Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Asesoría Nacional de Matemática

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria - OLCOMEP

4º CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE

CUARTO AÑO | 2023

PRESENTACIÓN

Es fundamental que nuestro sistema educativo fomente en la sociedad costarricense, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo matemático, científico y tecnológico, a efecto de formar personas críticas y analíticas, habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

La enseñanza de la Matemática ocupa un papel clave en el currículo escolar y persigue el desarrollo de un proceso intelectual en los estudiantes. La Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria **OLCOMEP**, tiene como finalidad estimular y desarrollar entre los niños y niñas sus capacidades de resolución de problemas matemáticos, por medio de una competencia de conocimiento sana entre estudiantes de los seis años escolares de la Educación General Básica diurna de todas las direcciones regionales educativas del país.

El presente cuadernillo pretende ser un insumo de apoyo para el docente y practica para el estudiante. El mismo busca orientar a los y las participantes de la **OLCOMEP**, por medio de la presentación de problemas recopilados de las pruebas aplicadas en ediciones anteriores de la misma olimpiada. Su contenido pretende dar pautas sobre los tipos de problemas a los que se van a enfrentar los y las estudiantes en las diferentes etapas que comprende la **OLCOMEP**, así como sus estrategias de resolución.

Los problemas aquí seleccionados se fundamentan en situaciones matemáticas donde se requiera manifestar las habilidades que caractericen el talento matemático para lograr su resolución, basados en los niveles de complejidad de los problemas descritos en el Programa de Estudio en Matemáticas (MEP, 2012) y por medio de los diferentes contextos que se consideran para la olimpiada.

Comisión Central de OLCOMEP

1. Andrés, Bianca, Thiago, Valeria y William son amigos y estudian en la misma escuela, pero en secciones diferentes. Cada sección tiene un aula y las 5 aulas están seguidas en un mismo pabellón. Cuando los 5 van hacia el aula tenemos que:

- La primer aula no es la de Valeria.
- Cuando Valeria llega a su aula, a Andrés le faltan dos aulas para llegar a la suya. Lo mismo le pasa a Thiago cuando Bianca llega a su aula.
- Andrés llega a su aula después que Bianca, pero antes que William.

¿En qué orden llegan al aula los 5 amigos?

Solución 1

En el aula 1 no puede ir William pues antes debe entrar Andrés, tampoco entra Andrés pues entra después de Valeria, lo mismo le pasa a Thiago pues entra después de Blanca, por lo que el aula 1 es de Blanca.

En el aula 2 no puede ir William pues antes debe entrar Andrés, y no puede entrar Andrés pues primero le corresponde a Valeria y tampoco entra Thiago pues entra dos aulas después de Blanca, por lo que el aula 2 es la de Valeria.

Del resto de la información se concluye que:
Thiago va al aula 3
Andrés va al aula 4
William va al aula 5

Para resumir la información anterior, tenemos que:

Estudiante/aula	1	2	3	4	5
Valeria	X	✓	X	X	X
Bianca	✓	X	X	X	X
Andrés	X	X	X	✓	X
William	X	X	X	X	✓
Thiago	X	X	✓	X	X

Solución 2
Se analizan cada una de las afirmaciones:

a) La primera aula no es de Valeria.
En este enunciado, únicamente se debe tener en cuenta que Valeria no pertenece a la primera aula, por lo tanto, se debe seguir avanzando para encontrar su posición.

Estudiante/aula	1	2	3	4	5
Valeria	X		X	X	X

b) Cuando Valeria llega a su aula, a Andrés le faltan dos aulas para llegar a la suya. Lo mismo le pasa a Thiago cuando Bianca llega a su aula.
En este caso, ya podemos indicar una posición para Valeria y Andrés, ya que se establece cuando Valeria llega a su aula a Andrés le falta dos aulas para llegar a la que le corresponde y Thiago debe estar a dos aulas después de la de Bianca, como se observa a continuación:

Bianca, Valeria, Thiago, Andrés, aula 5

Aula	1	2	3	4	5
Estudiante	Bianca	Valeria	Thiago	Andrés	¿?

Esta puede ser una solución, debido a que se cumplen ambas proposiciones, ya que Valeria no está en la primera aula y también Andrés está a dos aulas delante de Valeria, también es importante analizar viarias opciones, ya que las proposiciones también cumplen con otras posiciones como las siguientes:

aula 1, Bianca, Valeria, Thiago, Andrés

Aula	1	2	3	4	5
Estudiante	¿?	Bianca	Valeria	Thiago	Andrés

Como se puede observar esta opción también cumple con las proposiciones establecidas, a continuación, vamos a analizar la última proposición la cual nos dice que:

c) Andrés llega a su aula después que Bianca, pero antes que William. Este enunciado nos da la información necesaria para ubicar correctamente a los amigos y encontrar la respuesta correcta, debido a que se establece que Andrés llega a su aula antes que Bianca, por lo tanto, Andrés está detrás de Bianca y con eso se puede afirmar que la opción número uno es la que nos puede servir para acomodar correctamente la situación, como se puede observar a continuación:

Bianca, Valeria, Thiago, Andrés, aula 5.

Aula	1	2	3	4	5
Estudiante	Bianca	Valeria	Thiago	Andrés	¿?

En esta opción nos permite realizar lo que el enunciado nos dice, ya que nos indica necesariamente que Andrés llega después de Bianca, como se observa a continuación:

Bianca, Valeria, Thiago, Andrés, aula 5

Ahora proseguimos a analizar el enunciado que nos dice que Andrés llega después de Bianca, pero antes que William, lo que se presenta a continuación:

Aula	1	2	3	4	5
Estudiante	Bianca	Valeria	Thiago	Andrés	William

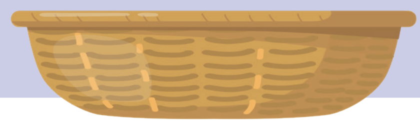
Respuesta: El orden de llegada es:

Aula	1	2	3	4	5
Estudiante	Bianca	Valeria	Thiago	Andrés	William

2. Mario prepara tres tipos de canastas frutales:

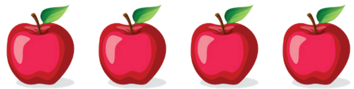
- En cada canasta de manzanas, hay una manzana menos que el número de canastas de manzana.
- Hay tantas canastas de mango como el sucesor del número de mangos en cada una de ellas.
- En cada canasta de fresas, el número de fresas es el antecesor del número de canastas de fresas.
- Como le faltaban dos frutas de cada una para completar una canasta más de cada tipo, hizo la canasta mixta de la imagen con las frutas restantes.

¿Cuántas frutas en total tenía Mario antes de separarlas en canastas?

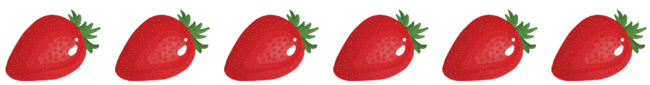


Solución

Es importante enfocarse en la canasta que nos muestra el problema, ya que la cantidad de frutas que contiene la canasta nos ayudarán a resolverlo, por lo tanto, se realizará un conteo de la cantidad de frutas que esta contiene.

4 manzanas 

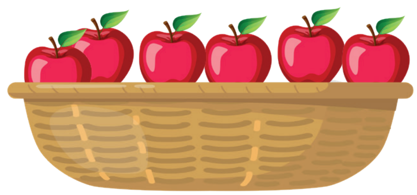
2 mangos 

6 fresas 

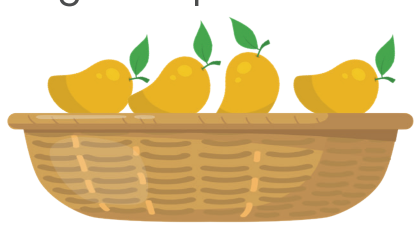
Además, cabe destacar que en el enunciado se destaca que le faltaron dos frutas de cada una, para completar una canasta más de cada tipo, dato que es importante para el análisis más adelante.

Análisis de la canasta que contiene el sobrante de frutas
Como primer paso se debe identificar, con los datos que brinda el problema, la cantidad de frutas que contiene cada canasta.

- Si en la canasta mixta hay 4 manzanas y faltaron 2 para completar otra canasta de manzanas (4 + 2 = 6) entonces se puede afirmar que, cada canasta de manzanas contiene 6 unidades.



- Para el caso de los mangos se realiza un análisis similar, se tienen 2 mangos en la canasta mixta y faltaron 2 mangos para realizar otra canasta de mangos (2 + 2 = 4), por lo tanto, cada canasta de mangos contiene 4 mangos respectivamente.



- Por último, para el caso de las fresas se observa que la canasta mixta contiene 6 fresas y nos faltaron 2 fresas más para completar otra canasta (6 +2 = 8), lo que no indica que cada canasta de fresas contiene 8 unidades.

Análisis de los enunciados

a) En cada canasta de manzanas, hay una manzana menos que el número de canastas de manzana.
Hay una manzana menos que el número de canastas, por lo tanto, si cada canasta de manzanas contiene 6 unidades, entonces hay 7 canastas de manzanas y a su vez, se puede realizar la operación para hallar la cantidad de manzanas en canastas de un solo tipo de fruta.

7 canastas x 6 manzanas = 42 manzanas

Pero, en la canasta mixta había **4 manzanas**, por lo que Mario tenía 42 + 4 = **46 manzanas en total**.

b) Hay tantas canastas de mango como el sucesor del número de mangos en cada una de ellas.
Hay tantas canastas de mango como el sucesor que contiene cada canasta, entonces, si cada canasta contiene 4 mangos el sucesor sería 5 (4 + 1 = 5), por lo tanto, hay 5 canastas de mangos, se puede realizar la operación que permite calcular la cantidad de mangos en canastas de un solo tipo de fruta.

Recuerde que, el antecesor de un número es el número que está justo antes de él y el sucesor es el número que está inmediatamente después de él.

5 canastas x 4 mangos = 20 mangos

Pero, en la canasta mixta había **2 mangos**, por lo que Mario tenía 20 + 2 = **22 mangos en total.**

c) En cada canasta de fresas, el número de fresas es el antecesor del número de canastas de fresas.
El número de fresas es el antecesor del número de canastas, por lo tanto, si la cantidad de fresas por canasta es 8 el número de canastas corresponde a 9 y con esta información se puede calcular la cantidad de fresas en canastas de un solo tipo de fruta. Así,

9 canastas x 8 fresas = 72 fresas

Tomando en cuenta que había **6 fresas** en la canasta mixta, se puede afirmar que Mario tenía 72 + 6 = **78 fresas en total.**

En conclusión, con la información obtenida y los procedimientos elaborados, solo nos falta realizar la operación para encontrar la cantidad de frutas que nos solicitan en el problema.

46 manzanas + 22 mangos + 78 fresas = 146 frutas en total

De acuerdo con lo anterior, Mario tenía 146 frutas antes de separarlas por canasta.

3. Pepe, Papo y Pipa son hermanos, cada uno de ellos tiene una alcancía con monedas únicamente de la misma denominación.

- Pepe es el hermano mayor, su alcancía solo tiene monedas de 50.
- Papo tiene una alcancía solo con monedas de 25, pero tiene el doble de monedas que Pepe.
- Pipa es la menor de los tres, su alcancía solo contiene monedas de 10, pero tiene cinco veces más monedas que Pepe.

Ellos deciden romper sus alcancías y unir el dinero. Si entre los tres tienen 4050 colones, ¿cuántas monedas tienen entre los tres?

Para resolver este problema, ayudémonos ejemplificando la primera situación, partiendo de que Pepe solo tiene una moneda de ₡ 50, entonces:

Cantidad de monedas de cada hermano (prueba de ejemplo)

Pepe

₡ 50

Papo

₡ 25 + ₡ 25 = ₡ 50
Doble cantidad de monedas de Pepe

Pipa

₡10 + ₡10 + ₡10 + ₡10 + ₡10 = ₡50
Cinco veces la cantidad de monedas de Pepe

Pepe = ₡ 50
Papo= ₡ 25 + ₡ 25 = ₡ 50
Pipa = ₡ 10 + ₡ 10 + ₡ 10 + ₡ 10 + ₡ 10 = ₡ 50

Note que los tres hermanos tienen la misma cantidad de dinero. Como en total tienen ₡ 4050, se puede calcular la cantidad de dinero que tiene cada uno en su alcancía.

Primero con un reparto equitativo de los ₡ 4050
Comenzamos repartiendo ₡ 1000 a cada uno

₡ 1000

₡ 1000

₡ 1000

De esta manera nos quedan 4050 – 3000 = 1050
Según lo anterior, podemos repartir ₡ 300 más entre cada uno de ellos

₡ 1000
₡ 300

₡ 1000
₡ 300

₡ 1000
₡ 300

Según lo anterior, cada hermano tiene ₡ 1300, para un total de ₡ 3900.

Veamos cuanto le falta por repartir:
4050 – 3900 = 150

Para terminar podemos repartir ₡ 50 entre cada hermano

$$\begin{array}{r} 1000 \\ 300 \\ +\quad 50 \\ \hline 1350 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1000 \\ 300 \\ +\quad 50 \\ \hline 1350 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1000 \\ 300 \\ +\quad 50 \\ \hline 1350 \end{array}$$

Según lo anterior, cada uno de ellos tiene ₡ 1350

Utilicemos el algoritmo de la división:

$$\begin{array}{l|l} 4'050 & 3 \\ \hline -\ 3 & 1350 \\ \quad 10 & \\ -\ 9 & \\ \quad 15 & \\ -15 & \\ \quad 00 & \end{array}$$

Al igual que en el reparto, cada hermano tiene ₡ 1350.

Si se divide ₡ 1350 entre cada tipo de moneda que tiene cada hermano, se obtendrá la cantidad de monedas que tiene cada uno.

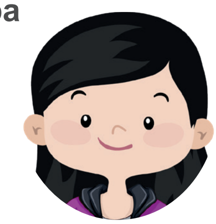
Pepe

135’0	50
- 100	27
350	
- 350	
0	

Papo

135’0	25
- 125	54
100	
- 100	
0	

Pipa



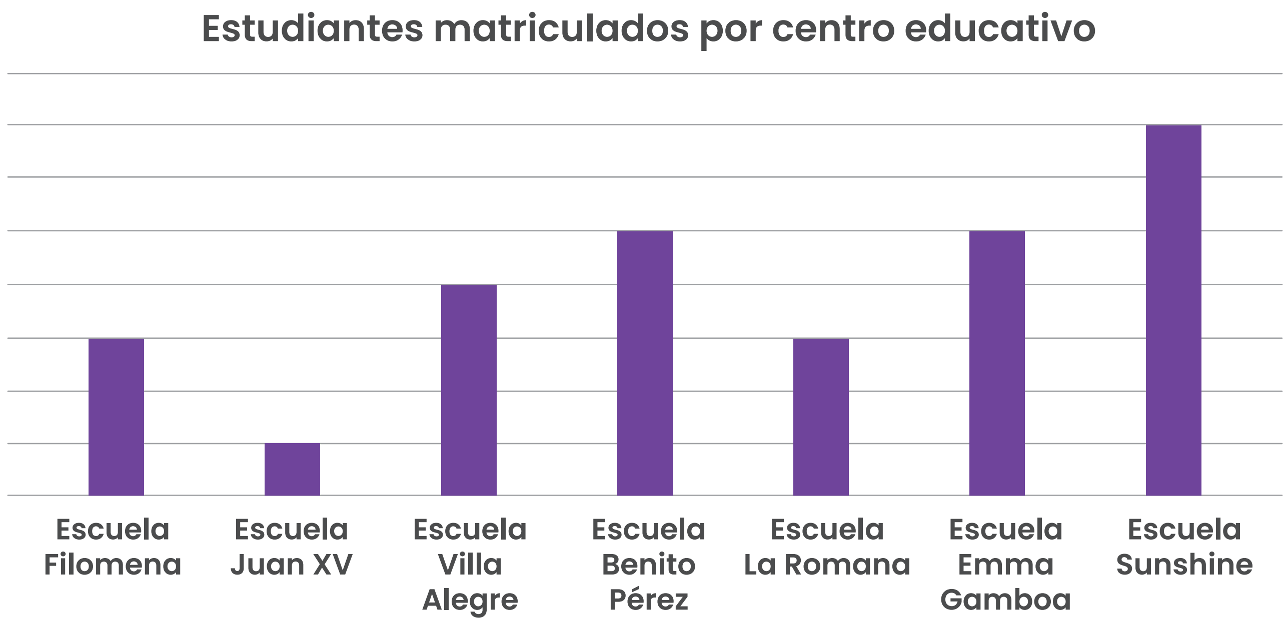
13’50	10
- 10	135
35	
- 30	
50	
- 50	
0	

En resumen tenemos:

Niño o niña	Cantidad de monedas
Pepe	27
Papo	54
Pipa	135
Totald e monedas	216

En total, los tres hermanos tendrían 27 + 54 + 135 = 216 monedas.

4. Joaquín observa el siguiente gráfico



El cual consiste en la cantidad de estudiantes por centro educativo de varias comunidades. Sin embargo en el mismo se ha borrado la columna de la izquierda, por lo que se desconocen las cantidades.

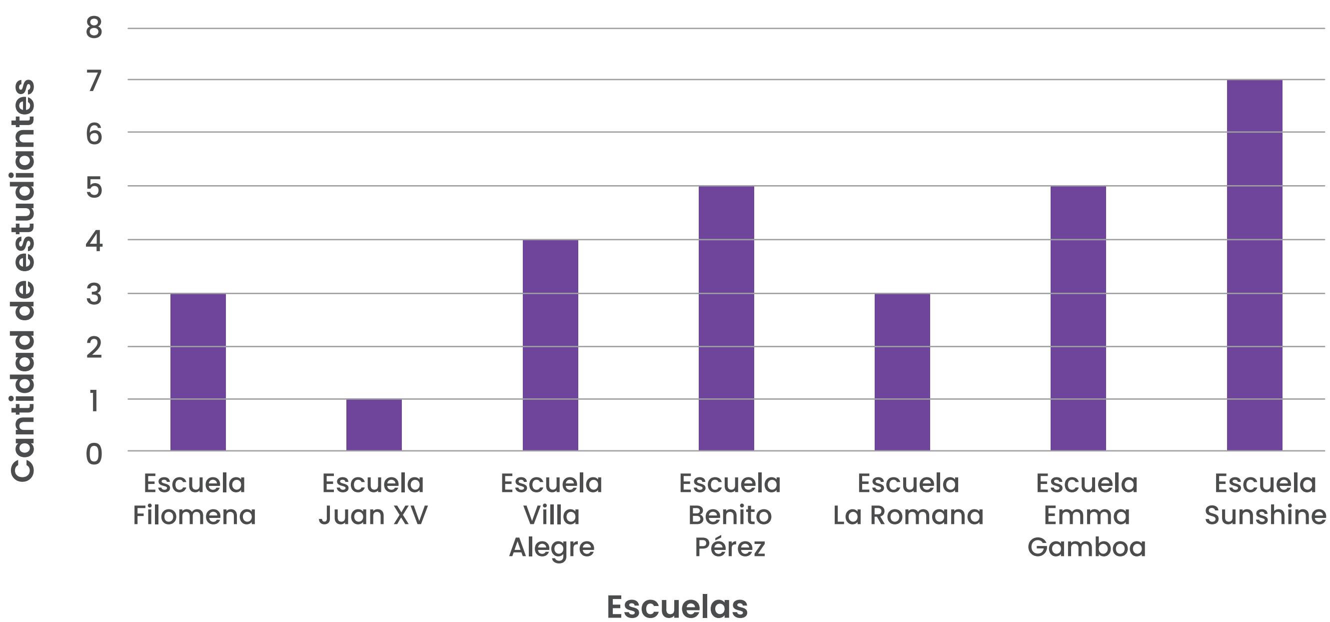
Al respecto, ¿cuál de las siguientes afirmaciones con seguridad es verdadera?

a. Hay un total de 281 estudiantes.
b. La moda de la cantidad de estudiantes matriculados es la Escuela Sunshine.
c. El promedio de estudiantes por escuela es equivalente a los estudiantes de la Escuela Villa Alegre.

Solución
Para encontrar cuál proposición es verdadera, es necesario analizar la gráfica incompleta con respecto al contenido de cada enunciado:
- Cantidad total de estudiantes
- Moda
- Promedio

Análisis
a) Hay un total de 281 estudiantes en su comunidad
Enumeremos cada línea horizontal del 0 al 7, de una en una.

Se sabe que la distancia entre cada línea es la misma, por lo que podemos dividir en cuadriláteros las porciones de cada barra. Veamos:



Así, suponemos que cada cuadrilátero representa un estudiante (por tratarse de cantidad de estudiantes de centros educativos debe ser datos exactos), entonces podemos resumir la información en la siguiente tabla:

Centro educativo	Cantidad de estudiantes
Filomena	3
Juan XV	1
Villa Alegre	4
Benito Pérez	5
La Romana	3
Emma Gamboa	5
Sunshine	7
Total de estudiantes	28

El total de estudiantes corresponde a 28 y ese dato es mucho menor que 28, no cumpliendo con esta condición.

Por lo tanto, el primer enunciado es falso.

b) La moda de la cantidad de estudiantes matriculados es la Escuela Sunshine

Esta condición se ve reflejada en:

- La Escuela Filomena y la Escuela La Romana: 3
- La Escuela Benito Pérez y la Escuela Emma Gamboa: 5

Recuerde que, la moda es el número o cantidad que se repite más veces en un conjunto de datos, en este problema

Por lo tanto, el segundo enunciado también es falso.

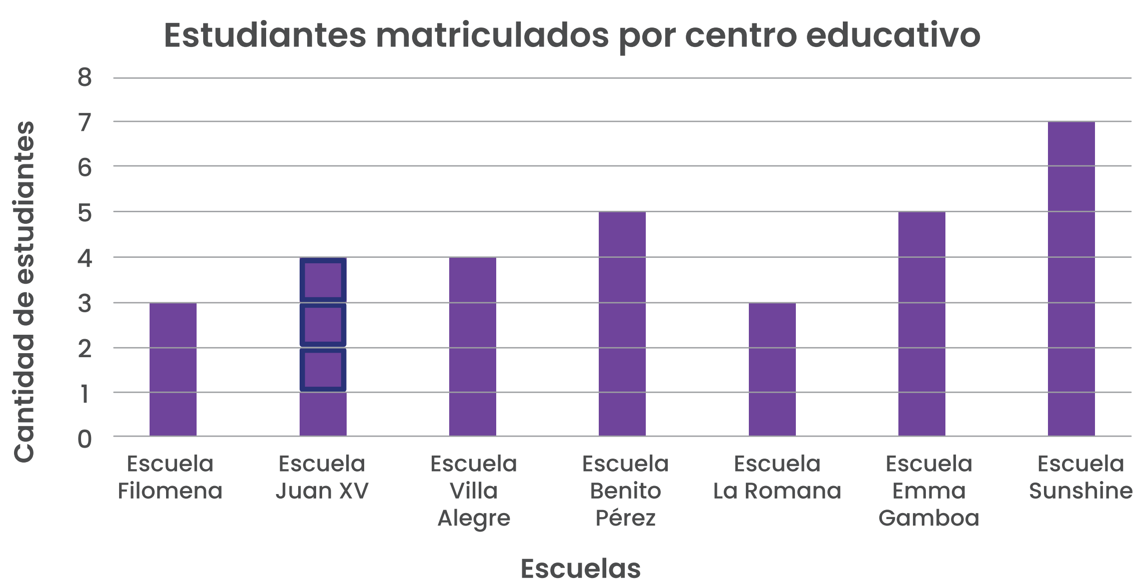
c) El promedio de estudiantes por escuela es el equivalente a los estudiantes de la Escuela Villa Alegre

En este caso, tenemos dos formas de analizarlo:

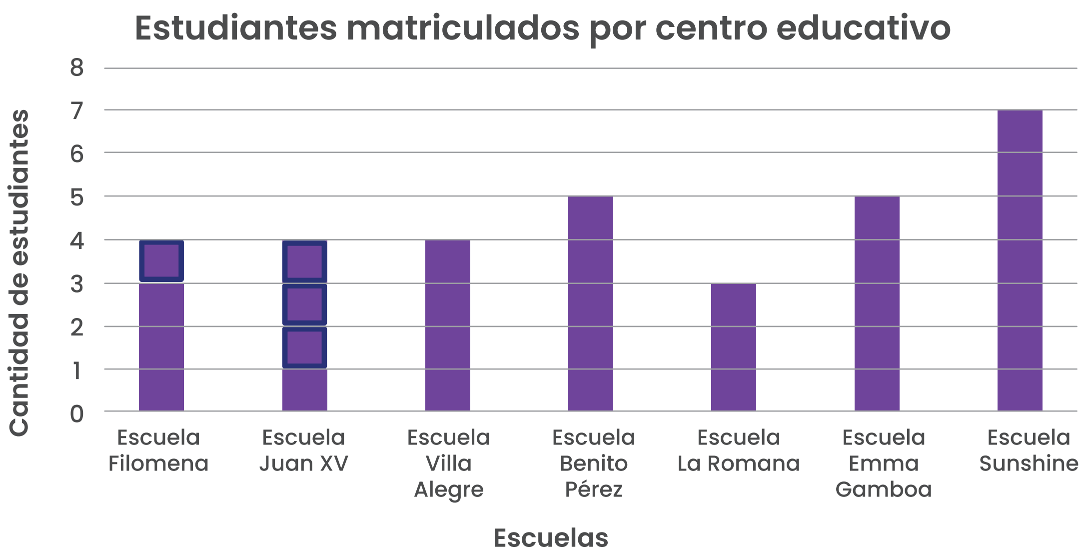
<u>**Opción 1:**</u> Gráficamente

Se busca distribuir los cuadrados pequeños equivalentemente:

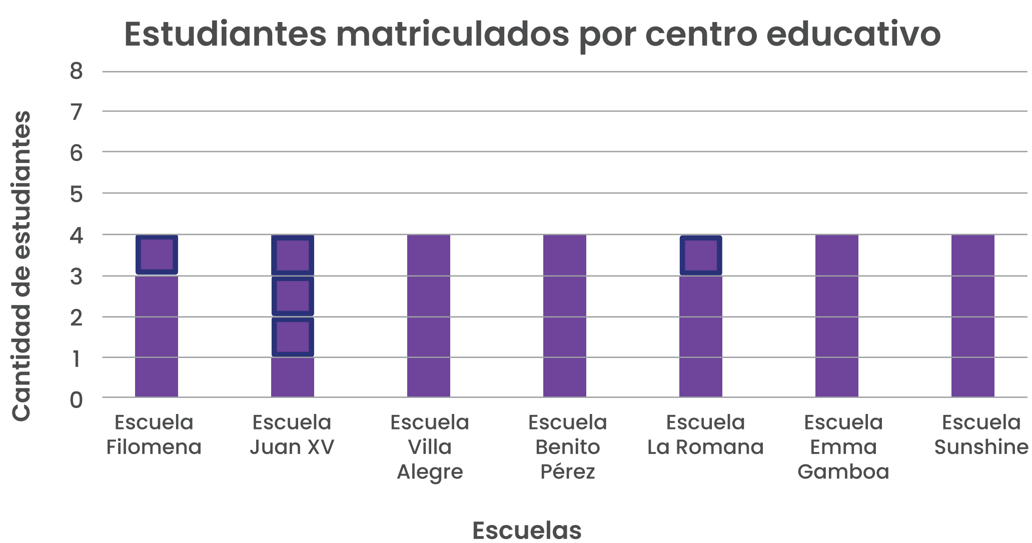
- 3 cuadrados de la Escuela Sunshine se pasan a la Escuela Juan XV.



- 1 cuadrado de la Escuela Emma Gamboa se pasa para la Escuela Filomena.



- 1 cuadrado de la Escuela Benito Pérez se pasa para la Escuela La Romana.



Así, todas las barras quedan con la misma altura 4 que en el gráfico original corresponde a la Escuela Villa Verde, por lo tanto, este **enunciado es verdadero**.

<u>**Opción 2:**</u> Numéricamente
Para calcular el promedio sumamos todos los datos y dividimos entre el número de datos

$$\frac{3 + 1 + 4 + 5 + 3 + 5 + 7}{7} = 4$$

En conclusión, el enunciado verdadero es el tercero que indica El promedio de estudiantes por escuela es equivalente a los estudiantes de la Escuela Villa Alegre.

5. Una tortuga baula puede viajar largas distancias en el mar para encontrar su pareja. Si recorrió 16 800 km a una velocidad de 35 km por hora.

¿Cuántos días tardó haciendo ese recorrido?

Solución
Como primer paso es necesario identificar la información que el problema nos brinda:

- Una tortuga baula
- Realizó un recorrido de 16800
- Viajó a una velocidad de 35 km por hora

Notemos que en una hora recorre 35 km y un día tiene 24 horas, mediante la siguiente operación (multiplicación) se puede calcular cuántos kilómetros recorre en un día:

24 horas x 35 km = 840 km por día

Para calcular cuántos días duró la tortuga recorriendo 16 800 km podemos realizarlo de dos maneras:

En la siguiente tabla se puede ver el recorrido diario

Día	Recorrido
1	840
2	1680
3	2520
4	3360

Se podría continuar la tabla, sin embargo el proceso sería un poco largo. Por tal razón vamos a utilizar el algoritmo de la división para simplificar el proceso

Dividimos:

$$\begin{array}{r|l} 16'800 & 840 \\ \hline -\,1680 & 20 \\ \hline 00 & \end{array}$$

Recuerde buscar un número que multiplicado por 840 se aproxime o dé como resultado 16 800

Respuesta: La tortuga recorre 16800 km en 20 días.

6. En la sección 4-B un tercio de los estudiantes practican deportes, dentro de los estudiantes que practican deporte la quinta parte practican baloncesto y los 8 restantes practican fútbol.

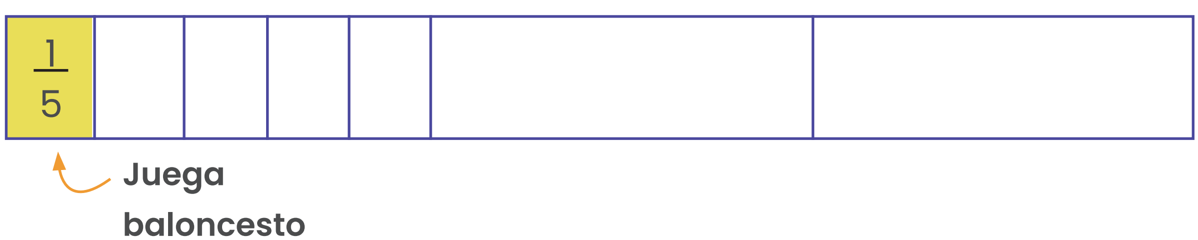
¿Cuántos estudiantes hay en la sección 4-B?

Solución

Utilicemos un rectángulo para representar gráficamente la cantidad de estudiantes de la sección 4-B. Lo vamos a dividir en tres partes iguales e indiquemos que $\frac{1}{3}$ practican deporte:

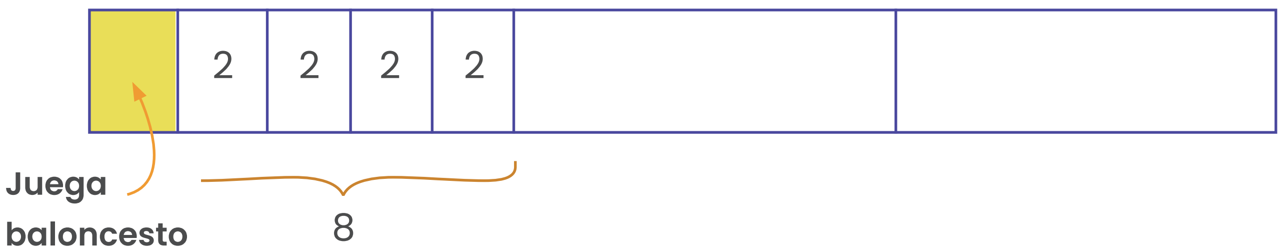
$\frac{1}{3}$ Practican deporte	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

Ahora, enfoquémonos en esa porción que practica deporte y representamos $\frac{1}{5}$ que juega baloncesto.



Revisamos la información dada y notamos que los $\frac{4}{5}$ restantes equivalen a los 8 estudiantes que practican deporte.

Si distribuimos 8 entre 4, obtenemos que cada quinto corresponde a 2 estudiantes.



Así, podemos asegurar que $\frac{1}{3}$ de la sección 4-B practica deporte y equivale a 10 estudiantes. Para calcular cuantos estudiantes hay en dicha sección multiplicamos $10 \times 3 = 30$.

Según lo anterior, la sección 4-B tiene 30 estudiantes.

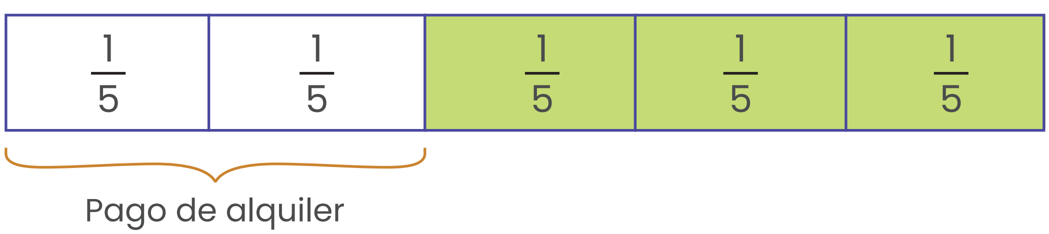
7. Una persona organiza su salario de la siguiente manera:

- Utiliza $\frac{2}{5}$ en el pago del alquiler.
- Del dinero restante utiliza $\frac{2}{6}$ en el pago de servicios públicos.
- De lo que le queda destina $\frac{1}{3}$ en ahorro.

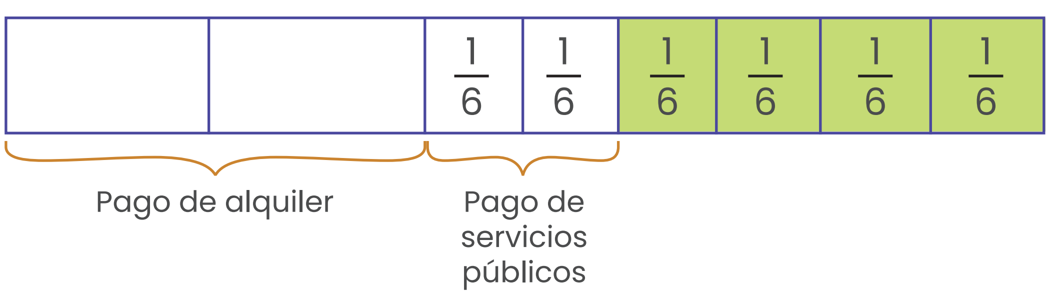
Si después de realizar las acciones anteriores esa persona dispone de ₡ 230 000, ¿a cuánto dinero equivale su salario en colones?

Salario total

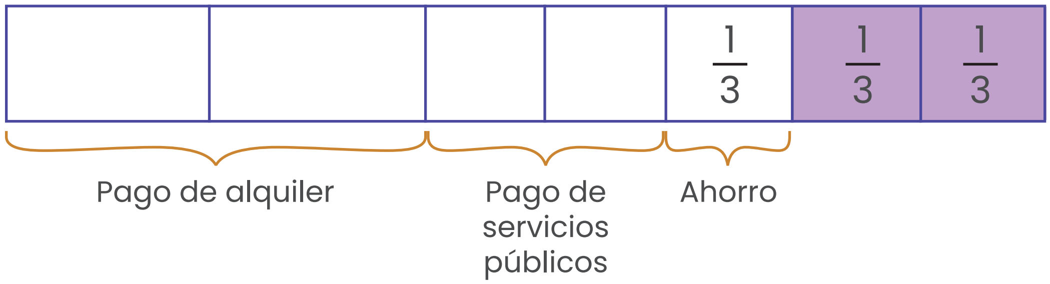
Dividámosla en quintos para saber cuánto paga de alquiler.



De lo que sobra dividámoslo ahora en sextos para representar lo que paga en servicios públicos.

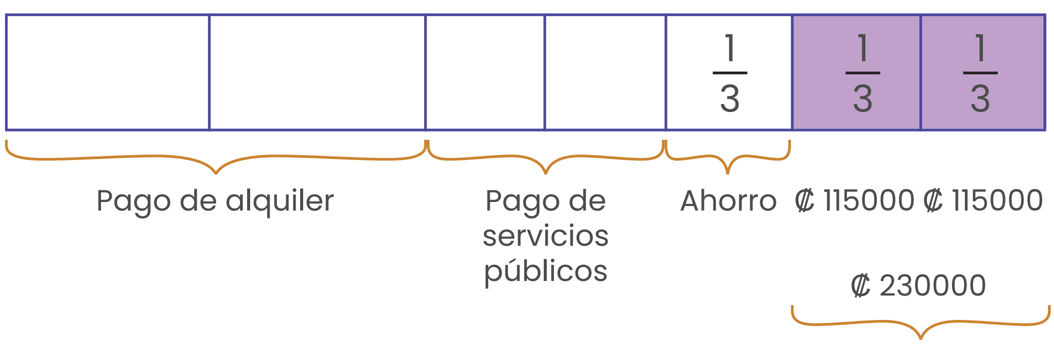


De lo que sobró, dividámoslo en tercios para representar lo que ahorra.

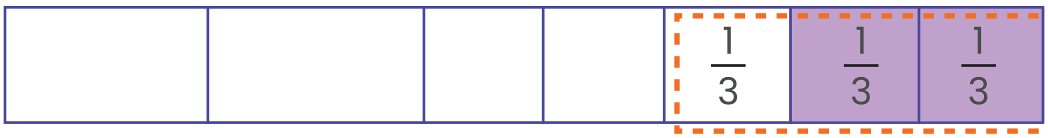


Se sabe que lo que sobra (rectángulo celeste) equivale a ₡ 230 000 y que está dividido en dos partes iguales, por tanto $\frac{1}{3}$ sería

$$
\begin{array}{r|l}
2'30\,000 & 2 \\
\hline
-\,2 & 115\,000 \\
04 & \\
-\,4 & \\
\hline
0\,000 &
\end{array}
$$



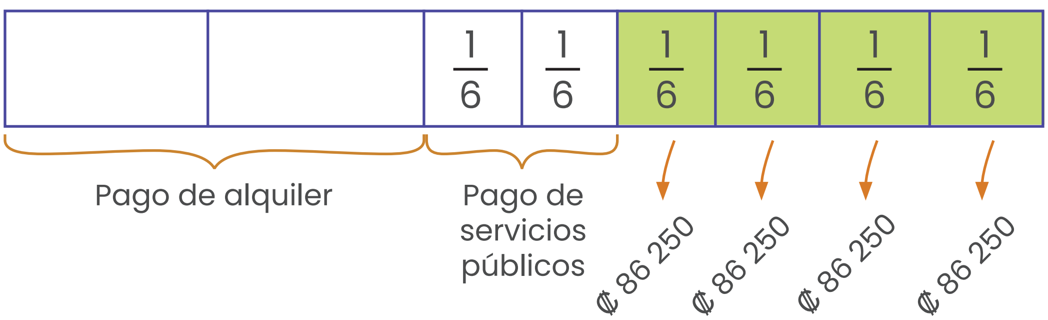
Podemos afirmar que el ahorro es de ₡ 115 000, devolviéndonos identificamos que la parte del salario resaltada con el rectángulo de línea discontinua equivale a:



₡ 115 000 x 3 = ₡ 345 000

Además, esta porción es la que sobraba después de pagar los servicios públicos (rectángulo verde) y estaba dividido en cuatro partes iguales. Por lo tanto, hacemos la operación:

$$345\ 000 \div 4 = 86\ 250$$



Así, se obtiene que un sexto equivale a ₡ 86 250 y como por los servicios públicos se pagaron dos:

$$₡\ 86\ 250 \times 2 = ₡\ 172\ 500$$

Recordemos que esta parte del salario equivale a lo que sobró después de haber pagado el alquiler (rectángulo verde resaltado con las líneas discontinuas seguidamente) y está dividido en tres partes iguales por lo que hacemos la operación:

$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

Pago de alquiler

$$
\begin{array}{r|l}
5'40\,000 & 3 \\
-\,3 & 180\,000 \\
\hline
24 & \\
-\,24 & \\
0 & \\
000 &
\end{array}
$$

Ahora notamos que $\frac{1}{3}$ del rectángulo rosado es equivalente a $\frac{1}{5}$ del salario total, por lo que concluimos que $\frac{1}{5}$ representa ₡ 180 000 y el salario total se puede calcular multiplicando:

$$₡\ 180\,000 \times 5 = ₡\ 900\,000$$

R/ El salario total de la persona es ₡ 900 000

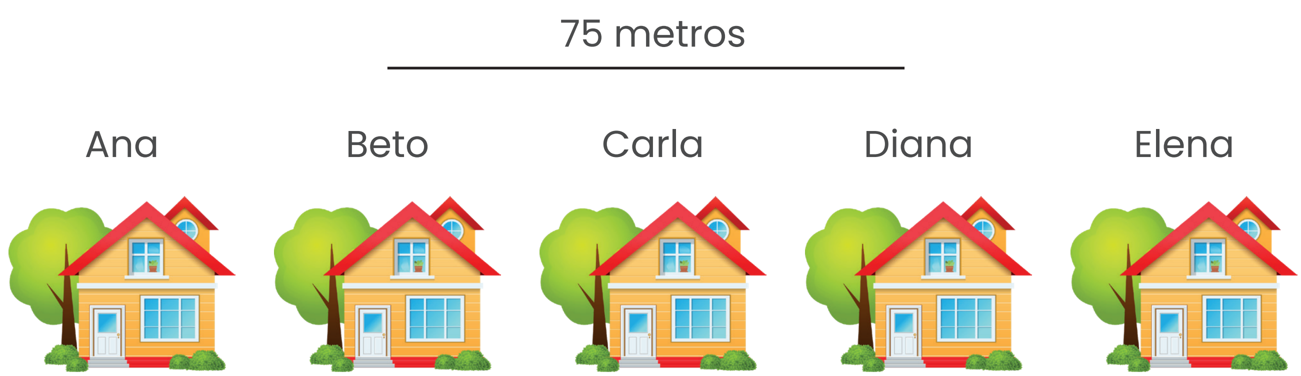
8. Ana, Beto, Carla, Diana y Elena viven en una calle que asemeja una línea recta, en ese orden. Las casas de Ana y Elena son puntos homólogos respecto a la casa de Carla. Si se sabe que:

- **a.** Entre las casas de Beto y Diana hay 75 m.
- **b.** Hay 300 m entre las dos casas más lejanas.
- **c.** Hay 100 m entre las casas de Beto y Ana.

¿Cuál es la distancia en metros entre la casa de Elena y la de Diana?

Solución
Representemos gráficamente la situación planteada incluyendo paso a paso la información dada.

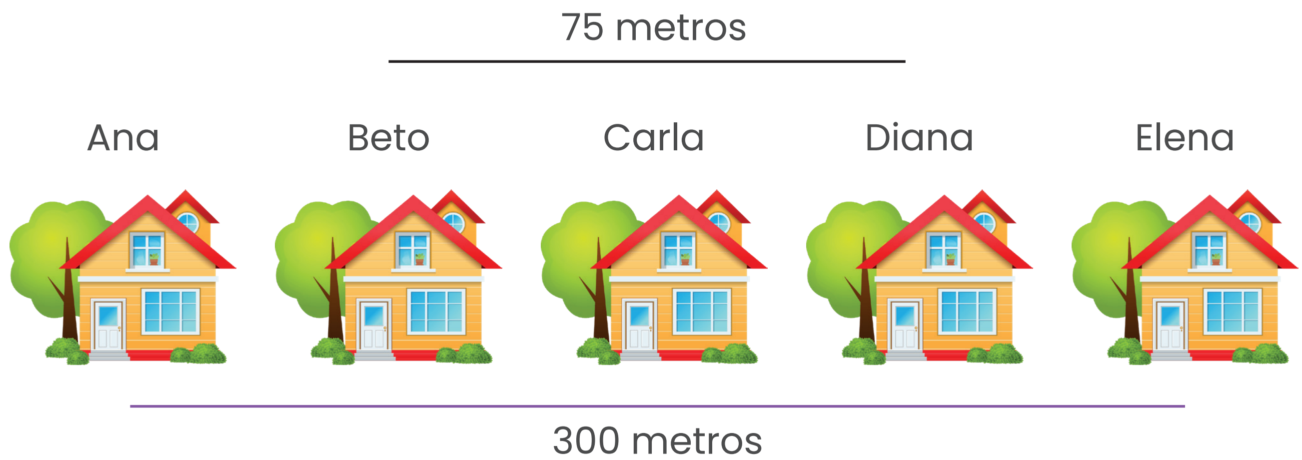
a) Entre las casas de Beto y Diana hay 75m



Se puede observar el orden respectivo de las casas de cada amigo, así como el segmento que indica la distancia entre la casa de Beto y Diana.

b) Hay 300 m entre las dos casas más lejanas

Tracemos un segmento para representar los 300 metros entre las casas más alejadas, estas son la de Ana y Elena.



La imagen nos ayuda a visualizar la situación planteada y contribuye con el análisis requerido.

Se puede afirmar que al sumar las distancias que hay entre las casas de Ana - Beto y Beto - Diana se obtiene el resultado de:

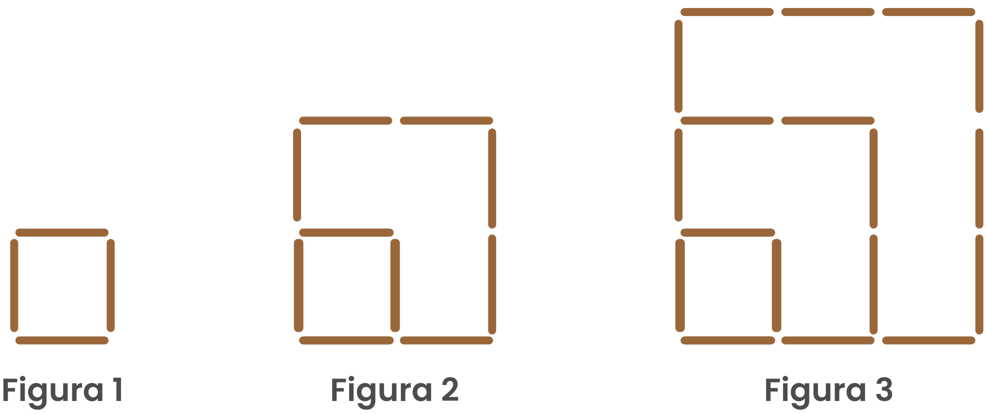
$$100+75=175$$

Si le restamos esta distancia a la más larga obtendremos la distancia entre las casas de Diana y Elena.

$$300-175=125$$

De acuerdo con lo anterior, la distancia que hay entre las casas de Diana y Elena corresponde a 125 metros.

9. Roberto y sus amigos realizan, con palitos de dientes, figuras de cuadrados cada vez más grandes siguiendo un patrón. En la siguiente imagen se observan los primeros términos de la secuencia:



Si continúa realizando figuras siguiendo ese patrón, ¿cuántos palitos necesitará para realizar la octava figura de la sucesión?

Solución

Se puede iniciar contando la cantidad de palillos que utilizó Roberto en cada figura e ir anotándolo en una tabla como la siguiente:

Número de figura	Cantidad de palillos según figura
1	4
2	10
3	18

Proseguimos a buscar un patrón que nos ayude a resolver la situación, por lo que realizamos algunas operaciones con las cantidades encontradas en la columna de palillos.

Restamos a la segunda cantidad la primera, a la tercera le restamos la segunda, para ir identificando el patrón.

10 - 4 = 6
18 - 10 = 8

Veamos estos datos en la tabla anterior

Número de figura	Cantidad de palillos según figura	Operación
1	4	
2	10	10 – 4 = 6
3	18	18 – 10 = 8

Podemos hacer la figura 4 para completar una fila más en la tabla anterior.

Número de figura	Cantidad de palillos según figura	Operación
1	4	
2	10	10 – 4 = **6**
3	18	18 – 10 = **8**
4	28	28 – 18 = **10**

Notamos que conforme construimos una nueva figura aumenta la diferencia de palillos más 2. Si lo analizamos:

Primera figura: 4
Segunda figura: 4 + **6** = 10
Tercera figura: 10 + **8** = 18
Cuarta figura: 18 + **10** = 28
Quinta figura: 28 + **12** = 40
Sexta figura 40 + **14** = 54
Séptima figura 54 + **16** = 70
Octava figura 70 + **18** = 88

La octava figura se forma con 88 palitos de dientes.

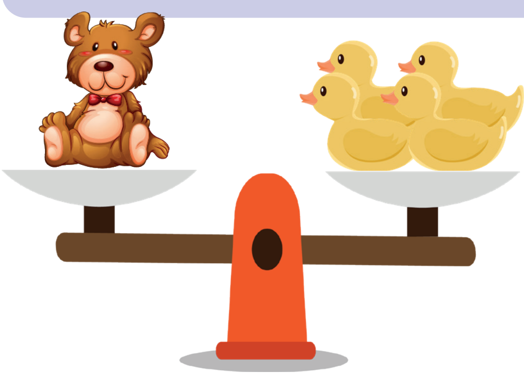
10. Considere las siguientes balanzas en equilibrio, donde se sabe que:

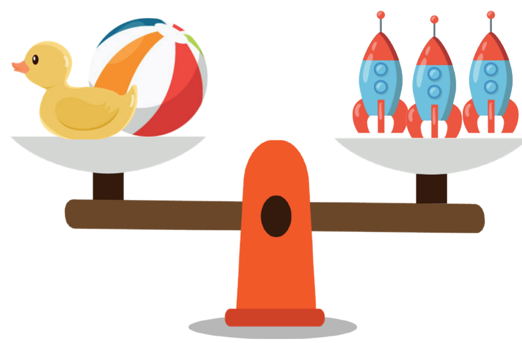
- El pato pesa una tercera de lo que pesa la pelota
- La pelota y el pato juntos pesan 12 kg

De acuerdo con lo anterior, tres amigas indican lo siguiente:

Marta: una pelota y un pato pesan lo mismo que un oso
Jimena: cuatro cohetes pesan más que dos pelotas
Lidia: dos patos y un oso, pesan lo mismo que una pelota y cuatro cohetes

¿Cuál de ellas tiene razón?



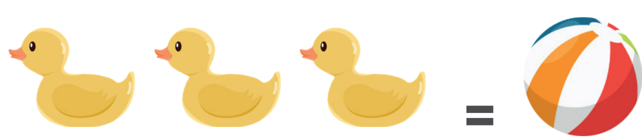


Solución

A continuación, analizamos la información de cada enunciado con ayuda de las imágenes.

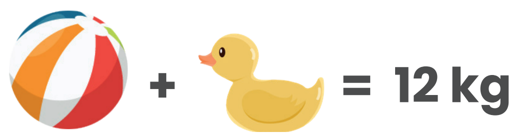
a) El pato pesa una tercera parte de la pelota

Entonces podemos afirmar que tres patos equivalen al peso de la pelota. Así:

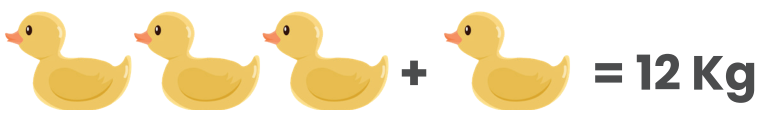


b) La pelota y el pato juntos pesan 12 kg

La operación suma nos permite juntar el pato con la pelota, entendiendo que los sumandos son los pesos de cada objeto.

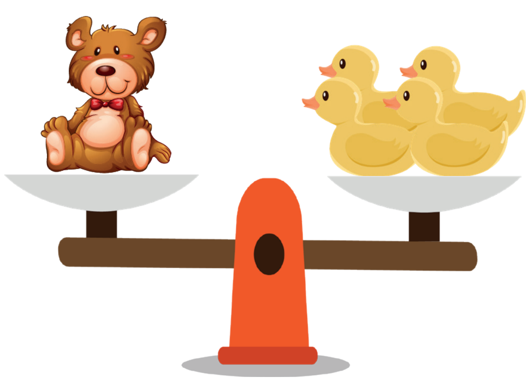


Con la información del enunciado a) podemos sustituir la pelota por tres patos, obteniendo:

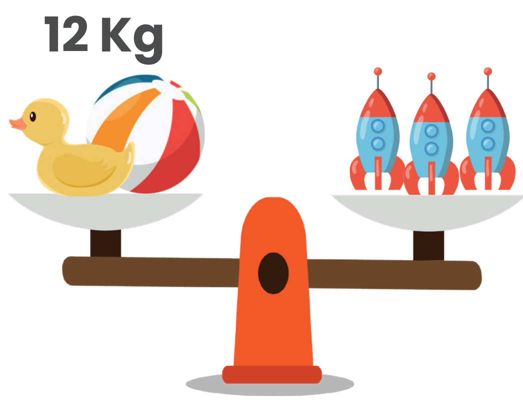


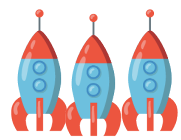
Es decir, cuatro patos pesan 12 kg, por lo que cada pato pesa 3Kg.

Observando la balanza de la izquierda, el oso pesa igual que cuatro patos, por lo que un oso pesa 12 Kg.



Si observamos la balanza de la derecha y tomando en cuenta el dato anterior que una bola y un pato pesan 12 Kg, podemos afirmar que tres cohetes pesan 12 Kg.

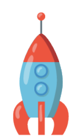


 **= 12 Kg**

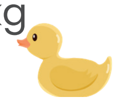
Efectuando una división o un cálculo mental se puede determinar que cada cohete pesa 4Kg.

Para calcular el peso de la pelota, a los 12 Kg se le resta el peso del pato, 12 – 3 = 9, es decir, la pelota pesa 9 Kg.

Así, tenemos los siguientes datos:


Un cohete = 4 kg


Una pelota = 9 kg

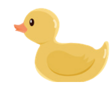

Un pato = 3 kg


Un oso = 12 kg

Ahora con la información encontrada vamos a analizar las proposiciones para determinar cuál de ellas es verdadera.

Marta: una pelota y un pato pesan lo mismo que un oso
Formamos la igualdad y sustituimos los datos que tenemos:

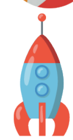
Pelota + pato = Oso
9 + 3 = 12
12 = 12 Verdadero

Una pelota = 9 kg 
Un pato = 3 kg 
Un oso = 12 kg 

Por lo tanto, la afirmación de Marta es correcta.

Jimena: cuatro cohetes pesan más que dos pelotas
Formamos la igualdad y sustituimos los datos que tenemos:

4 cohetes = 2 Pelotas
4 x 4 = 2 x 9
16 = 18 Falso
16kg < 18kg

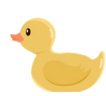
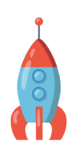
Una pelota = 9 kg 
Un cohete = 4 kg 

En conclusión, la afirmación de Jimena es incorrecta.

Lidia: dos patos y un oso, pesan lo mismo que una pelota y cuatro cohetes
Formamos la igualdad y sustituimos los datos que tenemos:

2 patos + oso = pelota + 4 cohetes
2 x 3 + 12 = 9 + 4 x 4
6 + 12 = 9 + 16
18 kg = 25 kg Falso
18 kg < 25 kg

Por lo tanto, la afirmación de Lidia es incorrecta. La razón la tiene Marta

Una pelota = 9 kg 
 Un pato = 3 kg
Un oso = 12 kg 
 Un cohete = 4 kg

11. Mario escribió cada letra de la palabra: **Anticonstitucionalidad** en un pedacito de papel y las echó en la bolsa A. Luego, hizo lo mismo con la palabra: **Contrarrevolucionario** y las echó en la bolsa C.

Luego, le propuso a Laura y Blanca que escojan una de las bolsas y saquen sin ver un papelito, ganará un chocolate quien saque una vocal. En caso de empate (que ambas saquen vocal o ninguna saque vocal) entonces Mario ganará el chocolate.

Si a Laura le corresponde la bolsa A y a Blanca la bolsa C.
¿Quién tiene menor probabilidad de ganar el chocolate?

Solución

Como primer paso es necesario clasificar las letras de la palabra en vocal y consonante, además de realizar un conteo de cada una.

"Anticonstitucionalidad"

Letra	Tipo de letra	Conteo
a	Vocal	3
n	Consonante	3
t	Consonante	3
i	Vocal	4
c	Consonante	2
o	Vocal	2
s	Vocal	1
u	Vocal	1
l	Consonante	1
d	Consonante	2

Se pueden sumar por tipo de letra:

- Vocales (a + i + o + u) = 3 + 4 + 2 + 1 = 10
- Consonantes (n + t + c + l + d) = 3 + 3 + 2 + 1 + 1 + 2 = 12

En total, 22 letras (10 +12)

"Contrarrevolucionario"

Letra	Tipo de letra	Conteo
c	Consonante	2
o	Vocal	4
n	Consonante	2
t	Consonante	1
r	Consonante	4
a	Vocal	2
e	Vocal	1
v	Consonante	1
l	Consonante	1
u	Vocal	1
i	Vocal	2

Se pueden sumar por tipo de letra:

- Vocales (o +a + e + u + i) = 4 + 2 + 1 + 1 + 2 = 10
- Consonantes (c + n + t +r + v + l) = 2 + 2 + 1 + 4 + 1 + 1 = 11

En total, 21 letras (10 +11)

Ahora vamos a representar las bolsas de cada una y analizar la probabilidad para cada caso.

Laura
Bolsa A

Blanca
Bolsa C

Se puede afirmar que el evento favorable es “sacar vocal” y ambas tienen la misma cantidad de vocales, pero con diferente cantidad de eventos posibles, numéricamente se expresa:

En la bolsa A, la probabilidad de sacar vocal es 10 de 22.

En la bolsa B, la probabilidad de sacar vocal es 10 de 21.

Respuesta: Laura tiene menor probabilidad de ganar.

12. Pedro y su madre están en el bingo. Si tienen el cartón de la siguiente imagen.

B	I	N	G	O
6	18	45	54	66
4	16	43	58	70
13	20		46	69
8	25	36	56	68
11	29	41	51	63

¿Cuál de las afirmaciones respecto a los números de los cartones es verdadera?

a) Hay un múltiplo de cinco más que los múltiplos de tres.
b) Hay más números impares que pares
c) Hay tantos múltiplos de tres como múltiplos de cinco y seis juntos.

Solución

Como primer paso es necesario determinar cuántos pares, impares, múltiplos de tres, múltiplos de cinco y múltiplos de seis que hay en el cartón de bingo.

Impares
45, 43, 13, 69, 25, 11, 29, 41, 51, 63 = 10
Pares
6, 18, 54, 66, 4, 16, 58, 70, 20, 46, 8, 36, 56, 68 = 14
Múltiplos de cinco
45, 70, 20, 25 = 4
Múltiplos de tres
6, 18, 45, 54, 66, 69, 36, 51, 63 = 9
Múltiplos de seis
6, 18, 54, 66, 36 = 5

B	I	N	G	O
6	18	45	54	66
4	16	43	58	70
13	20		46	69
8	25	36	56	68
11	29	41	51	63

Seguidamente se analizan cada una de las afirmaciones para hallar la verdadera.

a) Hay más números impares que pares.
La cantidad de números impares corresponde a 10 y la cantidad de números pares equivale a 14, se sabe que $10 < 14$, por lo que la afirmación es falsa.
Lo verdadero sería: existen más números pares que impares.

b) Hay un múltiplo de cinco más que los múltiplos de tres.
La cantidad de múltiplos de cinco es 4 y de 3 es 9. Para que la afirmación sea verdadera, tendrían que existir 10 múltiplos de 3 (1 más que 9) y solo hay 4, por lo que la afirmación b) es falsa.

c) Hay tantos múltiplos de tres como múltiplos de cinco y seis juntos.
La afirmación nos indica que debemos juntar, es decir, sumar la cantidad de múltiplos de cinco y seis para hacer la comparación con la cantidad de mútliplos de tres. Así:

4 (cantdad de múltiplos de 5) + 5 (cantidad de múltiplos de 6) = 9

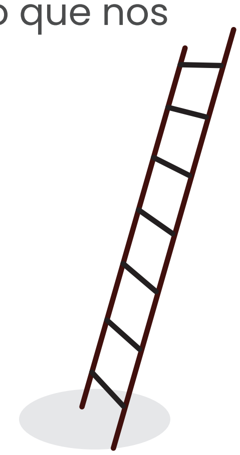
9 es igual a la cantidad de múltiplos de 3, por lo que la afirmación c) es verdadera.

Respuesta: La afirmación correcta es la c)

13. Pedro y Juan están construyendo una escalera y para ello, tienen 12 metros de regla para elaborarla, si las reglas verticales deben medir 2,5 metros cada una y los horizontales 50 centímetros.

¿Cuántas reglas horizontales se pueden obtener de la cantidad sobrante?

Como primer paso es necesario realizar un pequeño dibujo que nos permita visualizar lo que el problema presenta.



Solución:

Verifiquemos la información:

- Reglas verticales: 2,5 m
- Reglas horizontales: 50 cm

Análisis

La escalera requiere dos reglas verticales que midan 2,5 metros cada una. Para calcular cuánto de madera se gasta en la construcción de esas dos reglas, se puede realizar una suma o una multiplicación por dos.

2,5 + 2,5 = 5 metros o
2,5 x 2 = 5 metros

Como la cantidad total de madera es 12 metros, hacemos una resta para saber cuánto material sobra para construir las reglas horizontales.

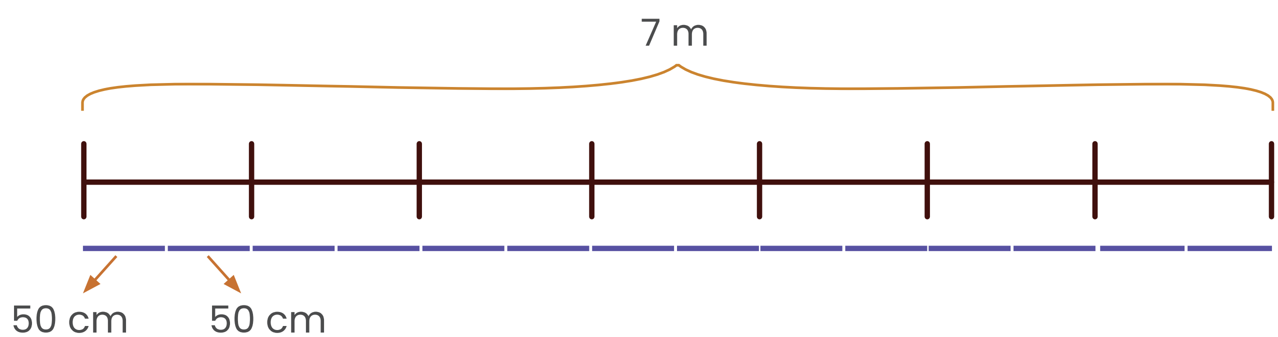
12 – 5 = 7 metros

En el enunciado se indica que la medida de las reglas horizontales es de 50 centímetros, recordamos que en un metro hay 100 centímetros, entonces con un metro se pueden construir dos reglas horizontales (50 + 50 = 100)

Opción 1
Si con un metro se construyen dos reglas horizontales y no sobra nada, con siete metros se construyen:

7 x 2 = 14

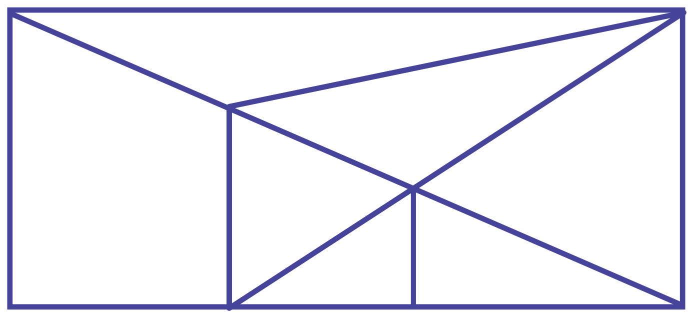
Opción 2
Se puede representar un segmento dividido en 7 unidades, cada una equivalente a un metro.



Por conteo (de uno en uno), por suma (2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2) o por multiplicación (2 x 7), se obtiene 14.

Respuesta: Se pueden construir 14 reglas horizontales de la cantidad sobrante.

14. Fernanda dibujó un rectángulo y luego algunas líneas rectas como se muestra a continuación:

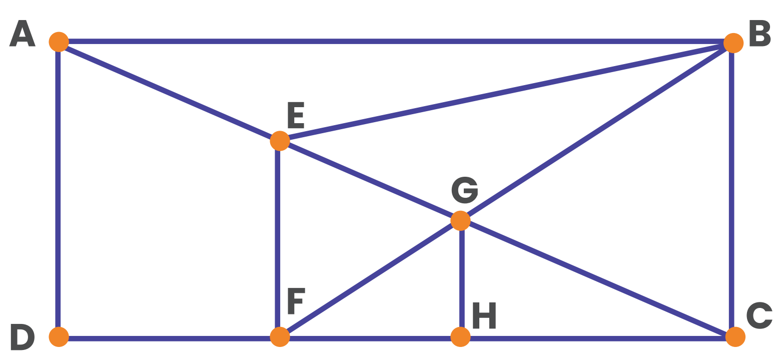


¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura que dibujó Fernanda?

Solución

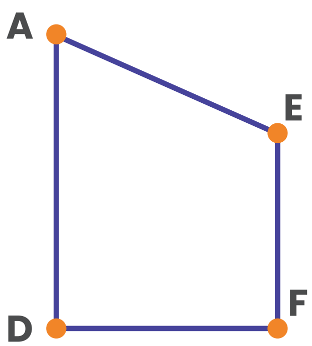
Se debe tomar en cuenta que en la imagen hay diferentes figuras geométricas, sin embargo, solo se pregunta por los cuadriláteros.

Recordemos que un cuadrilátero es una figura cerrada (polígono) que tiene solo cuatro lados y por tanto, cuatro vértices. Vamos a nombrar cada vértice con una letra mayúscula para visualizar más fácilmente los cuadriláteros que se forman.



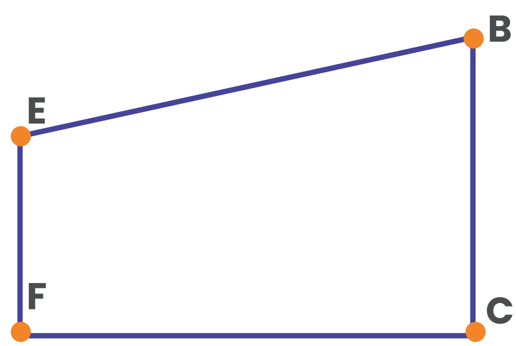
Con base en la figura anterior, se pueden identificar los siguientes cuadriláteros:

1. Figura formada por **AEFD**

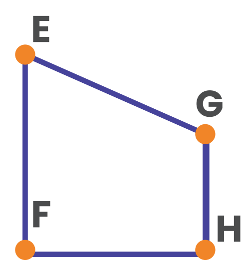


2. Figura formada por **ABCD**

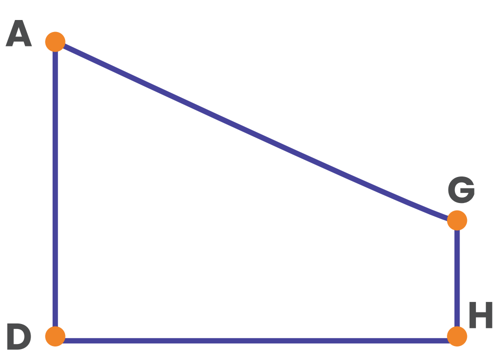
3. Figura formada por **EBCF**



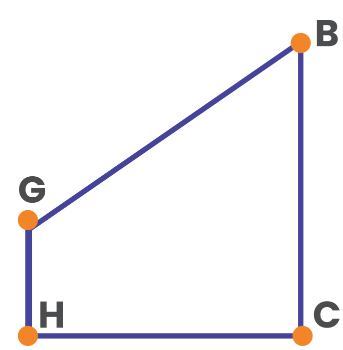
4. Figura formada por **EGHF**



5. Figura formada por **AGHD**

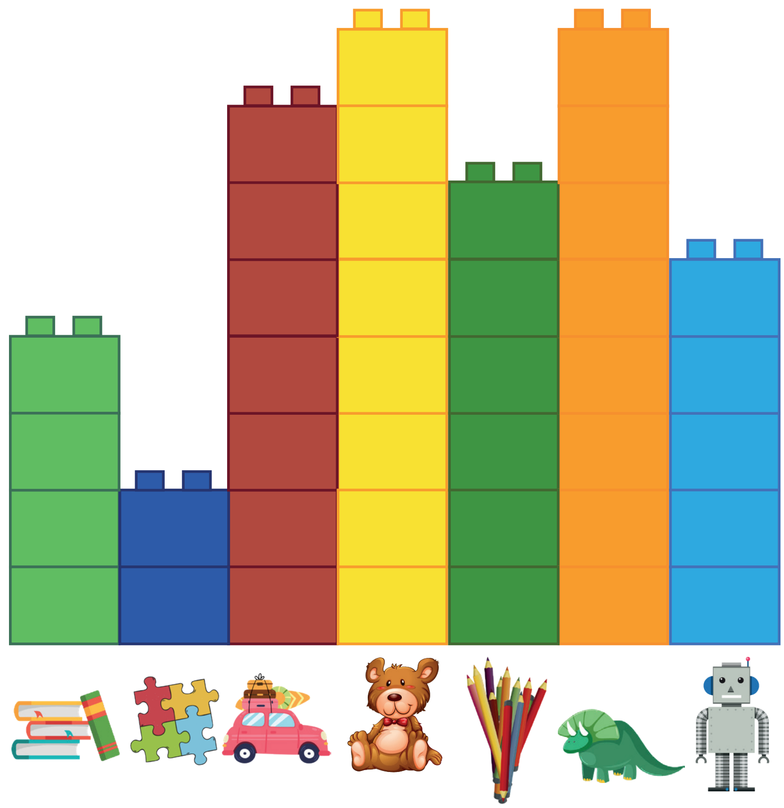


6. Figura formada por **GBCH**



Respuesta: En la figura de Fernanda hay 6 cuadriláteros.

15. Juanito coloca un cuadrito de lego por cada juguete que tiene, haciendo una columna por cada tipo de juguetes como se observa en la imagen.

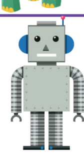


De acuerdo con la información, ¿cuál afirmación NO es correcta?

a) Los carros, osos y dinosaurios juntos son más de la mitad de sus juguetes.
b) Los libros y carros juntos son tantos como los lápices y robots juntos.
c) Los libros y rompecabezas juntos son tantos como los dinosaurios.

Solución

Por conteo, podemos anotar cuántos juguetes de cada tipo tiene Juanito:

Tipo de juguete	Cantidad
	4
	2
	7
	8
	6
	8
	5

A continuación, vamos a analizar cada una de las afirmaciones con base en los datos suministrados.

a) Los carros, osos y dinosaurios juntos son más de la mitad de sus juguetes.

La palabra juntos nos indica una suma, por lo que calculamos:

Carros + Osos + Dinosaurios =
7 + 8 + 8 =
23

La afirmación también se refiere a la mitad de todos sus juguetes, por lo que debemos sumar todos los juguetes (valores de la columna derecha de la tabla anterior) y repartirlos en dos grupos con la misma cantidad.

Libros+Rompecabezas+Carros+Osos+Lápices+Dinosaurios+Robots **=**
4 + 2 + 7 + 8 + 6 + 8 + 5 =
40

20 **20**

De esta forma, determinamos que la mitad de todos los juguetes es 20. Ahora comparamos la cantidad de carros, osos y dinosauros juntos con la mitad de todos los juguetes, y obtenemos que 23 > 20.

Por tanto, la afirmación es correcta.

b) Los libros y carros juntos son tantos como los lápices y robots juntos
Procedemos de forma similar y obtenemos:

Libros + carros =
4 + 7 =
11
Lápices + robots =
6 + 5 =
11

Tomando en cuenta que la expresión "son tantos" significa "son la misma cantidad que", comparamos 11 con 11 y concluimos que 11 = 11. Por tanto, la segunda afirmación es correcta.

c) Los libros y rompecabezas juntos son tantos como los dinosaurios. Se procede de forma similar que con las dos afirmaciones anteriores:

Libros + rompecabezas =
4 + 2 =
6

Juanito tiene 8 dinosaurios, por lo que comparamos 6 con 8 y concluimos que 6 < 8 y así comprobamos que la suma de libros y rompecabezas juntos no es igual (no son tantos) a la cantidad de dinosaurios.

De acuerdo con lo anterior, la tercera afirmación no es correcta.

16. Observe las siguientes figuras construidas con cubitos de madera.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

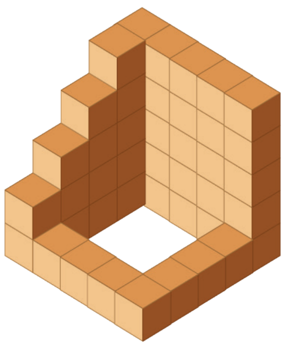


Figura 1

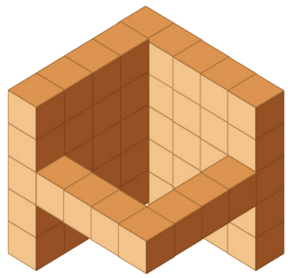


Figura 2

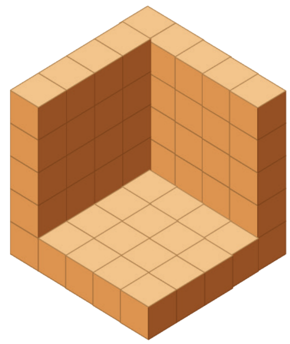


Figura 3

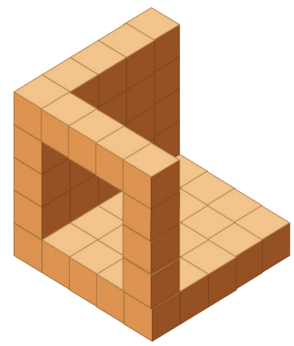
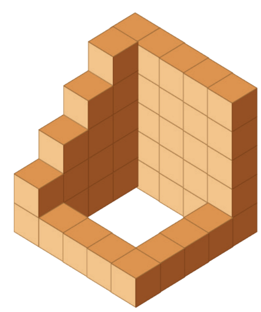


Figura 4

a) La figura 1 tiene más cubitos que la 4.
b) La figura 3 tiene menos cubitos que la 2.
c) La figura 2 tiene tantos cubitos como a la 4.

Solución

Es necesario analizar cada figura por separado y obtener la cantidad de cubos que la forman.



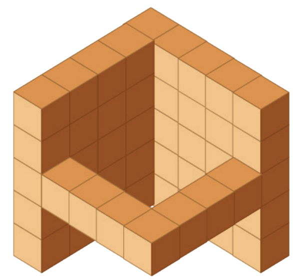
Observaremos la **Figura número 1**

Existe una pared completa de 5 cubos de alto y 5 de largo, lo que permite afirmar que es un cuadrado y la cantidad de cubitos que lo formar se puede calcular haciendo la operación 5 x 5 = **25**. La segunda pared (parecen gradas) contiene una columna de 5 cubitos, otra de 4, otra de 3 y otra de 2, en total está formada por 5 + 4 + 3 + 2 = **14** cubitos. En el piso (tiene forma de L) hay 4 de un lado y 3 de otro (los demás ya están contados en las otras dos paredes), es decir, está formado por 4 + 3 = **7**.

En total, la figura número 1 tiene: 25 + 14 + 7 = 46 cubitos de madera.

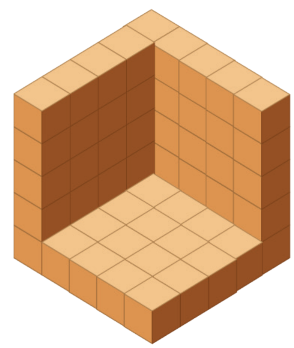
Observemos la **Figura número 2**

Así como en la figura número 1 se genera una pared cuadrada con 5 cubos de alto y 5 cubos de largo, se sabe que esta tiene 5 x 5 = **25**. Se observa otra pared de 5 x 4 = **20** cubitos y además, hay como una "L" que contiene **7.** En total la figura número 2 está formada por 25 + 20 + 7 = 52.



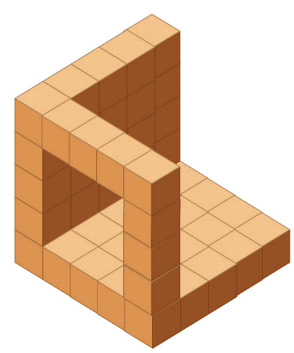
Observemos la **Figura número 3**

Al igual que en la figura 2, se tiene una pared completa de 5 x 5 = **25**, otra de 5 x 4= **20**. Además, en el piso hay un cuadrado de 4 x 4 = **16**. En total la figura número 3 está formada por 25 + 20 + 16 = 61.



Observemos la **Figura número 4**

Se puede utilizar el mismo procedimiento que en las anteriores para afirmar que la figura tiene 52 cubitos. Sin embargo, es importante observar que las figuras 2 y 4 se parecen, lo que cambia es las posiciones de los cubos que están en la forma de "L" y lo que hemos llamado hasta ahora "piso" y "pared". Así, la figura 4 contiene 52 cubitos de madera.



Ahora analicemos cada una de las afirmaciones del problema propuesto.
a) La figura 1 tiene más cubitos que la 4.

Podemos comparar la cantidad de cubos de cada figura y obtenemos:
Figura 1 Figura 4
46 $<$ 61
Por tanto, la primera afirmación es falsa. **Lo verdadero sería que la figura 4 tiene más cubitos que la 1.**

b) La figura 3 tiene menos cubitos que la 2.

Figura 3 Figura 2
61 $>$ 52

Por tanto, la segunda afirmación es falsa. **Lo verdadero sería que la figura 3 tiene más cubitos que la 2.**

c) La figura 2 tiene tantos cubitos como a la 4.

Figura 2 Figura 4
52 = 52

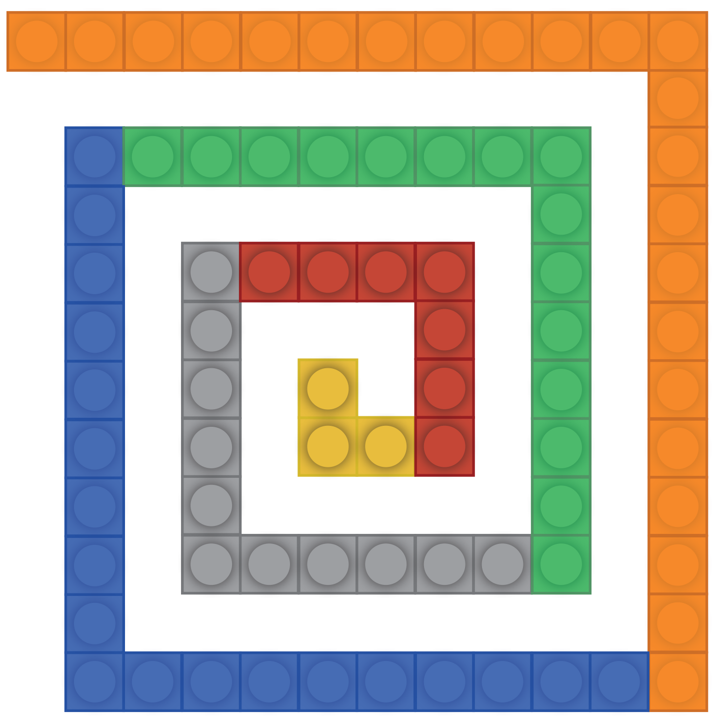
Por tanto, esta afirmación sí es verdadera.

Respuesta: La afirmación número 3 es la verdadera.

17. Carolina construye una figura con legos, inicia con una “L” amarilla de 2cm de base, luego agrega una roja más grande, luego una blanca más grande y así sucesivamente, siguiendo la secuencia que se observa en la imagen.

Si continúa agregando piezas, hasta usar los 14 colores diferentes que tiene.

¿Cuál es la longitud de la base de la última “L” que agrega?



Solución

Se puede crear la siguiente tabla con los datos que se observan en la figura:

Cantidad de letras “L”	Longitud de la base de la “L”	Color
1	2cm	Amarillo
2	4cm	Rojo
3	6cm	Gris
4	8cm	Verde
5	10 cm	Azul
6	12 cm	Anaranjado

Como se observa en la tabla, por cada color que se incluye en la figura genera un aumento de 2cm en la base, por lo tanto, se puede afirmar que el número de colores que se incluyan será multiplicado por 2 para así encontrar la base de la última figura:

Cantidad de letras “L”	Longitud de la base de la “L”	Cantidad de colores utilizados
1	2	1
2	4	2
3	6	3
4	8	4
5	10	5
6	12	6

Para calcular la longitud de la base de la "L" que utiliza el décimo cuarto color, se realiza la operación:

14 x 2 = 28cm

Se puede verificar completando la tabla:

Cantidad de letras "L"	Longitud de la base de la "L"	Cantidad de colores utilizados
1	2	1
2	4	2
3	6	3
4	8	4
5	10	5
6	12	6
7	14	7
8	16	8
9	18	9
10	20	10
11	22	11
12	24	12
13	26	13
14	28	**14**

Respuesta: La longitud de la base de la última "L" es 28 cm.

18. Pablo va a ir a la feria con sus dos hermanas gemelas. Los tres le piden dinero a su padre que solo tenía los billetes y monedas que se muestran en la figura.

El padre lo repartió todo a sus tres hijos, de la siguiente manera:

- A cada uno le da la misma cantidad de dinero.
- A las gemelas les da al menos un billete o moneda de cada denominación.
- A cada gemela le da exactamente la misma cantidad de monedas y billetes de cada denominación.

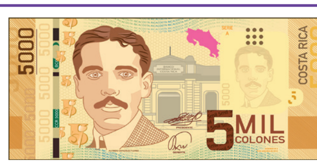
¿Cuántas monedas le dio a Pablo?

Solución

Se puede crear la siguiente tabla, a partir del conteo de las monedas y billetes que tenía el padre.

Cantidad	Valor del billete o moneda
15	
5	
7	
3	
2	

Con la ayuda de la multiplicación podemos calcular la cantidad de dinero por cada tipo de billete y moneda.

Cantidad	Valor del billete o moneda	Cantidad de dinero por tipo de billete o moneda
15		15 x 50 = 750
5		5 x 500 = 2500
7		7 x 1000 = 7000
3		3 x 2000 = 6000
2		2 x 5000 = 10 000

Al sumar las cantidades de cada fila, se obtiene la cantidad total de dinero que tenía el padre:

750 + 2500 + 7000 + 6000 + 10 000 = 26 250

Como el padre le dio la misma cantidad a los tres hijos, con una división se puede calcular lo que le tocó a cada uno:

$$
\begin{array}{l|l}
26\,250 & 3 \\ \cline{2-2}
\underline{-24} & 8750 \\
22 & \\
\underline{-21} & \\
15 & \\
\underline{-15} & \\
00 &
\end{array}
$$

Por tanto, se puede afirmar que cada hijo recibió ₡ 8750. Ahora distribuyamos los billetes y las monedas cumpliendo la condición de que a las gemelas les da al menos un billete o moneda de cada denominación (valor)

Gemela 1	Gemela 2
	
	
	
	
	

A través de una suma se puede verificar que cada gemela recibió ₡ 8750:

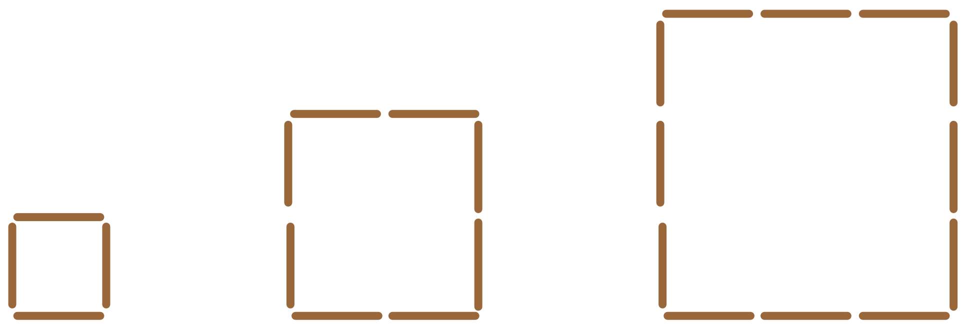
5000 + 2000 +1000+ 500 + 50 +50 +50 +50 + 50 = 8750

Ahora se puede indicar la cantidad de monedas y billetes que recibió Pablo, teniendo en cuenta que es lo que sobra.

Pablo	Gemela 1	Gemela 2
		
		
		
		
		

Respuesta: A Pablo le dieron 8 monedas en total, 5 de ₡ 50 y 3 de ₡ 500

19. Roberto y sus amigos realizan, con palitos de dientes, cuadrados cada vez más grandes siguiendo un patrón. En la siguiente figura se observan los primeros términos de la secuencia:



Si continúa realizando cuadrados siguiendo ese patrón, hasta realizar un cuadrado con 308 palitos, ¿cuántos cuadrados realizaron?

Solución
Se puede construir una tabla para identificar el patrón, se utiliza el número de figura y la cantidad de palitos que se usaron para formarla:

Figura		Cantidad de palitos
1	4	4
2	4 + 4	8
3	4 + 4+ 4	12

Se nota que para obtener la cantidad de palitos de la siguiente figura, se suman 4 a la anterior, calculemos unos tres más:

Figura		Cantidad de palitos
1	4	4
2	4 + 4	8
3	4 + 4+ 4	12
4	4 + 4 + 4 + 4	16
5	4 + 4 + 4 + 4 + 4	20
6	4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4	24

También se nota que la cantidad de veces que se suma el cuatro es igual al número de figura. Esto nos permite identificar cuántos palitos se requieren para formar la figura 30, sin necesidad de completar la tabla. Veamos:

Figura		Cantidad de palitos
30	4 + 4 + 4 + ... + 4 + 4	30 x 4 = 120

El problema indica que se tienen 308 palitos y debemos averiguar el número de figura que se forma al utilizarlos todos. Para esto, se puede calcular cuántos grupos de cuatro se forman con 308 palitos y se logra a través de una división:

$$\begin{array}{r|l}
308 & \underline{\;4\;\;\;} \\
\underline{-\,28\;} & 77 \\
28 & \\
\underline{-\,28} & \\
0 &
\end{array}$$

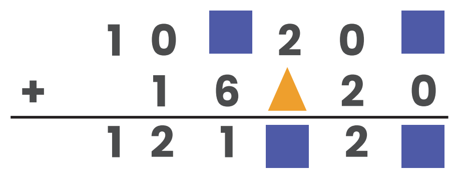
La tabla se visualizaría de la siguiente manera:

Figura		Cantidad de palitos
77	4 + 4 + 4 + … + 4 + 4	77 x 4 = 308

Respuesta: Roberto y sus amigos realizaron 77 cuadrados con 308 palitos.

20. Dada la siguiente operación, donde la misma figura representa el mismo dígito.

¿Cuál es el valor del triángulo?



Solución
Analicemos cada una de las columnas de la suma:

Primera columna

Cuadrado + 0 = cuadrado

Segunda columna

0 + 2 = 2

Tercera columna

2 + triángulo = cuadrado

Cuarta columna

Cuadrado + 6 = 11

Quinta columna

0 + 1 = 2

Sexta columna

1 + 0 = 1

En la quinta columna se indica que 0 + 1 = 2, lo que significa que el resultado de la cuarta columna hace que se aumenten las decenas de millar en 1, por lo que ese resultado es 11.

Así, se sabe que los sumandos de la cuarta columna (cuadrado + 6) deben dar como resultado 11, lo que nos permite afirmar que para que esa suma se cumpla, el cuadrado debe tener un valor de 5

$$\blacksquare = 5$$

En la tercera columna se establece que la suma de 2 + un triángulo es igual al cuadrado (o sea a 5), lo que nos permite afirmar que el triángulo vale 3 (2 + 3 = 5)

$$\blacktriangle = 3$$

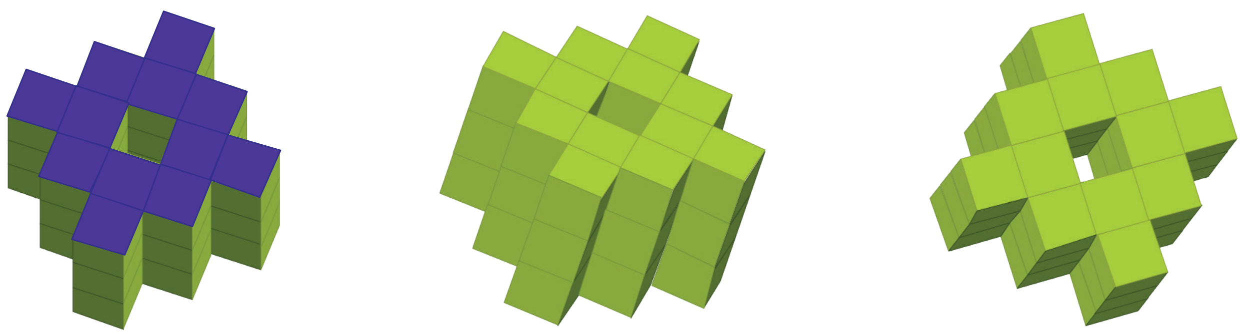
Lo podemos validar en la suma original, sustituyendo el triángulo por 3 y los cuadrados por 5.

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & \blacksquare & 2 & 0 & \blacksquare \\ + & 1 & 6 & \blacktriangle & 2 & 0 \\ \hline 1 & 2 & 1 & \blacksquare & 2 & \blacksquare \end{array} \qquad \begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 5 & 2 & 0 & 5 \\ + & 1 & 6 & 3 & 2 & 0 \\ \hline 1 & 2 & 1 & 5 & 2 & 5 \end{array}$$

Respuesta: El valor del triángulo es 3.

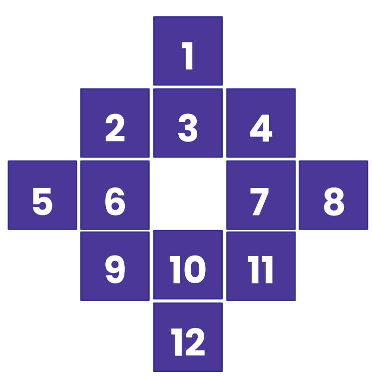
21. Mario construye una figura pegando cubos de madera. Luego pintó toda la figura.

La siguiente imagen muestra diferentes vistas de figura construida por Mario:



a. ¿Cuántos cubos utilizó Mario para construir la figura?
b. ¿Cuántos ejes de simetría tiene la figura formada por las caras de los cubos pintadas de morado?
c. ¿Cuántas caras de los cubos pintó de verde?

Solución a)
Para calcular la cantidad de cubos totales, podemos enumerar y contar los utilizados en la parte superior (cubos con una cara pintada de negra):

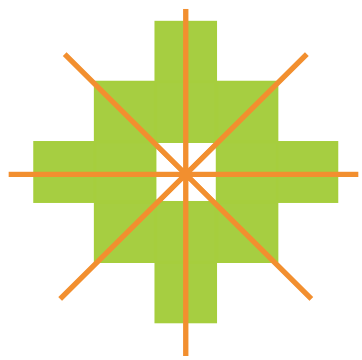


Luego notamos que la figura tiene tres cubos de altura, por lo que, sumamos la cantidad de cubos de la parte superior tres veces:

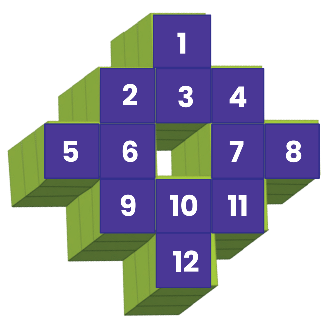
$$12 + 12 + 12 = \mathbf{36}$$

Mario utilizó 36 cubos para construir la figura.

Solución b)
La base de la figura tiene **cuatro ejes de simetría**: uno vertical, uno horizontal y dos diagonales, los cuales se señalan en la siguiente figura:



Solución c)
Notemos que:



- Las columnas enumeradas con 1, 5, 8 y 12 tienen tres caras laterales pintadas de verde y 1 en la base, es decir, 3 + 3 + 3 + 1 = 10 cada una. Como son cuatro, serían: 10 + 10 + 10 +10 = **40**.

• Las columnas enumeradas con 2, 4, 9 y 11 tienen dos caras laterales pintadas de verde y 1 en la base, es decir, 2 + 2 + 2 +1 = 7 cada una. Como son cuatro, serían: 7 + 7 + 7 + 7 = **28**.

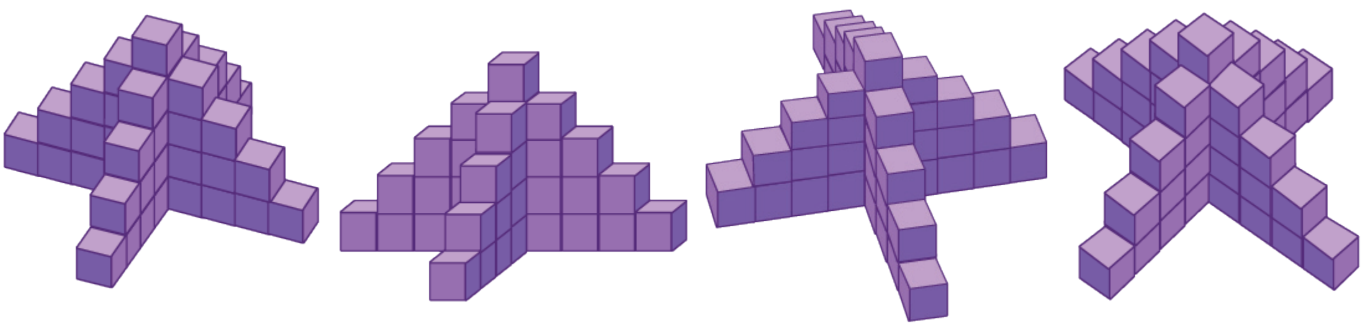
• Las columnas enumeradas con 3, 6, 7 y 10 tienen una cara lateral pintada de verde y 1 en la base, es decir: 3 + 1 = 4 cada una. Como son cuatro, sería: 4 + 4 + 4 + 4 = **16**.

Finalmente, sumamos todas las caras pintadas de verde y tenemos:

$$40 + 28 + 16 = 84$$

La figura cuenta con 84 caras de verde.

22. En la escuela construyen una estructura de cubos de cemento, que divide el patio en cuatro partes separadas, agregando cada día un nivel de altura más a la estructura. El primer día colocaron un cubo en el centro del patio, el segundo día agregaron cinco cubos más (que definieron las direcciones de los muros y dieron un nivel más de altura), el tercer día agregaron nueve cubos más, y así sucesivamente. Continuaron agregando cubos cada día siguiendo el mismo patrón, hoy la estructura luce como se muestra en la imagen.



a. ¿Cuántos días llevan trabajando en la estructura?
b. ¿Cuántos cubos tendrá la estructura a los 15 días de iniciada?
c.¿Qué altura tendrá la estructura si solo hay presupuesto para 703 cubos?

Solución a)
Se puede organizar la información en una tabla para analizar el cambio del número de piezas de un día al siguiente.

Figura	Altura		Cantidad de cubos
1	1		1
2	2	+5	6
3	3	+9	15
4	4	+13	28
5	**5**	+17	45

Respuesta: Llevan trabajando en la estructura **cinco días**.

Solución b)
Para saber la cantidad de cubos del día 25 se puede continuar de forma recursiva, observando que la diferencia entre un término y el siguiente aumenta en cuatro cubos.

Figura	Altura		Cantidad de cubos
1	1		1
2	2	+5	6
3	3	+9	15
4	4	+13	28
5	5	+17	45
6	6	+21	66
7	7	+25	91
8	8	+29	120
9	9	+33	153
10	10	+37	190
11	11	+41	231
12	12	+45	276
13	13	+49	325
14	14	+53	378
15	**15**	**+57**	**435**

Respuesta: a los 15 días de iniciada la estructura, tendrá un total de **435 cubos** de cemento.

Solución c)

Se puede continuar con el cálculo recursivo que se mostró en las tablas anteriores, de tal manera que la terminamos cuando completemos 703 cubos.

Figura	Altura		Cubos
1	1		1
2	2	+5	6
3	3	+9	15
4	4	+13	28
5	5	+17	45
6	6	+21	66
7	7	+25	91
8	8	+29	120
9	9	+33	153
10	10	+37	190
11	11	+41	231
12	12	+45	276
13	13	+49	325
14	14	+53	378
15	15	+57	435
16	16	+61	496
17	17	+65	561
18	18	+69	630
19	**19**	**+73**	**703**

Respuesta:
Para un presupuesto de 703 cubos, la estructura tendrá una altura de **19 cubos**.

Si pruebo con 19, 19 x 37=703, con lo cual encontré el valor apropiado. Con lo que tendría que la altura es de **19 cubos**.

23. Una empresa encuestadora quiere saber qué tanto conocen las personas sobre la reina Isabel. Por lo que le aplica una encuesta con 4 preguntas de falso-verdadero a varias personas. Patricia, que no conoce del tema, llena la encuesta respondiendo al azar.

¿Cuál de los siguientes eventos es más probable que ocurra? Explique por qué.

I. Que tenga una sola respuesta correcta.

II. Que tenga dos respuestas correctas.

III. Que tenga tres respuestas correctas.

Solución

Consideremos en una tabla las posibilidades que se tienen de respuestas correctas (C) e incorrectas (I).

Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Total respuestas correctas
C	C	C	C	4
C	C	C	I	3
C	C	I	C	3
C	I	C	C	3
I	C	C	C	3
C	C	I	I	2
I	C	C	I	2
I	I	C	C	2
C	I	C	I	2
I	C	I	C	2
C	I	I	C	2

Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Total respuestas correctas
C	I	I	I	1
I	C	I	I	1
I	I	C	I	1
I	I	I	C	1
I	I	I	I	0

Analicemos cada una de las afirmaciones con los datos de la tabla anterior

I. Que tenga una sola respuesta correcta: 4 eventos favorables.
II. Que tenga dos respuestas correctas: 6 eventos favorables.
III. Que tenga tres respuestas correctas: 4 eventos favorables.

Respuesta:
Es más probable que ocurra el evento II

“Obtener dos respuestas correctas”, porque tiene mayor número de eventos favorables.

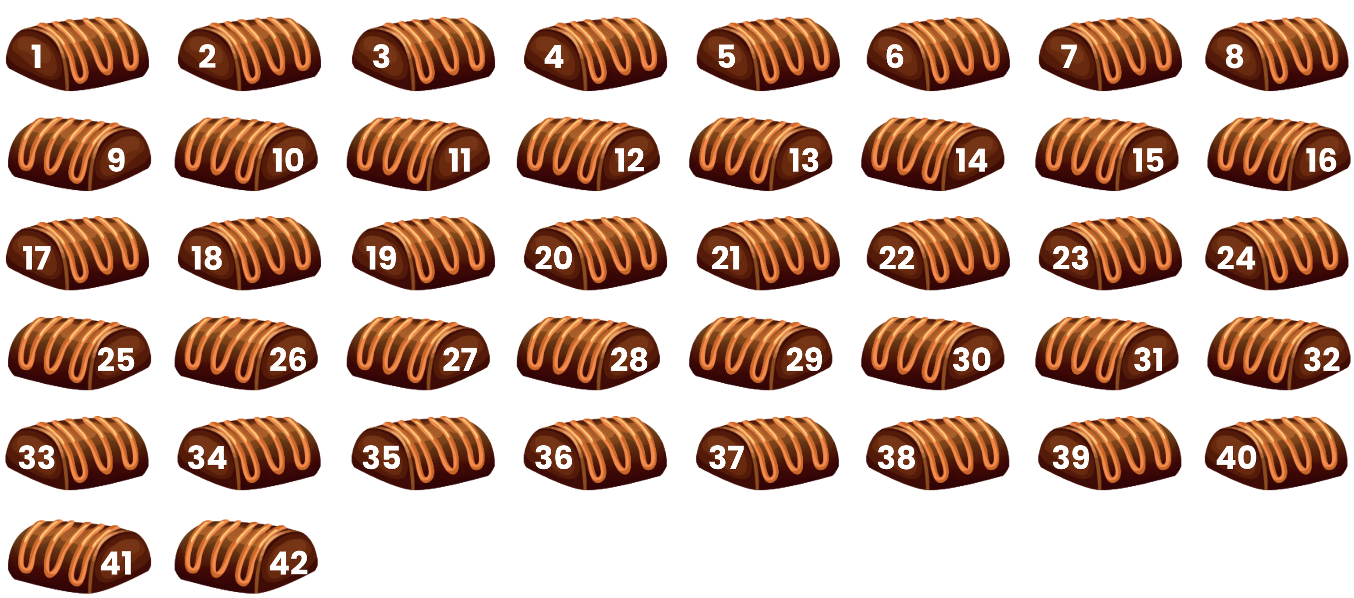
24. Juan tiene una caja con chocolates, para lo cual, considere lo siguiente:

- Los chocolates están numerados en orden del 1 al 42.
- Regala a María los que tienen múltiplos de su edad.
- Juan toma los múltiplos del antecesor de la edad de María, pensando que así, él tendría más chocolates que ella.
- María toma primero sus chocolates y cuando Juan va a tomar sus 8 chocolates se da cuenta que falta uno que ya María había tomado, por lo que al final a los dos les corresponde la misma cantidad.

¿Cuál es el número del chocolate que causa el conflicto y explique por qué?

Solución

Dibujemos y enumeremos los 42 chocolates



Como Juan toma los chocolates con los múltiplos antecesores a la edad de María, significa que Juan y María seleccionan múltiplos de dos números consecutivos.

Hacemos la prueba con 4 y 5 por ejemplo. Veamos:

María toma los múltiplos de 5: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35 y 40. Son 8 en total.

Juan toma los múltiplos de 4: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36 y 40. Son 10 en total.

Descartamos esta selección, porque en el problema se indica que ambos quedan con la misma cantidad de chocolates.

Hacemos otra prueba con 5 y 6. Veamos:

María toma los múltiplos de 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36 y 42. Son 7 en total.

Juan toma los múltiplos de 5: 5, 10, 15, 20, 25, 30 (No puede tomar este porque María lo tomó primero y solo hay uno con este valor), 35 y 40. Son 7 en total.

Notamos que Juan creyó que podía tomar 8 múltiplos y obtener más chocolates que María, pero no consideró que ella al hacer primero la selección, tomaría el 30, quedando ambos con la misma cantidad de chocolates.

Respuesta: El número que causa el conflicto es 30 y se debe a qué es múltiplo tanto del 5 como del 6.

25. Roberto es el ingeniero que diseña la nueva escuela. En su diseño, el área de cada baño es 30 000 cm^2, las salas de reuniones tienen cuatro veces el área de las aulas y el gimnasio multiuso tiene 0,045 hm^2 de área.

Si el área de 7 aulas más dos salas de reuniones es la misma área que la del gimnasio multiuso.

¿A cuántos baños equivale el área de una sala de reuniones?

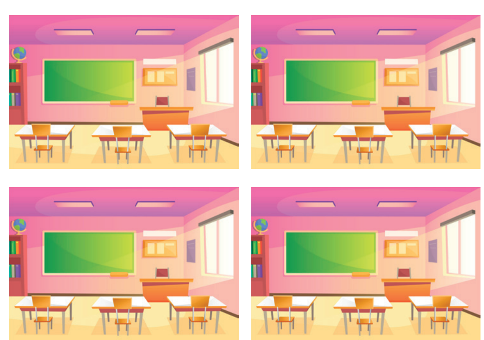
Solución
Veamos los datos que nos indica el problema y de una vez convirtámoslos a metros cuadrados (m^2)

Un baño

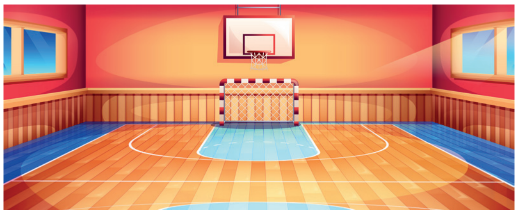
= 30 000 cm^2 = 3 m^2

Una sala de reuniones

Cuatro aulas



Un gimnasio



= 0, 045 hm^2 = 450 m^2

Un gimnasio equivale a **450 m2**

Ahora formemos la igualdad que se menciona en el problema:

7 Aulas + 2 Salas de reuniones = 1 Gimnasio

Como una sala de reuniones es equivalente a 4 aulas, dos salas de reuniones es equivalente a 8 aulas. Podemos sustituir ese dato en la igualdad anterior y sumar la cantidad de aulas que tenemos.

7 Aulas + 2 Salas de reuniones = 1 Gimnasio

7 aulas + 8 aulas = 450 m^2

15 aulas = 450 m^2

Por lo tanto, 15 aulas equivalen al área de un gimnasio. Para encontrar la equivalencia entre el baño y la sala de reunión, es necesario conocer cuánto es el área de un aula. Partimos de:

15 aulas = 450 m^2

Por lo tanto, 15 aulas equivalen al área de un gimnasio. Para encontrar la equivalencia entre el baño y la sala de reunión, es necesario conocer cuánto es el área de un aula. Partimos de:

15 aulas = 450 m^2

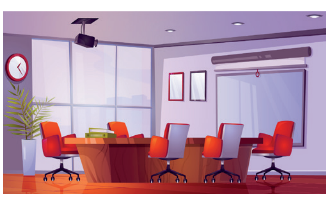
Si repartimos 450m² en 15 grupos, tenemos que se forman 15 grupos de 30m², entonces cada aula tiene un área de 30m².

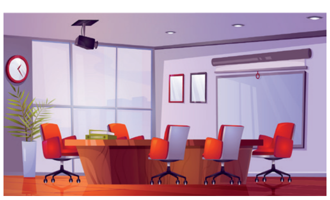
Para determinar a cuántos baños equivale el área de un aula, repartimos 30m² en grupos de 3m² y obtenemos 10.

Podemos sustituir el valor del área de cada aula por 10 baños y así, obtenemos la cantidad de baños al que equivale el área de la sala de reunión.

Una sala de reuniones | Cuatro aulas

 = 10  +  +  + 

 = 10  +10  +10  +10 

 = 40 

La sala de reuniones equivale a 40 baños

Créditos

Los ítems fueron tomados de las pruebas aplicadas en las diferentes etapas de la OLCOMEP 2022.

Autores de los ítems
Luis Carlos Ramírez Morales, estudiante de la carrera de Enseñanza de la Matemática, **Universidad Estatal a Distancia.**

Mónica Mora Badilla, profesora de Matemática.
Escuela de Ciencias de la Educación, Cátedra Didáctica de la Matemática, Universidad Estatal a Distancia.

Compilación y estrategias de solución de los cuadernillos realizadas por:
Luis Carlos Ramírez Morales, estudiante de la carrera de Enseñanza de la Matemática, **Universidad Estatal a Distancia.**

Alejandra Sánchez Ávila, profesora de Matemática.
Escuela de Ciencias de la Educación, Cátedra Didáctica de la Matemática, Universidad Estatal a Distancia.

Revisor del cuadernillo
Hermes Mena Picado, asesor nacional de Matemática.
Departamento de Primero y Segundo Ciclos, Ministerio de Educación Pública.

Diseño Gráfico
Karla Guevara Murillo
Dirección de Recursos Tecnológicos en Educación, MEP.

mep
Ministerio de Educación Pública

Universidad de Costa Rica

UNED

TEC Tecnológico de Costa Rica

OLCOMEP