Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Asesoría Nacional de Matemática

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria - OLCOMEP

2º | CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE

SEGUNDO AÑO | 2022

PRESENTACIÓN

Es fundamental que nuestro sistema educativo fomente en la sociedad costarricense, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo matemático, científico y tecnológico, a efecto de formar personas críticas y analíticas, habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

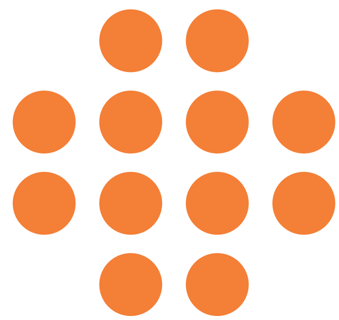
La enseñanza de la Matemática ocupa un papel clave en el currículo escolar y persigue el desarrollo de un proceso intelectual en los estudiantes. La Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria **OLCOMEP**, tiene como finalidad estimular y desarrollar entre los niños y niñas sus capacidades de resolución de problemas matemáticos, por medio de una competencia de conocimiento sana entre estudiantes de los seis años escolares de la Educación General Básica diurna de todas las direcciones regionales educativas del país.

El presente cuadernillo pretende ser un insumo de apoyo para el docente y practica para el estudiante. El mismo busca orientar a los y las participantes de la **OLCOMEP**, por medio de la presentación de problemas recopilados de las pruebas aplicadas en ediciones anteriores de la misma olimpiada. Su contenido pretende dar pautas sobre los tipos de problemas a los que se van a enfrentar los y las estudiantes en las diferentes etapas que comprende la **OLCOMEP**, así como sus estrategias de resolución.

Los problemas aquí seleccionados se fundamentan en situaciones matemáticas donde se requiera manifestar las habilidades que caractericen el talento matemático para lograr su resolución, basados en los niveles de complejidad de los problemas descritos en el Programa de Estudio en Matemáticas (MEP, 2012) y por medio de los diferentes contextos que se consideran para la olimpiada.

Comisión Central de OLCOMEP

1. La maestra mostró la siguiente figura formada por puntos.

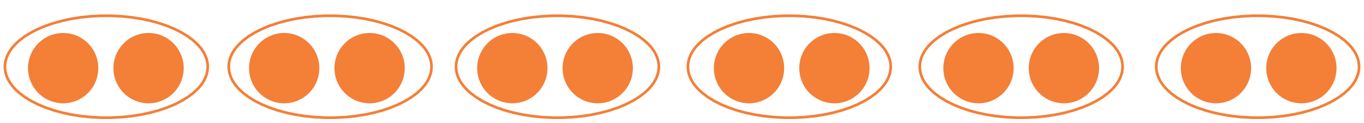


¿De cuántas formas diferentes pueden hacer grupos con igual cantidad de puntos, sin que sobre ninguno?

Solución

Vamos a ir probando diferentes agrupaciones con estos doce círculos

Primero agrupaciones de dos en dos

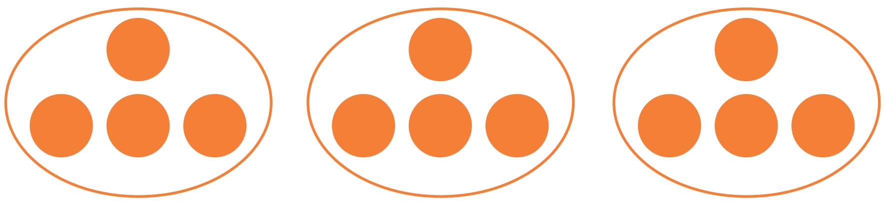


Podemos hacer 6 grupos de dos círculos cada uno y no sobran.

Agrupaciones de tres en tres

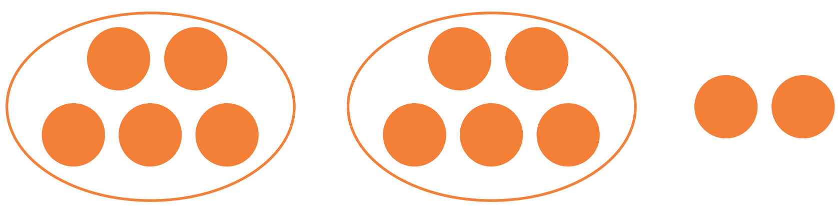
En grupitos de tres podemos realizar 4 grupos y no sobra ningún círculo.

Agrupaciones de cuatro en cuatro



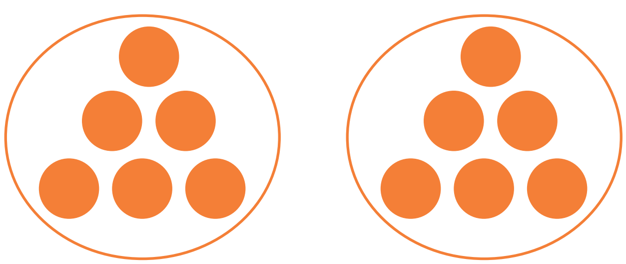
Al agruparlos en cuatro círculos cada uno, conformamos 3 grupos y no sobran elementos

Agrupaciones de cinco en cinco



En grupos con cinco círculos, nos sobran dos elementos. Por lo tanto, no nos funciona

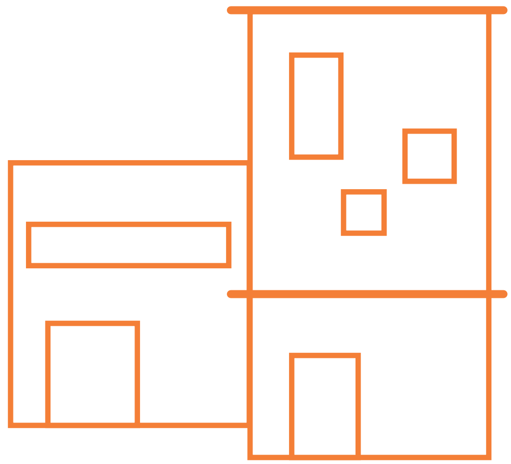
Agrupaciones de seis en seis



Con seis elementos, formamos dos grupos y no sobran

Ya no probamos más agrupaciones, por que no logramos que estás tengan la misma cantidad cada una. Por lo tanto, podemos afirmar que podemos hacer de cuatro formas diferentes grupos con igual cantidad de puntos.

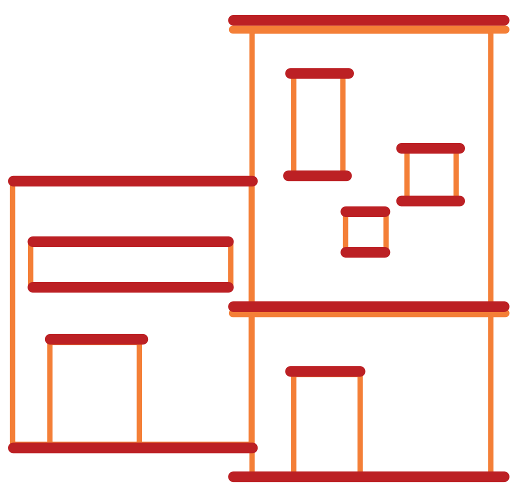
2. Observe el siguiente dibujo



Del dibujo anterior podemos afirmar que
a. Hay más líneas horizontales que verticales.
b. Hay menos líneas horizontales que verticales.
c. Hay igual cantidad de líneas horizontales y verticales.

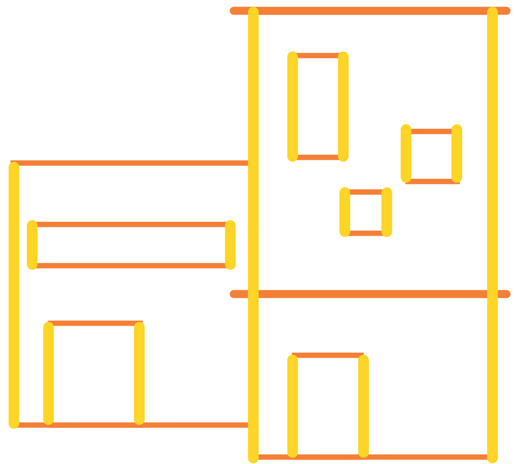
Solución:
Podemos identificar cada una de estas líneas para luego analizar las diferentes opciones de respuesta y así descartar las falsas

Resaltaremos con color rojo las líneas horizontales presentes en el dibujo



Al hacer esto, podemos contar 15 líneas horizontales

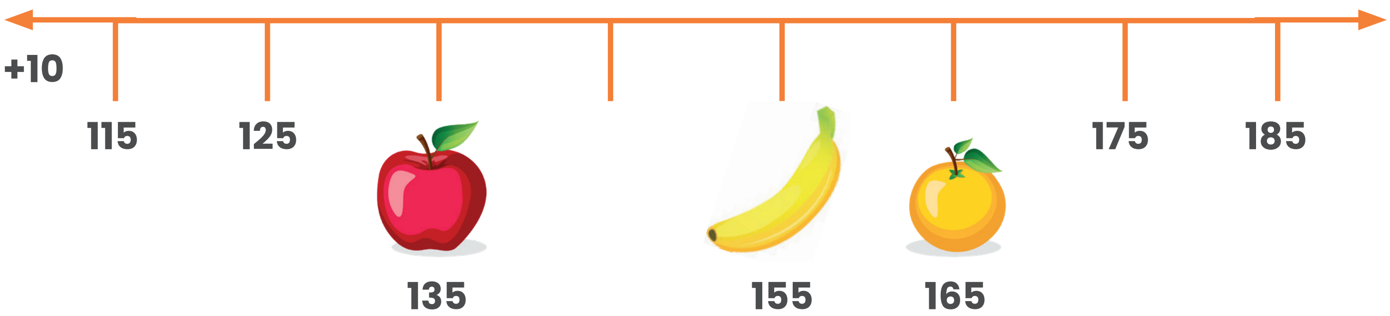
Con color amarillo las líneas verticales presentes en el dibujo



En este caso, podemos contar 15 líneas verticales también

De acuerdo con lo anterior, tenemos igual cantidad de líneas verticales que horizontales.

3. Observe la siguiente recta numérica



De acuerdo con la recta numérica anterior, una afirmación correcta es

a. El valor de  es el antecesor de 175.

b. El valor de  es un número mayor que 135.

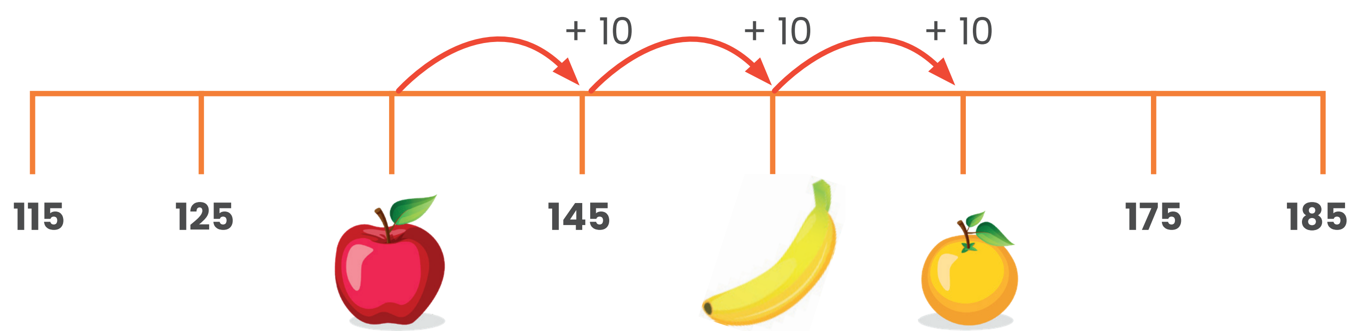
c. El valor de  es un número menor que el valor de 

Solución

Ahora analicemos la información presente en la recta numérica.

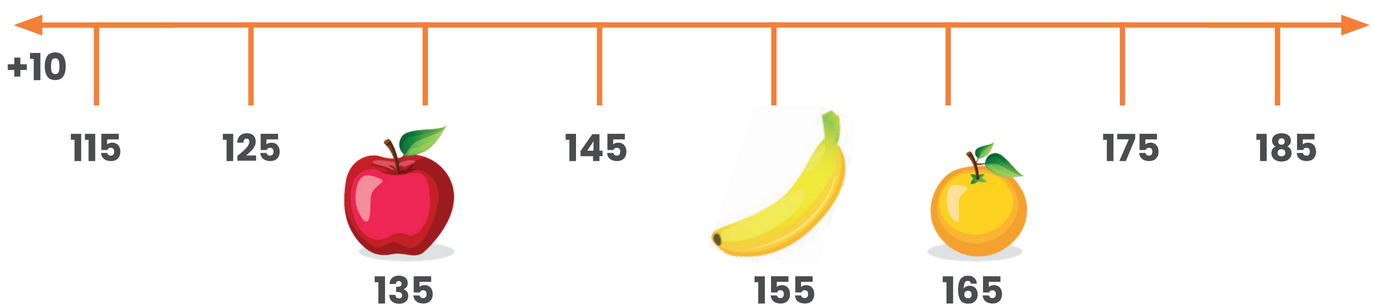
En estos dos casos del 115 al 125 y del 175 al 185 hay 10 números de diferencia, por lo tanto, el valor de la manzana  debe ser 125 + 10 = 135.

Siguiendo el mismo análisis podemos completar los valores numéricos que hacen falta.



El valor del número que no se le asignó ninguna fruta es: 135 + 10 = 145
Para el caso del número que esta representado con un banano sería:  145 + 10 = 155
Y para la naranja  : 155 + 10 = 165

Observa que el número que sigue es 10 unidades mayor, como se había determinado en el análisis anterior.



Ahora, analicemos cada una de las proposiciones, para determinar cual es verdadera

a. El valor de  es el antecesor de 175.

Para este primer caso, analicemos lo siguiente

La naranja no puede ser el antecesor de 175 porque determinamos que su valor era 165.
Y el antecesor de 175 sería 174.

Recuerde que: el antecesor de un número es el número que está justo antes de él y el sucesor es el número que está inmediatamente después de él.

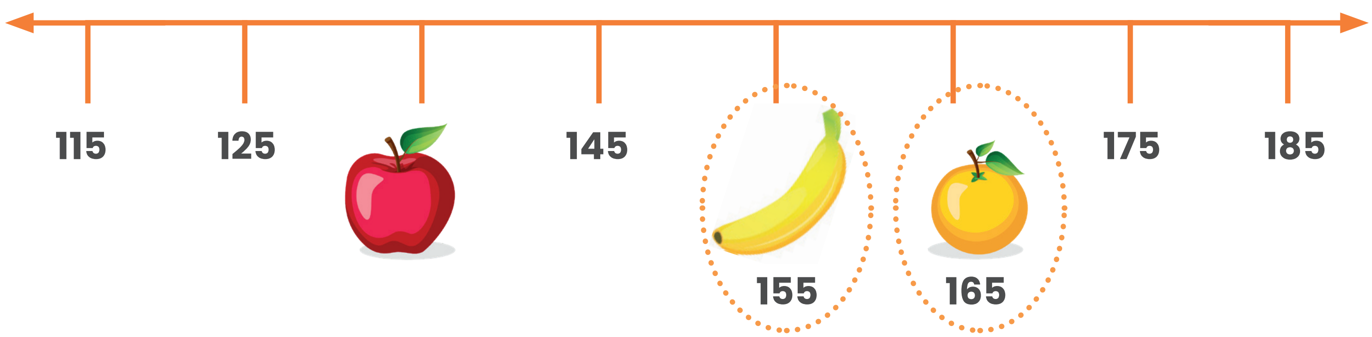
b. El valor de  es un número mayor que 135.

Para este segundo caso, observemos la recta numérica

El valor de la manzana  es equivalente a 135, por lo que la afirmación es falsa

c. El valor de  es un número menor que el valor de 

Para el último caso, volvemos a analizar la recta numérica.



El valor del banano  es de 155 y el de la naranja  de 165.
En efecto el primer valor () es menor que el de la media naranja.

4. Observe la siguiente imagen de personas que hacen fila para usar un cajero automático.

Si las personas que ocupan el sétimo y duodécimo lugar se retiran de la fila, ¿qué posición ocuparía Ana en la fila?

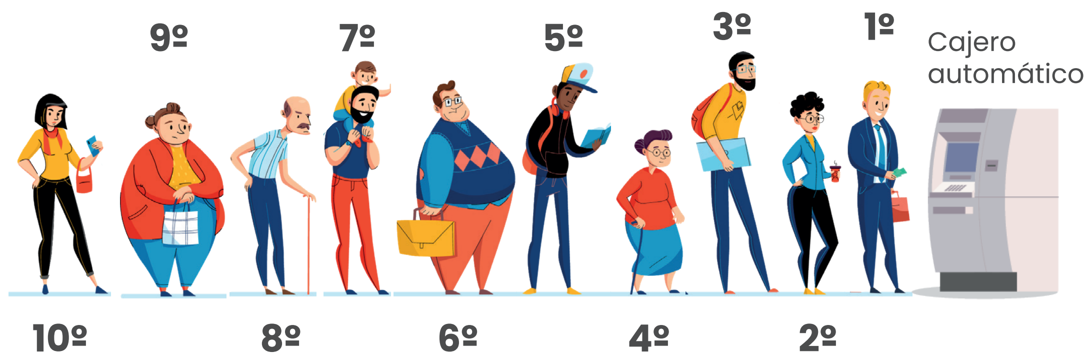
Solución

Ya sabemos quién es Ana, determinemos ¿cuáles personas ocupan la sétima y duodécima posición?

Ya sabemos que la muchacha con el bebé en el coche se localiza en la sétima posición y en la duodécima el último de la fila, (por lo que no afecta a Ana si se retira de la fila).

Por lo tanto, para contestar la pregunta **¿qué posición ocuparía Ana en la fila?** Solo nos afecta si quitamos la muchacha de la sétima posición.

Veamos como quedaría la fila sin estas dos personas y la posición que ocuparía Ana.



Si estas dos personas se retiran, la posición de Ana sería la décima.

5. Tres niñas tienen la cantidad de monedas que se describe en la siguiente tabla:

	Cantidad de monedas de ₡ 25	**Cantidad de monedas de ₡ 10**	**Cantidad de monedas de ₡ 50**	**Cantidad de monedas de ₡ 100**
Daniela	2	3	1	1
Gilliam	3	5	2	0
Nahomi	5	1	0	1

¿Cuál de las tres niñas tiene más cantidad de dinero?

Solución

Calculemos la cantidad de dinero de cada una de ellas.

Comencemos por Daniela

Cantidad de monedas de ₡ 25	**Cantidad de monedas de ₡ 10**	**Cantidad de monedas de ₡ 50**	**Cantidad de monedas de ₡ 100**
2	3	1	1
			
₡ 50	**₡ 30**	**₡ 50**	**₡ 100**

Sumamos el dinero que tiene Daniela.

$$\begin{array}{r} 50 \\ 30 \\ 50 \\ +\ 100 \\ \hline 230 \end{array}$$

Daniela tiene ₡ 230.

Gilliam

Cantidad de monedas de ₡ 25	Cantidad de monedas de ₡ 10	Cantidad de monedas de ₡ 50	Cantidad de monedas de ₡ 100
3	5	2	0
			

₡ 75	**₡ 50**	**₡ 100**	**₡ 0**

Sumamos el dinero que tiene Gilliam.

$$\begin{array}{r} 75 \\ 50 \\ +\ 100 \\ \hline 225 \end{array}$$

Gilliam tiene ₡ 225.

Nahomi

Cantidad de monedas de ₡ 25	Cantidad de monedas de ₡ 10	Cantidad de monedas de ₡ 50	Cantidad de monedas de ₡ 100
5	1	0	1
			
₡ 125	**₡ 10**	**₡ 0**	**₡ 100**

Sumamos el dinero que tiene Nahomi.

$$\begin{array}{r} 125 \\ 10 \\ +\ 100 \\ \hline 235 \end{array}$$

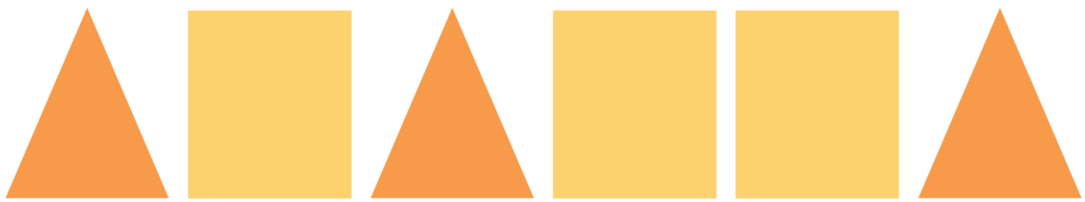
Nahomi tiene ₡ 235.

Resumiendo lo anterior en la siguiente tabla, tenemos:

	Cantidad de dinero de cada niña en colones
Daniela	230
Gilliam	225
Nahomi	235

De acuerdo con lo resuelto Nahomi es quien tiene más dinero y esto equivale a ₡ 235.

6. Rosa está construyendo una fila de triángulos y cuadriláteros, siguiendo el patrón que se observa a continuación; en el cual la cantidad de cuadriláteros va en aumento.



Si construyó una fila de 15 figuras, ¿cuántos triángulos utilizó?

Solución

Observe el patrón y determinemos que sucede en él, recuerde que la cantidad de cuadriláteros va aumentando.

Al continuar la sucesión anterior y llevarla hasta el término 15, vemos que los cuadriláteros utilizados fueron 10 y los triángulos 5.

7. Roger es un maquinista de tren y en esta ocasión transportará piñas.

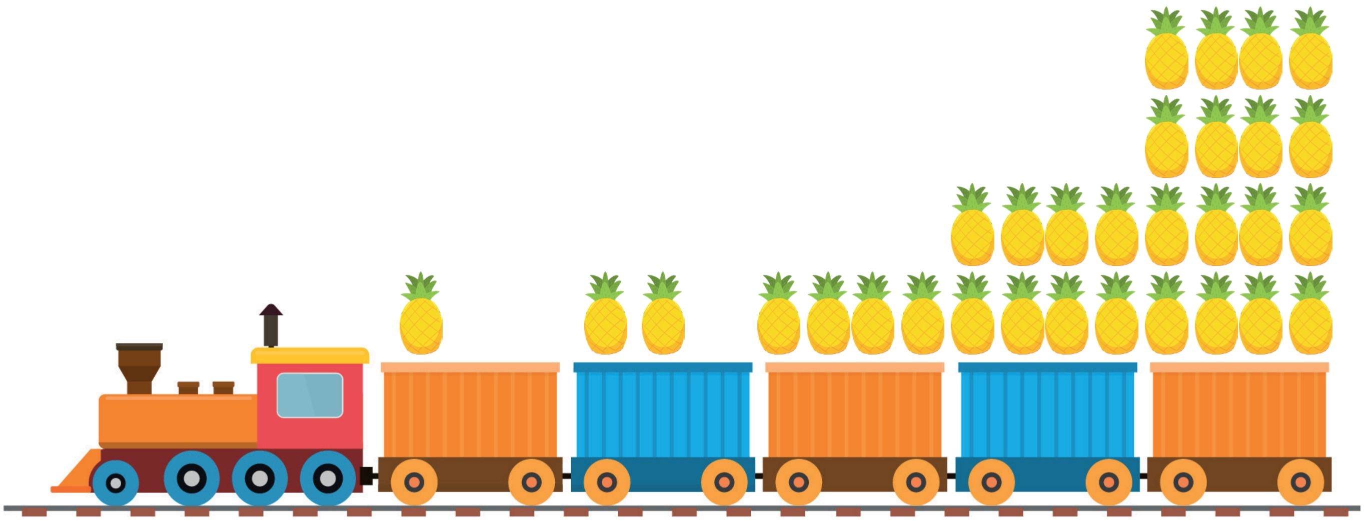
En cada vagón transporta el doble de piñas del vagón anterior. Si en el primer vagón transporta una piña. ¿Cuántas piñas en total transporta en los 5 vagones?

Recuerde que:
- Para determinar el **doble de un número** debemos sumar ese número con si mismo (o multiplicarlo por 2).
- Para saber **la mitad de un número** debemos repartirlo en dos partes iguales.
- La **mitad y el doble de un número** se encuentran directamente relacionados.

Vamos identificando el patrón que se indica en el problema "En cada vagón transporta el doble de piñas del vagón anterior".

Solución

Iniciamos con una piña en el primer vagón y de ahí va aumentando el doble cada uno de los siguientes vagones.



Al continuar con el patrón que se indica en el problema, en el quinto vagón Roger tendría 16 piñas.

Para contestar la pregunta: ¿Cuántas piñas en total transporta en los 5 vagones? Debemos sumar las piñas de todos los vagones:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 8 \\ +\ 16 \\ \hline 31 \end{array}$$

Por ello, Roger transporta un total de 31 piñas en los 5 vagones.

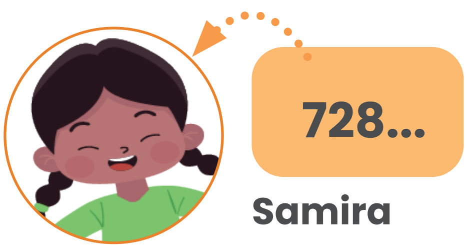
8. Dos niñas juegan a contar, Samira lo hace de 10 en 10 y Laura de 100 en 100. Ambas van a contar hasta el número 828. Samira inicia el conteo a partir de 728 y Laura a partir de 228.

Samira

Laura

¿Cuántos números más menciona en el conteo Samira que Laura?

Solución
Realicemos el conteo de cada una de ellas



Samira

Samira comienza en 728 contando de 10 en 10 hasta llegar a 828

728 – 738 – 748 – 758 – 768 – 778 – 788 – 798 – 808 – 818 – 828
Samira mencionó 10 números, recuerde sin considerar el 728.

Laura

Laura comienza en 228 contando de 100 en 100 hasta llegar a 828

228 – 328 – 428 – 528 – 628 – 728 – 828
Samira mencionó 6 números, sin considerar el 228.

Samira mencionó 10 números.

Laura mencionó 6 números.

Samira mencionó 4 números más que Laura.

Recuerde que también se podría considerar que, si Samira comienza en 728 contando hasta llegar 828 de 10 en 10, va tener 100 números y al mencionarlos de 10 en 10, menciona 10 números.

Por otro lado, Laura comienza en 228 contando de 100 en 100 hasta llegar a 828. Del 200 al 800 hay 6 números.

9. La maestra escribió en la pizarra la siguiente comparación de números y tapó uno de los dígitos.

¿Cuál valor puede tomar el dígito tapado para que la relación sea verdadera?

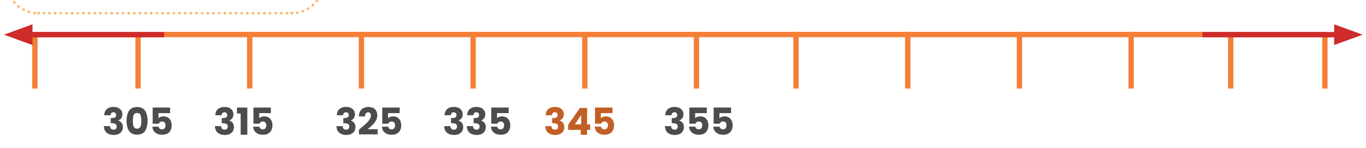
Recuerde que el símbolo utilizado en la relación anterior "<" indica que el número 3□5 es menor que el número 345. Por tal razón, debemos valorar todas aquellas combinaciones que podemos realizar y permitan que esta relación siga siendo verdadera.

Solución

Vamos probando con los números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Hasta descartar a partir de cuál o cuáles relaciones dejan de ser verdaderas.

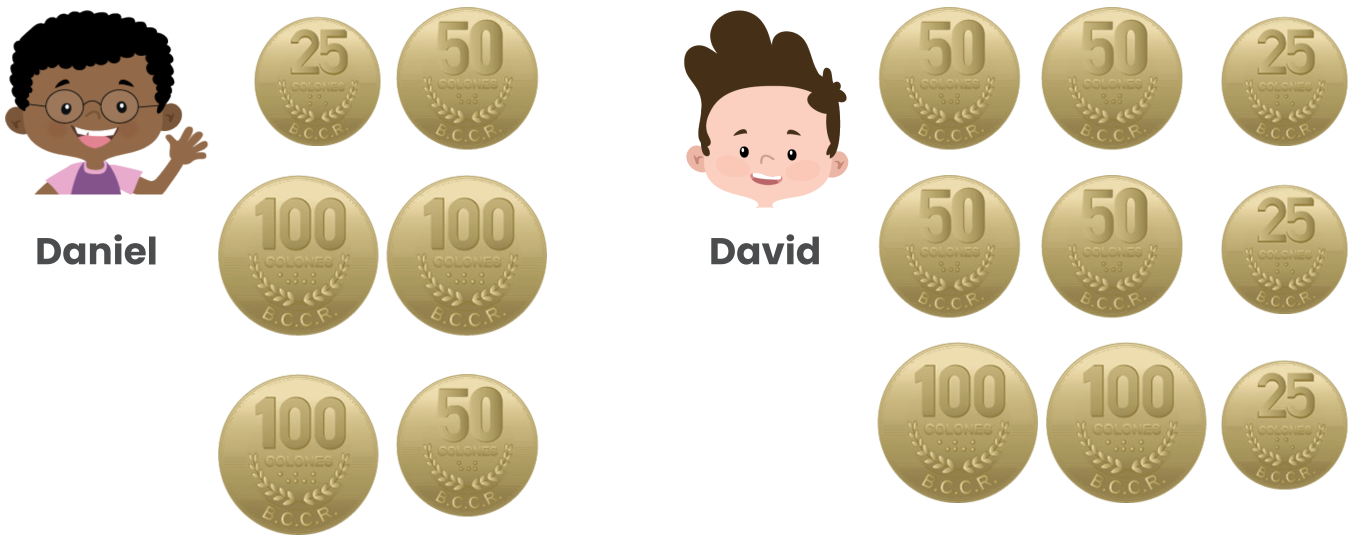
305	335
315	345
325	355

Dejamos de probar, porque al utilizar el 5 el valor que aparece es mayor que el 345, observemos la siguiente recta numérica.



Como se observa en la recta numérica, al utilizar el 0, 1, 2, 3, como uno de los dígitos que tapo la maestra, el número resultante es menor que 345, y si utilizamos otro número diferente de los anteriores, la relación no sería verdadera.

10. Observe la siguiente imagen donde aparece la cantidad de dinero que ahorraron dos hermanos, Daniel y David, durante la semana.



La meta de cada uno es ahorrar ₡ 500. ¿Cuánto dinero le falta al niño que tiene menos ahorrado?

Solución

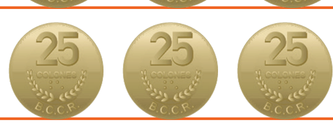
Determinemos cuánto dinero ahorró cada uno de ellos, comencemos por Daniel.

Dinero que ahorra Daniel por tipo de monedas	Cantidad en dinero en colones
	300
	100
	25
Total de dinero ahorrado	425

$$\begin{array}{r} 300 \\ 100 \\ +25 \\ \hline 425 \end{array}$$

Daniel ahorro ₡ 425.

Determinemos cuánto dinero ahorró David.

Dinero que ahorra Daniel por tipo de monedas	Cantidad en dinero en colones
	300
	100
	25
Total de dinero ahorrado	425

$$\begin{array}{r} 200 \\ 200 \\ +75 \\ \hline 475 \end{array}$$

David ahorro ₡ 475.

Daniel

Daniel ahorró ₡ 425.

Dinero que le faltan para llegar a la meta:

$$\begin{array}{r} 500 \\ -425 \\ \hline 75 \end{array}$$

David

David ahorró ₡ 475.

Dinero que le faltan para llegar a la meta:

$$\begin{array}{r} 500 \\ -475 \\ \hline 25 \end{array}$$

El que menos dinero logró ahorrar fue Daniel, dispone de ₡ 425, a quien le hacen falta ₡ 75 para lograr ahorrar los ₡ 500 que se propuso.

11. En una tabla con números del 1 al 100, tres estudiantes pintaron números siguiendo un patrón, como se observa en la siguiente imagen.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Johanna

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Josué

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Juan

¿Cuántos números iguales pintaron?

Solución

De acuerdo con el patrón seguido por cada estudiante completemos las tablas:

Veamos el patrón que utilizó Johana

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Ella va contando de 3 en 3, por lo que podemos realizar ese mismo conteo y completar la tabla.

Pero también puedes observar la curiosidad que al seguir contando de tres en tres se van rellenando los cuadros en forma de diagonal.

Patrón que utilizó Josué

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

El marcó los números de cinco en cinco a partir del 5, que también se observa otra particularidad, que son todos los números que aparecen bajo el 5 y 10 en la tabla.

Patrón que utilizó Juan

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Juan marcó los números de 10 en 10, comenzando por el 10. Sucede lo mismo que en el caso anterior.

Veamos las tres tablas juntas para determinar cuántos números iguales marcaron

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Johanna

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Josué

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Juan

Sobre la tabla de Johana resaltaremos los que marcaron Josué y Juan para visualizar mejor en cuales coinciden.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Solo en la última columna coinciden los tres, y específicamente en los números 30, 60 y 90.

12. En un supermercado ofrecen 3 tipos de bolsas de confites de coco, como se observa en la imagen.

Bolsa A: 32 confites **Bolsa B**: 40 confites **Bolsa C**: 35 confites

Doña Emilce quiere comprar una bolsa que le permita reagrupar los confites:
• De 4 en 4 sin que sobre ninguno.
• De 5 en 5 sin que sobre ninguno.
• De 10 en 10 sin que sobre ninguno.

¿Cuál de las tres bolsas debe comprar?

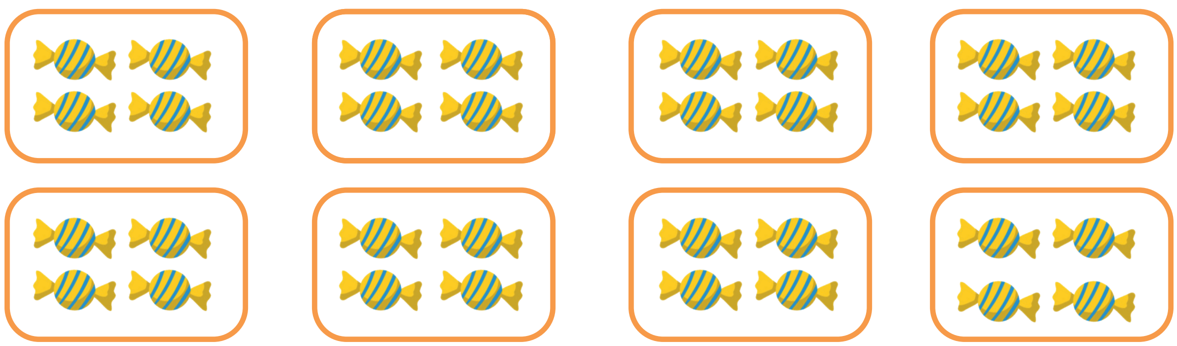
Solución
Consideremos la cantidad de confites de cada bolsa

Bolsa A
32 confites

Intentemos agruparlos como quiere doña Emilce:

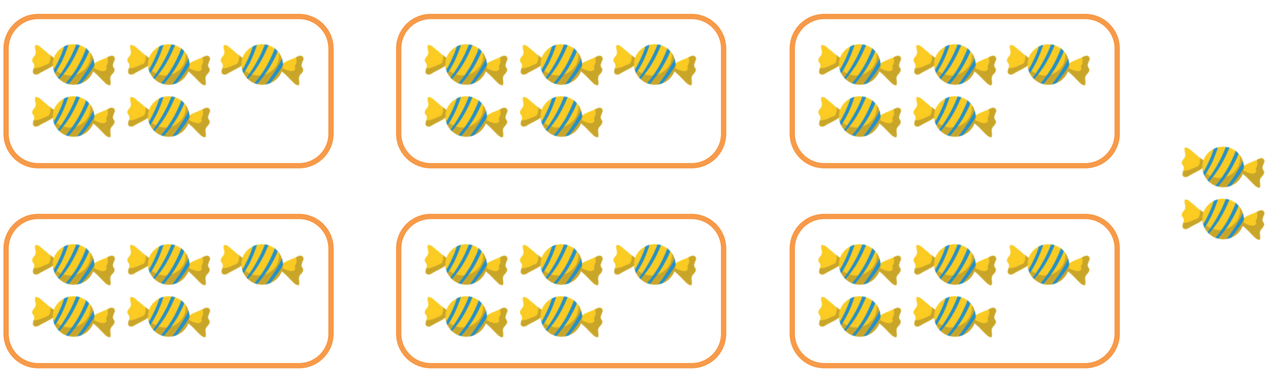
- De 4 en 4 sin que sobre ninguno.
- De 5 en 5 sin que sobre ninguno.
- De 10 en 10 sin que sobre ninguno.

Grupos de 4



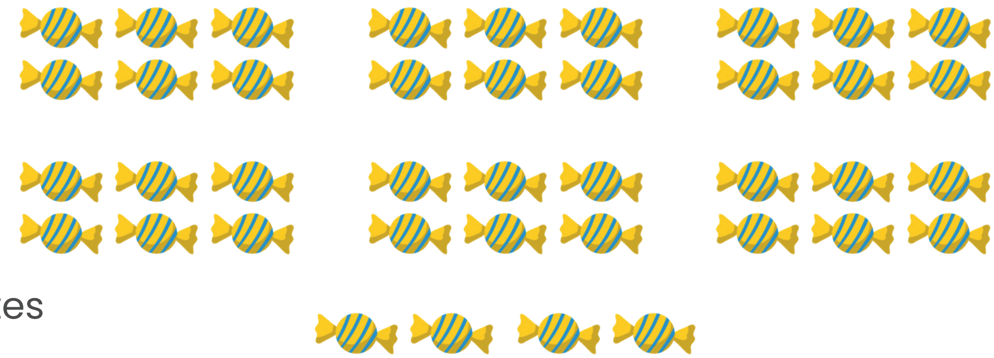
Conformamos 8 grupos con 4 confites cada uno, sin que sobren.

Grupos de 5



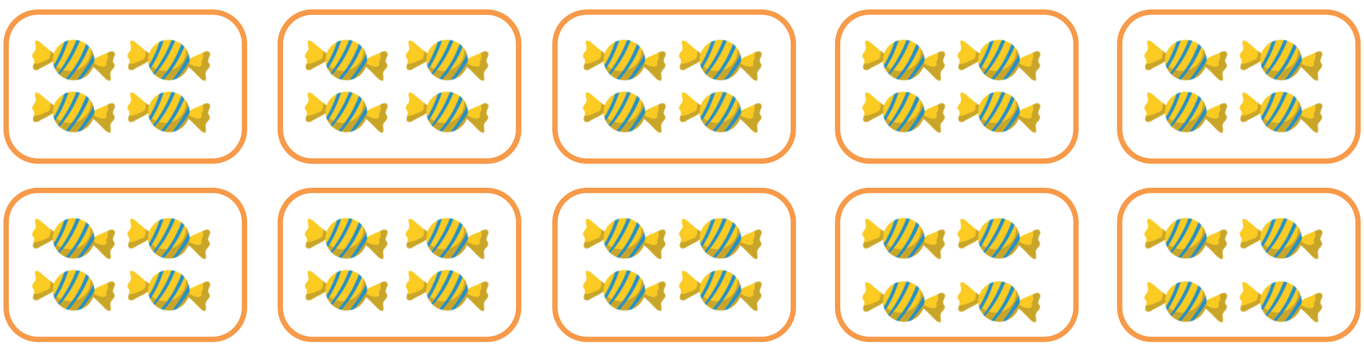
Conformamos 6 grupos con 5 confites cada uno, pero nos sobran dos. Por lo que esta bolsa no nos funciona.

Bolsa B 40 confites



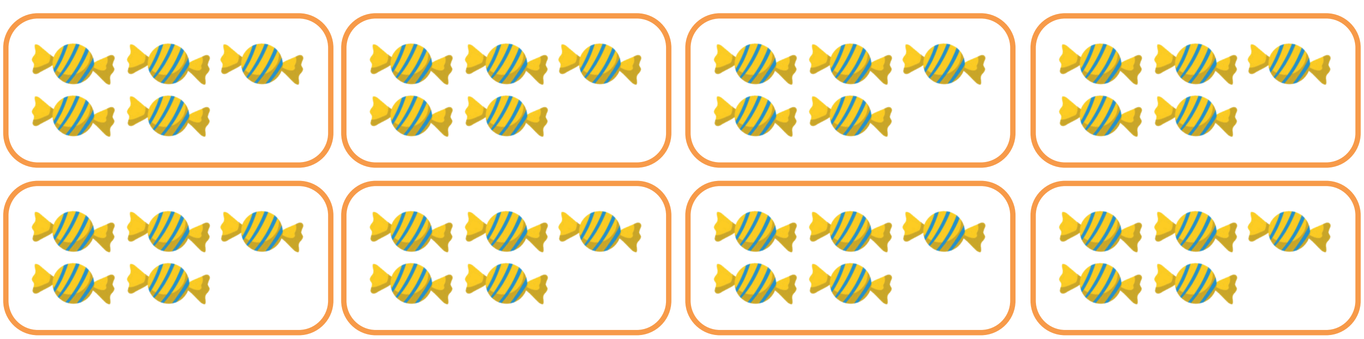
Intentemos agruparlos como quiere doña Emilce:

Grupos de 4



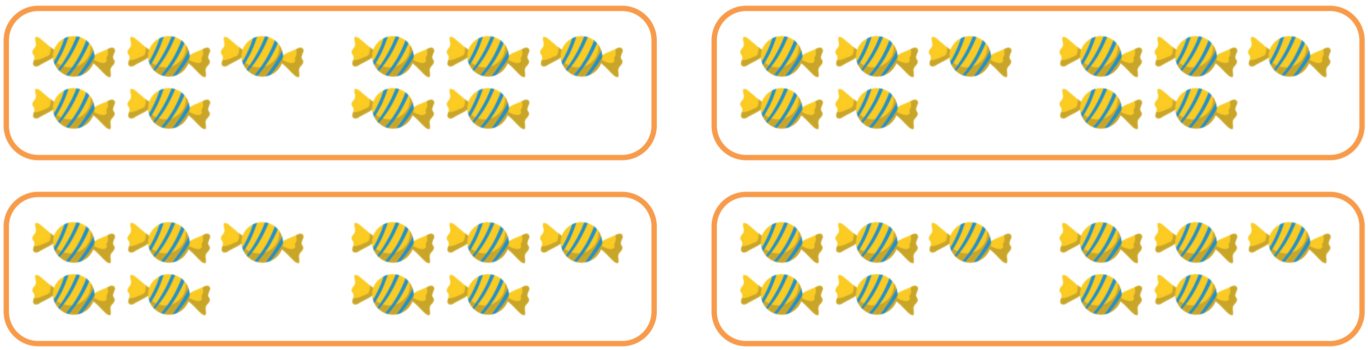
Conformamos 10 grupos con 4 confites cada uno, sin que sobren.

Grupos de 5



Conformamos 8 grupos con 5 confites cada uno, sin que sobren.

Grupos de 10

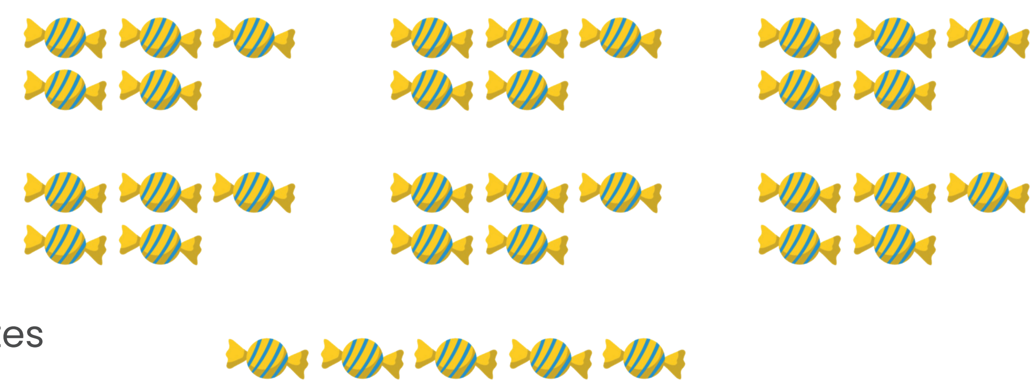


Conformamos 4 grupos con 10 confites cada uno, sin que sobren.

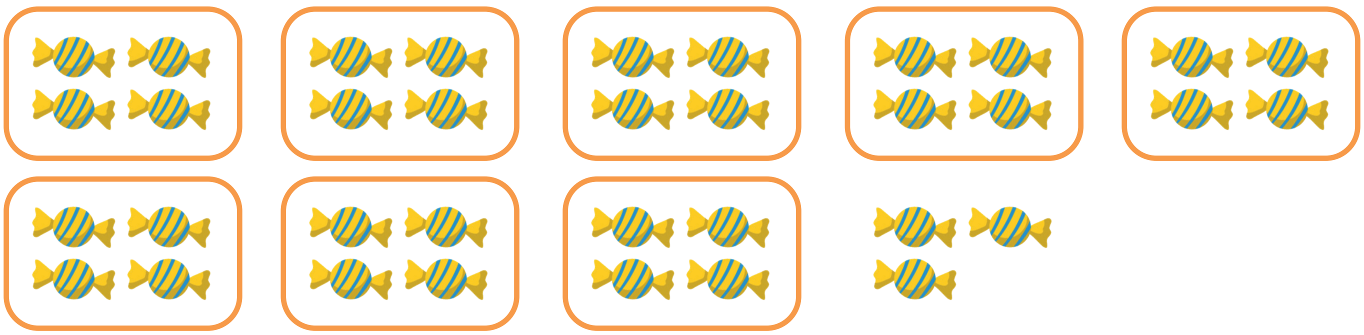
Esta es la bolsa que le funciona a doña Emilce para agrupar los confites de la manera que ella desea.

Podemos probar la bolsa C para ver si cumple con las condiciones anteriores también.

Bolsa C 35 confites



Grupos de 4



Conformamos 8 grupos con 4 confites cada uno, pero nos sobran tres confites, por lo que esta bolsa no funciona.

13. Andrea tenía cuatro cartas con dígitos diferentes como se observa en la imagen. Con ellas formó el mayor número de 3 dígitos y el menor número de 3 dígitos y luego los restó.

¿Cuál es el resultado de la resta realizada?

2 1 7 6

Solución
De las cuatro cartas identifiquemos las que permiten formar el número más grande.

Las cartas más altas son las siguientes:

7 6 2

Acomodadas en ese orden permiten formar el mayor número posible.

Contrario al caso anterior, las cartas:

1 2 6

Acomodadas en ese orden permiten formar el menor número posible.

Restemos los números para poder dar respuesta a la pregunta del problema.

$$\begin{array}{r} 7\ 6\ 2 \\ -\ 1\ 2\ 6 \\ \hline 6\ 3\ 6 \end{array}$$

El resultado de restar al número mayor el menor que se pueden formar con tres de esas tarjetas es 636.

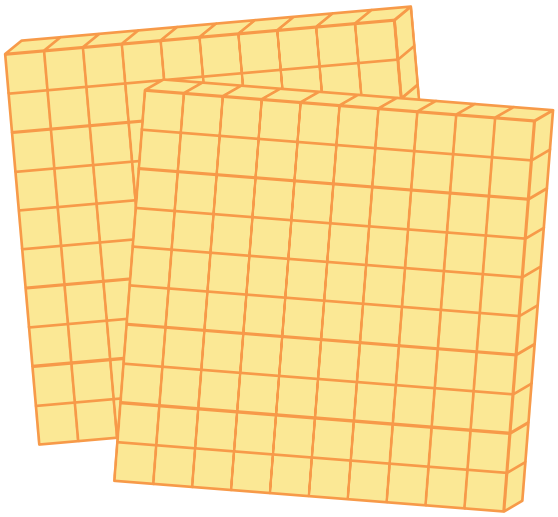
14. Para practicar matemáticas, un niño formó tres números:
• Uno con 13 decenas y 2 centenas.
• Otro con 23 unidades y 32 decenas.
• Otro con 91 unidades y 3 centenas.

¿Cuál fue el mayor número que formó el niño?

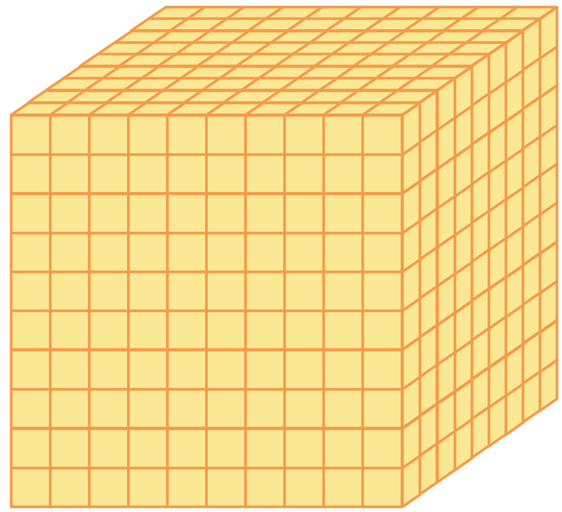
Solución
Conformemos cada uno de los tres números según las especificaciones que se brindan y utilicemos los Bloques Multibase para ello.

Recuerde que... En los Bloques Multibase, los cubos tienen un valor de 1 unidad, la regleta se forma por medio de 10 cubos, por lo que cada regleta vale 10 unidades (1 decena). La placa está formada por 10 regletas y su valor equivale a 100 unidades (1 centena), por último, el bloque lo forman 10 placas y su valor es 1000 unidades (1 unidad de millar).

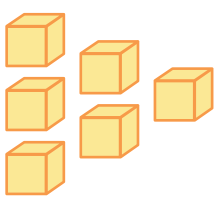
Placas



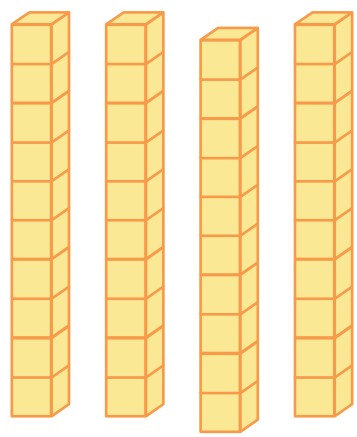
Bloque



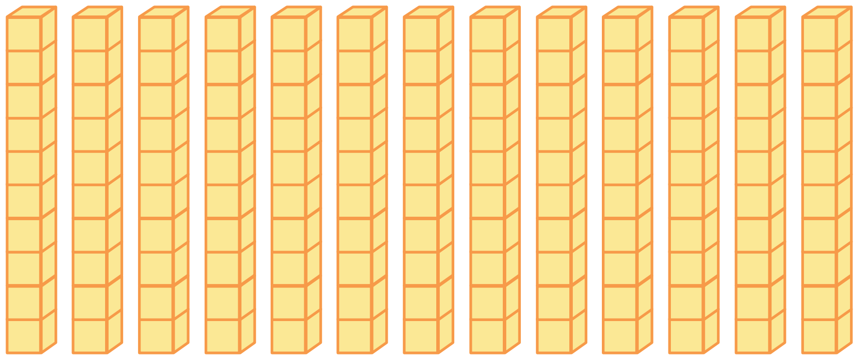
Cubos

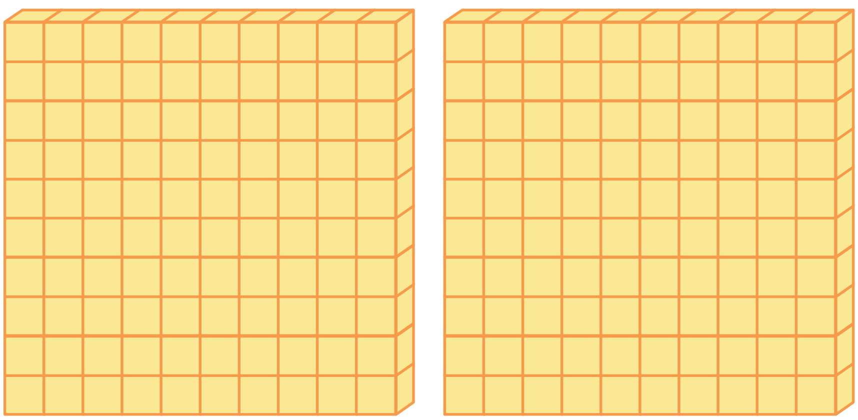


Regletas



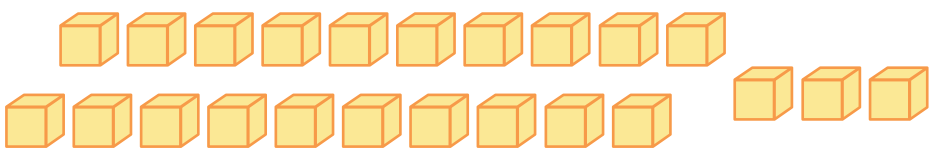
El primer número está formado por “13 decenas y 2 centenas”



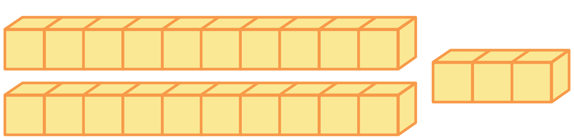


Por lo tanto, 13 decenas equivalen a 130 unidades y 2 centenas a 200 unidades
130 + 200 = 330 unidades

El segundo está formado por “23 unidades y 32 decenas”

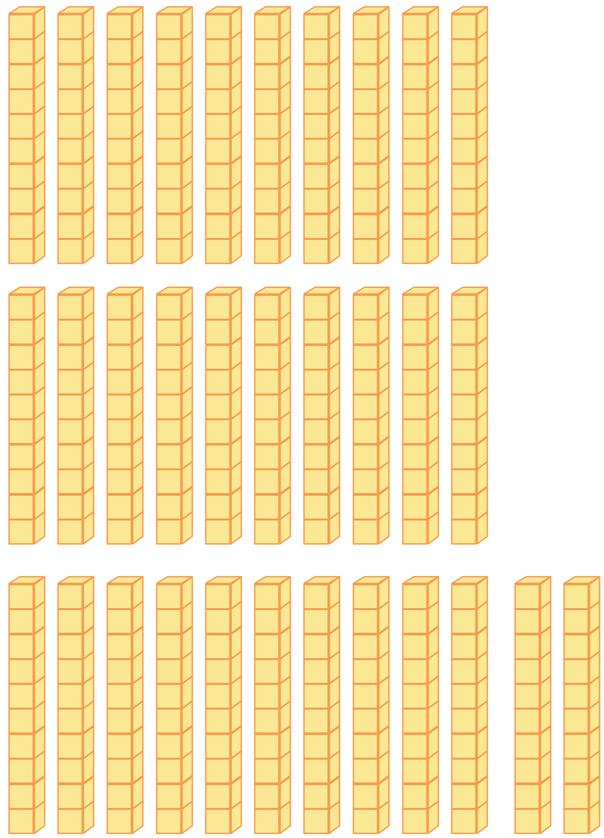


Recuerde que las 23 unidades anteriores equivalen a

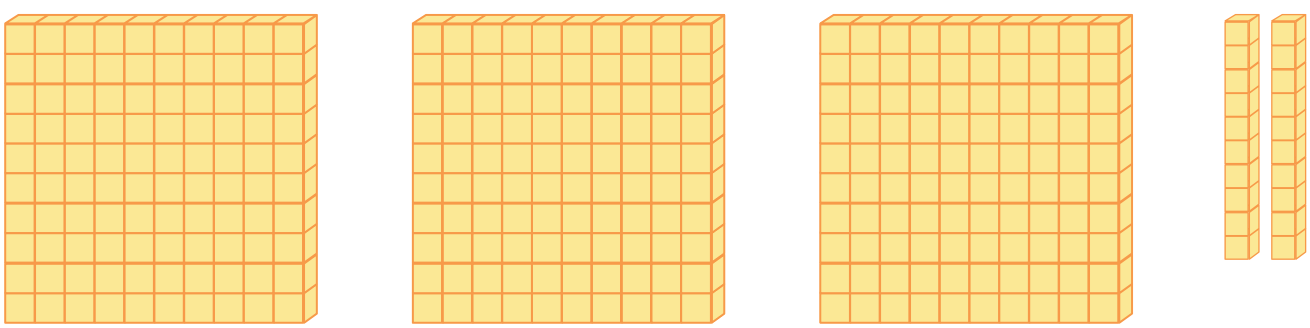


Dos regletas y 3 unidades.

32 decenas



Recuerde que las 32 decenas anteriores equivalen a

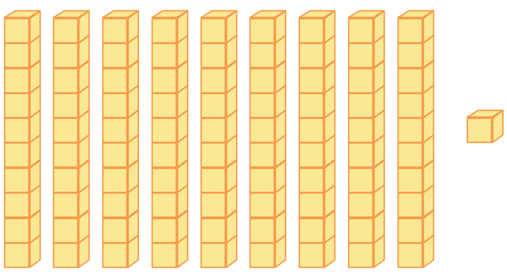


El tercer número está formado por “91 unidades y 3 centenas””

Con lo anterior, las 23 unidades y las 32 decenas (320 unidades) forman el número: 23 + 320 = 343 unidades.

Tres placas y dos regletas, lo que es lo mismo que decir 320 unidades.

91 unidades



3 centenas equivalen a 300 unidades

De acuerdo con esto, 91 unidades y 300 unidades forman el número:

91 + 300 = 391 unidades.

De los tres el mayor número formado fue el 391.

15. Priscila quiere comprar una manzana que cuesta ₡ 390. ¿Cuál es la menor cantidad de monedas que necesita para pagarla sin que le sobre dinero?

Solución

La manzana que quiere comprar Priscila tiene un costo de ₡ 390, esa cantidad puede estar compuesta de las siguientes monedas:

Tres monedas de ₡ 100, equivalen a ₡ 300

Una moneda de ₡ 50.

Una moneda de ₡ 5.

Una moneda de ₡ 25.

Una moneda de ₡ 10.

De acuerdo con lo anterior, la menor cantidad de monedas que requiere Priscila para comprar la manzana es de 7 monedas.

Hay otras posibilidades, pero todas requieren más monedas.

16. ¿En cuál de los siguientes ejemplos de operaciones, el valor del símbolo Ω y $\circledast$ es el mismo número?

Ejemplo 1

$$\begin{array}{cccc} & \Omega & \circledast & 8 \\ + & 3 & \Omega & \circledast \\ \hline & 5 & 8 & 3 \end{array}$$

Ejemplo 2

$$\begin{array}{cccc} & \Omega & \circledast & 7 \\ + & 2 & \Omega & \circledast \\ \hline & 6 & 8 & 0 \end{array}$$

Ejemplo 3

$$\begin{array}{cccc} & \Omega & \circledast & 6 \\ + & 1 & \Omega & \circledast \\ \hline & 7 & 1 & 1 \end{array}$$

Solución

Para los ejemplos anteriores los valores que pueden adquirir los símbolos y que permiten que las operaciones den los resultados establecidos son los siguientes:

Ejemplo 1

$$\begin{array}{cccc} & \Omega & \circledast & 8 \\ + & 3 & \Omega & \circledast \\ \hline & 5 & 8 & 3 \end{array}$$

Ω valor por sustituir en la expresión es 5

$\circledast$ valor por sustituir en la expresión es 2

Recuerda que vamos a ir probando valores que permitan que las expresiones sean correctas.

Sustituimos los valores anteriores y probamos

Ejemplo 1

$$\begin{array}{cccc} & 2 & 5 & {}^{1}8 \\ + & 3 & 2 & 5 \\ \hline & 5 & 8 & 3 \end{array}$$

En este ejemplo los valores de $\circledast$ y Ω son diferentes

Ejemplo 2

$$\begin{array}{r} \Omega \; \circledast \; 7 \\ + \; 2 \; \Omega \; \circledast \\ \hline 6 \; 8 \; 0 \end{array}$$

Ω valor por sustituir en la expresión es 4

⊛ valor por sustituir en la expresión es 3

Sustituimos los valores anteriores y probamos

Ejemplo 2

$$\begin{array}{r} 4 \; 3 \; 7 \\ + \; 2 \; 4 \; 3 \\ \hline 6 \; 8 \; 0 \end{array}$$

En este ejemplo los valores de ⊛ y Ω son diferentes

Ejemplo 3

$$\begin{array}{r} \Omega \; \circledast \; 6 \\ + \; 1 \; \Omega \; \circledast \\ \hline 7 \; 1 \; 1 \end{array}$$

Ω valor por sustituir en la expresión es 5

⊛ valor por sustituir en la expresión es 5

Sustituimos los valores anteriores y probamos

Ejemplo 3

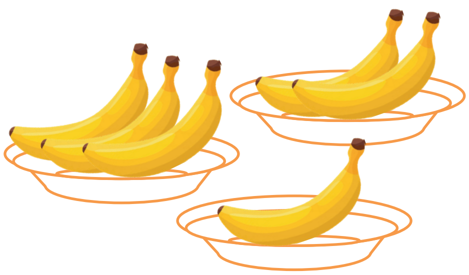
$$\begin{array}{r} 5\,{}^{1}5\,{}^{1}6 \\ + \; 1 \; 5 \; 5 \\ \hline 7 \; 1 \; 1 \end{array}$$

En este ejemplo los símbolos ⊛ y Ω deben tomar el mismo valor para que se cumpla lo establecido en la expresión.

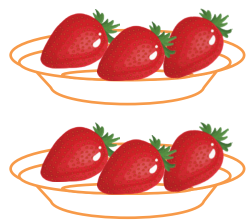
17. Utilizando platos y frutas, 3 niños representaron situaciones que ejemplificaban la multiplicación.

¿Cuál de los tres **NO** mostró un ejemplo correcto?

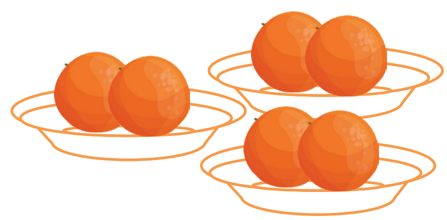
Solución



Ejemplo de Ariel

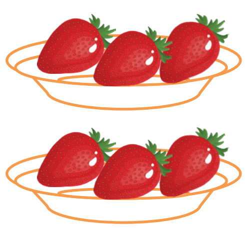


Ejemplo de Gino

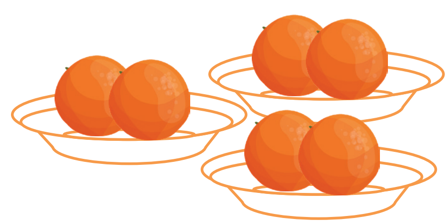


Ejemplo de Susana

Analizando cada caso vemos lo siguiente:



Ejemplo de Gino



Ejemplo de Susana

Tanto Gino como Susana ejemplificaron correctamente la multiplicación.

Gino en sus dos platos colocó la misma cantidad de fresas (tres fresas en cada plato), lo que le permite representar la operación 3 x 2 o 2 x 3.

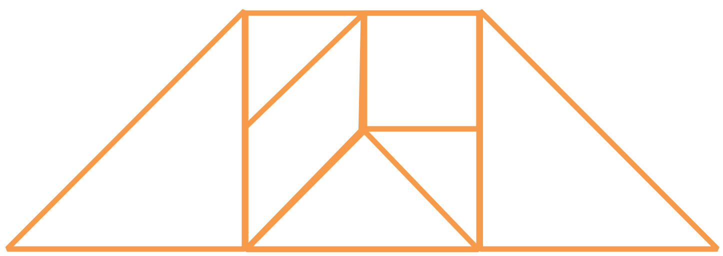
Susana por su parte en sus tres platos representa la misma cantidad de naranjas en 2 naranjas x 3 platos o 3 platos x 2 dos naranjas.

Ejemplo de Ariel

El ejemplo de Ariel no ejemplificó correctamente la multiplicación por que en los tres platos hay cantidades diferentes de bananos, por lo que no corresponde.

18. Andrea recortó igual cantidad de cuadriláteros y triángulos para elaborar una figura. Una vez que lo realizó, pasó su hermano y quitó 3 triángulos y varios cuadriláteros, dejando la figura como se observa en la imagen.

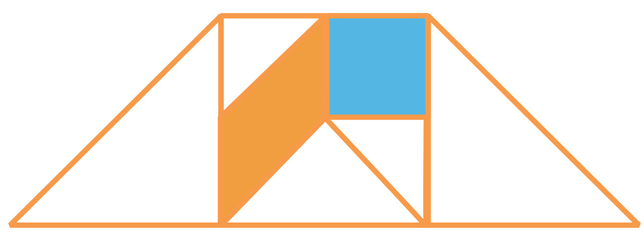
¿Cuántos cuadriláteros quitó el hermano de Andrea?



Solución
Primero determinemos cuantos cuadriláteros y triángulos hay en la imagen anterior, los resaltaremos con diferentes colores.

Triángulos

Cuadriláteros



Después de que el hermano de Andrea quitó 3 triángulos quedaron 5, por lo que inicialmente la figura que elaboró Andrea tenía 8 triángulos.

En la figura final tiene 2 cuadriláteros, pero como se indica “recortó igual cantidad de cuadriláteros y triángulos” debía tener 8 al inicio, y el hermano de Andrea quitó **6 cuadriláteros**.

19. Tres niños compraron cada uno un chocolate que costaba ₡ 275.
- Samira lo pago con solo monedas de ₡ 100.
- Johan pagó con una moneda de ₡ 500.
- Roy pagó con monedas de ₡ 25.

¿Cuál de los tres niños recibió mayor cantidad de vuelto?

Solución

Analizaremos el dinero pagado y el vuelto que recibió cada niño

"Samira lo pago con solo monedas de ₡ 100"

Pagó con ₡ 300, por lo tanto, el vuelto que recibió Samira fue de:

$$\begin{array}{r} 300 \\ -\ 275 \\ \hline 25 \end{array}\ \text{colones}$$

"Johan pagó con una moneda de ₡ 500"

Pagó ₡ 500, por lo tanto, el vuelto que recibió Johan fue de:

$$\begin{array}{r} 500 \\ -\ 275 \\ \hline 225 \end{array} \text{ colones}$$

"Roy pagó con monedas de ₡ 25"

Roy pagó los ₡ 275, con solo monedas ₡ 25, por lo tanto, ocupo 11 monedas, pagó exacto y no le dieron vuelto.

Según lo anterior, Johan que recibió ₡ 225, fue a quien más dinero le dieron de vuelto.

20. En una competencia de ciclismo, Daniela llega a la meta a las 10:25 a.m., Randall llega 30 minutos después de Daniela y Ari llega 45 minutos después de Randall. ¿A qué hora llegó Ari a la meta?

Analicemos lo que se indica en el problema.

Solución

Primero "Daniela llega a la meta a las 10:25 a.m."

La hora en que llegó Daniela puede ser el punto de inicio para resolver el problema, la cual la ubicaremos el reloj.

A partir de este dato, continuaremos determinando lo que se solicita en el problema.

El segundo dato que podemos utilizar es "Randall llega 30 minutos después de Daniela" en el reloj anterior continuaremos esos 30 minutos.

Según lo anterior, Randall llegó a las 10:55 a.m.

Por último, en el problema se indica que “Ari llega 45 minutos después de Randall”, por lo que al dato anterior le agregamos este tiempo.

De esta manera se puede afirmar que Ari llegó a las 11:40 a.m.

21. Usando figuras geométricas Adrián empezó a construir una fila de figuras siguiendo el patrón que se observa en la imagen.

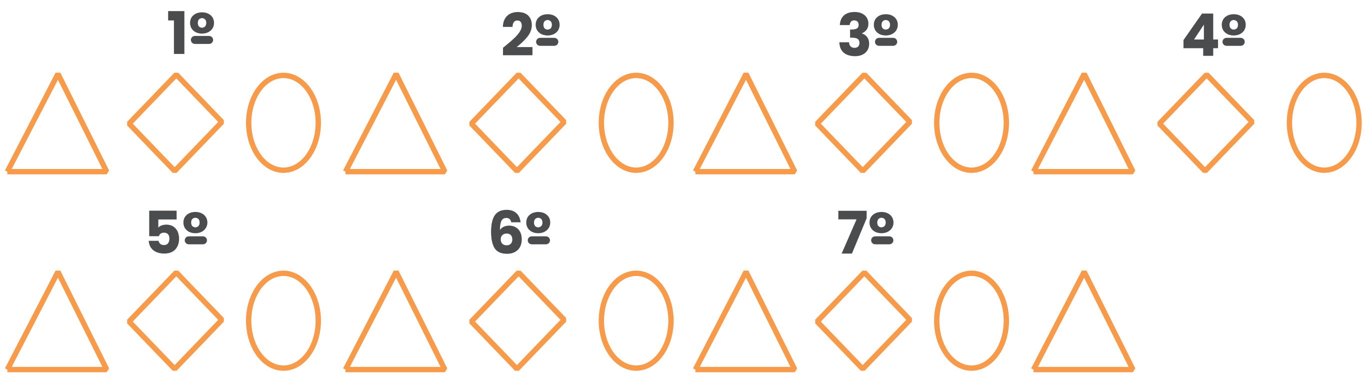
Adrián quería hacer la fila lo más larga posible, pero se dio cuenta que, aunque tenía muchas de las otras figuras, solo tenía 7 cuadriláteros.

¿Cuál fue la mayor cantidad de figuras que Adrián pudo colocar en la fila?

Solución
Podemos continuar con la fila siguiendo el patrón que estableció Adrián.

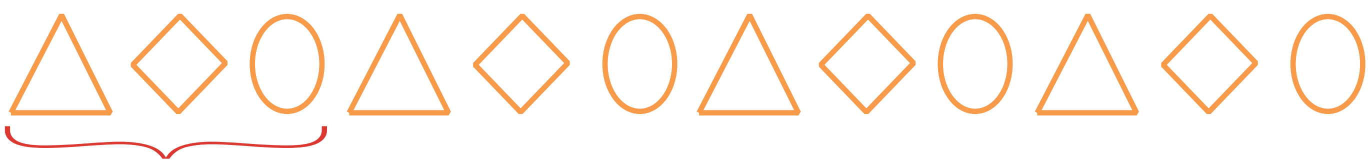
En este caso son tres figuras las se utilizan y se alternan de la siguiente manera: triángulo, figura de cuatro lados y figura ovalada.

Armaremos la fila e iremos contando los cuadriláteros que se coloquen, porque solo contamos con 7.



Si contamos las figuras utilizadas para formar la fila anterior, tenemos 22 figuras.

Sin embargo, podemos valorar resolverlo de otra manera:



Cada tres términos, volvemos a iniciar el patrón, y como se disponen de solo 7 cuadriláteros podemos sumar 7 veces esos tres términos:
$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 21$

Esto da como resultado 21 términos, además podemos agregar un triángulo más, por lo que debemos sumar un término más. $21 + 1 = 22$

De acuerdo con lo que se indica en el problema, Adrián utilizó 22 figuras.

La figura de cuatro lados que estamos utilizando se llama Rombo.

Y la figura curva corresponde a un óvalo.

22. Don Numérico juega con su caja mágica. En cada juego introduce un número de 3 dígitos y sale otro, también de 3 dígitos, pero con algunos cambios como se observa en las imágenes.

¿Cuál número saldrá si don Numérico introduce en la caja el número 370?

Juego 1
Introduce 228

Sale 382

Juego 2
Introduce 546

Sale 664

Juego 3
Introduce 117

Sale 271

Solución
Primero debemos determinar los cambios con los que sale ese número.

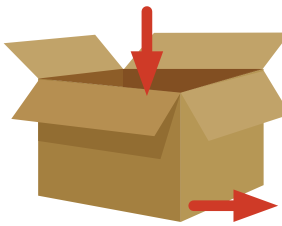
Juego 1
Introduce 228

Sale 382

Analicemos el Juego 1:
El número que se introduce es el 228 y sale el 382.
En el caso del 3**82** los dos últimos dígitos (las unidades y las decenas) se encuentran invertidos en relación con los dos últimos dígitos de 2**28** y además

Al dígito de las centenas se le suma 1

Juego 2
Introduce 546



Sale 664

Juego 2:
En este caso sucede algo similar, el número que se introduce es el 546 y sale el 664.
En el número 6**64** los dos últimos dígitos (las unidades y las decenas) se encuentran invertidos en relación con los dos últimos dígitos de 5**46**.

Al dígito de las centenas se le suma 1

Juego 3
Introduce 117

Sale 271

Lo mismo sucede con el "Juego 3"
En el número 2**71** los dos últimos dígitos (las unidades y las decenas) se encuentran invertidos en relación con los dos últimos dígitos de 1**17**.

Al dígito de las centenas se le suma 1

De acuerdo con lo anterior, a la pregunta "¿Cuál número saldrá si don Numérico introduce en la caja el número 370?" le damos respuesta si aplicamos lo detectado:

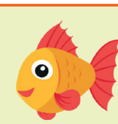
• Al número 370, le invertimos los últimos dos dígitos (las unidades y decenas), por lo que iría quedando 3**07**.
• Pero al dígito de las centenas debemos sumarle 1, por lo que el número que saldría es 407.

23. De acuerdo con la información del cuadro donde se muestra la mascota preferida de los estudiantes de la sección 3 – 1, si un estudiante cambia la preferencia de la tortuga por el pez, ¿cuál pareja de animales tendrá igual preferencia como el pez y la tortuga?

	 **Perro**	 **Gato**	 **Pez**	 **Tortuga**	 **Erizo**
Niños	2	2	2	2	1
Niñas	3	2	1	1	1

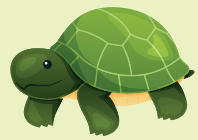
Solución
Para resolverlo debemos modificar la tabla tal y como se indica en el problema" si un estudiante cambia la preferencia de la tortuga por el pez". Para modificar la tabla tenemos dos opciones cambiar la preferencia de los niños o la preferencia de las niñas.

Opción 1: Cambio preferencia de los niños.
El pez pasaría de tener 2 niños a tener 3 y la tortuga de 2 niños a 1, como se muestra en la nueva tabla.

	 **Perro**	 **Gato**	 **Pez**	 **Tortuga**	 **Erizo**
Niños	2	2	2	2	1
Niñas	3	2	1	1	1

En la opción 1, tenemos que la tortuga y el erizo tendrían igual preferencia, con dos estudiantes cada uno.

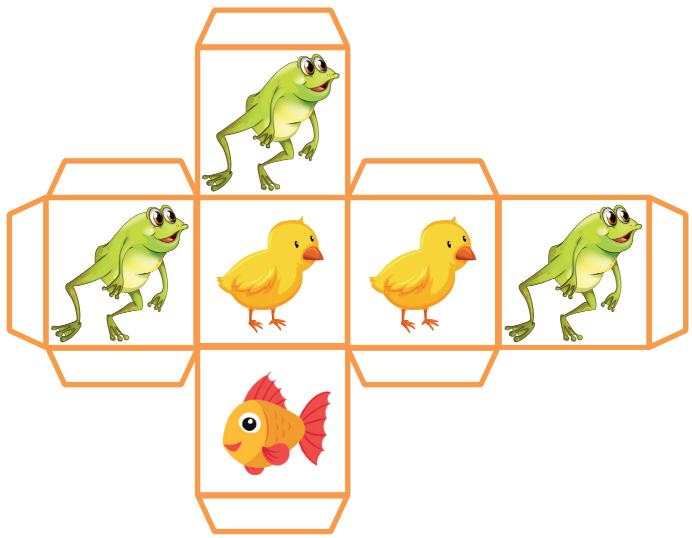
Opción 2: Cambio preferencia de los niñas.
El pez pasaría de tener 1 niña a tener 2 y la tortuga de 1 niña a 0, como se muestra en la tabla.

	 Perro	 Gato	 Pez	 Tortuga	 Erizo
Niños	2	2	2	2	1
Niñas	3	2	2	0	1

En la opción 2, tenemos que el gato y el pez tendrían igual preferencia, con cuatro estudiantes cada uno.

24. Para jugar un juego, tres niños armaron un dado con el molde de la figura. Cada niño escoge un animalito, tira el dado una vez y gana un caramelo si sale el animal escogido. Ale escogió el pollito, Carlos el pez y Dixi la rana.

¿Cuál de los tres niños es más probable que gane el caramelo?



Solución

Primero determinemos cuantas veces sale cada animalito:

Animalito	Cantidad de veces que sale
Ranita	3
Pollito	2
Pescadito	1

Entre más veces aparezca el animalito en caras diferentes del dado con el que están jugando, mayor probabilidad tendrá el alguno de los niños en ganarse el caramelo.

De acuerdo con lo anterior, Dixi que escogió la ranita, y por ser el animalito que sale más veces, es quien es más probable que se gane el caramelo.

25. Ana de 16 años tiene 3 amigas:
- July que tiene la mitad de los años de Ana.
- Yancy que tiene el doble de la edad de July.
- Jane que tiene el doble de la edad de Yancy.

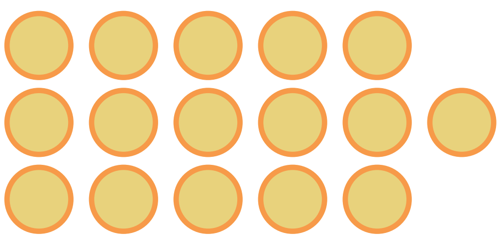
¿Cuál de las tres amigas tiene la misma edad de Ana?

Solución

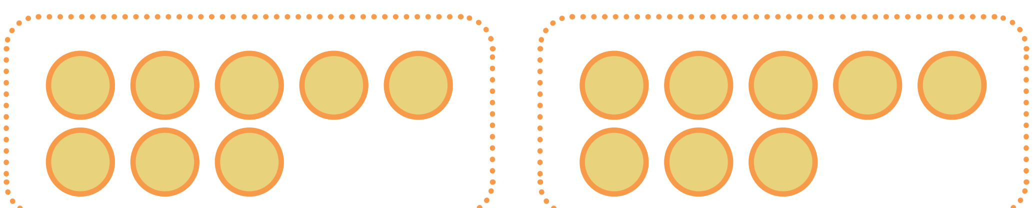
En el problema se indica que Ana tiene 16 años.

A partir de esta información y con las proposiciones que se dan determinaremos la edad de las demás amigas.
Comencemos con "July que tiene la mitad de los años de Ana"

Si Ana tiene 16 años, determinemos la mitad de esa edad, la cual la representaremos con los siguientes 16 círculos:



Estos círculos los repartiremos en dos grupos con la misma cantidad de elementos.



La mitad de la edad de Ana es 8 años, que corresponde a la edad de July

Continuando con lo que se indica en el problema, se establece que "Yancy que tiene el doble de la edad de July"
Ya sabemos que la edad de July es de 8 años, y la edad de Yancy serían dos veces esas edad.

8 + 8 = 16 años la edad de Yancy

Por último "Jane que tiene el doble de la edad de Yancy"
El doble de 16, sería ese mismo número dos veces:

16 + 16 = 32 años es la edad de Jane

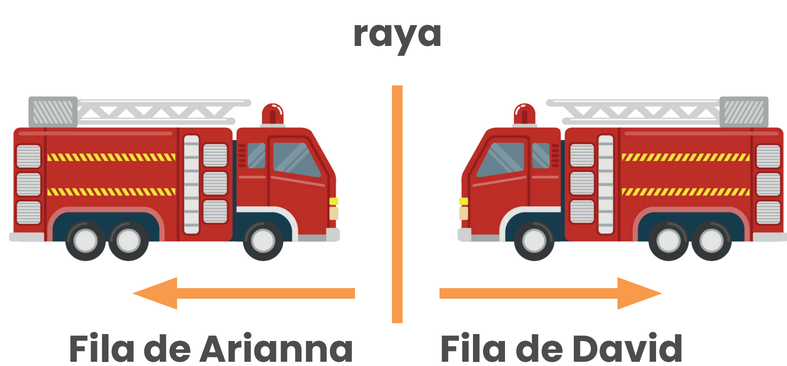
Y para dar respuesta a la pregunta "¿Cuál de las tres amigas tiene la misma edad de Ana?", sería Yancy

Recuerde que:
• Para determinar el **doble de un número** debemos sumar ese número con si mismo (o multiplicarlo por 2).
• Para saber **la mitad de un número** debemos repartirlo en dos partes iguales.
• La **mitad y el doble de un número** se encuentran directamente relacionados

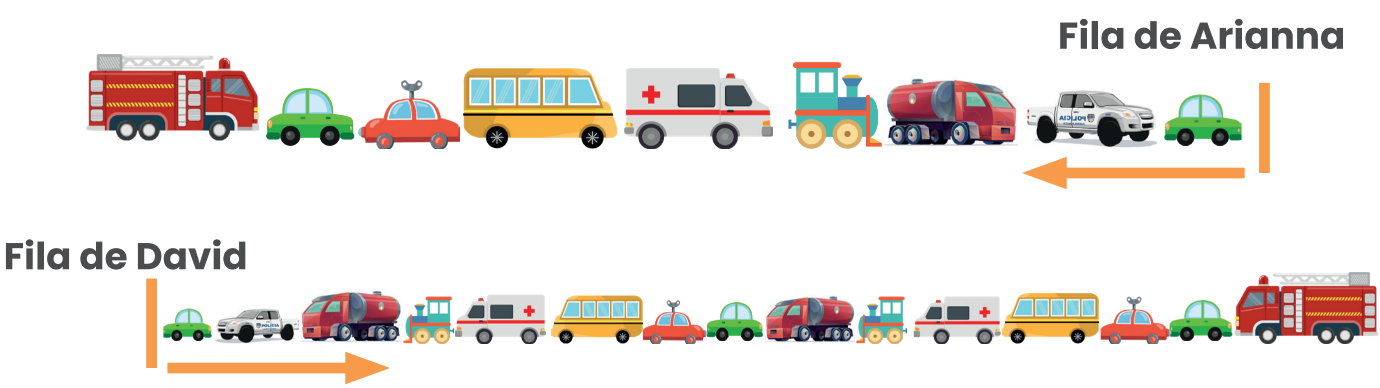
26. A partir de una raya en el piso, dos niños hicieron una fila de carritos. Uno lo hizo hacia la derecha de la raya y otro hacia la izquierda, como se observa en la imagen.

Arianna colocó el carro de bomberos en la novena posición de la fila y David lo colocó en la décima quinta posición. ¿Cuántos carros en total hay entre ambos carros de bomberos?

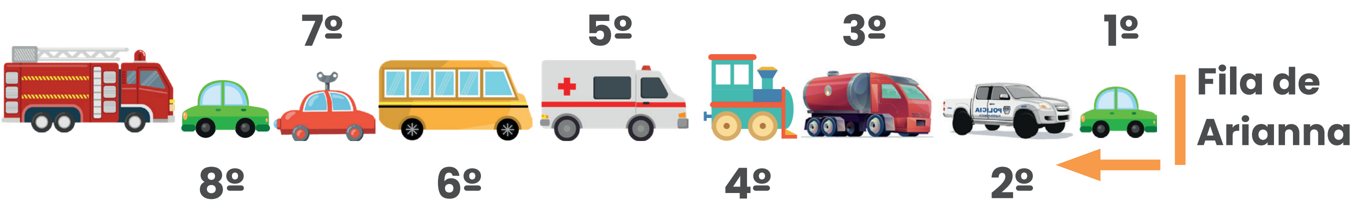
Solución



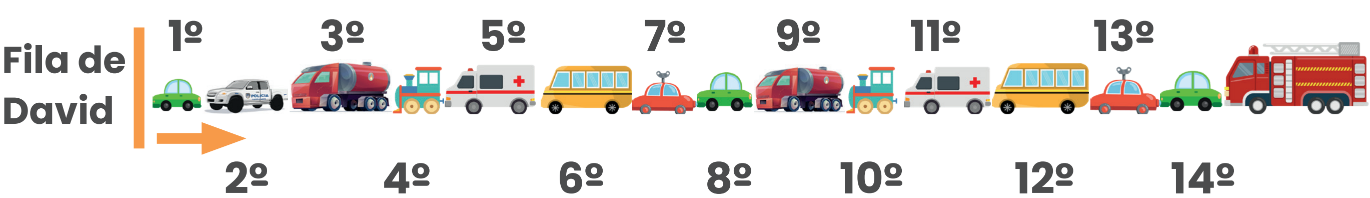
Coloquemos los carros como se indica, como se vuelve muy larga haremos dos filas:



Ahora contemos los carros que hay entre los dos carros de bomberos. Para ello, contemos cuántos hay en cada fila



En la Fila de Arianna tenemos 8 carros, sin contar el carro de bombero.



En la Fila de David tenemos 14 carros, sin contar el carro de bombero.

Ahora se suma los 8 carros de la fila de Arianna y los 14 de Davis,

En total, entre los carros de bpmberos hay 22 carritos.

27. En un parque de diversiones el boleto de entrada tiene un costo de ₡ 265 por persona. Tres hermanos juntaron su dinero para comparar los boletos de entrada:

- José aportó 3 monedas de ₡ 100, 1 moneda de ₡ 50 y 2 monedas de ₡ 25
- Daniel aportó la mitad del dinero de José
- Ariana aportó el resto del dinero.

De acuerdo con la información anterior:
a. ¿Cuánto dinero aportó Ariana?
b. ¿Cuál es la **menor** cantidad de monedas que puede utilizar Ariana?

Solución
Primero debemos definir cuanto dinero debian pagar por los tres tiquetes:

265 + 265 + 265 = ₡ 795

Continuemos determinando el dinero aportado por cada uno de ellos, primero con José quien se indica que aportó "3 monedas de ₡ 100, 1 moneda de ₡ 50 y 2 monedas de ₡ 25":

Dinero de José

Monedas	Cantidad	Total en colones
₡ 100	3	₡ 300
₡ 50	1	₡ 50
₡ 25	2	₡ 50

Total del dinero aportado por José 300 + 50 + 50= 400 colones.

Determinemos lo aportado por Daniel y Ariana

Dinero de Daniel
En la proposición se indica que "Daniel aportó la mitad del dinero de José" y lo aportado por José fueron ₡ 400

Según lo anteiror, la mitad de ₡ 400 es ₡ 200, que corresponde a lo aportado por Daniel

Dinero de Ariana
De ella se indica que "Ariana aportó el resto del dinero", sabíamos que se requerían ₡ 795, de los cuales José aportó ₡ 400 y Daniel ₡ 200:

• Total de dinero de Daniel más dinero de José ₡ 400 + ₡ 200 = ₡ 600

Al costo de los tiquetes le restamos esa cantidad:

• Resta de total a pagar por los tiquetes ₡ 795 – ₡ 600= ₡ 195

De acuerdo con lo anterior, Ariana debía aportar ₡ 195

A la segunda parte de la pregunta "¿Cuál es la menor cantidad de monedas que puede utilizar Ariana?", ella aporto:

Cantidad de monedas
1 moneda de ₡ 100, 1 moneda de ₡ 50, 1 moneda de ₡ 25, 2 monedas de ₡ 10, para un total de 5 monedas.

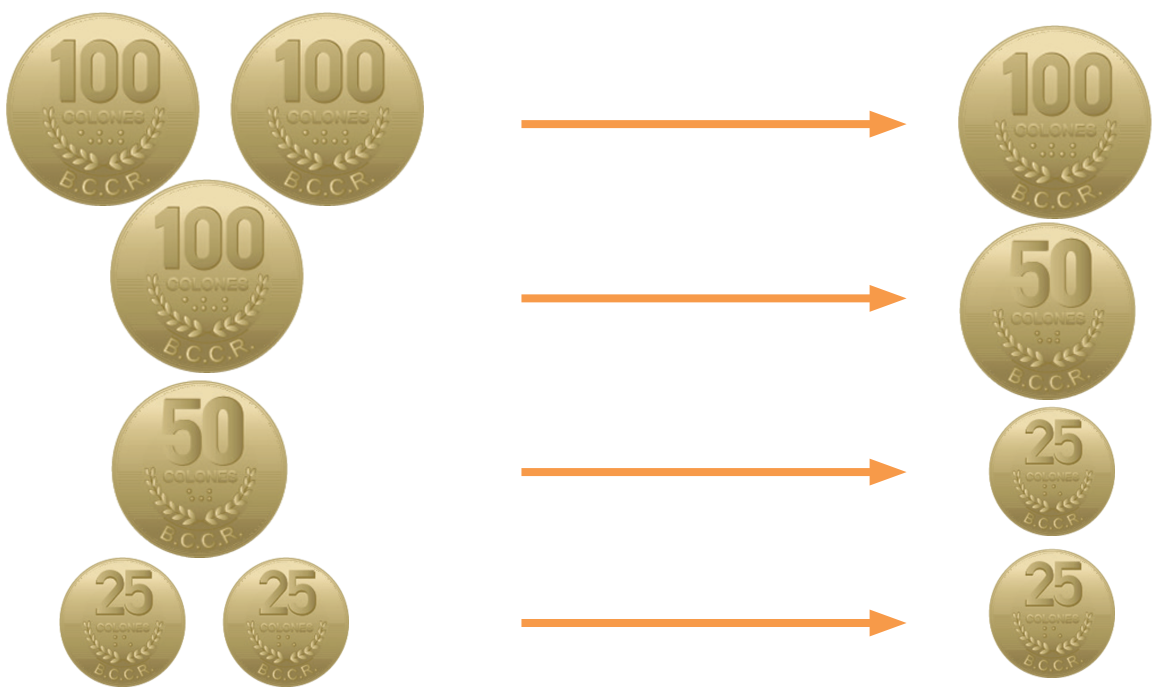
Otra posible manera de resolverlo

Total que se debe pagar por los tres tiquetes

Dinero de Daniel

Dinero que aportó José

"Daniel aportó la mitad del dinero de José"



Dinero de José y Daniel juntos

Dinero de Ariana (comparan la cantidad por pagar con lo que tienen Daniel y José)

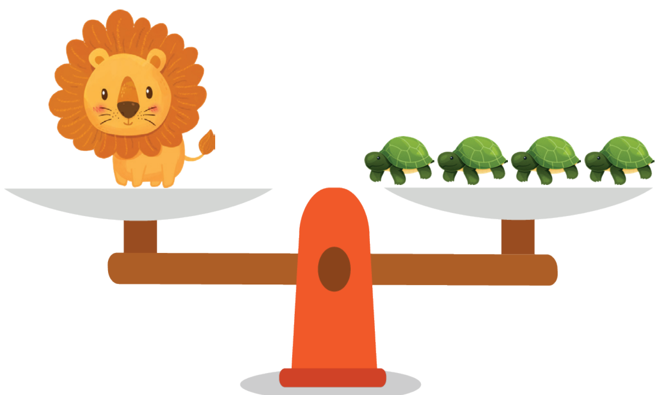
A las preguntas que se plantean en el problema:
a. ¿Cuánto dinero aportó Ariana?
b. ¿Cuál es la menor cantidad de monedas que puede utilizar Ariana?

Total de dinero que queda por pagar por parte de Ariana

Menor cantidad de monedas

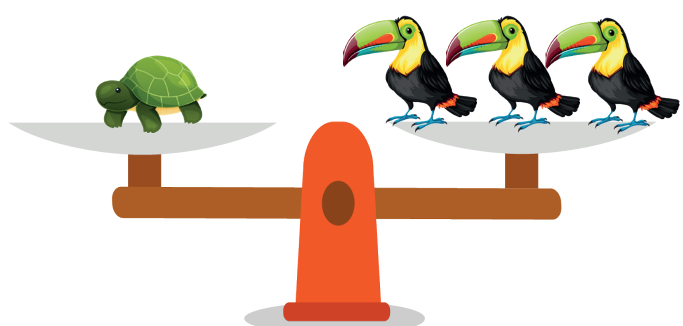
28. En el parque de diversiones había una casa mágica que en su puerta tenía la siguiente información;

Valor del león ₡ 120



Costo del boleto de entrada ₡ 170

Se rebaja el valor de cada animal a la persona que logre adivinarlo.



De acuerdo con la información anterior, ¿cuál sería la menor cantidad de dinero que pueden pagar por un boleto de entrada a la casa mágica?

Solución
Una posible manera de resolverlo

Comienza a deducir los valores de los animales de la siguiente manera: Se sabe el valor del León que es de ₡ 120 y este equivale al valor de 4 tortugas

Valor del
león ₡ 120

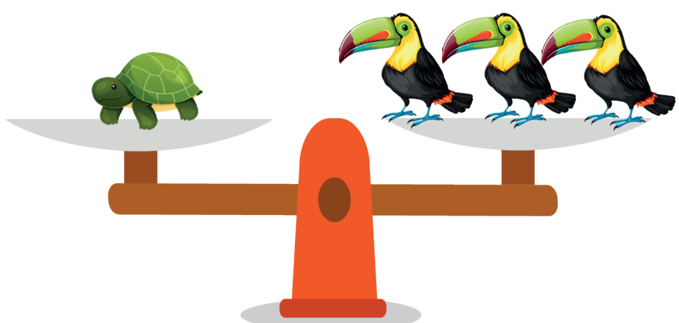
Comienza a deducir el valor de los animales

Cada tortuga vale ₡ 30

Cada león vale ₡ 120

Cada tortuga vale ₡ 30, valor que lo podemos representar con una moneda de ₡ 25 y una de ₡ 5, o también como 3 monedas de ₡ 10

De acuerdo con lo anterior, tenemos que:



Cada tucán vale ₡ 10

El tucán tiene un valor de ₡ 10, que es lo mismo que decir dos menedas de ₡ 5.

Cada mariquita vale ₡ 5

Resumiendo, todos los datos obtenidos tenemos que:

Animalitos	Valor en colones
	₡ 120
	₡ 30
	₡ 10
	₡ 5

Valor de los 4 animalitos juntos ₡ 120 + ₡ 30 + ₡ 10 + ₡ 5 = ₡ 165.
Valor del boleto esa cantidad 170.
Restamos el valor del boleto esa cantidad 170 - 165 = 5.
La menor cantidad de dinero que se puede pagar por el boleto es ₡ 5.

29. En el mismo parque de diversiones, hay un payaso que le encantaban los sombreros y siempre usa uno de los siguientes tipos en sus espectáculos:

Tipo 1

Tipo 2

Tipo 3

Tipo 4

El payaso siempre usa los sombreros en el mismo orden que se presentan en la imagen (tipo1, tipo 2, tipo 3, tipo 4) y luego inicia nuevamente con el tipo 1 siguiendo el mismo patrón.

• Si en el espectáculo del día de hoy uso el sombrero tipo 3, ¿cuál sombreo utilizará en el décimo espectáculo considerando que hoy es el primer espectáculo?
• ¿Cuántos espectáculos habrá hecho el mago cuando se ponga por quinta vez el sombrero tipo 4?

Solución

Posible estrategia de solución

Tipo 1

Tipo 2

Tipo 3

Tipo 4

Podemos usar el patrón de una manera diferente, no utilizando las imágenes de los sombreros, si no más bien asignándole una letra diferente a cada sombrero:

A

Tipo 1

C

Tipo 3

B

Tipo 2

D

Tipo 4

De acuerdo con lo anterior, y para responder a la primera pregunta “Si en el espectáculo del día de hoy uso el sombrero tipo 3, ¿cuál sombreo utilizará en el décimo espectáculo considerando que hoy es el primer espectáculo?”, tenemos que:

Sombrero	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D
Día	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º	11º	12º	13º	14º

hoy

El décimo día utilizará el sombrero tipo 4

Para contestar la segunda pregunta "¿Cuántos espectáculos habrá hecho el mago cuando se ponga por quinta vez el sombrero tipo 4?", de igual manera lo representamos con letras por facilidad:

Sombrero	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D
Veces que se pone el sombrero tipo 4				**1º**				**2º**				**3º**				**4º**				**5º**
Espectáculo	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º	11º	12º	13º	14º	15º	16º	17º	18º	19º	20º

Cuando utilice el sombrero tipo 4 por quinta vez habrá realizado 20 espectáculos.

Créditos
Los ítems fueron tomados de la prueba aplicadas en las diferentes etapas de la OLCOMEP 2021.

Autora de los ítems

Xinia Zúñiga Esquivel, Asesora Nacional de Matemática,
Departamento de Primero y Segundo Ciclos, MEP.

Compilación y estrategias de solución de los cuadernillos realizadas por:

Hermes Mena Picado
Asesor Nacional de Matemática.
Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Dirección de Desarrollo Curricular

Revisores de los cuadernillos

Alejandra Sánchez Ávila
Encargada de la Cátedra de Didáctica de la Matemática, Universidad Estatal a Distancia (UNED).

Ministerio de
Educación Pública

UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

UNED

TEC | Tecnológico
de Costa Rica

OLCOMEP