mep Ministerio de Educación Pública | Universidad de Costa Rica | UNED | TEC Tecnológico de Costa Rica | OLCOMEP

Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Asesoría Nacional de Matemática

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria - OLCOMEP

5º | CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE

QUINTO AÑO 2022

PRESENTACIÓN

Es fundamental que nuestro sistema educativo fomente en la sociedad costarricense, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo matemático, científico y tecnológico, a efecto de formar personas críticas y analíticas, habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

La enseñanza de la Matemática ocupa un papel clave en el currículo escolar y persigue el desarrollo de un proceso intelectual en los estudiantes. La Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria **OLCOMEP**, tiene como finalidad estimular y desarrollar entre los niños y niñas sus capacidades de resolución de problemas matemáticos, por medio de una competencia de conocimiento sana entre estudiantes de los seis años escolares de la Educación General Básica diurna de todas las direcciones regionales educativas del país.

El presente cuadernillo pretende ser un insumo de apoyo para el docente y practica para el estudiante. El mismo busca orientar a los y las participantes de la **OLCOMEP**, por medio de la presentación de problemas recopilados de las pruebas aplicadas en ediciones anteriores de la misma olimpiada. Su contenido pretende dar pautas sobre los tipos de problemas a los que se van a enfrentar los y las estudiantes en las diferentes etapas que comprende la **OLCOMEP**, así como sus estrategias de resolución.

Los problemas aquí seleccionados se fundamentan en situaciones matemáticas donde se requiera manifestar las habilidades que caractericen el talento matemático para lograr su resolución, basados en los niveles de complejidad de los problemas descritos en el Programa de Estudio en Matemáticas (MEP, 2012) y por medio de los diferentes contextos que se consideran para la olimpiada.

Comisión Central de OLCOMEP

1. Haciendo una tarea Abigail empezó a la 7:24 am y terminó a la 9:55 am. Roger hizo esa misma tarea en 135 minutos y Sofía tardó 2 1/4 horas. ¿Cuál de los tres niños duró más tiempo haciendo la tarea?

a. Abigail
b. Roger
c. Sofía

Posible estrategia de solución:
Tenemos que comparar el tiempo que utilizó Abigail, Roger y Sofía en realizar la tarea.

Abigail  **Roger**  **Sofía** 

Con Abigail tenemos un intervalo de horas que es de 7:24 am a 9:55 am. Podemos calcular los minutos que hay en ese lapso de tiempo que usó Abigail. Sabemos que cada hora tiene 60 minutos. Podemos segmentar la totalidad de las horas, a nuestra conveniencia, y restar y sumar para calcular los minutos.

Para 7:24 am a 8: 00 am, sería:

60 - 24 = 36

Los minutos que tiene una hora (7:00 a.m. a 8:00 a.m.)

Los 24 minutos de las 7:24 a.m., porque no las utilizó en la tarea

Los minutos transcurridos desde las 7:24 a.m. a las 8:00 a.m.

Intervalo	Tiempo en minutos
7:24 am a 8:00 am	36
8:00 am a 9:00 am	60
9:00 am a 9:55 am	55
Total	**151**

De acuerdo con lo anterior, Abigail destinó 151 minutos para hacer la tarea.

Por otra parte, se nos dice que Sofía tardó $2\frac{1}{4}$ horas. Para averiguar los minutos realizamos la conversión de las $2\frac{1}{4}$ horas.

Podemos comenzar con las 2 horas, se multiplican por 60, para obtener minutos:

$$\boxed{2} \times \boxed{60} = \boxed{120} \text{ minutos}$$

Ahora bien, nos queda $\frac{1}{4}$ horas, que podemos graficar siguiendo la siguiente lógica:

$1 \longrightarrow$ De 1 hora (60 minutos)

$4 \longrightarrow$ 4 partes iguales

Gráficamente podríamos imaginar un reloj, aparato que muestra muy bien los 60 minutos de una hora, y hacemos que este se divida en 4 partes iguales, se vería así:

Si los 60 minutos, representados por rayitas, los distribuimos en 4 partes iguales, nos quedan segmentos de 15 minutos cada uno.

Con una división, lo podríamos representar como:

$$\boxed{60} \div \boxed{4} = \boxed{15} \quad \text{minutos}$$

Por eso cuando nos dicen “un cuarto de hora”, visto como $\frac{1}{4}$ hora, se refieren a 15 minutos.

Como ya teníamos 120 minutos, de las 2 horas, sumamos los 15 minutos que acabamos de averiguar, y nos da 135 minutos, tiempo dedicado por Sofía.

Por lo tanto, para las $2\frac{1}{4}$ horas de Sofía, obtenemos lo siguiente:

Horas	Minutos
2	120
$\frac{1}{4}$	15
Total	**135**

Sofía tardó 135 minutos.

Por otro lado, para Roger no tenemos que hacer ninguna conversión, porque en el enunciado ya nos brindan el tiempo en minutos.

Roger invirtió 135 minutos en hacer la tarea.

Afirmamos que Sofía utilizó 135 minutos para hacer la tarea, misma cantidad de tiempo que destinó Roger. Sin embargo, Abigail tardó 151 minutos, por lo que es la persona que dedicó más tiempo haciendo la tarea.

Abigail

151 minutos

Roger

135 minutos

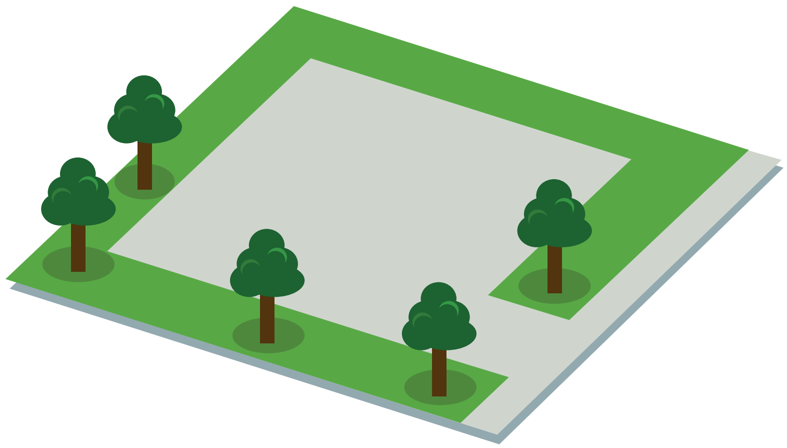
Sofía

135 minutos

Entonces, ¿cuál de los tres niños duró más tiempo haciendo la tarea?

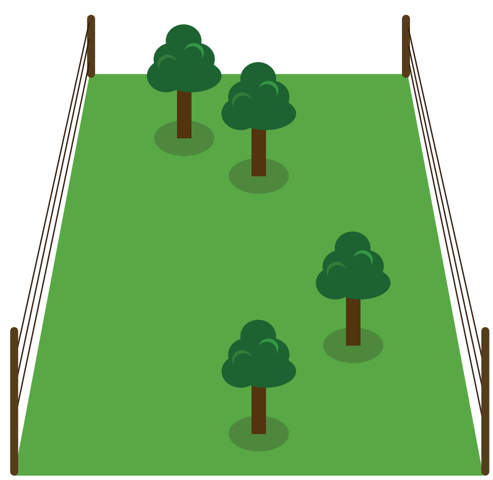
Respuesta: Abigail

2. El perímetro de un terreno rectangular es de 40 metros, se sabe que el largo mide 10 metros más que el ancho, el dueño quiere cercar con tres hileras de alambre los lados de mayor medida ¿Cuánto alambre necesita comprar el dueño?



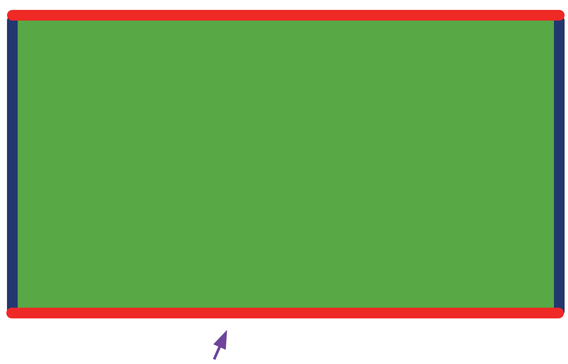
Solución:

Primero, es importante definir qué es lo que buscamos y qué nos puede ayudar a resolver el problema. Lo que nos preguntan es la cantidad de cable que se debe comprar para poner <u>tres líneas</u> de alambre en los <u>lados largos</u> del terreno. En otras palabras, ocupamos saber la medida de los lados largos, para después multiplicar por tres.



Analicemos un poco la fórmula o estrategia que se utiliza para calcular el perímetro de un rectángulo. Sabemos que el perímetro es igual a la suma de todos sus lados, reconociendo que el rectángulo puede tener dos lados largos, y otros dos más cortos.

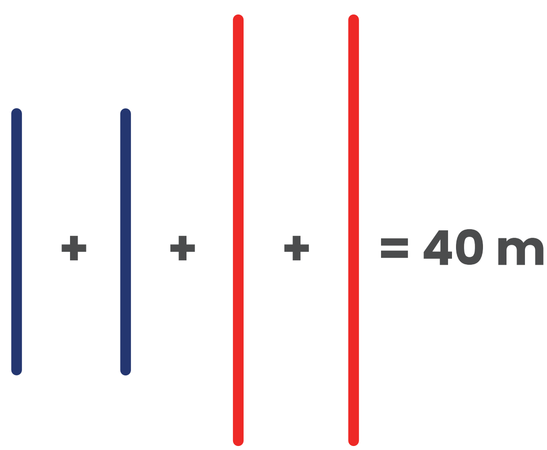
Los lados largos son los que requieren la cerca



Ahora bien, el perímetro sería igual a:

Lado + lado + lado + lado = 40 metros

Visualmente es:



O, lo que es igual:

2 x lado corto + 2 x lado largo = 40 metros

Una forma de resolverlo es probando hasta encontrar las cantidades que encajen en lo que buscamos. Es decir, que cuando sumemos los cuatro lados nos dé 40 metros. Hay que tener presente la diferencia de 10 metros que existe entre los lados anchos y los largos.

$\boxed{}$	+	$\boxed{}$	+	10 + $\boxed{}$	+	10 + $\boxed{}$	=	**40**
Corto	+	corto	+	largo	+	largo	=	perímetro

+

1	+	1	+	10 + 1	+	10 + 1	=	**24**
Corto	+	corto	+	largo	+	largo	=	perímetro

24 no es igual a 40. La medida del lado del rectángulo NO es 1 metro

2	+	2	+	10 + 2	+	10 + 2	=	**28**
Corto	+	corto	+	largo	+	largo	=	perímetro
2		2		2		2		

28 metros tampoco es la medida del lado del lote, porque no da igual el perímetro

3	+	3	+	10 + 3	+	10 + 3	= **32**
Corto	+	corto	+	largo	+	largo	= perímetro

No funciona con 3 metros, probemos con 4 metros:

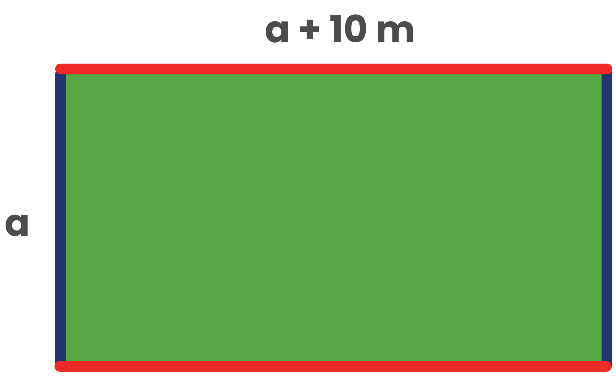
4	+	4	+	10 + 4	+	10 + 4	= **36**
Corto	+	corto	+	largo	+	largo	= perímetro

Estamos más cerca, pero aún nos falta. Vamos con 5.

5	+	5	+	10 + 5	+	10 + 5	= **40** ✓
Corto	+	corto	+	largo	+	largo	= perímetro

Ya encontramos las medidas de los lados del rectángulo, los lados cortos miden **5 metros** cada uno, y los largos miden **15 metros**. Los 30 metros, de los dos lados largos, los multiplicamos por 3, y nos da 90 metros, siendo esto lo que debe comprar de alambre.

Otra forma de resolver es con ecuaciones. Recordamos que el lado largo es 10 metros más grande que el lado corto, es decir, si la letra a representa el lado corto, entonces a + 10 m es la medida del lado largo, porque se suman los 10 metros que tiene de más, en comparación al lado corto:



Este método lo verás en secundaria, pero si te llama la atención puedes preguntarle a un adulto y profundizar en él.

De forma algebraica, lo veremos así:

Perímetro:

$$\underbrace{a + a + (a + 10)}_{\text{corto + corto + largo}} + \underbrace{(a + 10)}_{\text{largo}} = 40$$

El siguiente paso es agrupar los valores de la ecuación, de modo que sumemos los que son iguales. Por ejemplo, hay dos “a” solitas, por lo que podemos decir que hay **2a**.

El siguiente paso es agrupar los valores de la ecuación, de modo que sumemos los que son iguales. Tenemos:

$$a + a + a + 10 + a + 10 = 40$$

Hay cuatro “a” solitas, por lo que podemos decir que hay 4a.

Ahora escribimos lo que nos resultó:

$$4a + 20 = 40$$

Ocupamos despejar el a, que es el valor de la longitud del lado corto del lote, por lo que restamos 20 de ambos lados de la ecuación:

$$4a + 20 - 20 = 40 - 20$$

Realizamos la operación, que es una resta, y queda:

$$4a = 20$$

Ahora, entre el 4 y el a hay una multiplicación, por lo que el 4, que dividimos por cuatro a ambos lados de la ecuación y obtenemos:

Al realizar la división obtenemos el valor del lado corto del lote.

$$a = 5$$

El lado largo es igual a 5 + 10, lo cual corresponde a 15 metros. Si necesitan cercar las partes más largos del lote, requieren cubrir 30 metros (15 m + 15 m), por ser dos de los lados largos.

Sin embargo, hay que recordar multiplicar por tres, porque son tres líneas de alambre

30 x 3 = 90 metros

Respuesta: a) 90 metros

3. Al lanzar dos dados al aire, Daniel decidió registrar el número de resultados posibles como aparece en la imagen a continuación:

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
⚁	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
⚂	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
⚃	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
⚄	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
⚅	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

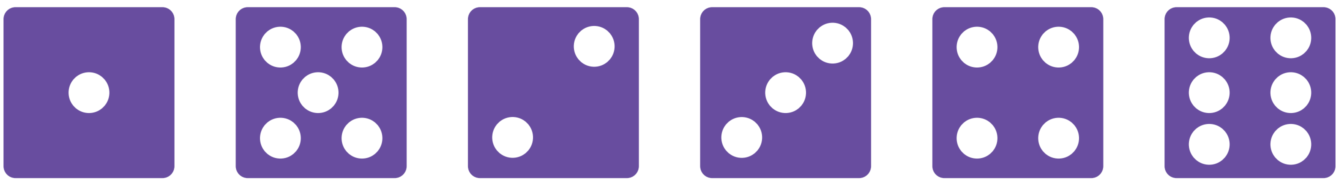
Si Daniel decide sumar los puntos obtenidos con los dos dados, es menos probable que se pueda registrar el siguiente resultado:

a. Obtener un número mayor que 2
b. Obtener un número menor que 5
c. Obtener un número menor que 13

Posible estrategia de solución:

Lo que tenemos que hacer es identificar la situación menos probable.

Observamos la cantidad de combinaciones que pueden ocurrir al lanzar los dados. Se trata de dos dados convencionales, que cada uno tiene 6 caras.



Por ello comprendemos que existen 36 opciones posibles (6 del dado uno x 6 del dado dos = 36), que son las que nos muestran en el cuadro de arriba.

Pongamos atención a las premisas u opciones, y utilizando el cuadro, calculemos la probabilidad para cada una de ellas

a. Obtener un número mayor que 2

Contemos todos los cuadros en donde la combinación de los dos dados sea mayor a 2. No incluimos, entonces, los que sean iguales a 2.

	~~(1,1)~~	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Vemos que la única combinación que no cumple este enunciado, es la que ocurre al sacar 1 en un dado y 1 en el otro, pues es igual a 2. De esta manera,

$$\frac{35}{36} = 0{,}972\ldots$$

De esta forma confirmamos que la probabilidad de que esto ocurra es muy alta.

b. Obtener un número menor que 5

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	(1,1)	(1,2)	(1,3)	~~(1,4)~~	~~(1,5)~~	~~(1,6)~~
⚁	(2,1)	(2,2)	~~(2,3)~~	~~(2,4)~~	~~(2,5)~~	~~(2,6)~~
⚂	(3,1)	~~(3,2)~~	~~(3,3)~~	~~(3,4)~~	~~(3,5)~~	~~(3,6)~~
⚃	~~(4,1)~~	~~(4,2)~~	~~(4,3)~~	~~(4,4)~~	~~(4,5)~~	~~(4,6)~~
⚄	~~(5,1)~~	~~(5,2)~~	~~(5,3)~~	~~(5,4)~~	~~(5,5)~~	~~(5,6)~~
⚅	~~(6,1)~~	~~(6,2)~~	~~(6,3)~~	~~(6,4)~~	~~(6,5)~~	~~(6,6)~~

Hay 6 combinaciones que cumplen esta premisa, en otras palabras, de las 36 opciones, únicamente 6 atienden esta premisa. Por lo que la probabilidad es baja

$$\frac{6}{36} = 0{,}16\ldots$$

Tal como pensamos, el resultado es un valor más cercano a cero (0) que a uno (1), lo que indica que es menos probable.

c. Obtener un número menor que 13

	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Todas las opciones son menores a 13

Esta cualidad de obtener un número menor a 13 se descifra al pensar que el valor máximo que se puede obtener es 12, la suma de 6 y 6. Por lo que todas las combinaciones van a obedecer esta característica.

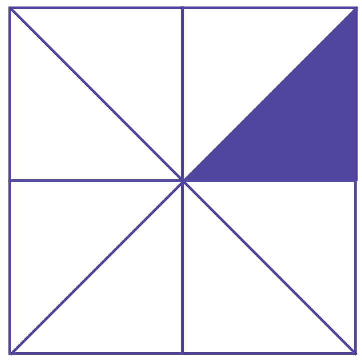
$$\frac{36}{36} = 1$$

La probabilidad es uno, es un hecho seguro

Así, pues, la opción b es la correcta, porque tiene menos probabilidad de que ocurra.

Respuesta: b) obtener un número menor que 5

4. Con base en la información brindada en la siguiente figura.



Si las diagonales del cuadrado pasan por el centro y el área destacada con morado es 8 m^2 . Determine la medida del perímetro del cuadrado de mayor área.

Solución:

Primeramente, podemos hallar el área total del cuadrado, multiplicando el área del triángulo destacado 8 veces. Es decir, 8 m^2 x 8 = 64 m^2.

Ahora que sabemos el área total del cuadrado, podemos conseguir la medida de los lados del cuadrado a partir de la fórmula del área ($A= l^2$)

$$64 = l^2$$

Ahora debemos pensar cuál número al elevarlo al cuadrado nos da como resultado 64. Podemos probar con varias opciones:

$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$
$5^2 = 25$	$6^2 = 36$	$7^2 = 49$

Por lo que el lado del cuadrado no es 2, 3, 4, 5, 6 ni 7. Sin embargo, vemos que $8^2 = 64$ y esto quiere decir que el lado del cuadrado es 8.

Ahora que conocemos la medida de uno de los lados del cuadrado, podemos averiguar el perímetro utilizando la formula P= *4 l*

$$P = 4 \times 8$$
$$P = 32 \text{ m}$$

Por lo tanto, el perímetro del cuadrado de mayor medida corresponde a **32 m**.

5. La maestra dicta algunas frases para que los estudiantes Dana, Juan y Cristina las escriban utilizando números, símbolos y operaciones.

Dictado de la maestra
a) El triple de cinco más dos.
b) Cuatro más tres veces un número.
c) Cuatro veces un número es menor que treinta y tres.

DANA

a) 3 x 5 + 2
b) 4 x 3 + a
c) 4 x a > 33

JUAN

a) 3 x 5 + 2
b) 4 ÷ 3 x a
c) 4 x a > 3

CRISTINA

a) 3 x 5 ÷ 2
b) 4 ÷ 3 x a
c) 4 x a < 33

¿Cuál de los estudiantes contestó correctamente todas las frases?

Solución:

Para poder resolver esta pregunta primero debemos recordar algunas palabras clave a la hora de resolver operaciones con frases matemáticas.

Frase	Signo
el doble	x 2
el triple	x 3
la suma	+
la resta	-
dos veces	x 2
cuatro veces	x 4
la mitad	÷ 2

Frase	Signo
menos	-
más	+
tres veces	x 3
menor que	<
mayor que	>

Veamos cada frase del dictado y utilicemos la tabla anterior como guía:

1. "**El triple** de cinco **más** 2" **5 x 3 + 2**
2. "Cuatro **más tres veces** un número" **4 + 3 x a**
3. "**Cuatro veces** un número es **menor** que treinta y tres" **4 x a < 33**

Comparándolo con las respuestas dadas por los estudiantes, podemos afirmar que **Dana** contestó correctamente todas las frases.

6. Andrés tenía en una caja 20 cartas numeradas del 1 al 20. Si saca las cartas con los números correspondientes a los divisores de 20 y los números correspondientes a los divisores de 12.

¿Cuánto suman los números de las cartas que quedaron en la caja?

Solución:

Vamos a ilustrar gráficamente las cartas que tenía Andrés.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Luego, vamos a tachar con una X sobre las cartas con los números correspondientes a los divisores de 20.

~~1~~	~~2~~	3	~~4~~	~~5~~	6	7	8	9	~~10~~
11	12	13	14	15	16	17	18	19	~~20~~

Ahora, vamos a tachar con una X sobre las cartas con los números correspondientes a los divisores de 12 que no han sido tachados.

~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~5~~	~~6~~	7	8	9	~~10~~
11	~~12~~	13	14	15	16	17	18	19	~~20~~

Ahora procedemos a extraer los números de las cartas restantes para poder realizar la suma de estos.

7 + 8 + 9 + 11 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 = 147

Por lo tanto, la suma de los números de las cartas que quedaron en la caja es igual a **147**.

7. Un productor necesita comprar al dueño del tramo un saco de naranjas de forma que pueda empacarlas de 3 en 3 sin que le sobren naranjas sin empacar, de 5 en 5 sin que le sobren naranjas sin empacar o de 10 en 10 sin que le sobren naranjas sin empacar. Si el saco trae menos de 150 naranjas ¿Cuál es la mayor cantidad de naranjas que pueden empacar en un saco con esas especificaciones?

Vamos a contar de 3 en 3, de 5 en 5 y de 10 en 10. También debemos marcar los números que tengan en común los tres grupos.

De 3 en 3

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, **30**, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, **60**, 63, 66, 69, 72, 75, 78, 81, 84, 87, **90**, 93, 96, 99, 102, 105, 108, 111, 114, 117, **120**, 123, 126, 129, 132, 135, 138, 141, 144, 147, **150**

De 5 en 5

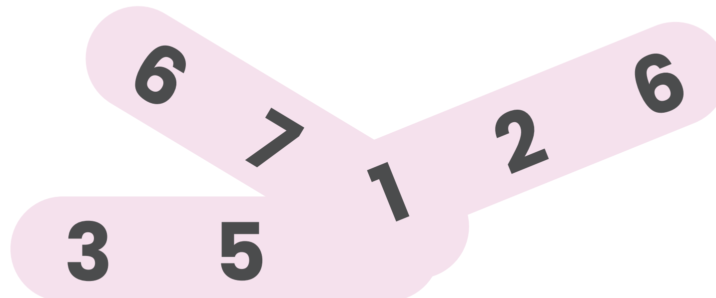
5, 10, 15, 20, 25, **30**, 35, 40, 45, 50, 55, **60**, 65, 70, 75, 80, 85, **90**, 95, 100, 105, 110, 115, **120**, 125, 130, 135, 140, 145, **150**

De 10 en 10

10, 20, **30**, 40, 50, **60**, 70, 80, **90**, 100, **120**, 130, 140, **150**

Por lo tanto, **120** es el número de mayor cantidad de naranjas que se pueden sacar con las especificaciones dadas anteriormente.

8. Carlos tenía 3 paletas de madera. En ellas escribió números de 3 dígitos divisibles por 3 y por 2 a la vez. Luego dejó las paletas tiradas en la mesa sobrepuestas como se observa en la imagen.



¿Cuánto suman los dígitos que quedaron tapados?

Solución:

Primero, consideremos los posibles dígitos que pueden completar el número de la primera paleta.

Posibles dígitos	Divisible por 3	Divisible por 2
670		✓
671		
672	✓	✓
673		
674		✓
675	✓	
676		✓
677		
678	✓	✓
679		

Con esto, sabemos que el 672 y 678 son dos números que pueden estar en la primera paleta, porque son divisibles por 3 y por 2 a la vez.

Ahora, vamos a averiguar las posibles opciones para la segunda paleta.

3 5 ?

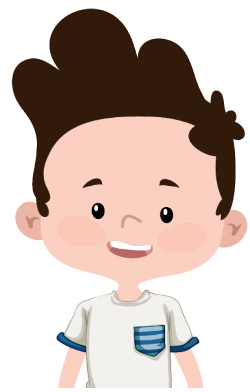
Posibles dígitos	Divisible por 3	Divisible por 2
350		✓
351		
352		✓
353		
354	✓	✓
355		
356		✓
357		
358		✓
359		

Se obtuvo que el 354 es la opción que completa la segunda paleta, ya que es divisible por 3 y por 2 a la vez.

De acuerdo con lo anterior, los números en las paletas son: 354 en una de las paletas y 672 o 678 en la otra paleta. A partir de esto, podemos realizar las sumas de los últimos dígitos que quedaron tapados, por lo que se tienen dos posibles soluciones.

Caso 1 $\boxed{4 + 2 = 6}$

Caso 2 $\boxed{4 + 8 = 12}$



9. Don Francisco reparó los tres tanques para riego de su finca. El día de ayer tuvo que llenarlos para ver si la reparación que hizo funciona. Con el primero tardó $\frac{1}{4}$ de hora. Con el segundo $2\frac{1}{4}$ horas y con el tercero $\frac{7}{4}$ horas. ¿Cuánto tiempo en minutos tardó en llenar don Francisco los tres tanques para riego de su finca?

Solución 1

Para hacer el procedimiento más sencillo, vamos a convertir el número mixto a fracción impropia

$$2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

Ahora, vamos a sumar las horas que don Francisco tardó llenando cada tanque

$$\frac{1}{4} + \frac{9}{4} + \frac{7}{4} = \frac{17}{4}$$

Una vez obtenido el total de horas, haremos la conversión de fracción a número entero y con decimal

$$17 \div 4 = 4{,}25$$

Por lo que se tiene que tardó 4,25 horas. Con esto, podemos realizar la conversión de horas a minutos. Para esto multiplicamos la cantidad de horas sumadas por la cantidad de minutos que tiene una hora

$$4{,}25 \times 60 = 255$$

Con lo anterior, concluimos que don Francisco tardó 255 minutos para llenar los tres tanques para riego de su finca.

Solución 2

Para hacer el procedimiento más sencillo, vamos a convertir el número mixto a fracción impropia

$$2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

Ahora, vamos a sumar las horas que don Francisco tardó llenando cada tanque

$$\frac{1}{4} + \frac{9}{4} + \frac{7}{4} = \frac{17}{4}$$

Una vez obtenido el total de horas, haremos la conversión de fracción a número mixto

$$\begin{array}{r|l} 17 & 4 \\ \hline -16 & 4 \\ \hline 1 & \end{array} \qquad 4\frac{1}{4}$$

Recuerde que el cociente corresponde a la parte entera del número mixto, el residuo representa el numerador de la parte fraccionaria y el divisor el denominar de esta fracción

Con esto, podemos realizar la conversión de horas a minutos:

$$4\frac{1}{4}$$

Tomamos el número entero, que representa 4 horas y lo multiplicamos por la cantidad de minutos que tiene 1 hora

$$4 \times 60 = 240$$

Luego, tomamos la fracción, que representa un cuarto de hora, y lo multiplicamos por la cantidad de minutos que tiene 1 hora.

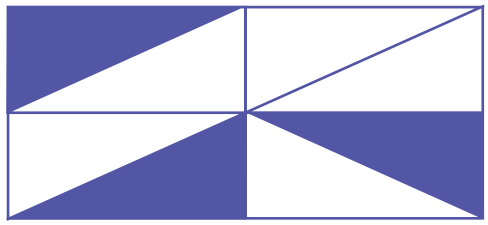
$$\frac{1}{4} \times 60 = \frac{60}{4} = 15$$

Sumamos ambos resultados para obtener la respuesta

$$240 + 15 = 255$$

Con lo anterior, concluimos que don Francisco tardó 255 minutos para llenar los tres tanques para riego de su finca.

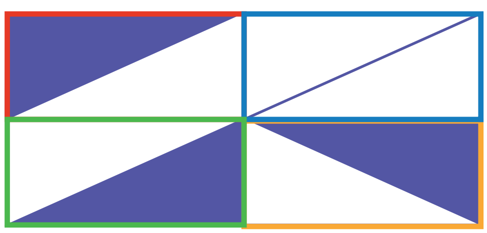
10. Considere el siguiente terreno rectangular de 1600 m^2 de área.



Si el terreno se divide en cuatro rectángulos congruentes. ¿Cuánto mide el área destacada con morado?

Solución:

Para determinar cuánto mide el área de cada rectángulo en que se divide el terreno, dividimos el área total entre la cantidad de rectángulos.



$$1600 \div 4 = 400$$

Cada área destacada con morado equivale a la mitad de cada rectángulo; es decir, un triángulo. Por lo tanto, dividimos el área de cada rectángulo obtenida entre 2

$$400 \div 2 = 200$$

Debido a que tenemos 3 triángulos morados, multiplicamos el área por 3 para obtener el área destacada con morado mide 600m^2.

$$200 \times 3 = 600$$

11. Analice la siguiente sucesión de imágenes:

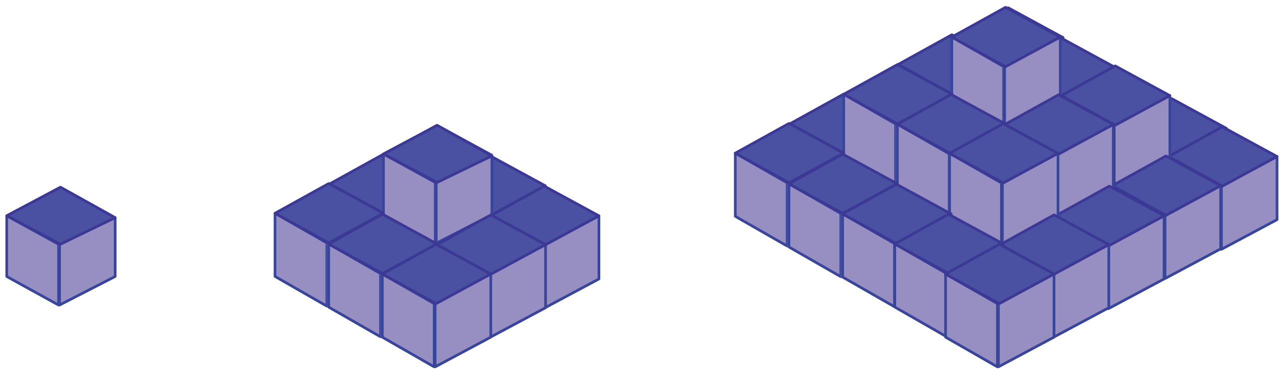


Figura 1 **Figura 2** **Figura 3**

¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de cubos de la figura 5 y la figura 7?

Para resolver este ejercicio, debemos determinar el patrón de la secuencia de imágenes (cada figura será una pirámide con una base cuya cantidad de cubos son los números impares, en orden ascendente). Vamos a verlo de la siguiente forma

La figura 1 es solamente un cubo

1

La figura 2 es el cubo de la figura 1 más una base de 3 cubos x 3 cubos

1 + 3 x 3 = 10

La figura 3 se conforma de los 10 cubos de la figura 2 más una base de 5x5 cubos

10 + 5 x 5 = 35

La figura 4 se conforma de los 35 cubos de la figura 3 más una base de 7 x 7 cubos

35 + 7 x 7 = 84

La figura 5 se conforma de los 84 cubos de la figura 4 más una base de 9 x 9 cubos

84 + 9 x 9 = 165

La figura 6 se conforma de los 165 cubos de la figura 5 más una base de 11 x 11 cubos

165 + 11 x 11 = 286

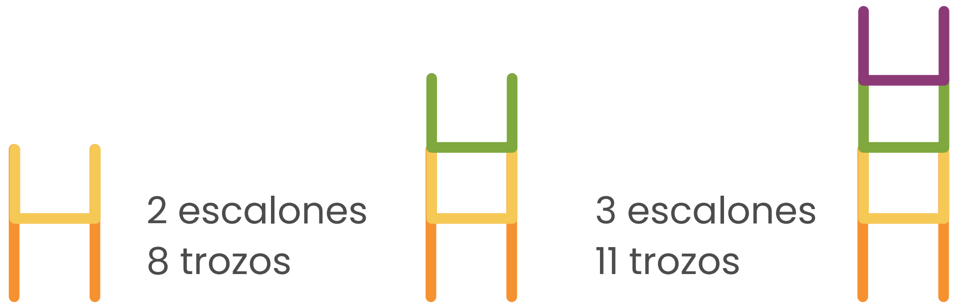
La figura 7 se conforma de los 286 cubos de la figura 6 más una base de 13 x 13 cubos.

286 + 13 x 13 = 455

Para obtener la diferencia entre la cantidad de cubos de la figura 5 y la figura 7 restamos la cantidad de cubos que tiene cada una de esas figuras, tal como se muestra:

455 - 165 = 290

12. Un ebanista necesita calcular cuánta madera requiere para construir escaleras. Para ello, primero diseña la escalera con trozos de distintas maderas, según el número de escalones, como se muestra en la siguiente imagen:



1 escalón
5 trozos

2 escalones
8 trozos

3 escalones
11 trozos

¿Cuántos trozos son necesarios para que diseñe escaleras de 20 escalones?

Para resolver este problema debemos determinar el patrón de la imagen que nos muestran (que consiste en que, por cada escalón, se aumentan 3 trozos de madera). Lo podemos ver a continuación según la información presentada:

Un escalón necesita 5 trozos de madera

Dos escalones necesitan 8 trozos de madera

Tres escalones necesitan 11 trozos de madera

Realizando una representación numérica de la sucesión anterior, sería así:

$$5 \xrightarrow{+\,3} 8 \xrightarrow{+\,3} 11$$

De esta manera, vamos a llegar a 20 peldaños, sumando 3 trozos de madera por escalón

Escalones	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Trozos	5	8	11	14	17	20	23	26	29	32	35	38	41	44	47	50	53	56	59	62
Aumento	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3

Así, obtenemos que para que se diseñe una escalera con 20 peldaños, son necesarios 62 trozos de madera

13. María es seis años mayor que su hermana Dana. Hace 7 años Dana tenía 8 años ¿Cuántos años tiene María actualmente?

Para resolver este problema, vamos a analizar los datos que nos brinda:

"María es seis años mayor que su hermana Dana"

Es decir, que a la edad de Dana se le aumentan 6 años para obtener la edad de María. Realizaremos una ecuación para representar estos datos. Siendo que "X" representa la edad de María actualmente.

X = La edad de Dana + 6

"Hace 7 años Dana tenía 8 años"

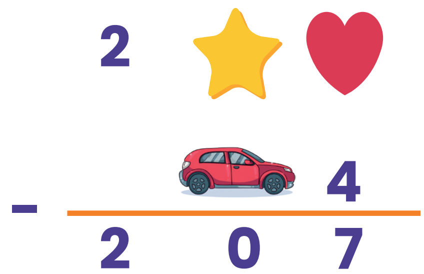
Esto nos indica que a los 8 años de Dana debemos sumarle los 6 años de diferencia con su hermana María y los 7 años que han transcurrido.

X = 8 + 6 + 7

X = 21

Al resolver la ecuación, obtenemos que María tiene 21 años actualmente

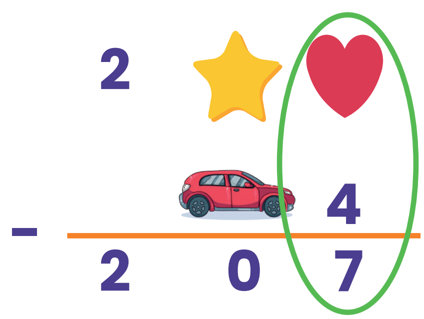
14. En la siguiente resta los tres dígitos faltantes, representados mediante diferentes figuras, corresponden a números consecutivos, que fueron borrados sin querer del pizarrón.



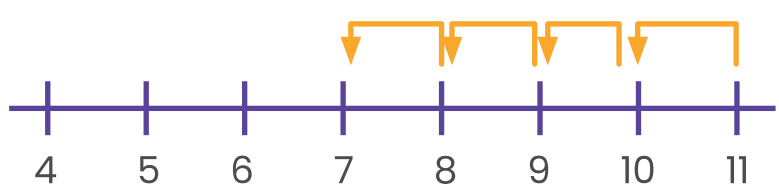
¿Cuál es el valor de cada símbolo?

Solución:

Primeramente, vamos a analizar los dígitos de derecha izquierda.

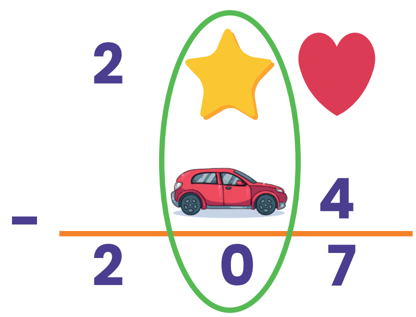


¡Piense a qué número le resta cuatro y se obtiene 6!



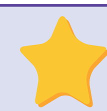
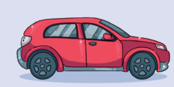
Por lo que el primer digito, identificado mediante la figura de corazón, corresponde al número 1. Ya que una unidad más una decena que “se pide prestado a las decenas” me formaría el 11.

Ahora debemos fijarnos en los dígitos ubicados en el centro.



En este caso, tenemos dos dígitos de los cuáles su resta equivale a 0, pero luego de haberle restado una unidad al dígito representado con la estrella, pues se pidió prestado. Por lo que podemos concluir que el dígito representado por la estrella es una unidad mayor que el dígito del carrito. Es decir, su sucesor.

Con esto podemos suponer varias posibilidades,

	
~~1~~	~~0~~
~~2~~	~~1~~
3	2
4	3
5	4
6	5
7	6
8	7
9	8

Eliminamos las dos primeras posibilidades, dado que los tres dígitos deben ser diferentes y uno de ellos ya vale uno. Por lo que los posibles valores de los símbolos se reducen a:

		
3	2	1
4	3	1
5	4	1
6	5	1
7	6	1
8	7	1
9	8	1

La solución del problema

En el enunciado se solicita que sean números consecutivos, por lo que la solución del problema es:

 **= 3**

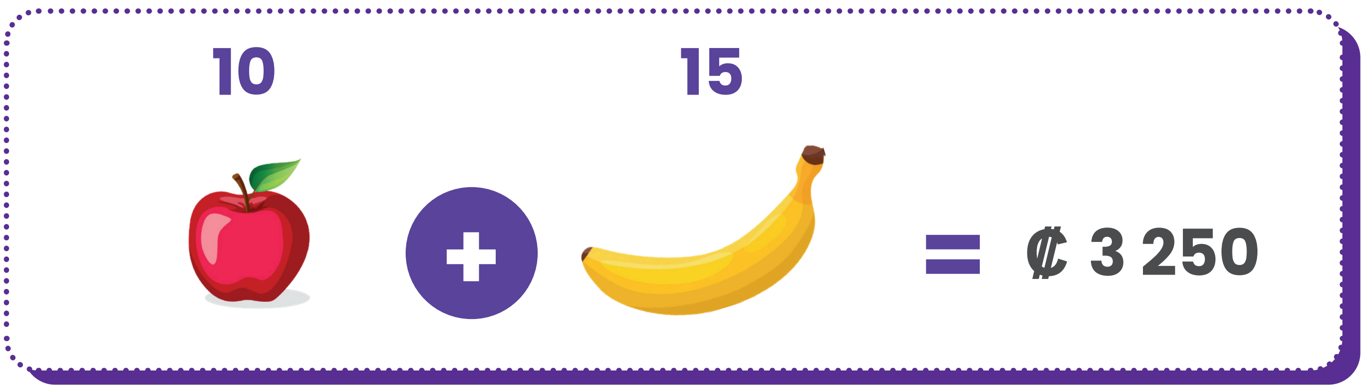
 **= 2**

 **= 1**

15. Alejandra compra diez manzanas y quince bananos para sus compañeros de la escuela, y gasta ₡ 3250. Si las manzanas son cinco veces más caras que los bananos, ¿cuánto pagaría Alejandra por una manzana y un banano?
Vamos a analizar el problema frase por frase, para así lograr escribir una ecuación que nos permita llegar a la respuesta.

a. Alejandra compra **diez manzanas** y **quince bananos** para sus compañeros de la escuela, y gasta **₡ 3 250.**

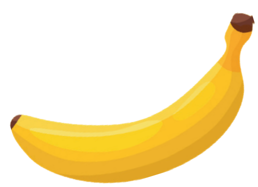
Con esto ya podemos empezar a resolver el problema. Sabemos que 10 manzanas más 15 bananos cuestan ₡ 3250, por lo que podemos acomodarlo de la siguiente manera:



b. Si las manzanas son **cinco veces** más caras que los **bananos**.
Sabemos que las manzanas son 5 veces más caras que los bananos, es decir, lo que cuestan los bananos multiplicado por 5. En el siguiente recuadro acomodamos los datos de la siguiente manera:

• Entre paréntesis, el costo de cada fruta. Sabemos que los bananos tienen cierto costo que aún no sabemos, por lo que lo representamos mediante una ₡. En cuanto a las manzanas, como sabemos que su costo es el mismo de los bananos, pero multiplicado por 5, lo representamos mediante un **5** x ₡.

10 x (5 x ₡) **15 x (₡)**

 +  = **₡ 3 250**

Ahora, vamos a encontrar nuestras incógnitas poco a poco.

1. Debemos analizar qué operaciones sí podemos hacer.

Por lo tanto, podemos realizar las siguientes operaciones:

15 x (₡) = 15 x ₡

10 x (5 x ₡) = 50 x ₡

2. Debemos sumar ambos datos, ya que sabemos que la suma de ambos es igual a ₡ 3250.

15 x ₡ + 50 x ₡ = ₡ 3250

3. Debemos sumar los números conocidos al lado izquierdo del signo =

65 x ₡ = ₡ 3250

4. Debemos pensar en un número que multiplicado por 65 sea igual a ₡ 3250.

Probemos con algunos números hasta hallar el correcto:
a. 65 x ₡ 10 = ₡ 650
b. 65 x ₡ 20 = ₡ 1300
c. 65 x ₡ 40 = ₡ 2600
d. 65 x ₡ 50 = ₡ 3250

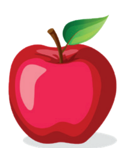
5. Ya que encontramos el valor del símbolo  (₡ 50), que corresponde al costo del banano.

Sabemos que la manzana es 5 veces más cara que el banano, es decir,

5 x ₡ 50 = ₡ 250

Que corresponde al precio de la manzana.

Finalmente, debemos sumar el costo de 1 banano y de 1 manzana.



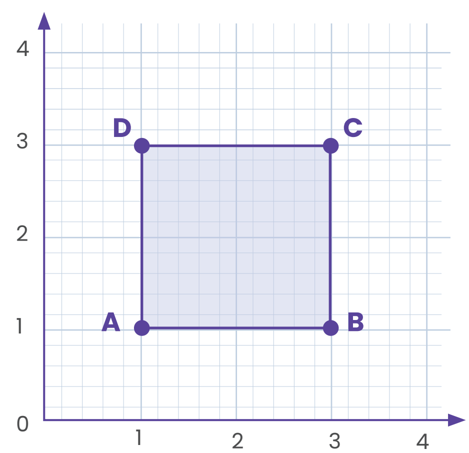
₡ 250 + ₡ 50 = ₡ 300

Por lo tanto Alejandra pagará **₡ 300** por 1 manzana y 1 banano.

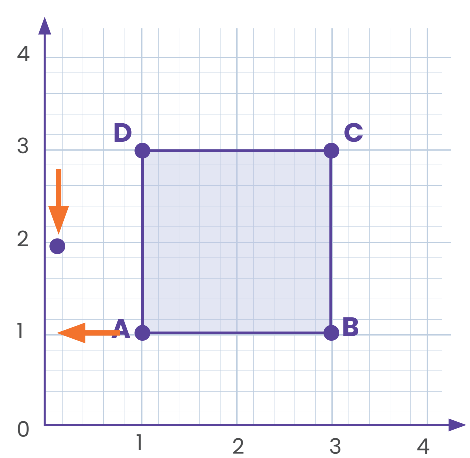
16. Darío tiene dibujado en una cuadrícula, un cuadrado de vértices *A=(1,1); B=(3,1); C=(3,3) y D=(1,3)*. Si traslada dicho cuadrado de manera que el vértice A queda en (0, 0). ¿Cuáles son las nuevas coordenadas del vértice B?

Solución:

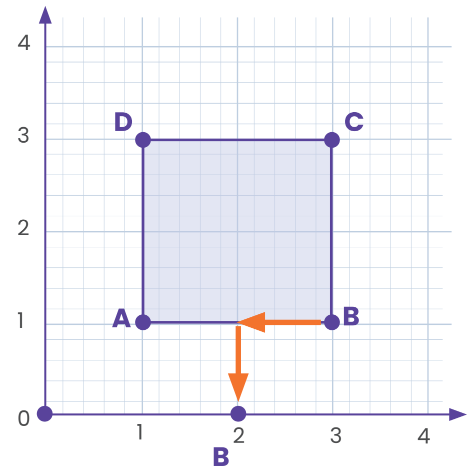
Para crear la solución primero construyamos el cuadrado que Darío ha dibujado en una cuadrícula, así:



Si se traslada el vértice A al punto (0,0)



Si moviera el vértice A una unidad a la izquierda y una unidad hacia abajo, al nuevo vértice A le llamaremos A´ (que se lee A prima). Al aplicar el mismo movimiento al vértice B, obtemos



Así podemos notar que las coordenadas para B´ son (2,0).

17. María tarda siempre una hora y media para viajar de su casa a la escuela, pero hoy ha regresado por otro camino que es un poco más corto y ha tardado 75 minutos en el trayecto. Si María aprovechó que venía temprano y pasó 5 minutos a comprar pan, ¿cuántos minutos antes de lo esperado llegó a su casa?

Solución:

Tenemos que María tarda siempre una hora y media para viajar de su casa a la escuela, si expresamos esto a minutos tenemos:

1 hora equivale a 60 minutos

Media hora equivale a 30 minutos

Es decir, María tarda 90 minutos.

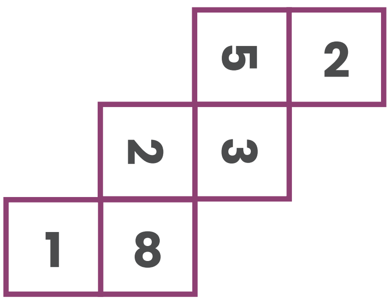
Como María hoy duró 75 minutos para hacer el trayecto, más los 5 minutos que utilizó para comprar el pan, tardó un total de 80 minutos.

Entonces María llegó 10 minutos más temprano.

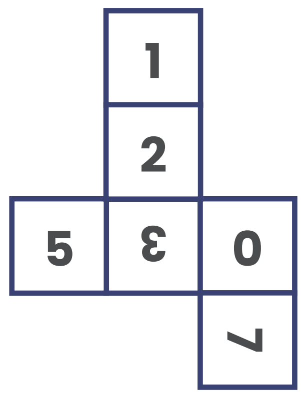
18. Se tienen dos dados, al lanzarlos se obtiene un número de dos cifras cuya cifra de las decenas es determinada por el dado 1, y la cifra de las unidades por el dado 2.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

Molde del dado 1



Molde del dado 2



a. Es más probable obtener un múltiplo diez que un múltiplo de tres.
b. Es más probable obtener un múltiplo de tres que un múltiplo de diez.
c. Es igual de probable obtener un múltiplo de diez que un múltiplo de tres.

Analicemos las posibles soluciones:

1

• Obtener un múltiplo diez

Para obtener un múltiplo de diez, lo que necesitamos es que el dígito de las unidades sea 0, y esto pasa cuando el 0 salga en el dado 2, ya que sólo tenemos un 0 de seis opciones.

2

• **Obtener un múltiplo tres**

Para obtener un múltiplo de tres necesitamos que la suma de los dígitos de la cifra formada sea múltiplo de 3. Analicemos usando esta tabla todas las opciones.

Dado 1

Dado 2	1	2	2	3	5	8
0	10	20	20	30	50	80
1	11	21	21	31	51	81
2	12	22	22	32	52	82
3	13	23	23	33	53	83
5	15	25	25	35	55	85
7	17	27	27	37	57	87

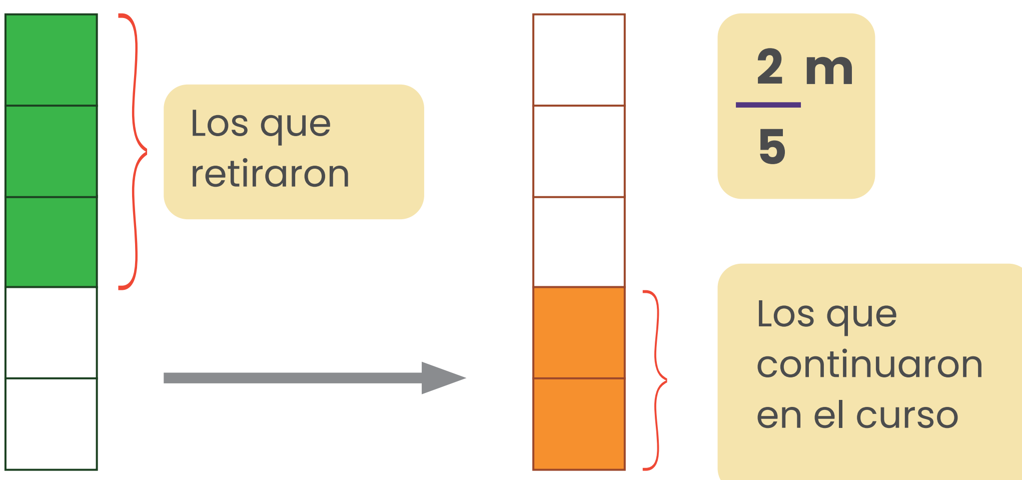
Los números encerrados en una circunferencia son los múltiplos de 3, la probabilidad de obtener un múltiplo de 3 corresponde a 12 de 36.

La respuesta correcta sería que es más probable obtener un múltiplo de tres que un múltiplo de diez.

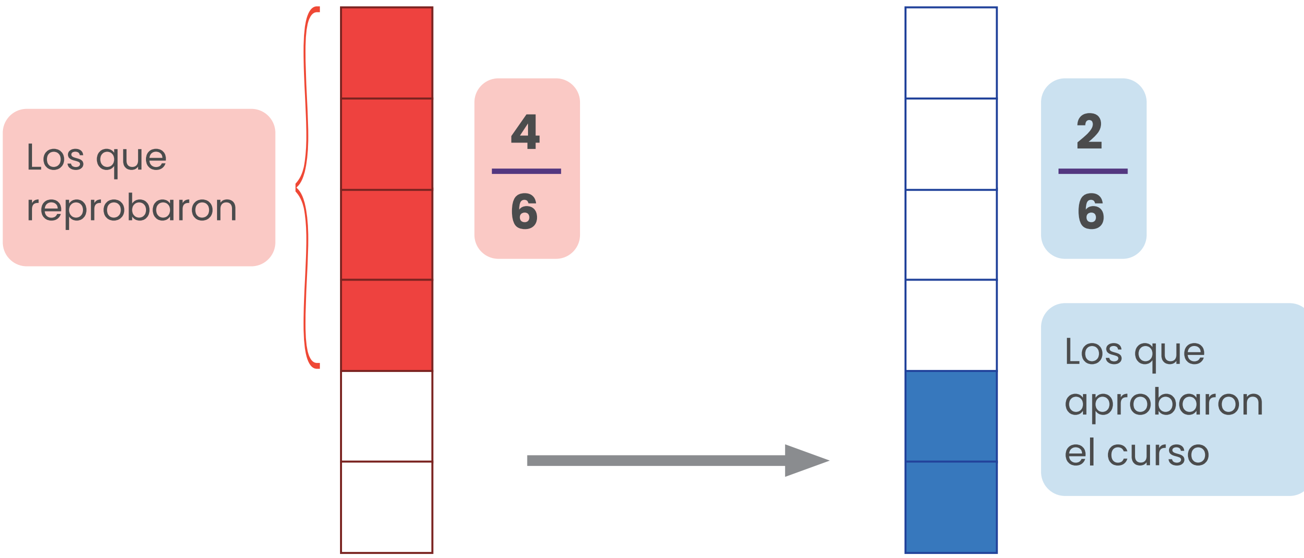
19. Este año un grupo de estudiantes nos inscribimos en la clase de inglés de los sábados. A mitad del año, tres quintos de los estudiantes del grupo habían retirado el curso, a causa de la pandemia. Al final del curso cuatro sextos de los alumnos que quedaban han reprobado por ausencias y solo aprobamos ocho, ¿cuántos estudiantes había inscritos a inicio del año?

Solución:

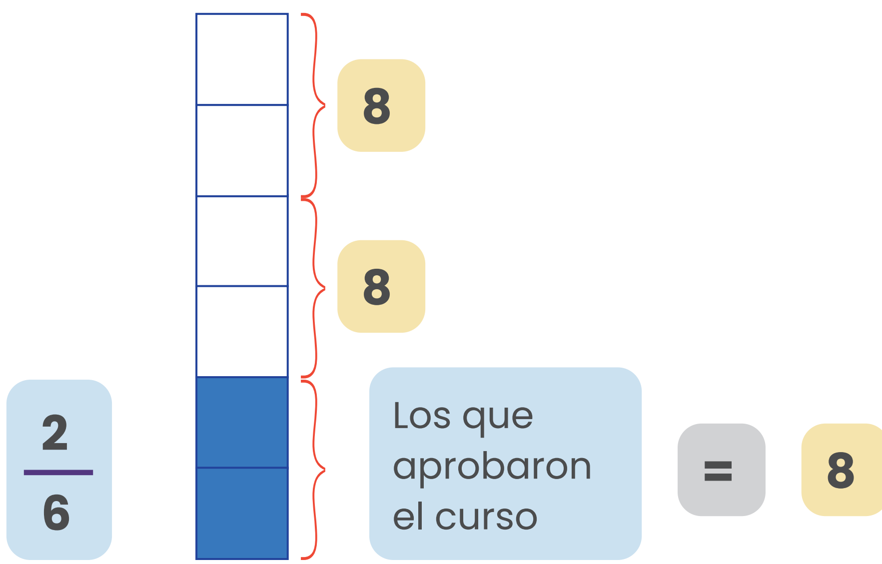
Nos señala el problema que a mitad del año, tres quintos de los estudiantes del grupo han retirado el curso, eso dice que si m representa la cantidad de estudiantes que empezó el curso, a mitad del año solo quedan $\frac{2}{5}$ de *m*, es decir, $\frac{2}{5}$ *m*.



Luego, al finalizar el curso, cuatro sextos de los alumnos que quedaban han reprobado, es decir que los dos sextos de los alumnos que quedaban aprobaron.



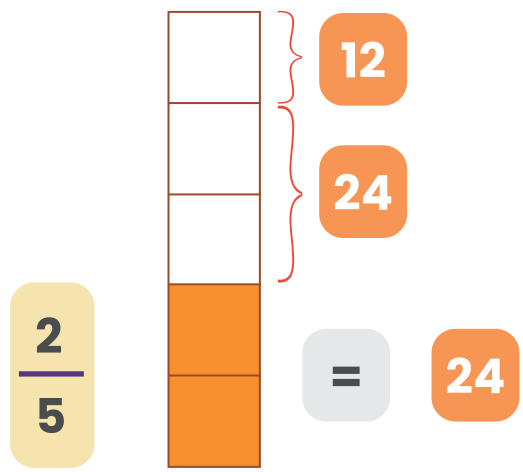
Continuando la resolución por medio del método gráfico, sabemos que los que aprobaron el curso representan dos sextos, y eso es igual a 8 personas. Es decir, cada dos sextos representan 8 estudiantes:



Por lo tanto, hacemos la suma para saber cuántas personas habían después de medio año,

$$8 + 8 + 8 = 24$$

Teniendo este dato, después de medio año habían quedado 24 estudiantes, podemos averiguar cuántos había al inicio sabiendo que los que habían continuado eran dos quintos. Cada dos quintos representan 24 estudiantes.



Ahora bien, al hacer la suma obtendremos los estudiantes del inicio:

$$24 + 24 + 12 = 60$$

De esta manera determinamos que a principios del curso habían 60 estudiantes

Otra forma de resolverlo es representando algebraicamente: como $\frac{2}{6}$ de los que quedaron aprobados entonces:

$$\frac{2}{6}\left(\frac{2}{5}m\right), \text{ que es equivalente a } \frac{2}{15}m.$$

Simplificamos a:

$$\frac{2}{6} \times \frac{2}{5}m = \frac{4}{30}m = \frac{2}{15}m$$

Esta última expresión equivale a los alumnos que aprobaron que son 8, así formamos una ecuación y se resuelve:

$$\frac{2}{15}m = 8$$

Multiplicando por 15 ambos lados de la igualdad obtenemos:

$$\cancel{15} \times \frac{2}{\cancel{15}}m = 8 \times 15$$

Quedando:

$$2m = 120$$

Dividiendo entre **dos** ambos lados de la igualdad

$$\frac{2}{2}m = \frac{120}{2}m$$

$$m = 60$$

20. Todos los alumnos de quinto de la escuela tienen una reunión por Teams para practicar para las pruebas FARO. Las maestras van a hacer grupos para que trabajen en un problema, pero no saben si hacer grupos de tres, de cinco o de siete, de cualquiera de esas formas los grupos quedarían exactos, sin que sobren ni falten estudiantes.

Si todos los grupos de quinto tienen exactamente 30 estudiantes y todos los estudiantes están conectados a la reunión, ¿cuál es la menor cantidad de grupos de quinto que puede tener la escuela?

Busquemos el mínimo común múltiplo de las cantidades mencionadas, los grupos pueden ser 3, 5, 7 y de 30.

3	**5**	**7**	**30**	**2**
3	**5**	**7**	**15**	**3**
1	**5**	**7**	**5**	**5**
	1	**7**	**1**	**7**
		1		

$$2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$$

Así se deduce que el colegio tiene exactamente 210 estudiantes, ya que 105 es el menor número que puede ser dividido de forma exacta entre 3, 5, 7 y 30.

Si dividimos esa cantidad entre 30, ya que cada grupo tiene 30 estudiantes obtenemos que hay 7 grupos.

La sección 5-3 va a ir al Museo de los Niños para la fiesta de la Alegría, si asisten los 28 estudiantes deben pagar ₡ 3000 cada uno por el alquiler del salón de eventos. Algunos han confirmado la asistencia, pero otros aún no, si solo asistieran los 24 que han confirmado, ¿cuánto deberá pagar cada alumno para cubrir los gastos de alquiler del salón?

Solución:

Para saber cuánto cuesta el alquiler del salón debemos resolver la operación 28 x 3000, para esto podemos usar la multiplicación abreviada

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times\ 3 \\ \hline 84 \end{array}$$

El alquiler del salón cuesta 84 000 colones, si sólo asisten 24, tenemos que dividir el costo entre 24.

Cada alumno tendrá que pagar 3500 colones.

$$\begin{array}{r|l} 84000 & 24 \\ \cline{2-2} -72 & 3\,500 \\ \cline{1-1} 120 & \\ -120 & \\ \cline{1-1} 00 & \\ -0 & \\ \cline{1-1} 00 & \end{array}$$

21. El hermano mayor de Joaquín tiene 16 años, pero a Joaquín le gusta expresar relaciones en lenguaje matemático, así que cuando le preguntan por la edad de su hermano, él dice que su hermano tiene dos años menos que el triple de su edad.

¿Cuál es la edad de Joaquín?

Solución:

Comencemos con traducir lo expresado por Joaquín al lenguaje algebraico, para ello sea **a** la incógnita que representa la edad de Joaquín.

- **el triple de su edad** se representa $3a$
- **dos años menos que el triple de su edad** se representa $3a - 2$

Como Joaquín señala que esa es la edad de su hermano, igualamos la expresión anterior a 16

$$3a - 2 = 16$$

Necesitamos resolver la ecuación anterior, es decir, encontrar un número que multiplicado por 3 y que al substraerle 2 me dé 16.

El número buscado debe ser más pequeño que 16 y más grande que 2. Podemos empezar con 5 y luego subir y bajar según el resultado.

Si $a = 5$ entonces tenemos $3 \times 5 - 2 = 15 - 2 = 13$, debe ser más grande.

Si $a = 6$ entonces tenemos $3 \times 6 - 2 = 18 - 2 = 16$, este es el número buscado.

Concluimos que la edad de Joaquín es de 6 años.

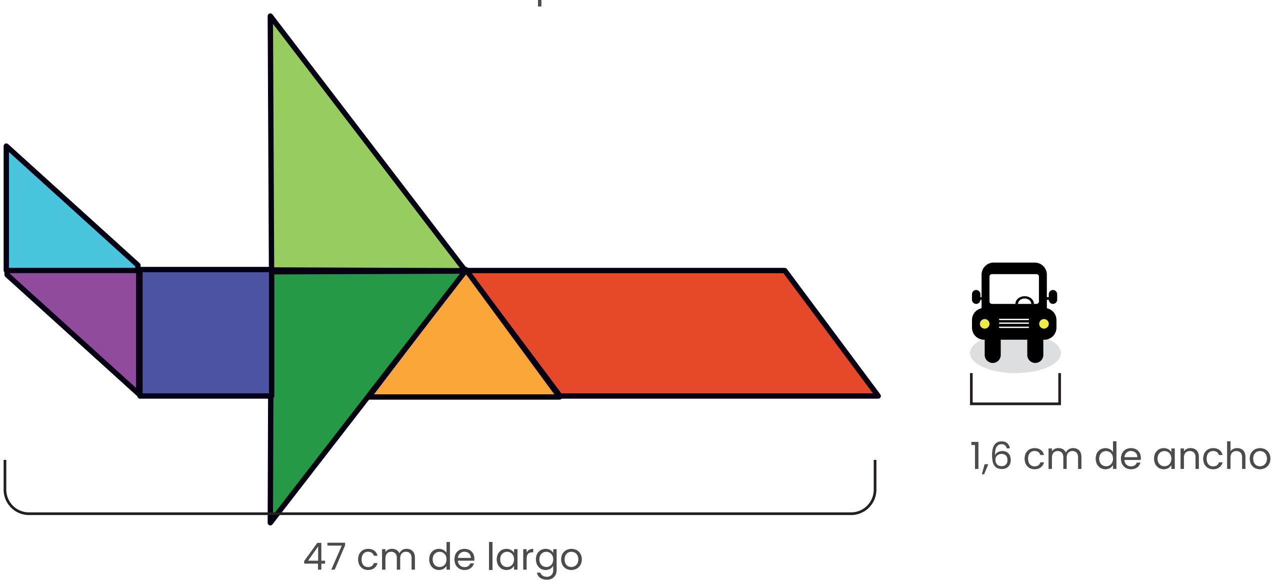
22. Jimena observa una maqueta a escala del aeropuerto que tiene:

- Un carro a escala mide 1,6 cm de ancho.
- Un avión a escala mide 47 cm de largo.

Si el ancho real del carro de la maqueta es 2,2 m, ¿cuál es el largo exacto, en metros, del avión en tamaño real?

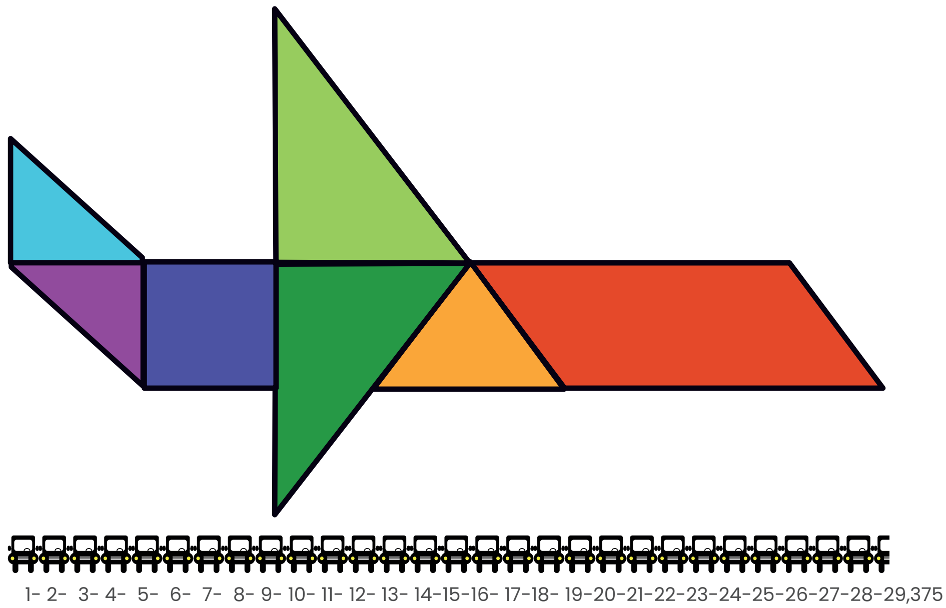
Solución gráfica

Una forma de observar este problema es con los tamaños a escala



La pregunta que nos podemos hacer es ¿cuántas veces es más grande el largo del avión a escala en comparación al ancho del carro a escala?

Para responder esta interrogante podemos dividir los 47 cm del avión entre los 1,6 cm del carro y obtenemos que el avión es más grande 29,375 veces, es decir caben más de 29 carros si los acomodamos a lo largo del avión.



Conociendo este dato, de que el avión a escala es 29,375 veces más grande que el tamaño del carro a escala, podemos relacionar esta misma cantidad al tamaño del carro real y el tamaño del avión real, mediante una multiplicación:

2,2 metros	x	29,375	=	64,625 m
Tamaño del carro real		Veces que es más grande el avión que el carro		Tamaño real del avión

Por lo tanto, el avión mide 64,625 metros de largo.

Solución algebraica

Para resolver este problema podemos utilizar una proporción como

$$\frac{1{,}6\text{ cm}}{47\text{ cm}} = \frac{2{,}2\text{ m}}{x\text{ m}}$$

Donde **X** representa el largo real del carro.

Cancelando las unidades tenemos que

$$\frac{1{,}6}{47} = \frac{2{,}2}{x}$$

Usando las propiedades para resolver este tipo de ecuaciones

$$1{,}6x = 2{,}2 \times 47$$

$$1{,}6x = 103{,}4$$

$$x = 103{,}4 \div 1{,}6$$

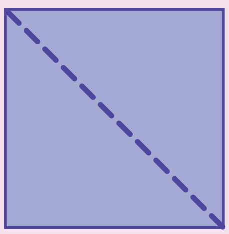
$$x = 64{,}625$$

El largo exacto del avión en tamaño real es de 64,625 m.

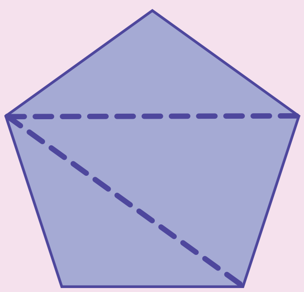
23. Si del vértice de un polígono se pueden trazar exactamente ocho diagonales, ¿cuántos lados tiene ese polígono?

Solución

Consideremos diferentes polígonos que se puedan trazar diagonales:

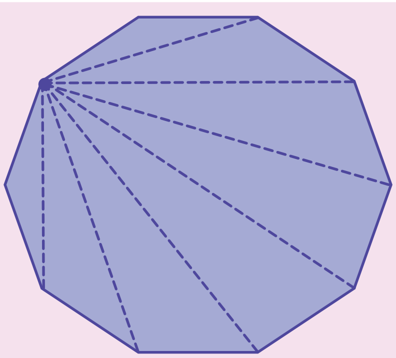


En un cuadrilátero se pueden trazar una diagonal desde un vértice. Note que tiene cuatro vértices y una diagonal.



En un pentágono se pueden trazar 2 diagonales desde un vértice. Se puede notar que tampoco se puede trazar a exactamente 3 vértices. Note que tiene cinco vértices y dos diagonales.

Podemos intuir que el número de diagonales desde un vértice va a ser igual al número de vértices (o lados) menos tres, estos tres corresponde a quitar el vértice de donde salen las diagonales y los vértices consecutivos a este. Hagamos otro ejemplo.



En este decágono podemos ver que se cumple nuestra hipótesis y tiene 10 - 3 = 7 diagonales desde un vértice.

Entonces para resolver el problema planteado podemos utilizar nuestra hipótesis y resolver una ecuación como

$$n - 3 = 8$$

Al resolverla tendríamos como respuesta que n = 11. Es decir, el polígono tendría 11 lados.

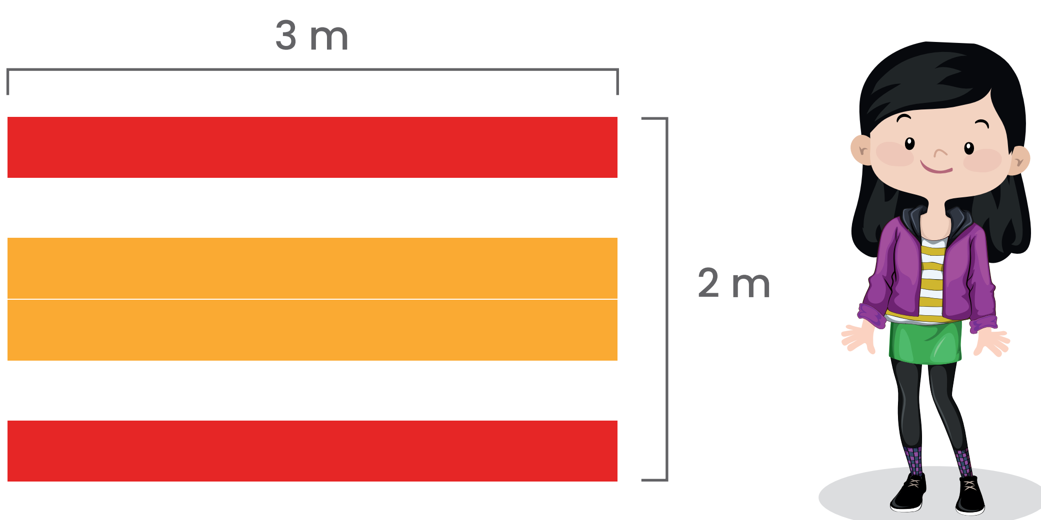
24. Elena construye una bandera para las elecciones estudiantiles, de 3 m de largo por 2 m de ancho, dividida en seis franjas horizontales de igual tamaño, las dos de los extremos van de color rojo, las dos del centro naranja y las otras blancas.

En una tela blanca debe pintar las franjas, con pintura amarilla y roja, formando el naranja con la mitad de pintura roja y la mitad de pintura amarilla.

Si cada litro de pintura cubre 1 m^2 de superficie, ¿cuántos litros de pintura roja necesita comprar?

Solución

Primero es necesario dibujar un croquis de la bandera de Elena, a fin de analizar gráficamente lo que debemos encontrar.



Podemos observar que necesitará pintar 2 franjas con pintura roja y 2 franjas con pintura naranja. Sin embargo, para crear la pintura naranja solo necesitará la mitad de pintura roja y la mitad de pintura amarilla

Ahora, debemos obtener el área de cada franja:

El área de la bandera, al tener forma de un rectángulo es de $3m \times 2m = 6\ m^2$. Como son 6 franjas, el área de cada franja es de 1 m^2.
($6\ m^2 \div 6 = 1\ m^2$)

Recordemos
Área de un rectángulo = base x altura

- 1 L pintura roja

- 1/2 L pintura roja y 1/2 pintura amarilla
- 1/2 L pintura roja y 1/2 pintura amarilla

- 1 L pintura roja

Ahora vamos a sumar los litros de cada tipo de pintura:
Pintura roja: 1 Litro + ½ Litro + ½ Litro + 1 Litro = 3 Litros
Pintura amarilla: ½ Litro + ½ Litro = 1 Litro

Elena necesita comprar **3 Litros de pintura roja**.

25. Las edades de los compañeros de Fabiana están organizadas en la siguiente tabla, según el orden en el que fueron recolectados. Según las afirmaciones dadas por sus compañeros, ¿cuál tiene la razón?

13	**11**	**12**	**11**	**13**	**11**
11	**12**	**13**	**12**	**11**	**11**
12	**11**	**13**	**12**	**12**	**11**
11	**12**	**11**	**11**	**12**	**12**

- **Mariela:** la moda es mayor que el promedio
- **Luisa:** la moda y el promedio son iguales.
- **Pablo:** el promedio es mayor que la moda

Solución

Para revisar las afirmaciones necesitamos calcular la moda y el promedio de las edades.

Empecemos con la moda, para ello necesitamos encontrar la frecuencia absoluta de cada edad y determinar la edad que tiene mayor frecuencia. Por ello, construiremos una tabla para contar.

Edad	Conteo	Frecuencia
11	~~IIII~~ ~~IIII~~ I	11
12	~~IIII~~ IIII	9
13	~~IIII~~	4
	Total	**24**

De la tabla podemos apreciar que la **moda** corresponde a **11 años**.

Como el **promedio** se obtiene sumando todos los datos y dividiéndolo entre el total, para sumar todos los datos, podemos hacer realizar la siguiente operación

$$(11 \times 11) + (12 \times 9) + (13 \times 4)$$

y el resultado dividirlo entre 24.

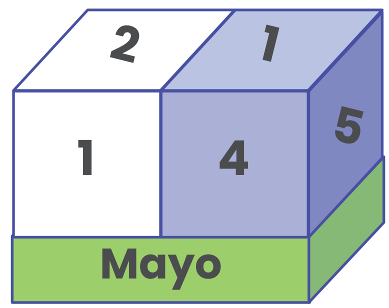
$$(11 \times 11) + (12 \times 8) + (13 \times 5) = 121 + 108 + 52 = 281$$

$$282 \div 24 = \mathbf{11{,}75}$$

Con estos resultados, podemos concluir que **Pablo** tenía razón.

26. Allan recibe para su cumpleaños un calendario de cubos, como el que se muestra en la imagen. Seis números consecutivos están distribuidos en las caras del cubo azul, de forma que los tres valores resultantes de sumar los números de las caras opuestas de ese mismo cubo, también son consecutivos.

¿Determine el valor de la cara opuesta a la del 4?.



Solución

Al observar la imagen dada y analizar el enunciado, se tiene que formar 3 parejas de números consecutivas:

$\boxed{1}$ con $\boxed{}$

$\boxed{4}$ con $\boxed{}$

$\boxed{5}$ con $\boxed{}$

Al tener el dado azul números consecutivos en sus caras y una de estas ser el número 1, los números de las caras faltantes deben ser 2, 3, 6. Se deben probar estos números como parejas, y ver que los números resultantes de la suma de cada pareja sean consecutivos.

• 1 con 2 , 3 • 4 con 3, 7 • 5 con 6, 11	• 1 con 6, 7 • 4 con 3, 7 • 5 con 2, 7	• 1 con 6, 7 • 4 con 2, 6 • 5 con 3, 8
No sirve	No sirve, pero al ser iguales las tres sumas, con un pequeño cambio se podría llegar a la respuesta	Con esta tripleta encontramos como está organizado el dado.

Volviendo a la pregunta, determinar el valor de la cara opuesta a 4, podemos concluir que corresponde a 2.

27. María trabaja en una tienda de pinturas. La información de los tarros de pintura viene en galones, pero generalmente sus clientes presentan sus necesidades en litros, o sus múltiplos y submúltiplos. Un galón equivale a 3,785 litros y en su tienda tienen la presentación de un galón, medio galón y un cuarto.

a. Si un cliente le indica que necesita 6623,75 ml de pintura azul y 3,4065 dal de pintura roja. ¿Cuál es la cantidad mínima de tarros de pintura y de cuáles tamaños que le debe vender María?

b. Si el cliente dice que se ha equivocado, pues la parte que va de color azul la contó también como parte de lo que iba pintar en rojo, que necesita menos pintura roja: tantos litros menos como los que ha comprado de azul. ¿Cuántos tarros de pintura roja y de cuáles tamaños debe venderle María?

Solución

Del enunciado del problema se tiene la equivalencia:

$$1\ galón = 3{,}785l$$

y sabemos que *3,785 l = 3785 ml*, porque un litro contiene 1000 mililitros.

Entonces

1 *galón*	3785 *ml*
$\frac{1}{2}$ *galón*	1892,5 *ml*
$\frac{1}{4}$ *galón*	946,25 *ml*

Para la parte a, el cliente necesita 6623,75 ml de pintura azul, esto es más de un galón, pero menos de dos. Hagamos la resta para ver cuánto faltará para completar la orden.

$$6623{,}75 - 3785{,}00 = 2838{,}75$$

$$\begin{array}{r} 6\,6\,2\,3{,}\,7\,5 \\ -\ \ 3\,7\,8\,5{,}\,0\,0 \\ \hline 2\,8\,3\,8{,}\,7\,5 \end{array}$$

Nos falta para completar la orden 2838,75 ml y esto es más de medio galón, hagamos de nuevo una resta para ver cuánto nos queda para completar la orden.

$$2838{,}75 - 1892{,}50 = 946{,}25$$

$$\begin{array}{r} 2\,8\,3\,8{,}\,7\,5 \\ -\ \ 1\,8\,9\,2{,}\,5\,0 \\ \hline 9\,4\,6{,}\,2\,5 \end{array}$$

Ahora para completar la orden de la pintura azul del cliente de María faltaría 946,25 ml y esto corresponde a un cuarto de galón.

Por lo que en total se necesita un galón de litro, medio galón y un cuarto de galón de pintura azul.

Para la pintura roja, el cliente necesita 3,4065 dal que es equivalente a 34,065 l, en esta cantidad caben varios galones.

Al estimar que un galón es casi 4 l y se necesitan poco más de 34 l, haciendo la división 34 entre 4, una estimación sería que se ocupan 8 o 9 galones, ya que 4×8=32 y 4×9=36.

Como se estimó hacia arriba la cantidad de litros que tiene un galón, usaremos el número más grande para saber cuántos litros hay en 9 galones.

$$3{,}785 \times 9 = 34{,}065$$

$$\begin{array}{r} 3{,}785 \\ \times \quad 9 \\ \hline 34{,}065 \end{array}$$

Esto quiere decir que se necesitan exactamente 9 galones de pintura roja.

Para resolver esta parte de otra forma, se pudo hacer la siguiente división 34,065÷3,785 (o 34 065÷3785).

Así María le debe vender un galón, un medio galón y un cuarto galón de pintura azul y 9 galones de pintura roja.

Para contestar la parte b, se puede hacer la siguiente operación

$$9 - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)$$

Esta operación se puede de realizar de diferentes formas la cantidad de pintura azul se puede expresar como $1\frac{3}{4}$ y al restarla a 9 litros, se puede hacer mental, pensando que a 9 le quito 1, me quedan 8 y a 8 le quito $\frac{3}{4}$, me quedan $7\frac{1}{4}$, esto se vería escrito así:

$$9 - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = 9 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

O resolverla de forma más algorítmica, así:

$$9 - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) =$$

$$9 - \left(\frac{4 + 2 + 1}{4}\right) =$$

$$9 - \frac{7}{4} = \frac{36 - 7}{4}$$

$$= \frac{29}{4} = 7\frac{1}{4}$$

Por ello, María le debe vender ahora 7 galones y un cuarto de galón de pintura roja.

28. Milena tiene en su tarjeta de crédito una clave de cuatro dígitos distintos. De los cuáles el dígito de las unidades de millar es el triple del dígito de las decenas. El número formado por la clave de Milena es divisible por 2, por 3 y por 5.

Milena está en el cajero automático, y solo recuerda que la clave inicia en seis, ¿podrías ayudarle a encontrar la clave sin que se bloqué su tarjeta, tomando en cuenta que solo tiene tres intentos?

Empecemos haciendo 4 espacios, uno para cada dígito, y tratemos de rellenar cada espacio con las pistas que nos da el problema.

6 ___ 2 0

Al tener que ser divisible entre 2 y 5, el último dígito deber ser 0.

El dígito de las decenas tiene que ser 2, ya que el 6 es el triple de 2.

Sólo nos falta determinar el dígito de las centenas y sabemos que todos los dígitos tienen que ser diferentes, podría ser 1, 3, 4, 5, 7, 8 o 9. Además, el número debe ser divisible entre 3. Probemos con los dígitos anteriores cuál o cuáles nos da una cifra divisible en 3.

Número	Suma de sus cifras	Divisible entre 3
6120	6 + 1 +2 + 0 = 9	✓
6320	6 + 3 + 2 + 0 = 11	
6420	6 + 4 + 2 + 0 = 12	✓
6520	6 + 5 + 2 + 0 = 13	
6720	6 + 7 + 2 + 0 = 15	✓
6820	6 + 8 + 2 + 0 = 16	
6920	6 + 9 + 2 + 0 = 17	

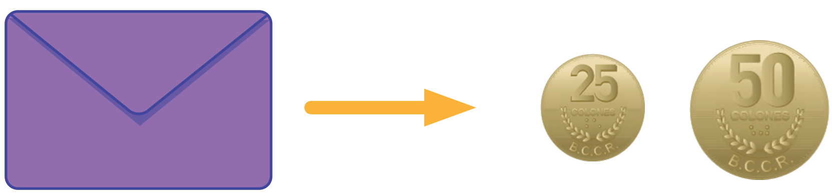
Podemos ayudar a Milena porque hemos obtenido sólo 3 opciones que pueden funcionar 6120, 64206720.

29. En un monedero hay solamente monedas de 25 y de 50 colones. El número de monedas de 25 colones es el triple del número de monedas de 50 colones. Si se gastan 8 monedas de cada clase, ahora, la cantidad de monedas de 50 colones es la quinta parte de la cantidad de monedas de 25 colones. ¿Cuánto dinero había inicialmente en el monedero?

Solución 1: Gráfica

Para resolver este ejercicio, vamos a analizar cada una de sus partes:

En un monedero hay solamente monedas de 25 y de 50 colones.



El número de monedas de 25 colones es el triple del número de monedas de 50 colones.

Tomando en cuenta que x=  Lo vamos a representar de la siguiente forma.

Cantidad de monedas de 50	Cantidad de monedas de 25
	3 ()

Si se gastan 8 monedas de cada clase, ahora, la cantidad de monedas de 50 colones es la quinta parte de la cantidad de monedas de 25 colones.

Cantidad de monedas de 50	Cantidad de monedas de 25
 - 8	3 () - 8

Esta parte del ejercicio también indica que si multiplicamos por 5 la cantidad de monedas de 50 colones obtenemos la misma cantidad de 25 colones. Esto lo resolveremos por medio de una ecuación:

5 ( - 8) = 3 () - 8

Para poder resolver esta ecuación, debemos tener en cuenta que cuando aparece un paréntesis con un número a la izquierda, significa que debemos multiplicar dicho número por lo que se encuentre dentro del paréntesis.

Entonces, como primer paso multiplicamos el 5 por lo que se encuentra dentro del paréntesis.

5 () - 40 = 3 () - 8

Organizamos del lado izquierdo los números,  y del derecho los que no la tienen.

5 () - 3 () = 40 - 8

Realizamos la resta de cada lado de la ecuación.

2 () = 32

Para despejar la  el 2 debe pasar a dividir el 32.

 = 32 ÷ 2

Como resultado obtenemos que  equivale a 16.

Este resultado nos indica que había 16 monedas de 50

 = 16

Para obtener la cantidad de monedas de 25 que había al inicio, debemos recordar que era el triple de la cantidad de monedas de 50:

Cantidad de monedas de 25
3 ()

Por lo tanto, multiplicamos

$$3 \times 16 = 48$$

Habían 48 monedas de 25 colones

Esto quiere decir que en dinero tenemos

$$16 \times 50 + 48 \times 25 = ₡\ 2\,000$$

Solución 2: Algebraica

Sea x la cantidad inicial de monedas de 50		
	Monedas de 25 colones	Monedas de 50 colones
Cantidad de monedas iniciales	$3x$	x
Se gastan 8 monedas de cada clase	$3x - 8$	$x - 8$

La cantidad de monedas de 50 colones la quinta parte de la cantidad de monedas de 25 colones, es decir, que si multiplicamos por 5 la cantidad de monedas de 50 colones obtenemos la misma cantidad de menos de 25 colones, expresamos esto con una ecuación y la resolvemos

Multiplicamos el 5 por lo que se encuentra dentro del paréntesis.	$5(x - 8)=3x - 8$
Organizamos del lado izquierdo los números con la variable x y del derecho los que no la tienen.	$5x - 40 = 3x - 8$
Realizamos la resta de cada lado de la ecuación.	$5x - 3x = 40 \ -8$
Para despejar la x, el 2 debe pasar a dividir el 32.	$2x = 32$
Como resultado obtenemos que x equivale a 16.	$x = 16$

Había 16 monedas de 50 y 3×16=48 monedas de 25 al inicio.

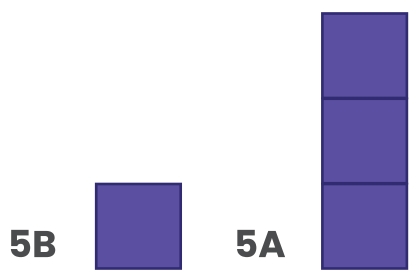
En dinero tenemos

16 x 50 = 800 y 48 x 25 = 1200

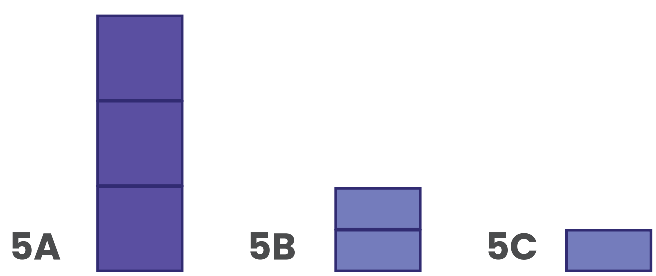
Por lo tanto, obtenemos un total de 2000 colones.

30. En la escuela de Pepe hay un total de 63 estudiantes en quinto grado. El número de estudiantes en la 5A es el triple de los estudiantes de la 5B, y el número de estudiantes de la 5C es la mitad de los estudiantes de la 5B. ¿Cuántos estudiantes hay en la 5B?

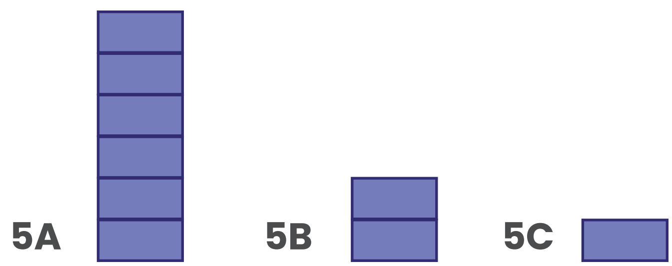
• Como **el número de estudiantes de la 5A es el triple de los estudiantes de la 5B**, represento esas dos cantidades mediante barritas; para la 5B una barrita de un tamaño cualquiera y para la 5A otra que mida tres veces el tamaño de la primera:



• Como **el número de estudiantes de la 5C es la mitad de los estudiantes de la 5B**, represento los estudiantes de la 5C con una barrita que mide la mitad que la barrita de la 5B.



• Represento todas las barras con partes del mismo tamaño, para poder ver la relación entre ellas:



• Como en total hay 63 estudiantes de quinto grado, la suma de todos esas pequeñas barritas debe sumar 63. Si observamos hay 9 barritas del mismo tamaño (siete en la 5A, dos en la 5B y una en la 5C).

Por lo que dividimos 63 por 9, determinando que cada barrita pequeña representa 7 estudiantes. Entonces en la 5C solo hay siete estudiantes, mientras que en la 5B hay catorce.

También podemos resolver este problema utilizando álgebra. Al ser la pregunta "¿Cuántos estudiantes hay en la 5B?", asignamos la letra B al número de estudiantes del 5B.

El número de estudiantes del *5A* es *3B*, ya que dice que “El número de estudiantes en la *5A* es el triple de los estudiantes de la *5B*”.

El número de estudiantes del 5C es $\frac{B}{2}$, pues se señala que “el número de estudiantes de la *5C* es la mitad de los estudiantes de la *5B*”.

También se sabe que el total de estudiantes es 63, con esta información y lo anterior formamos la ecuación

$$B + 3B + \frac{B}{2} = 63$$

Resolvamos la ecuación

Como primer paso, realizamos la suma	$1 + 3 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$
Tenemos que	$\frac{9B}{2} = 63$
Multiplicando por 2	$2 \times \frac{9B}{2} = 2 \times 63$ $9B = 126$
Dividiendo entre 9	$\frac{9B}{9} = \frac{126}{9}$ $B = 14$
Concluimos que en el 5B hay 14 estudiantes.	

Créditos
Los ítems fueron tomados de la prueba aplicadas en las diferentes etapas de la OLCOMEP 2021.

Autores de los ítems

Dixiana Garay Kooper, profesora de Matemática, MEP.
Departamento de Primero y Segundo Ciclos, MEP.

Mónica Mora Badilla, profesora de Matemática,
Universidad Estatal a Distancia.

Compilación y estrategias de solución de los cuadernillos realizadas por:

Sira Chaves Serrano – Sofía Mora Aguilar - Yensy Barquero Madrigal
Estudiantes de la Sección de Educación Primaria.
Escuela de Formación Docente - Facultad de Educación.

Adriana Monge Sánchez, profesora de Matemática, Escuela de Formación Docente.
Universidad de Costa Rica

Revisores de los cuadernillos

Hermes Mena Picado, asesor Nacional de Matemática.
Departamento de Primero y Segundo Ciclos, MEP.

Mónica Mora Badilla, profesora de Matemática, Escuela de Ciencia de la Educación Cátedra de Didáctica de la Matemática.
Universidad Estatal a Distancia.

Ministerio de
Educación Pública

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

UNED

TEC | Tecnológico de Costa Rica

OLCOMEP