Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Asesoría Nacional de Matemática

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria - OLCOMEP

3º | CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE

TERCER AÑO | 2022

PRESENTACIÓN

Es fundamental que nuestro sistema educativo fomente en la sociedad costarricense, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo matemático, científico y tecnológico, a efecto de formar personas críticas y analíticas, habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

La enseñanza de la Matemática ocupa un papel clave en el currículo escolar y persigue el desarrollo de un proceso intelectual en los estudiantes. La Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria **OLCOMEP**, tiene como finalidad estimular y desarrollar entre los niños y niñas sus capacidades de resolución de problemas matemáticos, por medio de una competencia de conocimiento sana entre estudiantes de los seis años escolares de la Educación General Básica diurna de todas las direcciones regionales educativas del país.

El presente cuadernillo pretende ser un insumo de apoyo para el docente y practica para el estudiante. El mismo busca orientar a los y las participantes de la **OLCOMEP**, por medio de la presentación de problemas recopilados de las pruebas aplicadas en ediciones anteriores de la misma olimpiada. Su contenido pretende dar pautas sobre los tipos de problemas a los que se van a enfrentar los y las estudiantes en las diferentes etapas que comprende la **OLCOMEP**, así como sus estrategias de resolución.

Los problemas aquí seleccionados se fundamentan en situaciones matemáticas donde se requiera manifestar las habilidades que caractericen el talento matemático para lograr su resolución, basados en los niveles de complejidad de los problemas descritos en el Programa de Estudio en Matemáticas (MEP, 2012) y por medio de los diferentes contextos que se consideran para la olimpiada.

Comisión Central de OLCOMEP

1. La maestra mostró la siguiente figura formada por puntos.

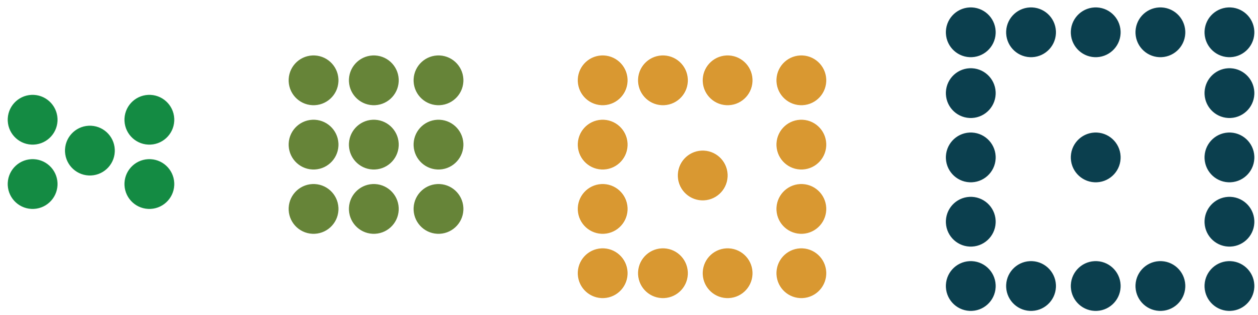


Figura 1 **Figura 2** **Figura 3** **Figura 4**

El total de bolitas que hay en el figura 8 corresponde a:

Solución:
Resumamos la información anterior en una tablita:

Figura	Número de bolitas
1	5
2	9
3	13
4	17

Podemos observar, que entre la figura 1 y la figura 2 hay un incremente de 4 bolitas. Luego, entre la figura 2 y 3 hay también un incremento de 4 bolitas. Similarmente, ocurre de la figura 3 a la figura 4. Por esto, podemos concluir que, entre cada par de figuras, habrá un incremento de 4 bolitas. Con esta conclusión, es posible completar la tablita hasta la figura 8:

Figura	Número de bolitas
1	5
2	9
3	13
4	17
5	21
6	25
7	29
8	33

Así, la cantidad de bolitas que requiere la figura en la posición 8 es de 33 bolitas.

2. Marcela tiene una alcancía en la que ha depositado sus ahorros en los últimos dos meses. Ahora desea comprarse una muñeca que cuesta ₡ 35 000 por lo que decidió ver cuánto tiene ahorrado. Para ello rompió su alcancía y descubrió que tiene 20 monedas de ₡ 25, 40 monedas de ₡ 100, 15 monedas de ₡ 500, 12 billetes de ₡ 2000 y 2 billetes de ₡ 5000.

¿Cuál es el monto que le sobró a Marcela luego de comprar la muñeca?

Solución:
Determinemos la cantidad de dinero que había en la alcancía según la información del problema:

- 20 monedas de ₡ 25
- 40 monedas de ₡ 100
- 15 monedas de ₡ 500
- 12 billetes de ₡ 2000
- 2 billetes de ₡ 5000

En la siguiente tabla se resume los totales de dinero según la denominación de cada moneda o billete:

Tipo de moneda o billete	Cantidad de moneda	Total en colones por denominación
25	20	500
100	40	4 000
500	15	7 500
2000	12	24 000
5000	2	10 000
Total		**46 000**

Al totalizar esas cantidades tenemos:

500 + 4000 + 7500 + 24 000 + 10 000 = 46 000

Así, Marcela tenía ahorrados ₡ 46 000
Como el juguete que se desea comprar Marcela cuesta ₡ 35 000 y había ahorrado ₡ 46 000, entonces una vez que pague la muñeca le sobra:

46 000 – 35 000 = 11 0000 colones

3. Observe la siguiente representación tabular para observar la relación de los números.

Figura	100	200	300	400	500
Bolitas	100	300	600	1000	1500

Al determinar el patrón de la sucesión ¿Qué valor tienen la casilla de las bolitas de la figura 800?

Solución:
Observemos que la fila de las figuras aumenta de 100 en 100. Pero, para el caso de la fila de las bolitas, el incremento es diferente y veámoslo seguidamente:

Figura	100	200	300	400	500
Bolitas	100	300	600	1000	1500

200 **300** **400** **500**

En el caso de las bolitas el incremento, entre un término a otro, corresponde a la suma de la cantidad anterior de bolitas y el número de la figura.

Por ejemplo, para el segundo término (correspondiente a la figura 200) la cantidad de bolitas corresponde a 100 (cantidad de bolitas del primer término) más el número de figura 200, lo que equivale a 300.

Figura	100	200	300	400
Bolitas	100	300	600	600 + 400 = 1000

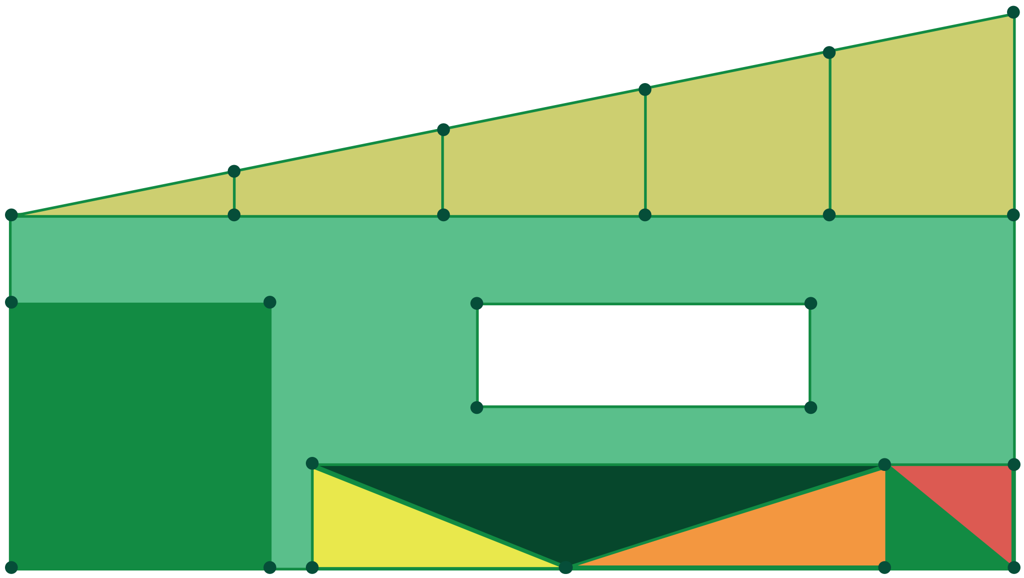
Con esta información podemos ampliar la tabla para obtener lo solicitado.

Figura	100	200	300	400	500	600	700	800
Bolitas	100	300	600	1000	1500	2100	2800	3600

Note que el dato solicitado es el número de bolitas de la figura 800, por lo que lo calculamos de la siguiente forma: número de bolitas de la figura anterior más el número de la figura, es decir, 2800 + 800.

Por lo tanto, el valor que tiene la casilla de las bolitas de la figura 800 es 3600.

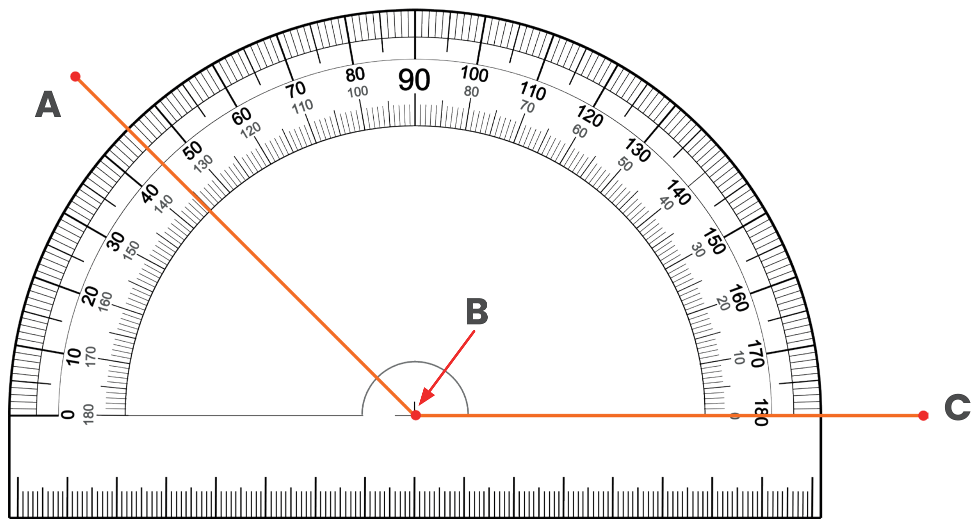
4. En una clase de tercer año, los estudiantes diseñaron la siguiente fachada de una casa de juguete:



Autoría propia

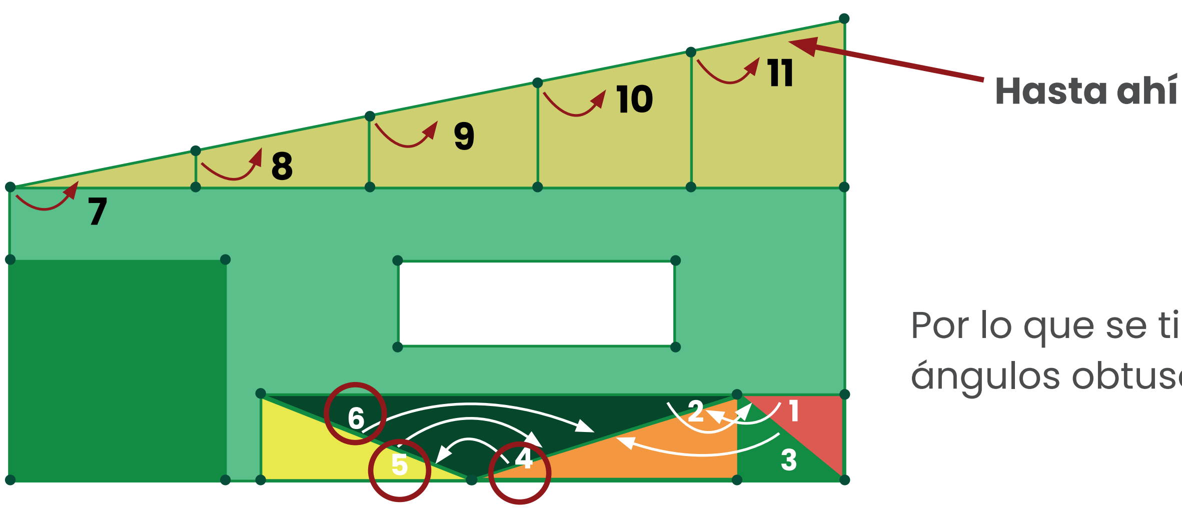
Posteriormente, como estaban estudiando el tema de ángulos, revisaron el diseño. ¿Cuántos ángulos obtusos hay en el diseño de la casa?

Solución:
Primero recordemos que el ángulo obtuso es aquel que mide más de 90º pero menos de 180º.



El ángulo marcado en el transportador (ángulo ABC) tiene una medida de 135 º.

De acuerdo con la definición anterior, identifiquemos los ángulos obtusos presentes en la figura:



Por lo que se tienen 11 ángulos obtusos.

5. Luis quiere construir torres con sus cubos de madera, pero se dio cuenta que no le alcanzan. Le pide a su hermana 40 cubos para realizar la siguiente construcción.
Si construyó 3 torres de 4 cubos, 10 torres de 5 cubos, 6 torres de 6 cubos y una torre de 7 cubos.

¿Cuántos cubos tenía Luis antes de pedírselos a su hermana?

Solución:
Sistematicemos la información anterior en una tabla como la siguiente:

Tipo de torres	Cantidad de torres	Total de cubos por fijo de torre
4 cubos	3	12
5 cubos	10	50
6 cubos	6	36
7 cubos	1	7

Ya tenemos el total de cubos por tipo de torre, vamos a sumarlos:

12+50+36+7=105

De acuerdo con lo anterior tenemos que:
• Luis utilizó 105 cubos para armar los cuatro tipos de torres que construyó.
• Solicitó a su hermana 40 cubos

Para responder a la pregunta del problema "¿Cuántos cubos tenía Luis antes de pedírselos a su hermana?", determinemos la diferencia entre esas dos cantidades de cubos:

105 – 40 = 65 cubos

Así, Luis tenía 65 cubos, antes de pedir prestados.

6. Daniel construye las siguientes figuras con ladrillos

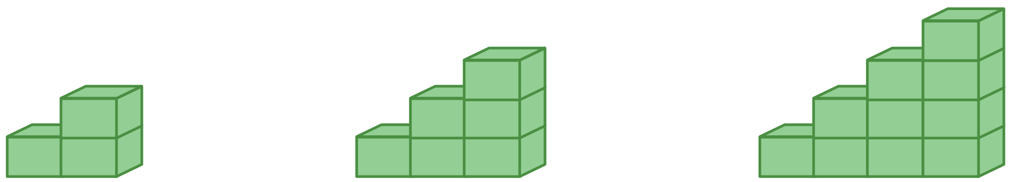


Figura 1 **Figura 2** **Figura 3**

Si al construir las figuras se sigue un patrón, ¿cuántos ladrillos se necesitan para construir las figuras 10 y 11?

Solución
Podemos construir las figuras 4 y 5 para visualizar mejor el patrón

Figura 4 **Figura 5**

Así, podemos notar que para la figura 4 se utilizan 15 ladrillos y para la figura 5 se requieren 21 ladrillos. Uniendo estos datos tenemos lo siguiente:

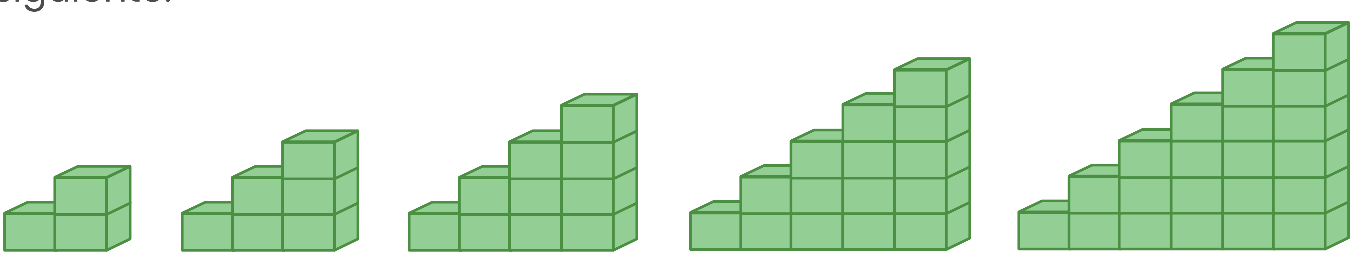
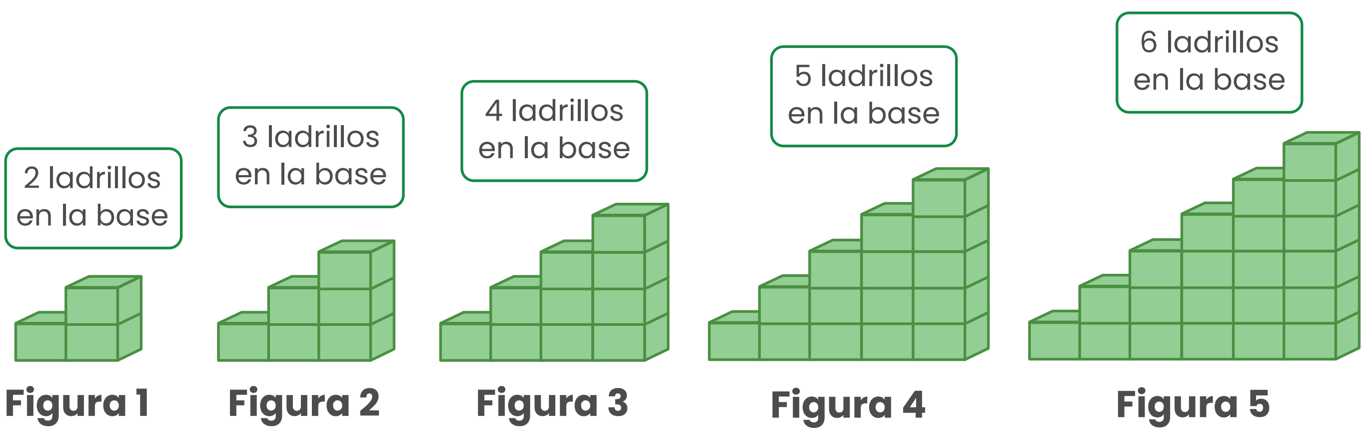


Figura 1 **Figura 2** **Figura 3** **Figura 4** **Figura 5**

De los anterior, podemos concluir que:

• La figura 2 aumenta en 3 ladrillos en relación con la figura 1.
• La figura 3 se aumenta en 4 ladrillos en relación con la figura 2.
• La figura 4 aumenta en 5 ladrillos en relación con la figura 3.
• La figura 5 aumenta en 6 ladrillos en relación con la figura 4.

Algo importante de considerar, es que este aumento en el número de ladrillos coincide con la cantidad de ladrillos que debe llevar la base y es uno más que el número de figura.



En la siguiente tabla, sistematizamos la información presente en las figuras anteriores y el patrón detectado:

Figuras	Cantidad de ladrillos
1	3
2	6
3	10
4	15
5	21
6	28
7	36
8	45
9	55
10	66
11	78

Para la figura 10 requiere de 66 ladrillos y para la 11 de 78 ladrillos, para un total de 144 ladrillos para las dos figuras.

7. Daniela olvidó la combinación de la caja fuerte de 6 dígitos que tiene en su casa, su hermano le anotó en un mensaje algunas pistas para que la recuerde:

- El primer dígito es la mitad del segundo y doble del tercero.
- El quinto dígito es el resultado de aumentar en dos unidades el segundo.
- El segundo dígito es dos unidades mayor que el sexto digito.
- La suma de todos los dígitos de la contraseña es 22.

¿Cuáles serán los dígitos de la contraseña de la caja fuerte de Daniela?

Dígitos

___	___	___	___	___	___
6º	5º	4º	3º	2º	1º

Solución:
Primero, vamos analizando las diferentes pistas:

- **Primera:** “El primer dígito es la mitad del segundo y doble del tercero.”

Analicemos la primera parte de la frase: el primer dígito es la mitad del segundo. Así se podrían tener los casos siguientes

Caso 1

				8	4
6º	5º	4º	3º	2º	1º

Caso 2

				6	3
6º	5º	4º	3º	2º	1º

Caso 3

				4	2
6º	5º	4º	3º	2º	1º

Caso 4

				2	1
6º	5º	4º	3º	2º	1º

Al analizar la segunda parte de la frase tenemos que el primer dígito es el doble del tercero, por lo que de los casos anteriores descartamos el Caso 2 y Caso 4 (pues 3 y 1, respectivamente, no corresponden al doble de ningún número). Así al analizar completa la primera pista tenemos los siguientes casos:

Caso 1

			2	8	4
6º	5º	4º	3º	2º	1º

Caso 2

			1	4	2
6º	5º	4º	3º	2º	1º

• **Segunda:** El quinto dígito es el resultado de aumentar en dos unidades el segundo.

Con esta pista descartamos el caso 1, pues al aumentar en dos unidades 8 obtenemos 10 que no corresponde a un dígito. Por lo que nos queda una única posibilidad:

	6		1	4	2
6º	5º	4º	3º	2º	1º

• **Tercera:** El segundo dígito es dos unidades mayor que el sexto digito.

Con esta pista averiguamos el sexto dígito, para esto restamos 2 al segundo dígito, obteniendo:

2	6		1	4	2
6º	5º	4º	3º	2º	1º

• **Cuarta:** La suma de todos los dígitos de la contraseña es 22.

Si sumamos los dígitos del caso obtenido en la tercera pista, tenemos:

$$2 + 6 + 1 + 4 + 2 = 15$$

Para que la suma de los dígitos sea 22 entonces el cuarto dígito se obtiene al hacer la resta

$$22 - 15$$

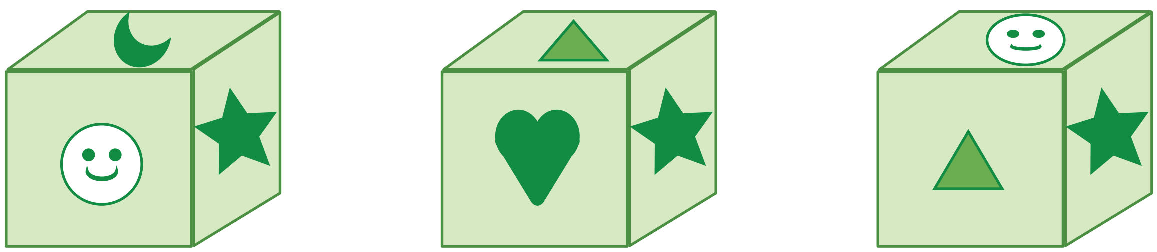
Pues lo dígitos que ya tenemos suman 22.

Por lo tanto, los dígitos de la contraseña serían:

2	6	7	1	4	2
6º	5º	4º	3º	2º	1º

8. Carlitos tiene una caja con diferentes figuras y la coloca en posiciones distintas como se muestra en la siguiente imagen:

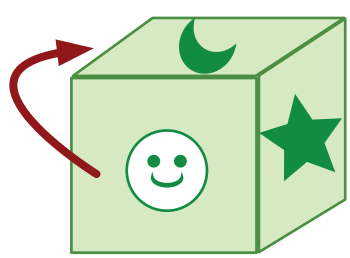
Posición 1 **Posición 2** **Posición 3**



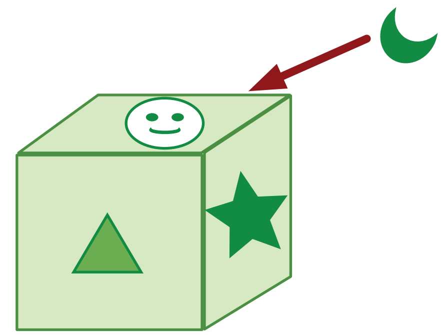
¿Qué figura se encuentra opuesta a la carita feliz en la posición 3?

Solución:
Vamos a tratar de ir rotando las cajitas, primero rotemos la caja de tal manera que la carita quede arriba

Posición 1

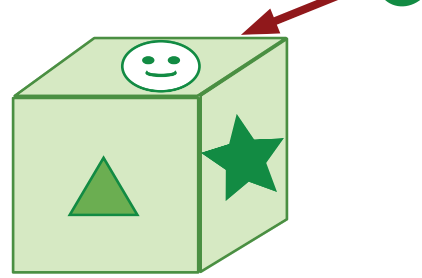


Por lo que se tendría la posición 3, conociendo que opuesta al triángulo está la luna.



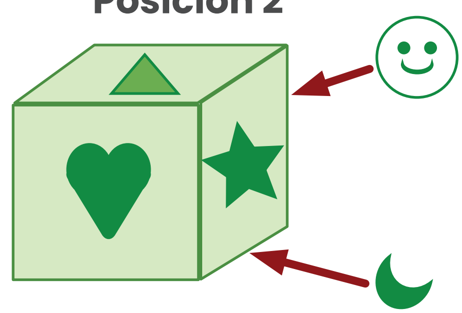
Posición 3

Si la seguimos rotando la luna quedará abajo y el triángulo arriba.



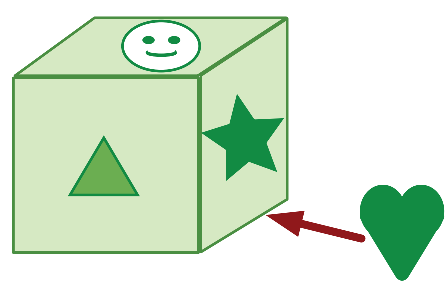
Posición 2

Por lo que se tendría la posición 2, conociendo que opuesta al corazón está la carita.

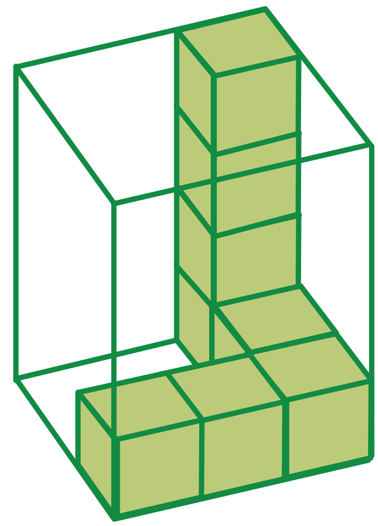


Posición 3

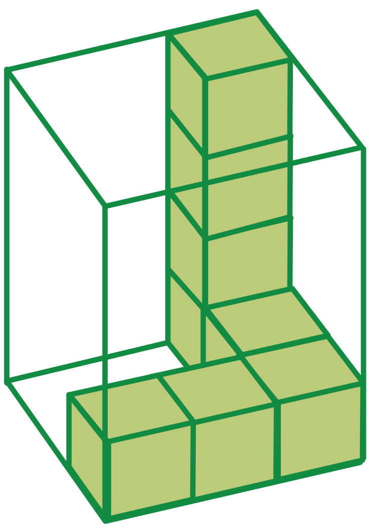
De esta manera la figura que opuesta a la carita feliz en la posición 3 es un corazón.



9. Ana María vende tazas y empaca una taza por cada cajita. Luego estas cajitas las acomoda en una caja más grande como se muestra en la siguiente imagen. Si tiene siete cajas grandes llenas de cajitas, ¿cuántas tazas empacó?



Solución:
Primero determinemos cuantas cajitas caben en la caja grande.



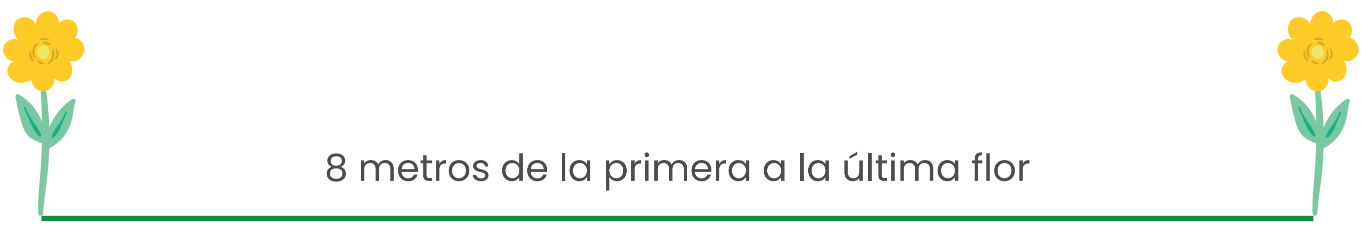
Note que, en la base de la caja grande se forman tres filas de 3 cajitas cada una, por lo tanto, serían 3 + 3 + 3 = 9 cajitas.
Hacia arriba (columnas) se pueden acomodar cuatro cajitas y en total 9 columnas.
Según lo anterior, tenemos que:
9 x 4 = 36 cajitas en cada caja.

Como tiene que empacar 7 cajas grandes, y cada una de ellas puede acomodar 36 pequeñas, tendría: 7 x 36 = 252 cajitas. Como en cada cajita se empaca una taza entonces Ana María empacó 252 tazas.

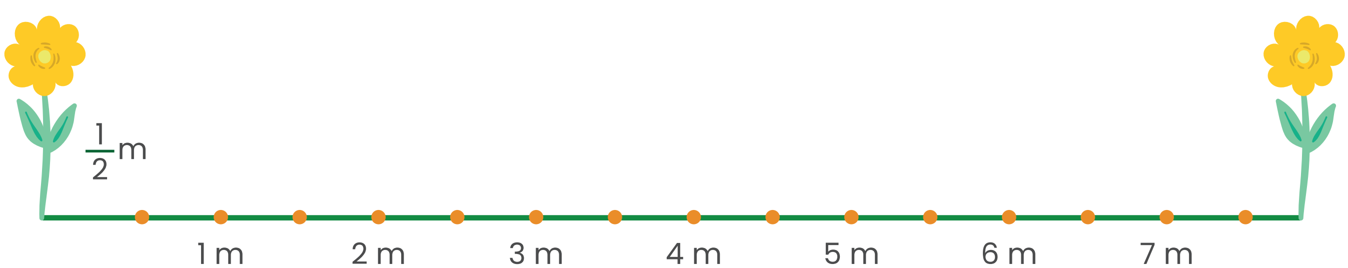
10. Doña Ester planta flores en su jardín formando una línea recta, de la primera a la última flor hay una distancia de 8 metros, y las siembra cada medio metro. Si quita las dos flores de los extremos, ¿cuántas flores quedan en línea?

Solución:

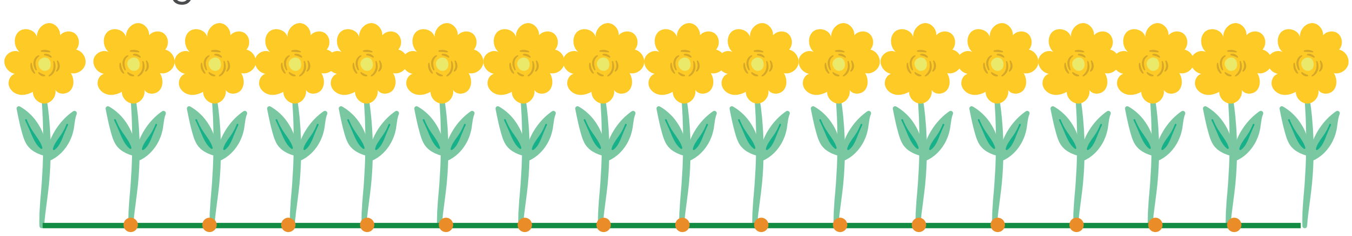
Representemos las flores que sembró doña Ester, suponiendo una distancia de 8 metros de la primera a la última



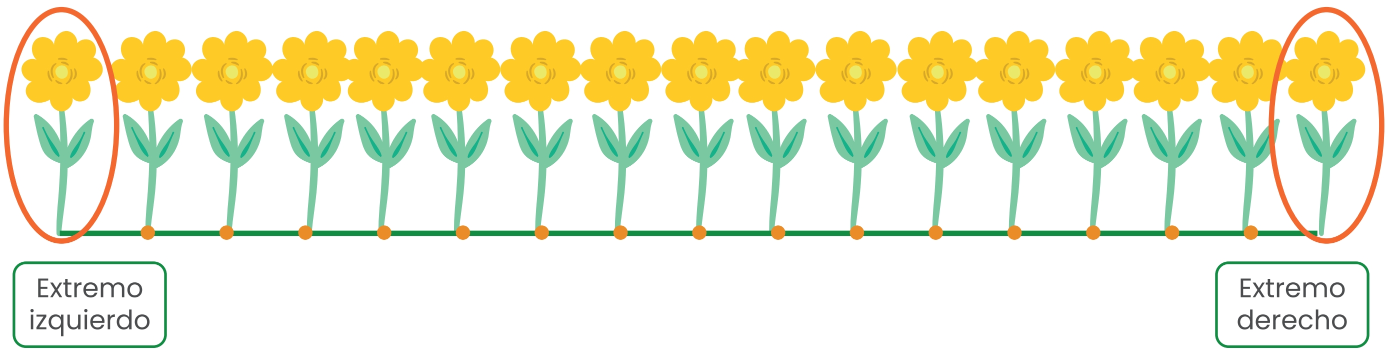
Ahora dividiremos esa distancia en medios metros para determinar cuántas flores sembró entre la en total.



De acuerdo con la imagen anterior y lo indicado en el problema, cada medio metro sembró una flor, por lo que la representación completa sería la siguiente:

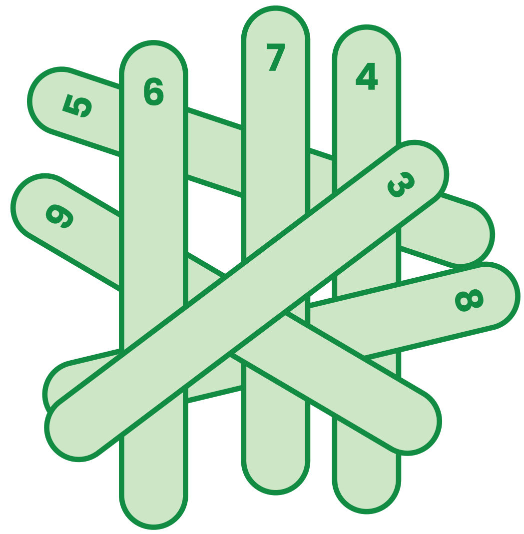


Según lo anterior, doña Ester en total sembró 17 flores en la línea de 8 metros, el problema pregunta ¿cuántas flores quedan en la línea si se quitan las flores de los extremos?



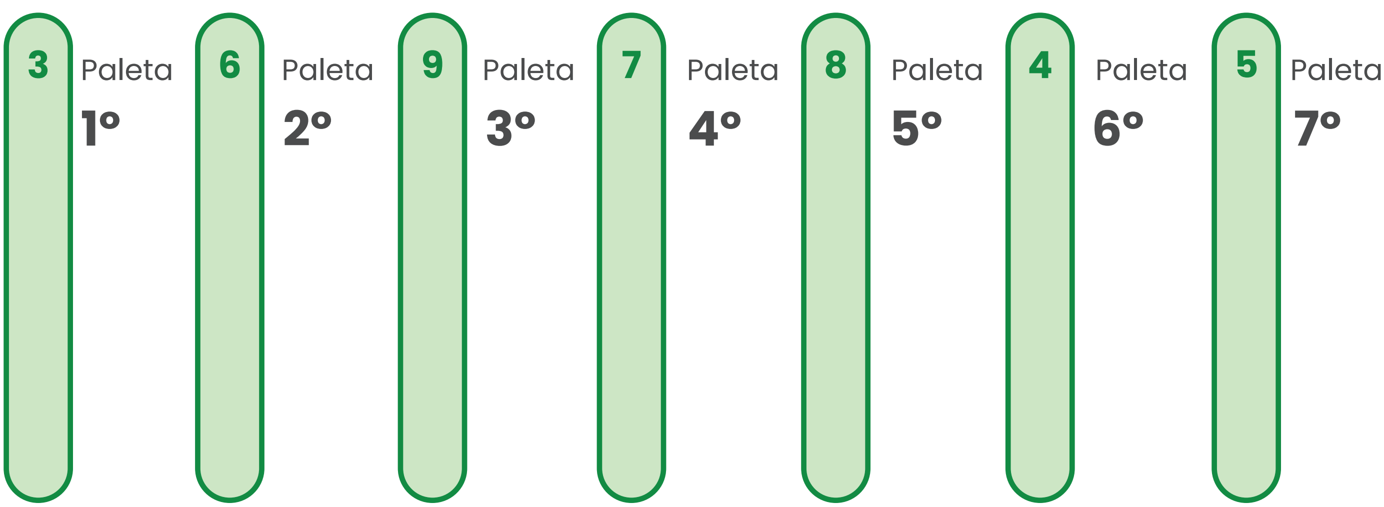
Si quitamos las flores de los extremos, quedan 15.

11. Patricia tiene varias paletas de helados, las enumera y las coloca una sobre otra, como se muestra en la imagen.
Si ella le pide a su hermano que las vaya quitando de una en una, de tal manera que retire siempre la que queda encima de las otras.

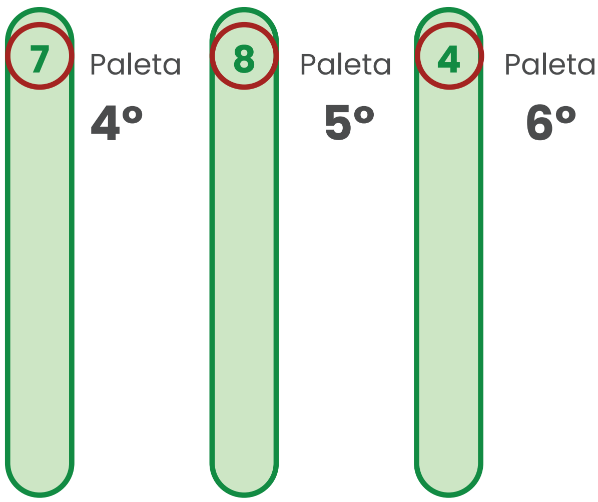


¿Cuál será el resultado de multiplicar los valores de las paletas que se quitaron de cuarta, quinta y sexta?

Solución:
Vamos quintando las paletas como se indica en el problema: comencemos con la paleta con el número 3, seguimos con la que lleva el número 6 y así de manera que retire siempre la que queda encima de las otras. Obteniendo el siguiente orden:



En el problema nos piden multiplicar los valores de las paletas que quitamos de cuarta, quinta y sexta, las cuales son:



Multiplicamos los números de cada una de esas paletas

7 x 8 x 4 = 224

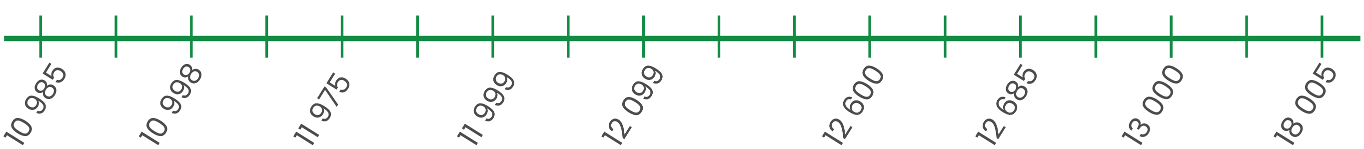
Y el resultado de esta operación es 224.

12. A Pufercio el cavernícola le encanta comer números, siempre se come primero los números mayores.

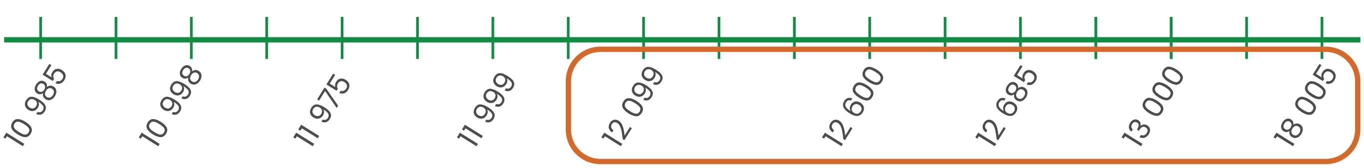
18 005
11 975
12 685
10 998
10 985
13 000
11 999
12 600
12 099

Si Pufercio se comió primero cinco de los anteriores, ¿cúal es la suma de los números que no se comió?

Solución:
Ordenemos los números en una recta numérica para determinar cuáles son los cinco mayores.



De acuerdo con el ordenamiento anterior, tenemos que los cinco números mayores son:



Los números que Pufercio no se comió son:

10 985
10 998
11 975
11 999

Vamos a sumar esas cantidades para determinar, ¿cúal es la suma de los números que no se comió?

$$\begin{array}{r} 10\,985 \\ 10\,998 \\ 11\,975 \\ +\ 11\,999 \\ \hline 45\,957 \end{array}$$

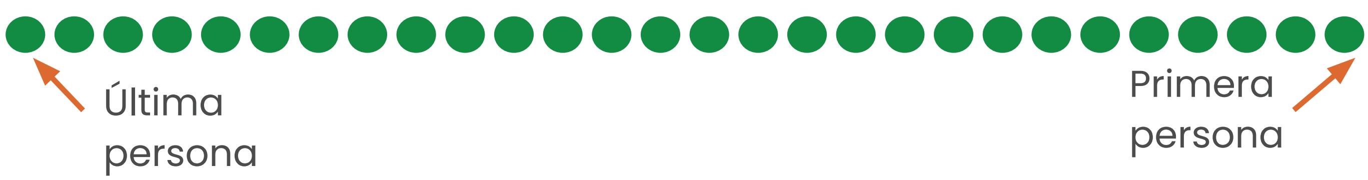
La suma de los números que Pufercio no se comió fue 45 957.

13. Mi hermana está en la fila del autobús para Guanacaste y yo estoy detrás de ella, si en la fila hay 28 personas y la cantidad de personas que está atrás de mi hermana es el doble de la que está adelante de ella, ¿qué posición ocupamos mi hermana y yo?

Solución:

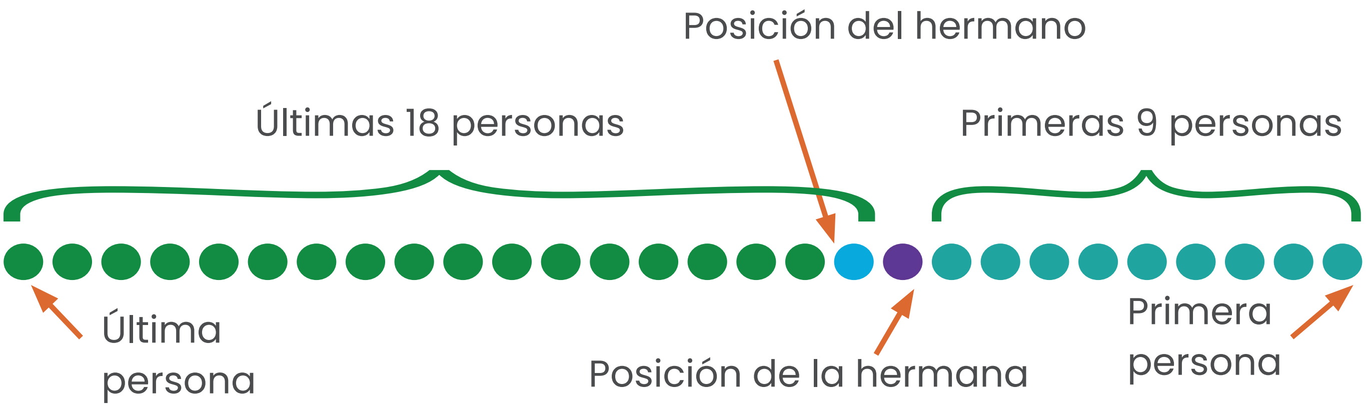
Primero recordemos que:
- Para determinar el **doble de un número** debemos sumar ese número con si mismo (o multiplicarlo por 2).
- Para saber l**a mitad de un número** debemos repartirlo en dos partes iguales.
- La **mitad y el doble de un número** se encuentran directamente relacionados

Utilicemos círculos para representar las 28 personas en la fila



Ubiquemos la posición de los hermanos en la fila de forma tal que se cumpla lo indicado: la cantidad de personas que está atrás de mi hermana es el doble de la que está adelante de ella.

Si delante de la hermana hay 9 personas y atrás de ella hay 18 se cumple lo solicitado.



De acuerdo con lo anterior, la posición que ocupamos mi hermana y yo son la décima (la hermana) y décima primera (yo)

14. Daniela desea determinar los valores de cada una de las siguientes tarjetas:

 **x 4 = 48**

4 +  **=** 

Ella sabe que el valor de la tarjeta con la imagen del camión es el quíntuple del valor de la tarjeta con la nuez. ¿Cuál es el valor de la tarjeta con la gorra?

Solución:

De las tres tarjetas, determinemos cuál de ellas es más sencillo obtener su valor. De las tres, la más fácil de obtener en la que tiene una nuez

 **x 4 = 48**

Para determinar el valor de la tarjeta con una nuez, podemos preguntarnos qué número multiplicado por cuatro nos da como resultado 48. Sabemos que 12 x 4 = 48 por lo que

 **= 12**

De acuerdo con lo anterior, ya tenemos que el valor de la nuez corresponde a 12 unidades, vamos a determinar los valores de las otras tarjetas.

Para esto usamos la información dada en el problema: “Ella sabe que el valor de la tarjeta con la imagen del camión es el quintuple del valor de la tarjeta con la nuez”.

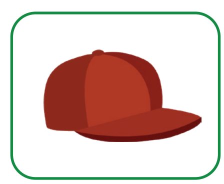
Recuerde que:
El doble de un número es el número multiplicado por dos.
Ej. 2 x 3 = 6 (el doble de tres es seis)

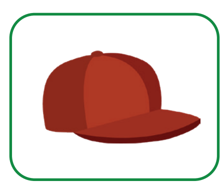
El triple de un número es el número multiplicado por tres.
Ej. 3 x 4 = 12 (el triple de 4 es 12)

El quíntuple de un número es el número multiplicado por 5.
5 x 2 = 10 (el quíntuple de 2 es 10)

Según la información anterior, el quíntuple de 12 (valor de la tarjeta con la imagen de la nuez) es: 5 x 12 = 60, entonces

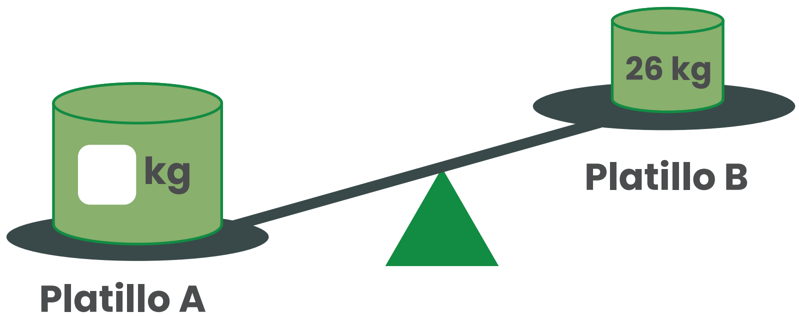
 **= 60**

Y tenemos que la expresión **4 +**  **=** 

Es equivalente a **4 + 60 =** 

Por lo que el valor de la tarjeta con la gorra corresponde a 64 unidades.

15. Matías tiene una balanza como la siguiente:



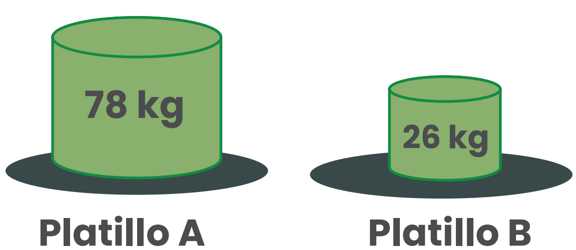
Él sabe que el peso de la pieza del "Platillo A" es el triple del peso de la pieza del "Platillo B". De acuerdo con esta información, ¿cuántos kilogramos de diferencia hay entre los pesos de ambas piezas?

Solución:
Dentro de la información de la imagen se indica que el peso de la pieza del platillo B es de 26 kg, y que el peso de la pieza del platillo A es el triple, por, lo que tenemos que:

para obtener el triple de ese peso, debemos multiplicarlo por 3.

3 x 26 = 78 kg

De esta manera tenemos los pesos de las piezas que están en los platillos A y B.



La diferencia entre los pesos de ambos platillos sería:

78 kg – 26 kg = 52 kg

16. En la clase de Educación Física el profesor le presenta a sus alumnos la preferencia de deportes de los estudiantes de la Escuela El Porvenir, según la información de la tabla tres estudiantes realizan las siguientes afirmaciones:

• Manuel: la mitad de los estudiantes prefieren la natación y el fútbol.
• Karina: más de la mitad de los niños y niñas de la Escuela El Porvenir prefieren el fútbol y el voleibol.
• Cira: los dos deportes que menos prefieren los niños son la natación y el baloncesto.

¿Cuál de ellos está en lo correcto?

Deporte	Frecuencia
Natación	16
Voleibol	32
Ciclismo	18
Fútbol	35
Baloncesto	27

Solución:
Analicemos cada una de las proposiciones desde lo que se indica en la tabla adjunta.

1. Manuel: la mitad de los estudiantes prefieren la natación y el fútbol.

Deporte	Frecuencia
Natación	16
Voleibol	32
Ciclismo	18
Fútbol	35
Baloncesto	27

La preferencia de estos dos deportes es de 51 estudiantes y el total de consultados es de 128.
Por lo tanto, el dato que da Manuel no es correcto.

2. Karina: más de la mitad de los niños y niñas de la Escuela El Porvenir prefieren el fútbol y el voleibol.

Deporte	Frecuencia
Natación	16
Voleibol	32
Ciclismo	18
Fútbol	35
Baloncesto	27

La preferencia de estos dos deportes es de 67 estudiantes y el total de consultados es de 128.
Esta afirmación es correcta, por que 67 es un número mayor a la mitad de 128 que es 64.

3. Cira: los dos deportes que menos prefieren los niños son la natación y el baloncesto.

Deporte	Frecuencia
Natación	16
Voleibol	32
Ciclismo	18
Fútbol	35
Baloncesto	27

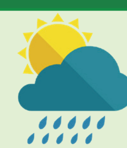
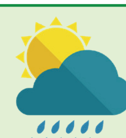
En el caso de Cira, uno de los deportes como la Natación si es de los que presentan menos preferencia, pero en el caso del Baloncesto no tiene razón.

Por lo tanto, únicamente Karina está en lo correcto.

17. La siguiente información corresponde a los pronósticos regionales de tiempo emitidos por el Instituto Meteorológico Nacional para el martes 10 de agosto de 2021. Tres estudiantes afirman lo siguiente:

• Manuel dice que es más probable una tarde con tormentas en el Valle Central que en el Pacífico Sur.
• Mateo dice que es menos probable que en la tarde llueva en la Zona Norte que en el Caribe Sur.
• Isabella afirma que es igualmente probable que se den tormentas en el Pacífico Central y en el Pacífico Sur.

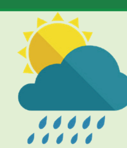
¿Cuál de los tres niños tiene razón?

Región	**Tarde**	
Valle Central	Parcialmente nublado. Posibles con lluvias aisladas al oeste	
Pacífico Central	Mayormente nublado con lluvias y tormentas	
Pacífico Sur	Nublado con lluvias y tormentas	
Caribe Sur	Mayormente nublado. Lluvias en las montañas	
Zona Norte	Parcialmente nublado. Lluvias variables	

Tomado y adaptado de la página del INEC.

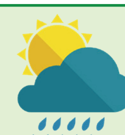
Solución:
Analicemos cada una de las proposiciones desde lo que se indica en la tabla adjunta.

1. Manuel dice que es más probable una tarde con tormentas en el Valle Central que en el Pacífico Sur.

Región	Tarde	
Valle Central	Parcialmente nublado. Posibles con lluvias aisladas al oeste	
Pacífico Sur	Nublado con lluvias y tormentas	

Esta afirmación de Manuel no es verdadera, por el contrario, es muy probable tarde con tormentas en el Pacífico Sur.

2. Mateo dice que es menos probable que en la tarde llueva en la Zona Norte que en el Caribe Sur.

Región	Tarde	
Caribe Sur	Mayormente nublado. Lluvias en las montañas	
Zona Norte	Parcialmente nublado. Lluvias variables	

Esta afirmación de Mateo también es falsa, en la zona norte para ese día es probable que se den lluvias variadas.

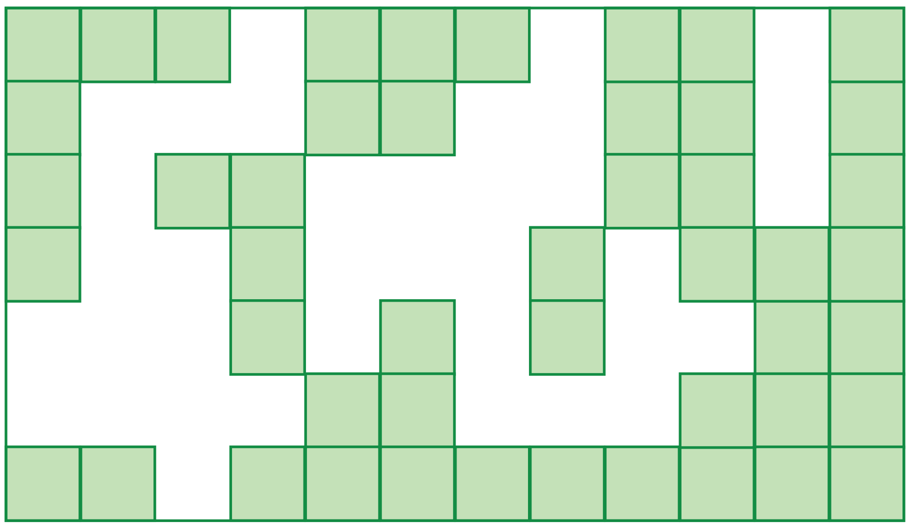
3. Isabella afirma que es igualmente probable que se den tormentas en el Pacífico Central y en el Pacífico Sur.

Región	Tarde	
Pacífico Central	Mayormente nublado con lluvias y tormentas	
Pacífico Sur	Nublado con lluvias y tormentas	

La afirmación de Isabella si es correcta

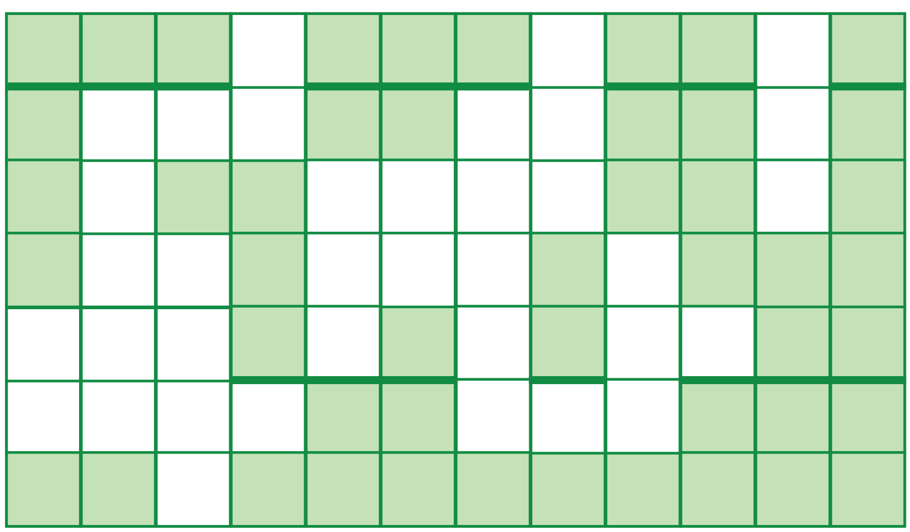
Por lo tanto, solo Isabella tiene razón.

18. José pegó unas piezas de cerámica de forma cuadrada en una pared del baño de su casa, pero con los días algunos se cayeron, como se muestra en la imagen. ¿Cuántos piezas de cerámica deberá José volver a colocar para reponer las que se cayeron?



Solución:

Identifiquemos cuantas piezas de cerámica hacen falta, intentemos trazar los cuadros que faltan

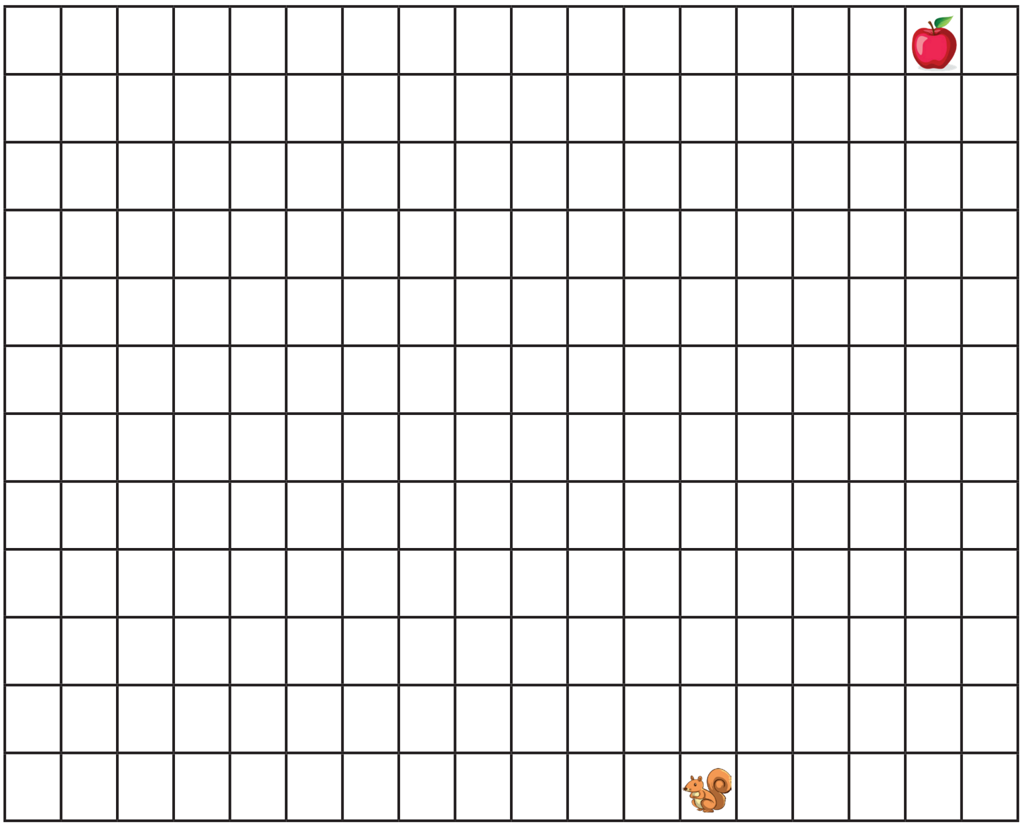


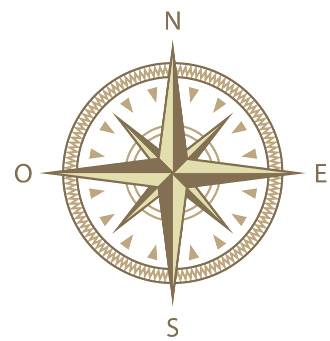
Ahora contemos los cuadros de color blanco que se observan, para determinar así los faltantes:

			15				28			36	
	7	12	14			25	27			35	
	6			18	20	24	26			34	
	5	11		17	19	23		32			
2	4	10		16		22		31	33		
1	3	9	13			21	29	30			
		8									

José debe volver a colocar 36 cuadritos de cerámica para reponer las que se cayeron.

19. Una ardilla camina 6 cuadritos hacia el Oeste, 8 cuadritos para el Norte y 10 cuadritos hacia el Este, ¿cuántos cuadritos hacia el Norte le hacen falta desplazarse para llegar a la manzana?



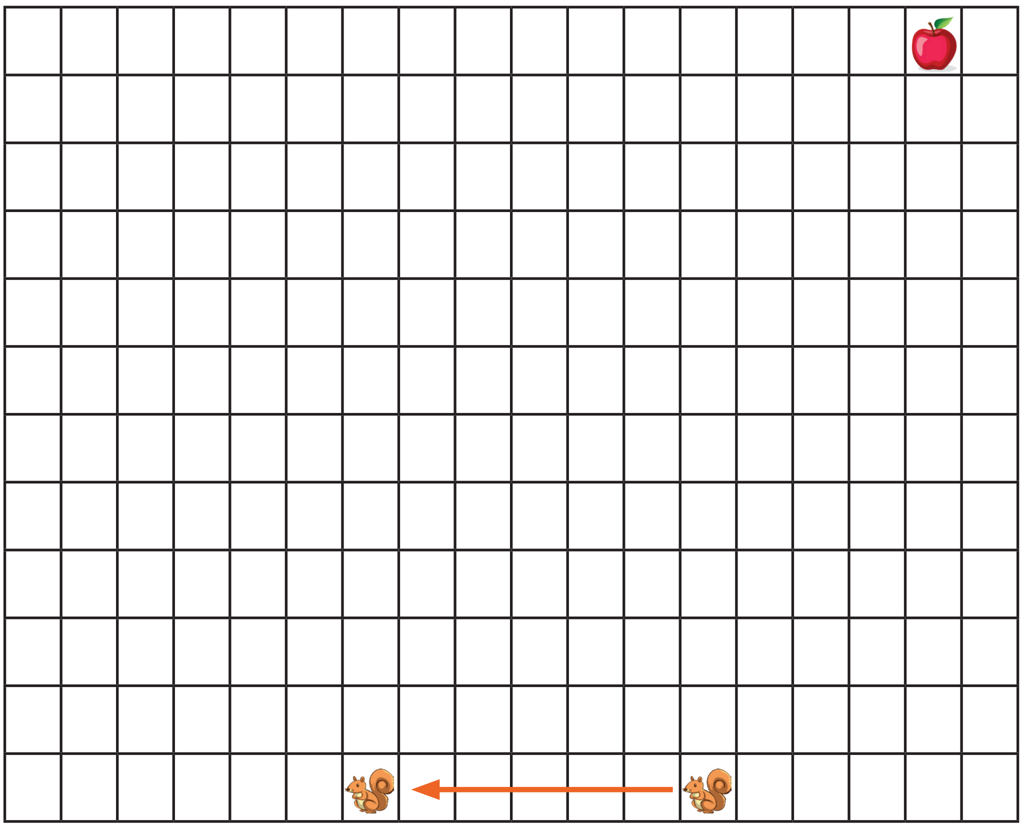


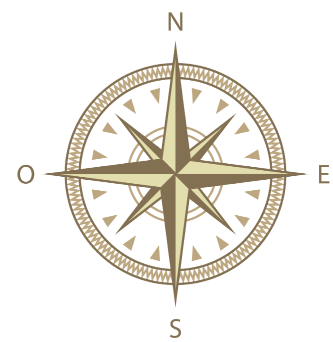
Simbología:
O: Oeste
N: Norte
E: Este
S: Sur

Solución:

Identifiquemos el recorrido de la ardilla

• 6 cuadritos hacia el Oeste





Simbología:

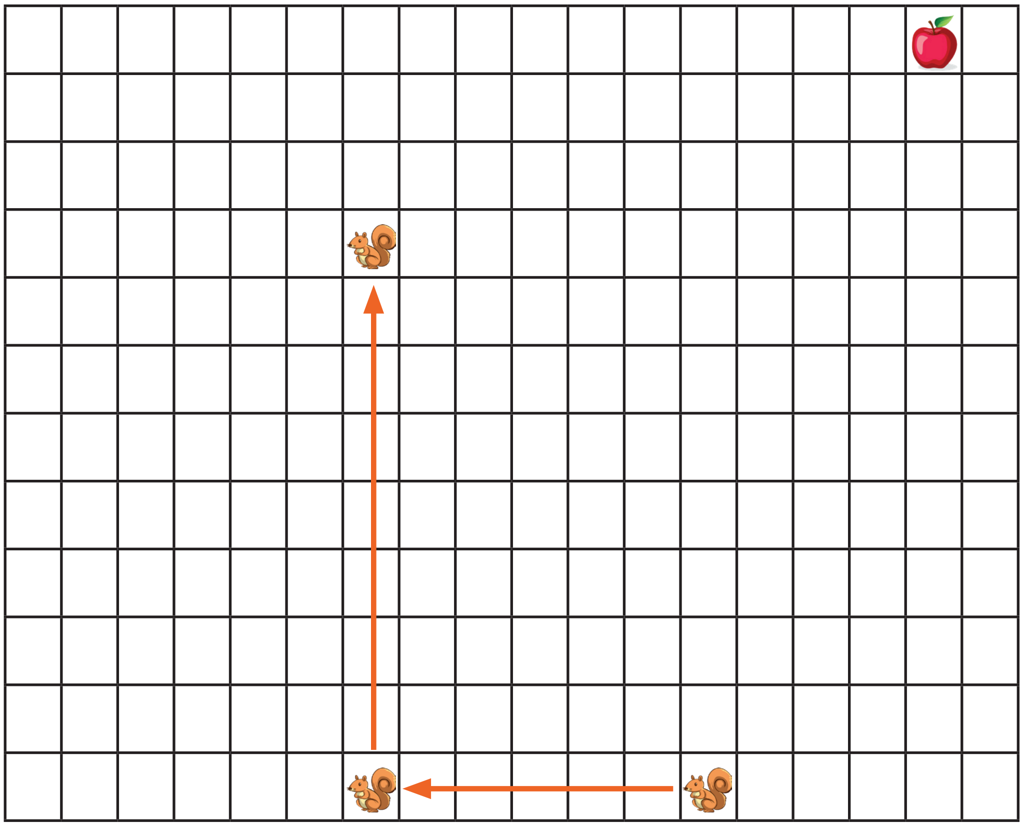
O: Oeste

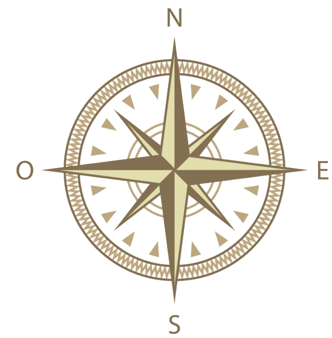
N: Norte

E: Este

S: Sur

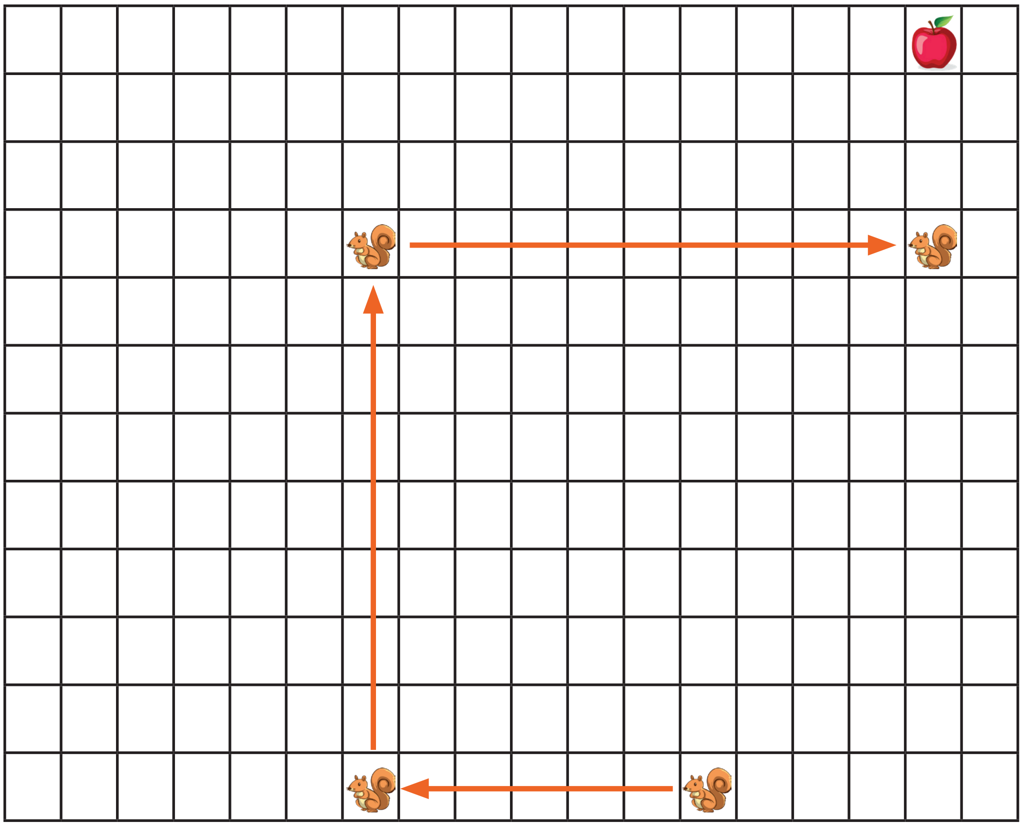
• 8 cuadritos para el Norte

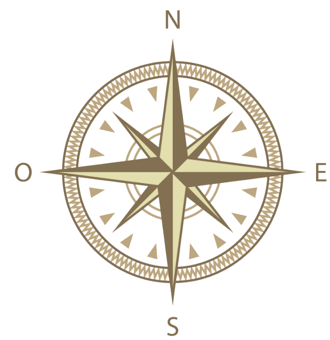




Simbología:
O: Oeste
N: Norte
E: Este
S: Sur

• 10 cuadritos hacia el Este





Simbología:
O: Oeste
N: Norte
E: Este
S: Sur

De acuerdo con el recorrido realizado a la ardilla le hacen falta 3 cuadritos hacia el norte para llegar a la manzana.

20. Fernanda tiene 2 monedas de ₡ 500, 4 billetes de ₡ 1000 y 3 de ₡ 5000, si este dinero lo tiene distribuido en las dos bolsas de su pantalón y en una de ellas tiene ₡ 5000, ¿cuántos billetes de mil colones le hacen falta en la otra bolsa para tener en total ₡ 25 000?

Solución:
Analicemos la información del problema:

• En una de las bolsas tiene ₡ 5000
• Fernanda tiene 2 monedas de ₡ 500, 4 billetes de ₡ 1000 y 3 de ₡ 5000, si este dinero lo tiene distribuido en las dos bolsas de su pantalón

Una posible asignación sería: a una de las dos bolsas le asignamos los ₡ 5000 que se indica en el problema y el resto del dinero en la otra bolsa.

Bolsillo A

Cantidad de dinero Bolsillo A

Billetes de ₡ 1000, tiene ₡ 4000
Billetes de ₡ 5000, tiene ₡ 10 000
Monedas de ₡ 500, tiene ₡ 1000

Bolsillo B

Cantidad de dinero Bolsillo B

Billetes de ₡ 5000, tiene ₡ 5000

Total de dinero en el Bosillo A
4000 + 10 000 + 1000 = ₡ 15 000

Dinero en ambos bolsillos:
Bolsillo A ₡ 15 000
Bolsillo B ₡ 5000

Total de dinero en ambos bosillos: ₡ 20 000

Como tiene ₡ 25 000 en total y ya distribuimos ₡ 20 000, faltan:

$$\begin{array}{r} 25\,000 \\ -\ 20\,000 \\ \hline 5\,000 \end{array}$$

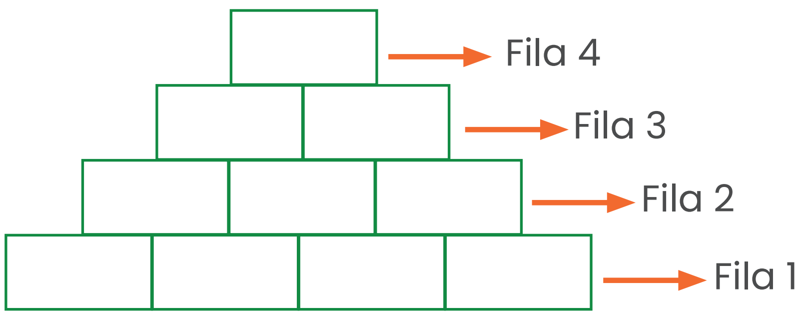
Le hacen falta ₡ 5000 que equivalen a 5 billetes de ₡ 1 000.

Nota: otras distribuciones que se hagan del dinero en los bolsillos puede dar el mismo resultado.

21. Darío tiene los siguientes 14 números:

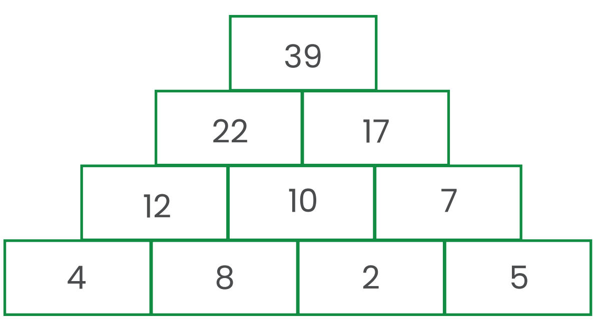
3 7 17 39 2
11 10 5 13 9
22 8 4 12

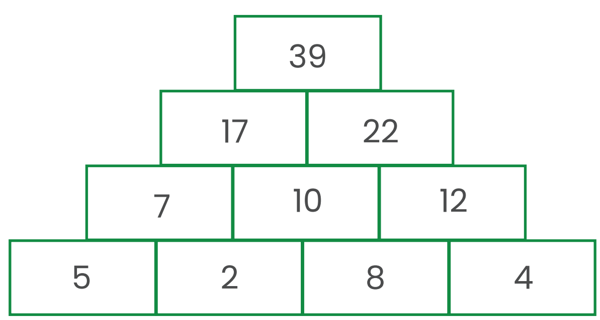
Él los debe colocar en la siguiente torre, de modo que siempre la suma de dos de la fila anterior, den el valor de uno de la siguiente, por ejemplo, al sumar dos de la fila 1 se obtiene uno de la fila dos.



¿Cuánto suman los números que Darío no utilizó?

Solución:
Dos maneras como podemos acomodar los números, siguiendo lo indicado en el problema, son las siguientes:





Con una "X" marcamos los números utilizados:

3 ~~7~~ ~~17~~ ~~39~~ ~~2~~

11 ~~10~~ ~~5~~ 13 9

~~22~~ ~~8~~ ~~4~~ ~~12~~

Quedando los siguientes sin utilizar

3 9 11 13

La suma de estos números que Darío no utilizó es:

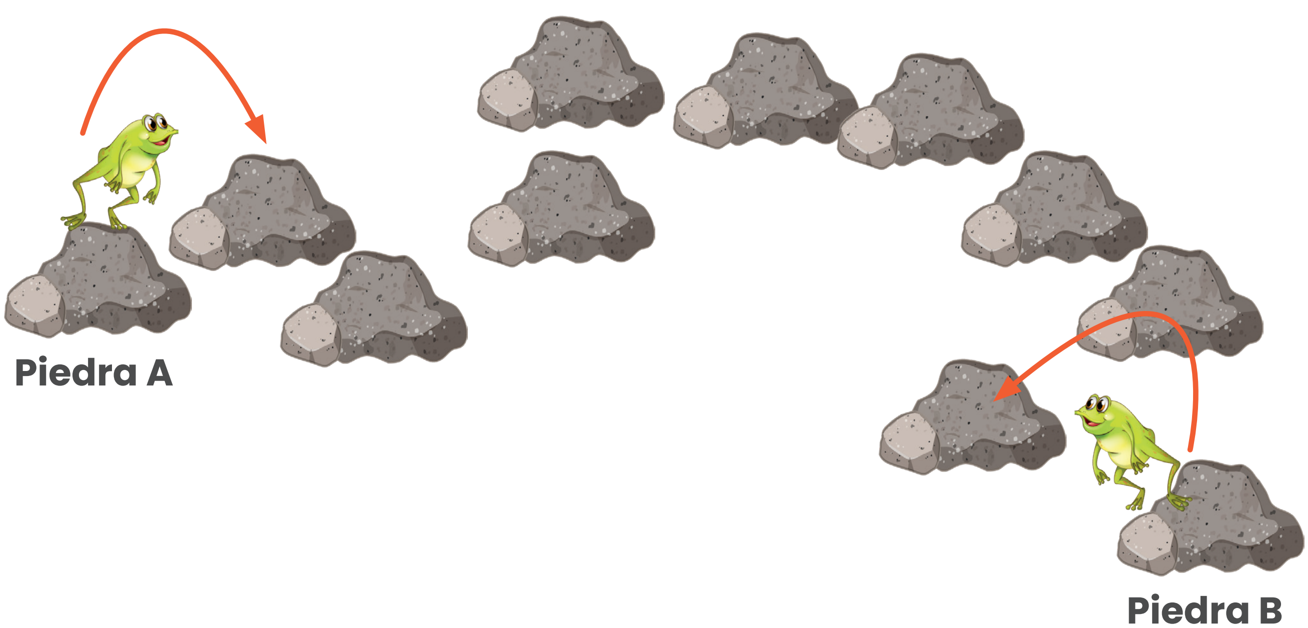
3 + 9 + 11 + 13 = 36

22. Las ranitas saltan de una piedra a otra, y cada salto les lleva un segundo.

• La rana 1, sale de la piedra A, da tres saltos hacia adelante, y luego da dos hacia atrás; vuelve a dar tres hacia adelante, y dos hacia atrás, y así sucesivamente.
• La rana 2, sale de la piedra B, da cuatro saltos hacia adelante, y uno hacia atrás; vuelve a dar cuatro hacia adelante, y uno hacia atrás, y así sucesivamente.

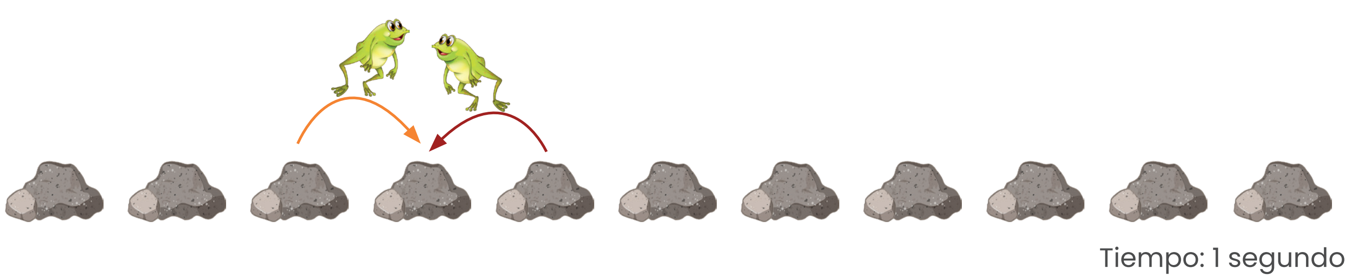
Si las dos ranas inician al mismo tiempo,
a. ¿a los cuántos segundos conciden por primera vez en una misma piedra?

b. Si la ranita 2 llega al extremo y se devuelve ¿a los cuántos segundos coinciden por segunda vez en una misma piedra?



Solución:

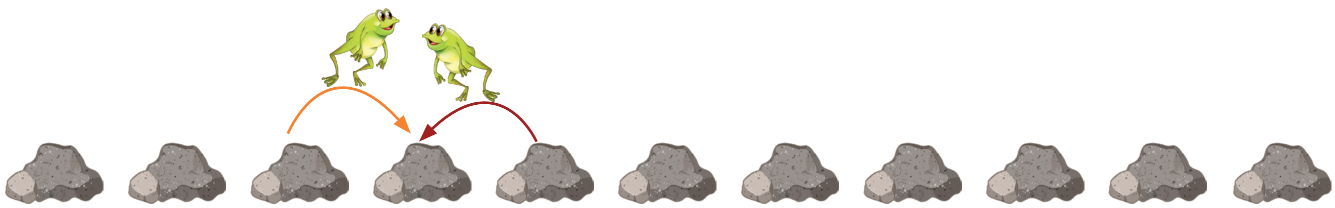
Representemos gráficamente los saltos y determinamos “¿a los cuántos segundos coinciden por primera vez en una misma piedra?”

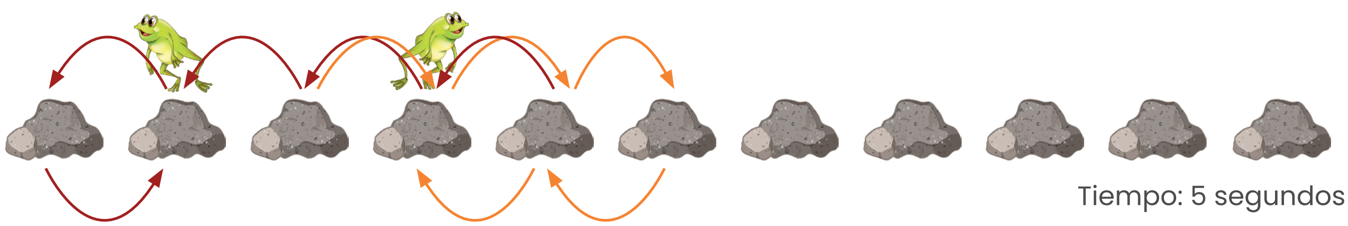


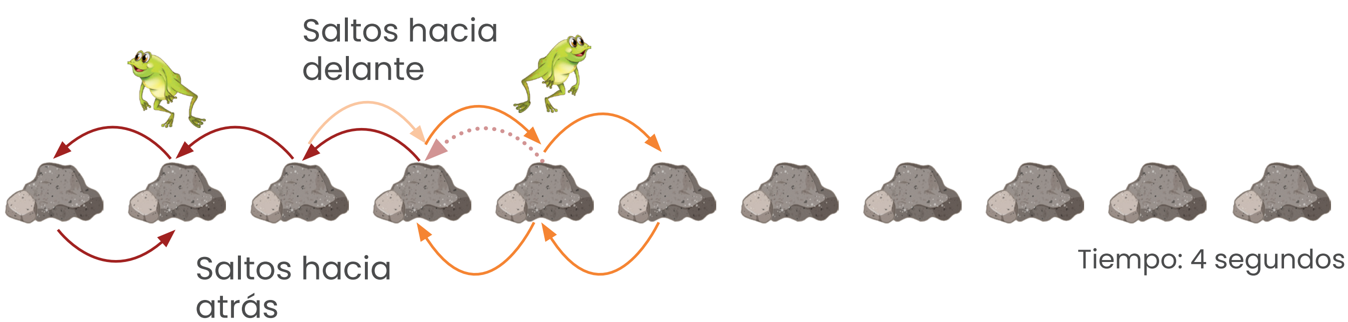
Las dos ranitas se encuentran a los 11 segundos.

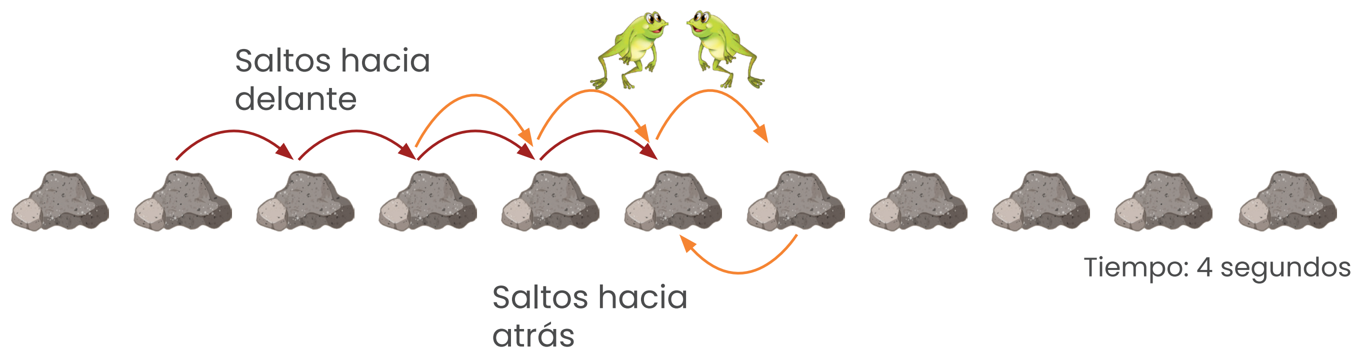
Podemos seguir utilizando la representación gráfica para determinar "Si la ranita 2 llega al extremo y se devuelve ¿a los cuántos segundos coinciden por segunda vez en una misma piedra?"

Iniciamos donde habíamos quedado





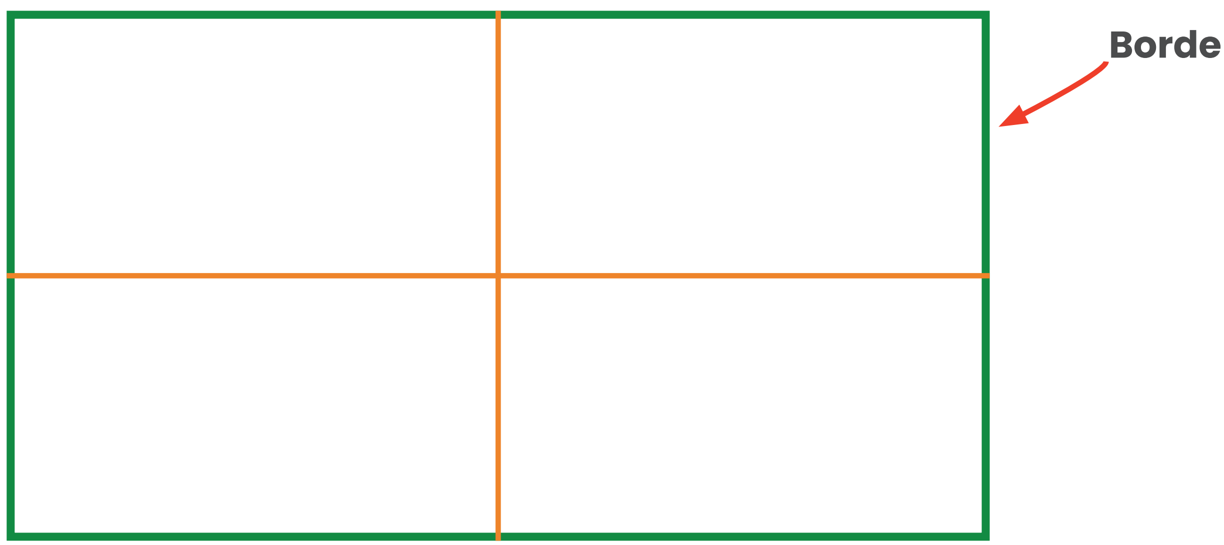




Las ranitas coinciden por segunda vez a las 19 segundos (11 + 4 + 4).

23. Sofi quiere colocar en el borde de su ventana una cinta decorativa que tiene un precio de ₡ 110 el metro. Ella no sabe las dimensiones del borde de la ventana, pero recuerda que: Está compuesta por cuatro rectángulos pequeños, de igual tamaño con un ancho de 10 cm y el largo del doble del ancho.

¿Cuántos metros de cinta deberá comprar Sofi para decorar su ventana?
¿Cuánto dinero necesita Sofi para decorar el borde de su ventana?

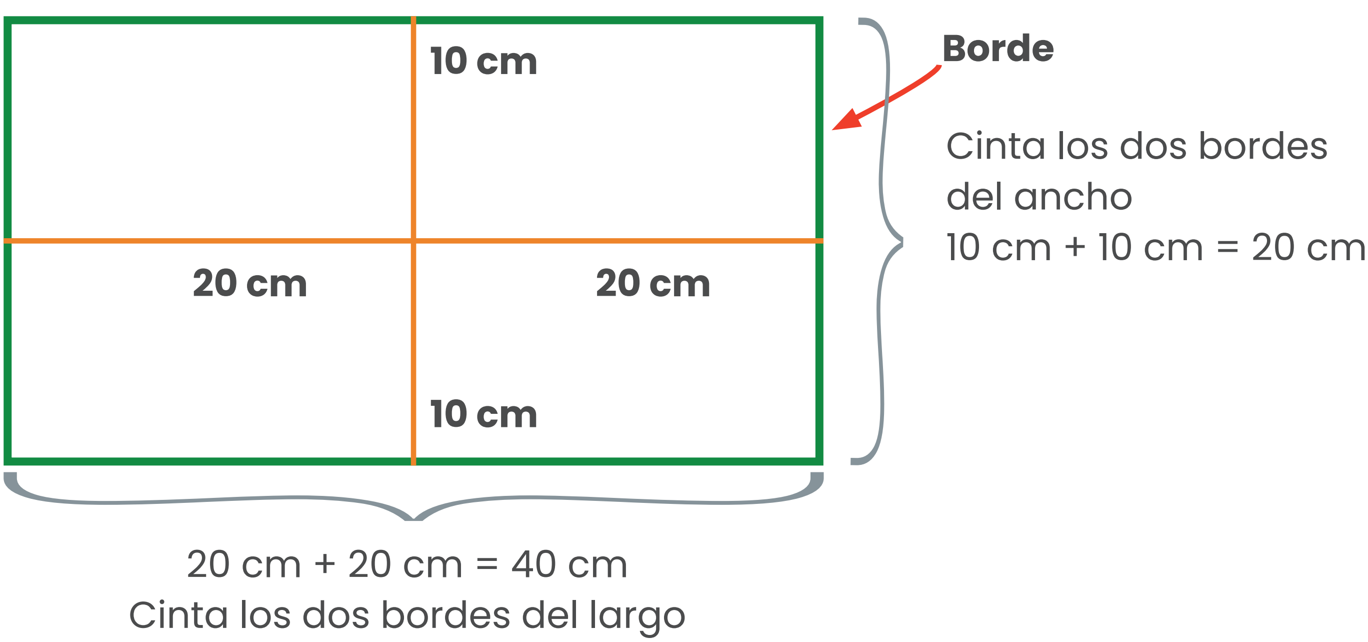


Solución:
Analicemos esta posible estrategia de solución, identificamos la información presente en el problema:

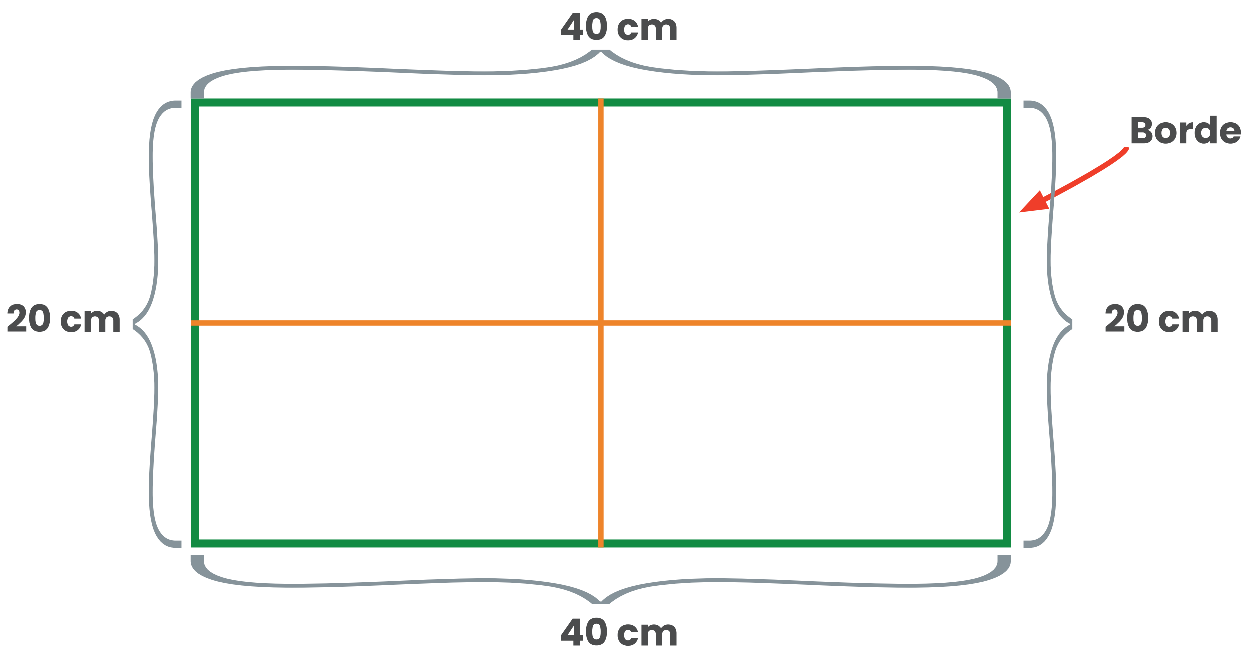
- Está compuesta por cuatro rectángulos pequeños, de igual tamaño con un ancho de 10 cm.
- El largo del doble del ancho.

Con la información que nos dan podemos determinar la medida del largo de cada uno de los cuatro rectángulos

Con la información anterior, podemos determinar las medidas del borde de la ventana, luego debemos sumarlas para determinar la cantidad de cinta que se requiere.



Para el borde se necesitan



Cantidad total de cinta

20 cm + 40 cm + 20 cm + 40 cm = 120 cm

Luego, note que nos preguntan por metros, y las medidas están en centímetros por lo que debemos pasar de centímetros a metros

120 cm = 1,2 metros

Recordemos que 1 metro tiene 100 centímetros.

Por lo tanto, Sofi requiere 120 cm de cinta, que equivalen a 1,2 metros. Ahora determinemos la cantidad de dinero que necesita Sofi para comprar esa cinta.

Según el enunciado del problema, 1 metro tiene un valor de ₡ 110, entonces cada centímetro tiene un valor de ₡ 11 y entonces 0,2 metros (20 centímetros) valen ₡ 22. También podemos apoyarnos en una representación gráfica

La línea representa los ₡ 110 que cuesta el metro de cinta

Ese metro lo dividimos en 5 pedazos cada uno de 0,2 metros (20 centímetros) y con un costo de ₡ 22

₡ 20 + ₡ 2 **₡ 20 + ₡ 2** **₡ 20 + ₡ 2** **₡ 20 + ₡ 2** **₡ 20 + ₡ 2**

Así como Sofi requiere un total de 1,2 metros(el metro más los 20 centímetros), podemos calcular el costo total haciendo la suma
₡ 110 + ₡ 22 = ₡ 132
Y concluimos que Sofi requiere de ₡ 132 para comprar la cinta decorativa.

24. Daniel escribe en una hoja los números naturales del 472 al 539, luego elimina de esa lista los siguientes números:

- Los pares.
- Aquellos números que sumados sus dígitos den como resultado un número impar mayor o igual que 11
- Los números terminados en 1, 5, y 7

Según la información anterior, si se suman los números que quedan, que valor tiene el dígito de las decenas

Solución:

Comencemos escribiendo en una tablita los números naturales entre el 472 y el 539. Y vamos a ir descartando los números según las proposiciones que se indican, la primera "Los pares." Los cuales los marcaremos con un círculo naranja

	472	473	474	475	476	477	478	479	480
481	482	483	484	485	486	487	488	489	490
491	492	493	494	495	496	497	498	499	500
501	502	503	504	505	506	507	508	509	510
511	512	513	514	515	516	517	518	519	520
521	522	523	524	525	526	527	528	529	530
531	532	533	534	535	536	537	538	539	

Recuerde que los números pares son aquellos que tienen mitad, todos los terminados en 0, 2, 4, 6, 8 son pares

Como los acomodamos en una tablita logramos identificarlos de una manera más sencilla, incluso una vez acomodados podemos observar un patrón que nos facilita el proceso.

Seguimos con las siguientes proposiciones "Aquellos números que sumados sus dígitos den como resultado un número impar mayor o igual que 11" y "Los números terminados en 1, 5, y 7". De estas dos proposiciones son más rápido de identificar los terminados en 1, 5, y 7, los marcaremos con un círculo de color amarillo.

	472	473	474	475	476	477	478	479	480
481	482	483	484	485	486	487	488	489	490
491	492	493	494	495	496	497	498	499	500
501	502	503	504	505	506	507	508	509	510
511	512	513	514	515	516	517	518	519	520
521	522	523	524	525	526	527	528	529	530
531	532	533	534	535	536	537	538	539	

Ya se van reduciendo la cantidad de números que no cumplen las proposiciones. Por último, de los que quedan encerremos en un círculo verde "Aquellos números que sumados sus dígitos den como resultado un número impar mayor o igual que 11".

	472	473	474	475	476	477	478	479	480
481	482	483	484	485	486	487	488	489	490
491	492	493	494	495	496	497	498	499	500
501	502	503	504	505	506	507	508	509	510
511	512	513	514	515	516	517	518	519	520
521	522	523	524	525	526	527	528	529	530
531	532	533	534	535	536	537	538	539	

Los que quedan sin marca, son los que utilizaremos para responder el problema, que corresponden a: 473, 479, 493, 499, 503, 509, 513, 523, 529.
473 + 479 + 493 + 499 + 503 + 509 + 513 + 523 + 529 = 4521

La suma de estos números es: 4521.

Para que sigas practicando

1. Doña Elvira está celebrando su octagésimo tercer año de vida, mientras que doña Herminia cumplirá el próximo año su cuadragésimo quinto aniversario de matrimonio. Si se sabe que ambas tienen la misma edad. ¿Qué edad tenía doña Herminia cuando se casó?

Solución:
Pasemos a números cardinales cada uno de los datos dados.
• Si doña Elvira está celebrando su octagésimo tercer año de vida entonces doña Elvira esta celebrando su cumpleaños número 83.
• Si Doña Herminia cumplirá el próximo año su cuadragésimo quinto aniversario de matrimonio, entonces doña Herminia cumplirá el próximo año 45 años de matrimonio.

Como se sabe que ambas tienen la misma edad, entonces doña Herminia tiene 83 años. Además, en este momento doña Herminia tiene 44 años de casada pues el próximo año cumplirá los 45. Restando esos dos datos podemos obtener la edad a la que se casó doña Herminia

83 – 44 = 39 años

Por lo tanto, doña Herminia se casó a los 39 años.

2. Analice la siguiente tabla que contiene la distancia en kilómetros entre la ciudad de San José Costa Rica y otras ciudades del continente.

Ciudades	Distancia en kilómetros
San José Costa Rica y Managua Nicaragua	340 km
San José Costa Rica y Ciudad de Panamá en Panamá	512 km
San José Costa Rica y La Habana Cuba	1472 km
San José Costa Rica y Medellín Colombia	1023 km

A partir de la información anterior, Nicolette, Sígurd y Bryan comentaron lo siguiente:

• Nicolette indica que al sumar las distancias entre San José y Managua y San José y Medellín se obtiene una menor distancia que la existente entre San José y La Habana.
• Sígurd comenta que la distancia entre San José y Medellín es un kilómetro menor que el doble de la distancia entre San José y Ciudad de Panamá.
• Bryan menciona que la diferencia entre la distancia existente entre San José y La Habana y la existente entre San José y Cuidad Panamá es mayor que la distancia entre San José y Medellín.

¿Quiénes dijeron la verdad?

Solución:
Vamos analizando lo que comentó cada uno

• **Nicolette:** al sumar las distancias entre San José y Managua y San José y Medellín se obtiene una menor distancia que la existente entre San José y La Habana.

Sumemos las distancias indicadas

San Jose y Managua	340
San José y Medellín	+ 1023
	1363

La suma de las distancias es 1363 km y la distancia entre San José y La Habana y es de 1472 km. Si comparamos ambas cantidades, tenemos que la suma de las distancias es menor que la distancia entre San José y La Habana. Por lo tanto, Nicolette dijo la verdad.

• **Sígurd:** la distancia entre San José y Medellín es un kilómetro menor que el doble de la distancia entre San José y Ciudad de Panamá.
La distancia entre San José y Ciudad de Panamá es de 512 km, por que el doble es 1024 km. La distancia entre San José y Medellín es de 1023 km. Por lo que la distancia entre San José y Medellín es un kilómetro menor que el doble de la distancia entre San José y Ciudad de Panamá. Por lo tanto, Sígurd dijo la verdad.

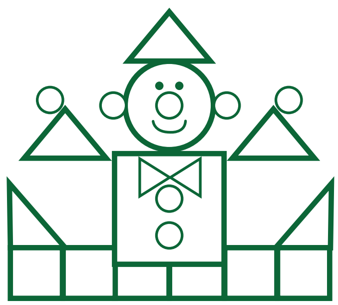
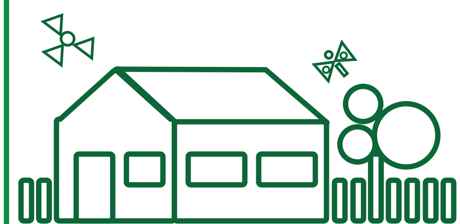
• **Bryan:** la diferencia entre la distancia existente entre San José y La Habana y la existente entre San José y Cuidad Panamá es mayor que la distancia entre San José y Medellín.

Restemos las distancias indicadas

San José y La Habana	1472
San José y Cuidad Panamá	+ 512
	960

La diferencia entre las distancias es 960 km y la distancia entre San José y Medellín y es de 1023 km. Si comparamos ambas cantidades, tenemos que la diferencia entre las distancias es menor que la distancia entre San José y Medellín. Por lo tanto, Bryan no dijo la verdad. Concluimos que Nicolette y Sígurd dijeron la verdad.

3. Observe las siguientes figuras

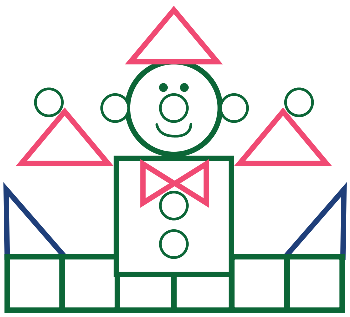
Figura 1	Figura 2	Figura 3
		

¿Cuál de las figuras anteriores es la que posee más ángulos agudos?

Solución:
Note que las Figuras 1 y 2 están formadas por triángulos, círculos y rectángulos. Los triángulos de ambas figuras son rectángulos o acutángulos.

Recuerde que Un triángulo es acutángulo si sus tres ángulos son agudos.
Un triángulo es rectángulo si uno de sus ángulos es rectángulo. En un triángulo rectángulo los otros ángulos son agudos.

Contemos los triángulos de cada una de las figuras 1 y 2, en rosado los acutángulos y en azul los rectángulos



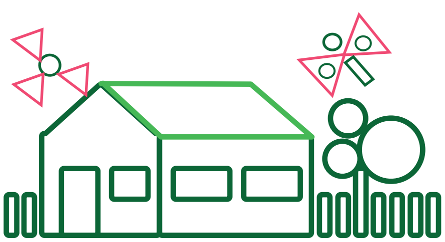
Como cada triángulo acutángulo tiene 3 ángulos agudos y hay 5 triángulos acutángulos entonces tenemos 15 ángulos agudos.

Hay 2 triángulos rectángulos, cada uno tiene 2 ángulos agudos, entonces tenemos 4 ángulos agudos.

Así en le primera figura hay 19 ángulos agudos.

La figura tiene 4 triángulos acutángulos, cada uno tiene 3 ángulos agudos. Por lo que en total se tiene 12 ángulos agudos.

En la figura 3, además de triángulos, círculos y rectángulos, hay un romboide en el techo de la cas   a.



Como hay 5 triángulos acutángulos, tenemos 15 ángulos agudos.

En el romboide se tienen 2 ángulos agudos (los otros 2 son obstusos).

La Figura 3 tiene en total 17 ángulos agudos.

Del análisis anterior podemos concluir que la Figura 1 es la que tiene más ángulos agudos.

Créditos

Los ítems fueron tomados de la prueba aplicadas en las diferentes etapas de la OLCOMEP 2021.

Autores de los ítems

Hermes Mena Picado, Asesor Nacional de Matemática,
Departamento de Primero y Segundo Ciclos, MEP.

Sigurd Ramos Marín, profesor de Matemática,
Universidad Estatal a Distancia.

Alejandra Sánchez Ávila, encargada de Cátedra Didáctica de la Matemática,
Universidad Estatal a Distancia.

Compilación y estrategias de solución de los cuadernillos realizadas por:

Hermes Mena Picado, Asesor Nacional de Matemática,
Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Dirección de Desarrollo Curricular

Revisores de los cuadernillos

Geisel Alpízar Brenes
Profesora de Matemática de la Escuela de Matemática del Instituto Tecnológico de Costa Rica.

Mónica Mora Badilla
Profesora de Matemática, Escuela de Ciencia de la Educación Cátedra de Didáctica de la Matemática, Universidad Estatal a Distancia.

Ministerio de
Educación Pública

UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

UNED

TEC Tecnológico
de Costa Rica

OLCOMEP