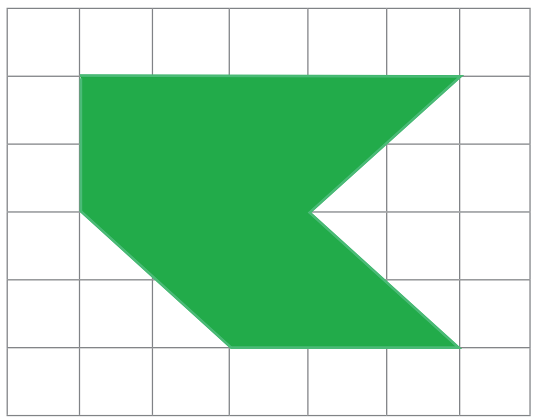
$$P = 12 + 12 = 5{,}5 + 5{,}5$$

$$P = 35 \text{ cm}$$

El perímetro del rectángulo completo sería 35 cm.

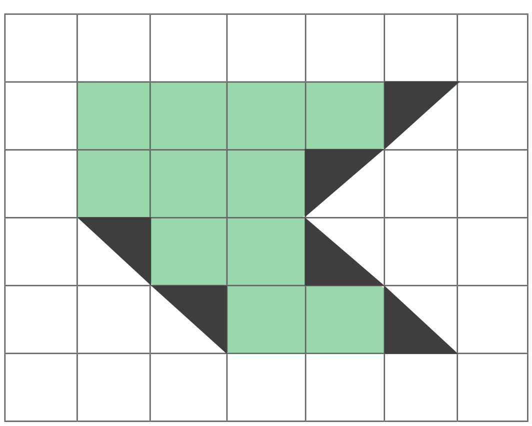
16. Carlos Andrés tiene un terreno plano de forma irregular como que se muestra en la figura que está sombreada en la cuadrícula. Cada cuadrado de la cuadrícula tiene un área de 5m^2 de lado.

¿Cuál es el área, en metros cuadrados, del terreno que tiene de Carlos Andrés?



Si cada cuadrado de la cuadrícula tiene un área de 5m^2, entonces podemos determinar ¿cuántos cuadrados completos hay? y ¿cuántos podemos completar?

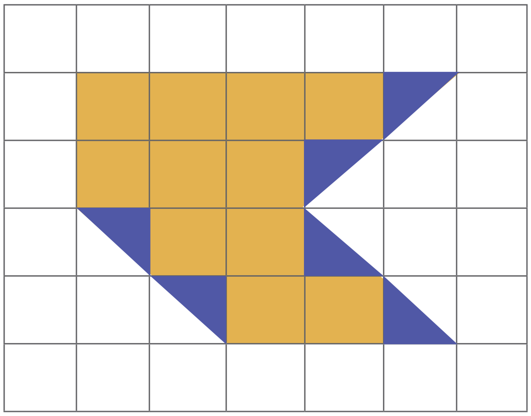
Vamos a colorear los completos:



Compeltos tenemos 11 cuadrados, cada uno de 5m^2 de área, por lo que en esta primera parte tendríamos

$$\mathbf{A = 11 \times 5}$$
$$\mathbf{A = 55\ m^2}$$

Ahora completemos cuadrados para determinar el área faltante, lo haremos de otro color:



Como se observa hay 6 triángulos que conforman 3 cuadrados completos

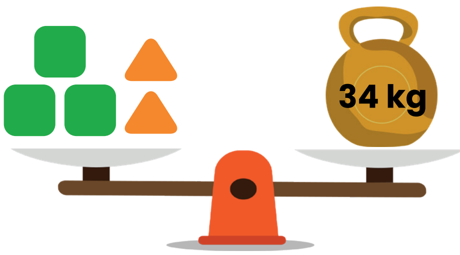
$$\mathbf{A = 3 \times 5}$$

$$\mathbf{A = 15}\ \boldsymbol{m^2}$$

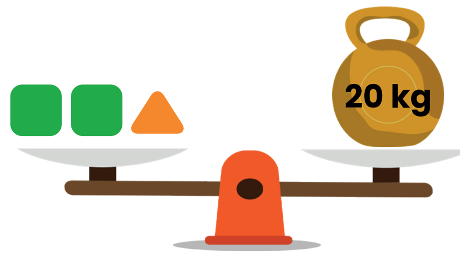
Por lo tanto el área, en metros cuadrados, del terreno que tiene de Carlos Andrés sería de 55 m^2 + 15 m^2 = 70 m^2

17. Observe las siguientes dos balanzas en equilibrio

Primera balanza



Segunda balanza



Si se sabe que:

a. Todos los cuadrados tienen la misma masa.
b. Todos los triángulos tienen la misma masa.
c. Las masas (pesos) de las figuras corresponden a kilogramos sin decimales.

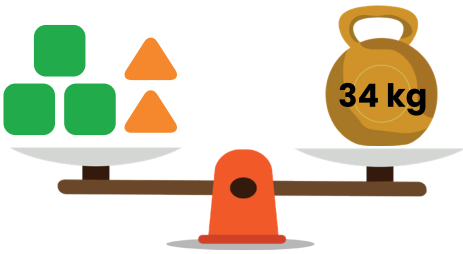
Determine, ¿Cuál es la masa (peso en kg) de:

 ______ **kg**

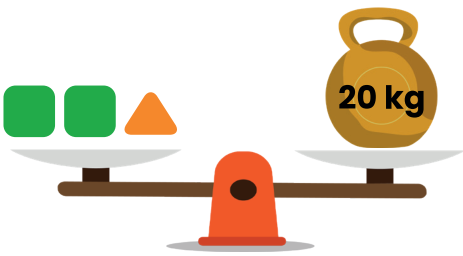
 ______ **kg**

Debe justificar su respuesta.

Según la información anterior tenemos que



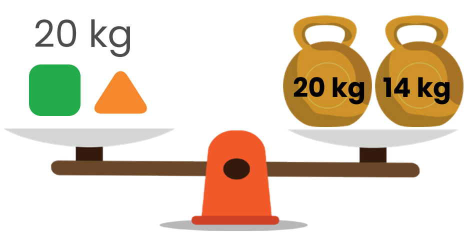
3 cuadrados y 2 triángulos pesan 34 kg.

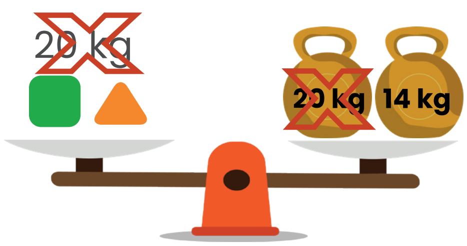


2 cuadrados y 1 triángulo pesan 20 kg.

Por lo tanto podemos afirmar que como:

 = 20 kg, por lo tanto





Lo que permite quitar a ambos lados de la balanza 20 kg como se muestra.

Obteniendo,  = 14 kg.

Con esa igualdad (■ ■ ▲ = 20kg) podemos en lugar un cuadrado y un triángulo (■ ■ ▲) escribir el valor al que equivalen estas dos figuras (■ ▲ = 14 kg) como se muestra.

■ + 14 kg = 14 kg + 6 kg

Descomponemos en el extremo derecho el valor de 20kg por 14 kg + 6 kg

■ + ~~14 kg~~ = ~~14 kg~~ + 6 kg

Cancelamos a ambos lados del igual el peso de 14 kg

Por lo tanto ■ = 6 kg

6 kg
■ ▲ = 14 kg

Como un ■ y en la igualdad ■ ▲ = 14 kg, eso implica que un ▲ corresponde a 14 kg menos el peso del ■.

Por lo tanto un ▲ = 8 kg

18. Un padre tiene 46 años y su hijo 12. Si la diferencia de edades siempre es la misma, ¿cuántos años deben pasar para que el papá tenga el triple de la edad de su hijo?

Podemos observar el comportamiento por medio de una tabla donde se comparen las edades de ambos

Edad del padre	46	47	48	49	50	51	52
Edad del hijo	12	13	14	15	16	17	18
Edad del hijo multiplicada por 3	36	39	42	45	48	51	54

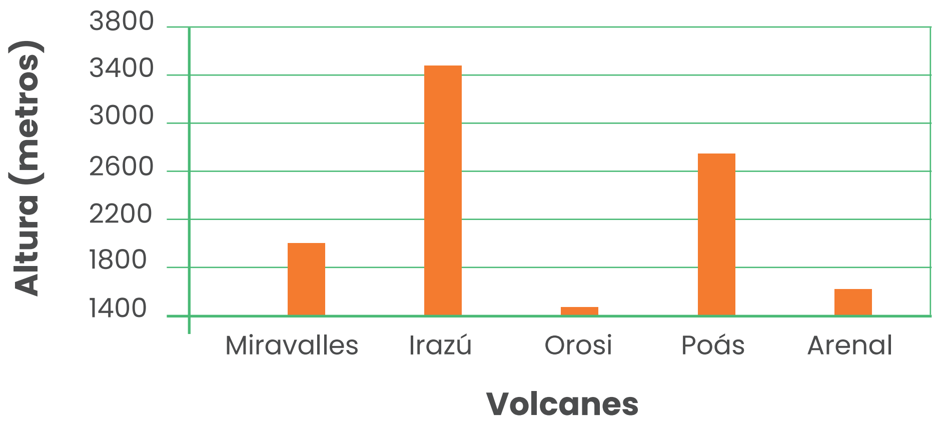
En este caso cuando el padre tenga 51 años, el hijo tendrá 17 y el triple de 17 es precisamente la edad que el padre tendrá dentro de 5 años.

Por lo tanto deben pasar cinco años.

Considere la siguiente información para contestar los ítems 19 y 20.

Observe la siguiente gráfica.

Altura a partir del nivel de algunos volcanes de Costa Rica

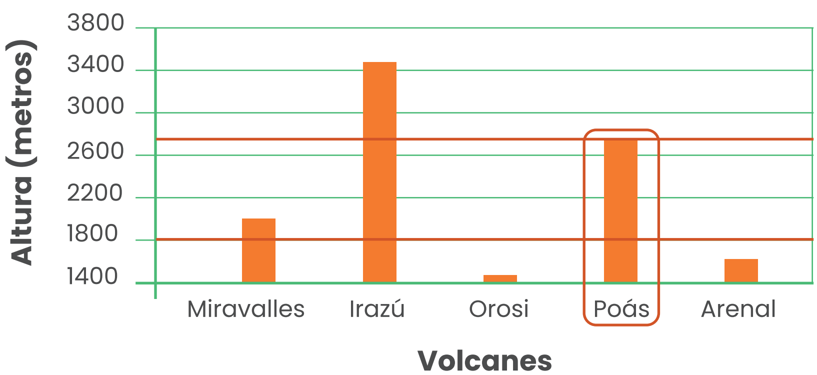


Con base en la información anterior,

19. ¿Cuál volcán tiene una altura menor que la del volcán Poás y a la vez mayor que los 1800 m sobre el nivel del mar?

Vamos a resaltar con color rojo aquel volcán que cumple con la condición “tiene una altura menor que la del volcán Poás y a la vez mayor que los 1800 m sobre el nivel del mar”

Altura a partir del nivel de algunos volcanes de Costa Rica

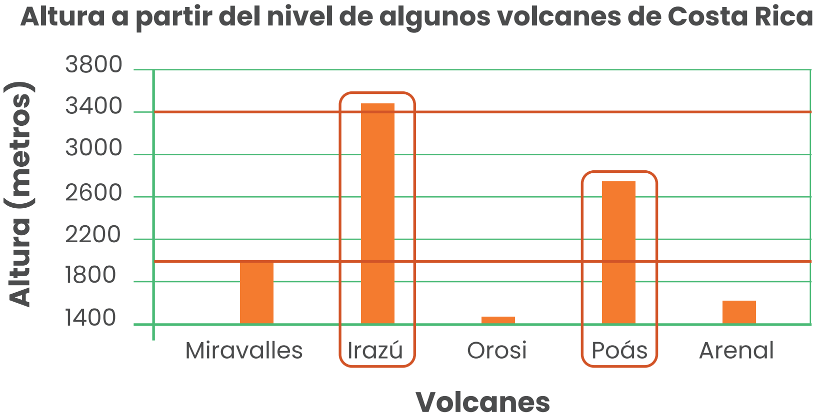


En la imagen de la izquierda se observa el volcán Poás y se señalan los 1800 m sobre el nivel del mar.

El único volcán que se encuentra entre las líneas rojas sería el **volcán Miravalles**.

20. ¿Cuál volcán supera los 2000 m pero no llega a los 3500 m sobre el nivel del mar?

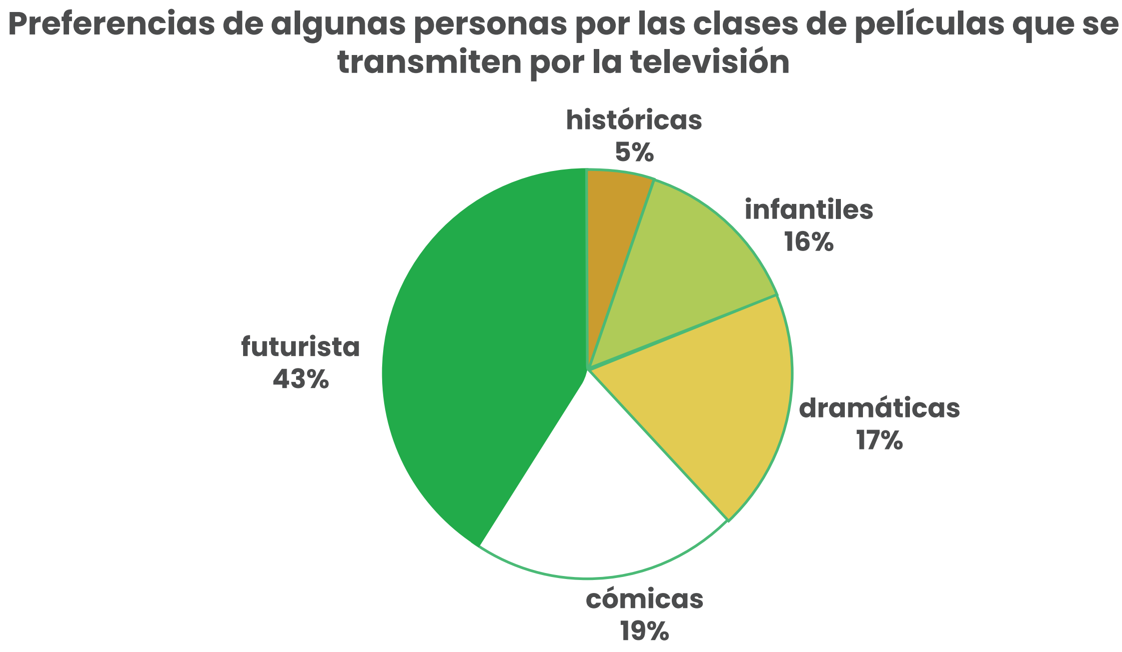
Identifiquemos con colores aquellos que superen los 2000 m y los que están por debajo de los 3500:



Los volcanes que cumplen con estas condiciones son el Irazú y el Poas.

Considere la siguiente información para contestar los ítems 21 y 22

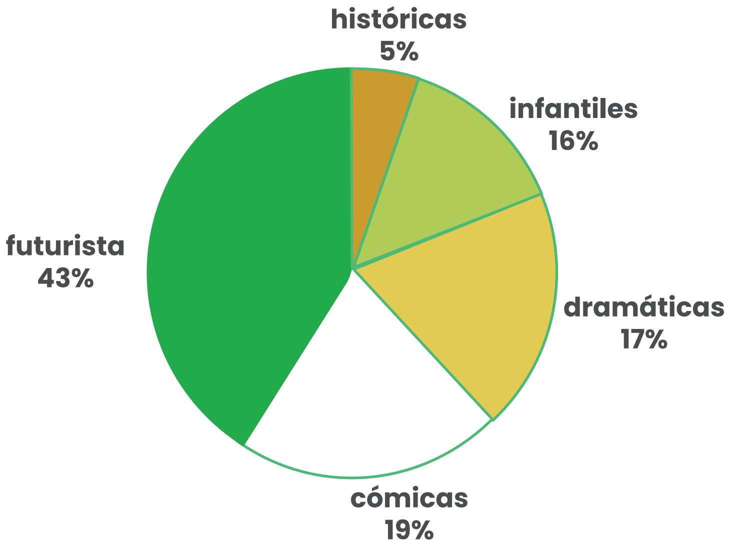
Observe la siguiente gráfica.



21. Según la gráfica anterior, ¿cuál tipo de película presenta la mayor preferencia por parte de las personas encuestadas?

Como se observa en la siguiente imagen, el sector del gráfico resaltado con color rojo corresponde a la película que obtuvo mayor preferencia por parte de las personas encuestadas.

Preferencias de algunas personas por las clases de películas que se transmiten por la televisión

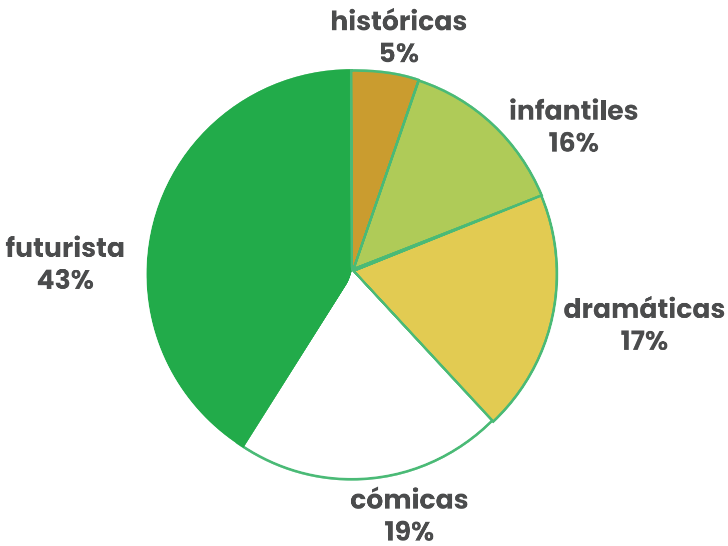


Por lo que la película de mayor preferencia son las futuristas.

22. ¿Cuáles dos clases de películas representan el 35% del total de encuestados?

Para determinar cuáles representan el 35% del total de encuestados, debemos ir analizando descartando aquellas que no podrían cumplir con esta indicación.

Preferencias de algunas personas por las clases de películas que se transmiten por la televisión



Los sectores del gráfico que se resaltan con azul no las consideramos, ya que se habla de dos películas que juntas representen el 35% de preferencia y solo las futuristas superan ese porcentaje, mientras que las históricas presentan un dato muy bajo.

Cómicas y dramáticas	19 % + 17 % = 36%
infantiles y dramáticas	16% + 17% = 33%
Infantiles y cómicas	19% + 16% = 35%

Las películas que juntas representan el 35% de las personas encuestadas son las infantiles y las cómicas.

Observación:
Recuerde: En primaria utilizamos como signo para la multiplicación la letra “x” sin embargo, podemos valorar el uso del punto para ir familiarizando a los niños con esta otra forma de representar esta operación en la secundaria.

Créditos
Los ítems fueron tomados de la prueba aplicadas en las diferentes etapas de la OLCOMEP 2020 y del cuadernillo de apoyo para el estudiante y el profesor de la olimpiada 2018.

Compilación y estrategias de solución de los cuadernillos realizadas por:

Hermes Mena Picado
Asesor Nacional de Matemática.
Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Dirección de Desarrollo Curricular

Revisores de los cuadernillos

Mónica Mora Badilla
Profesora de Matemática Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica (UCR).

Alejandra Sánchez Ávila
Encargada de la Cátedra de Didáctica de la Matemática, Universidad Estatal a Distancia (UNED).

Carlos Alfaro Rivera
Profesor de Matemática Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica (UCR).

Ministerio de
Educación Pública

UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

UNED

Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular

Olimpiada Nacional
de Matemática en Primaria