

Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Asesoría Nacional de Matemática

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria - OLCOMEPE

5^o

CUADERNILLO DE APOYO
PARA EL DOCENTE

QUINTO AÑO | 2023





PRESENTACIÓN

Es fundamental que nuestro sistema educativo fomente en la sociedad costarricense, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo matemático, científico y tecnológico, a efecto de formar personas críticas y analíticas, habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

La enseñanza de la Matemática ocupa un papel clave en el currículo escolar y persigue el desarrollo de un proceso intelectual en los estudiantes. La Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria **OLCOMEP**, tiene como finalidad estimular y desarrollar entre los niños y niñas sus capacidades de resolución de problemas matemáticos, por medio de una competencia de conocimiento sana entre estudiantes de los seis años escolares de la Educación General Básica diurna de todas las direcciones regionales educativas del país.

El presente cuadernillo pretende ser un insumo de apoyo para el docente y practica para el estudiante. El mismo busca orientar a los y las participantes de la **OLCOMEP**, por medio de la presentación de problemas recopilados de las pruebas aplicadas en ediciones anteriores de la misma olimpiada. Su contenido pretende dar pautas sobre los tipos de problemas a los que se van a enfrentar los y las estudiantes en las diferentes etapas que comprende la **OLCOMEP**, así como sus estrategias de resolución.

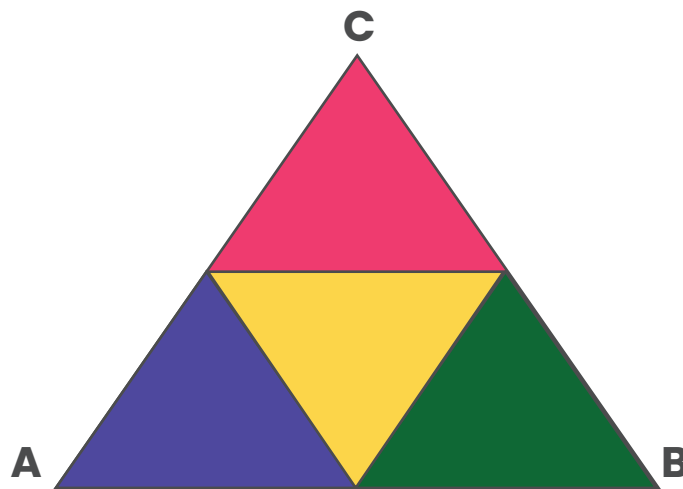
Los problemas aquí seleccionados se fundamentan en situaciones matemáticas donde se requiera manifestar las habilidades que caractericen el talento matemático para lograr su resolución, basados en los niveles de complejidad de los problemas descritos en el Programa de Estudio en Matemáticas (MEP, 2012) y por medio de los diferentes contextos que se consideran para la olimpiada.

Comisión Central de OLCOMEPE



1. El triángulo ABC es equilátero. En su interior se encuentran cuatro triángulos equiláteros más pequeños, como se muestra en la imagen. Si el triángulo central tiene un perímetro de 27 cm.

¿Cuál es el perímetro, en centímetros, del triángulo ABC?



Solución

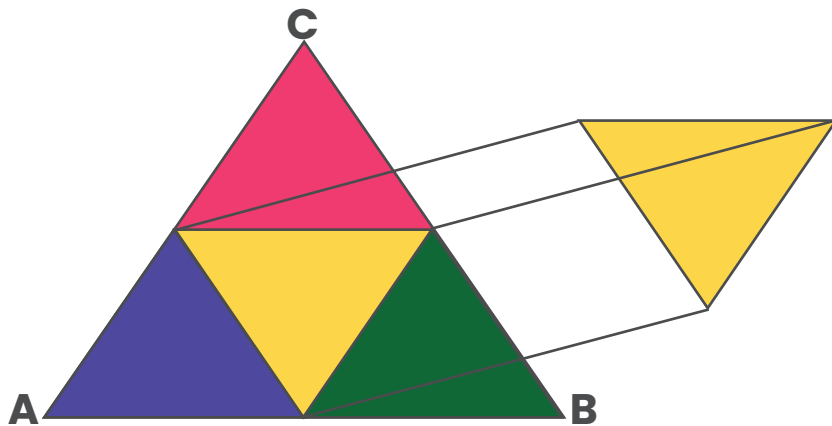
Analicemos la información que se brinda en el problema:

- El triángulo ABC es equilátero, por lo que la medida de sus tres lados es la misma
- Los cuatro triángulos pequeños también son equiláteros.
- El triángulo central tiene un perímetro de 27 cm

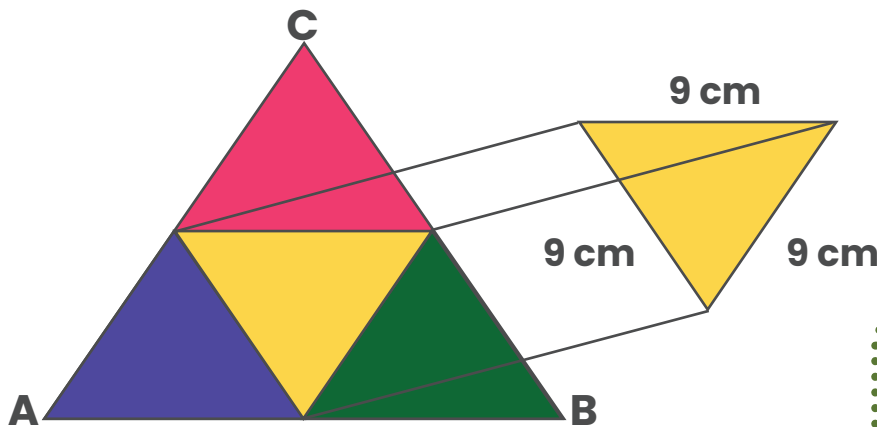
Recuerde que, el triángulo equilátero es aquel que tiene los tres lados de igual medida



La tercera indicación nos da información importante para empezar a resolver el problema. Veamos,



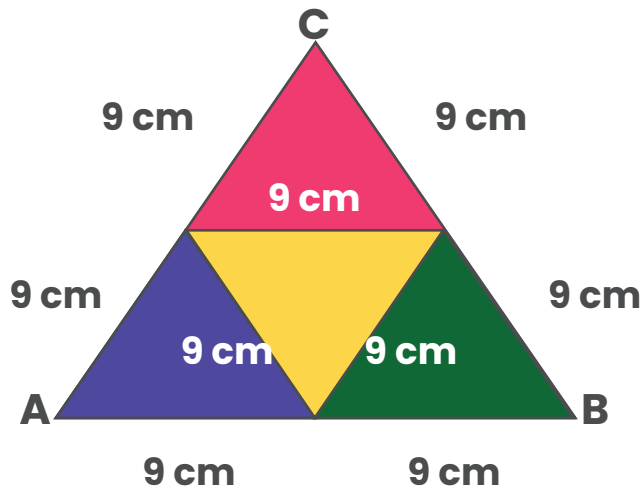
El perímetro de este triángulo es de 27 cm, como es equilátero podemos dividir esa medida entre 3 y obtener la medida de cada lado, por tal razón tenemos:
 $27 \div 3 = 9 \text{ cm}$



Cada lado del triángulo equivale a 9 cm

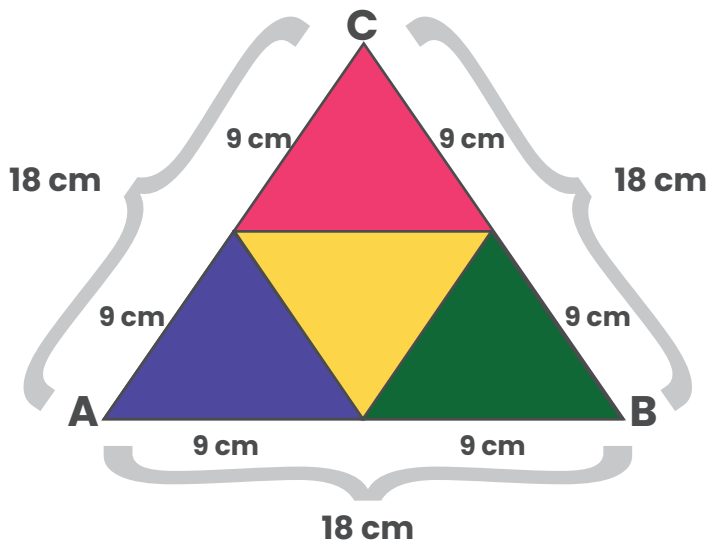


De acuerdo con lo anterior, y como sabemos que todos los triángulos pequeños que componen el triángulo grande son equiláteros, podemos inferir lo siguiente:



La medida de cada lado de los 4 triángulos pequeños es de 9 cm

Por tal razón, la medida del lado del triángulo grande es:



De acuerdo con lo anterior podemos determinar la medida del perímetro del triángulo ABC
 $18 + 18 + 18 = 54$

Podemos concluir que el perímetro, en centímetros, del triángulo ABC es 54 centímetros.

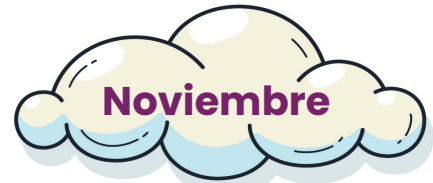


2. Juan, Andrea y Erica son los nombres de tres niños que van a nacer en algún mes del 2023 en el Hospital Nacional de Niños.

¿Cuál de ellos tiene menor probabilidad de nacer en un mes cuyo nombre inicie con la misma inicial que su nombre?

Solución

Primero recordemos los meses del año y observemos los que inician con la misma letra:





La información la podemos resumir en la siguiente tabla:

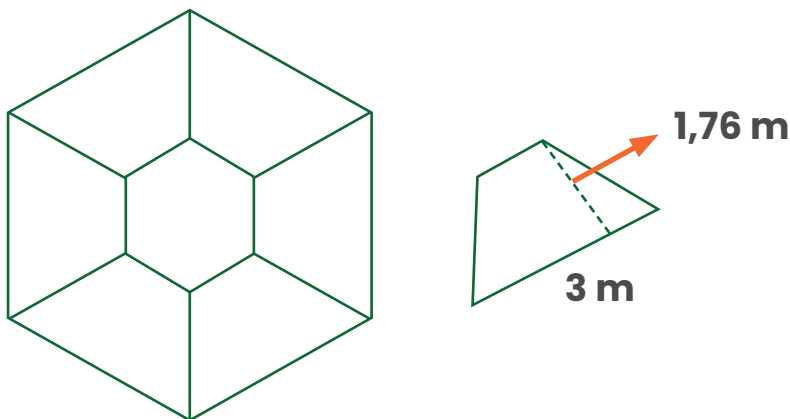
| Letras con las que inician los meses | Meses | Cantidad de meses |
|--------------------------------------|----------------|-------------------|
| A | Abril y Agosto | 2 |
| D | Diciembre | 1 |
| E | Enero | 1 |
| F | Febrero | 1 |
| J | Junio y Julio | 2 |
| M | Marzo y Mayo | 2 |
| N | Noviembre | 1 |
| O | Octubre | 1 |
| S | Setiembre | 1 |

Los nombres de los niños son: Juan, Andrea y Erica. Según a tabla anterior, tanto Andrea como Juan, tienen igual probabilidad de nacer en un mes cuyo nombre inicie con la misma inicial que su nombre, pues hay 2 meses de 12 que inician con J y A. Erica tiene una menor probabilidad pues sólo un mes del año inicia con E.

Por lo tanto, Erica es la niña que tiene menor probabilidad de nacer en un mes cuyo nombre inicie con la misma inicial que su nombre



3. En la escuela utilizan mesas con las mismas medidas, en forma de trapecio isósceles para trabajar en equipos como se muestra en la siguiente imagen. El hexágono regular interior que aparece en la figura tiene un perímetro de 6 metros.



¿Cuál es el área de la unión de las 6 mesas?

Solución

Dentro de la información del problema se indica que:

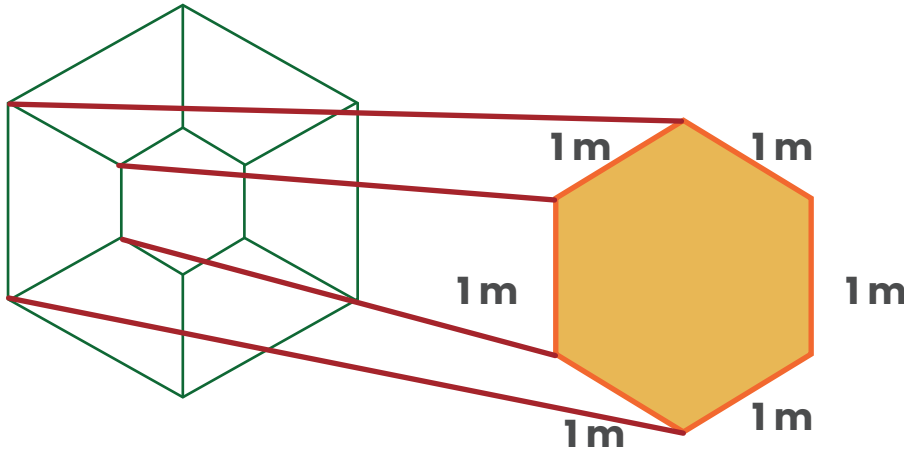
- Las mesas tienen forma de trapecio isósceles
- El hexágono regular que aparece en la figura, en el interior, tiene un perímetro de 6 metros
- Los seis trapecios tienen las mismas medidas.
- La base mayor de los trapecios es de 3 m y su altura de 1,76 m

Recuerde que

- El hexágono regular es una figura geométrica que tiene sus seis lados de igual medida.
- El perímetro de una figura geométrica corresponde a la suma de la medida de la longitud de sus lados.

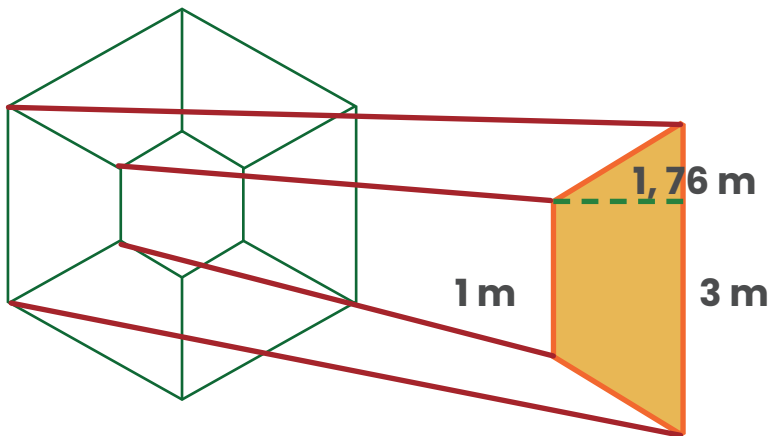


Ahora:
Si el perímetro del hexágono



La medida de cada lado del hexágono es de:
 $6 \div 6 = 1$, es decir, un metro.

De acuerdo con lo anterior y la información inicial, ya podemos completar la medida de la base menor de los trapecios isósceles



Recuerde que:

- Un trapecio isósceles es aquel que tiene dos lados de igual medida
- El área del trapecio se calcula por medio de la fórmula.

$$A = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

Donde

B = longitud de la base mayor

b = longitud de la base menor

h = longitud de la altura



Ya contamos con todos los datos para calcular por medio de la fórmula, el área del trapecio.

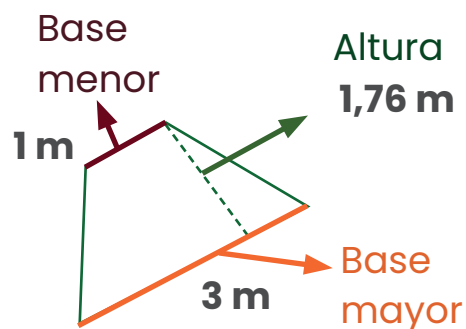
$$A = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

$$A = \frac{(3 + 1) \times 1,76}{2}$$

$$A = \frac{4 \times 1,76}{2}$$

$$A = \frac{7,04}{2}$$

$$A = 3,52 \text{ m}^2$$



Así el área de cada mesa es de $3,52 \text{ m}^2$. Para determinar el área de la unión de las 6 mesas, se multiplica ese dato por 6:

$$A = 3,52 \times 6$$

$$A = 21,12 \text{ m}^2$$

El área solicitada es de $21,12 \text{ m}^2$



4. La siguiente tabla se completa con la suma de los divisores de cada número, como se muestra.

¿Cuál es el resultado de la suma de los dos números faltantes en la tabla?

| Número | Suma de los divisores |
|--------|-----------------------|
| 25 | 31 |
| 30 | 72 |
| 45 | |
| 50 | |

Solución

Tenemos que completar la tabla, y para eso debemos determinar los divisores de 45 y del 50. Para determinar los divisores, podemos hacer uso de las reglas de divisibilidad y del concepto de múltiplo.

Empecemos con los divisores más básicos, el uno y el mismo número

- Note que $1 \times 45 = 45$, entonces 1 y 45 son divisores de 45.
- Note que $1 \times 50 = 50$, entonces 1 y 50 son divisores de 50.

¿Es 2 divisor de 45 y 50?

- 45: por la regla de divisibilidad por 2, podemos deducir que no es divisor porque no termina en cifra par, y tampoco tendrá como divisor otro número par.

Los múltiplos de un número natural están directamente relacionados con la obtención de sus divisores.

Por ejemplo:

20 es múltiplo de 4 y 5, por lo que, 4 y 5 son divisores de 20.



- 50: por la regla de divisibilidad por 2, podemos deducir que sí es divisor porque termina en cifra par. Además: $2 \times 25 = 50$, así que tenemos otro divisor, el 25. Como 25, es una cifra impar, ya no habrán más divisores pares.

Entonces para los dos números sólo debemos ir probando los impares.

¿Es 3 divisor de 45 y 50?

- 45: aplicando la regla del 3, sumamos los dígitos $4+5=9$, y obtenemos un múltiplo de 3, así 45 sí es divisible entre 3. Además: $3 \times 15 = 45$, así que tenemos otro divisor, el 15.
- 50: aplicando la regla del 3, sumamos los dígitos $5+0=5$, y NO obtenemos un múltiplo de 3, así 50 NO es divisible entre 3, ni tampoco por ningún múltiplo de 3.

¿Es 5 divisor de 45 y 50?

- 45: Sí, porque termina en 5, además $4 \times 9 = 45$, entonces 9 también es divisor de 45
- 50: Sí, porque termina en 5, además $5 \times 10 = 50$, entonces 10 también es divisor de 50.

¿Es 7 divisor de 45 y 50?

- 45: No es divisor, ya que $7 \times 6 = 42$ y $7 \times 7 = 49$
- 50: No es divisor, ya que $7 \times 7 = 49$ y $7 \times 8 = 56$



Hasta aquí podemos parar la búsqueda, ordenando los divisores encontrados tenemos:

| Número | Divisores |
|--------|---------------------|
| 45 | 1, 3, 5, 9, 15 y 45 |
| 50 | 1, 2, 5, 10, 25, 50 |

Ahora realicemos la suma de los divisores de cada número:

| Número | Divisores | Suma de divisores |
|--------|---------------------|---------------------------------|
| 45 | 1, 3, 5, 9, 15 y 45 | $1 + 3 + 5 + 9 + 15 + 45 = 78$ |
| 50 | 1, 2, 5, 10, 25, 50 | $1 + 2 + 5 + 10 + 25 + 50 = 93$ |

Completemos la tabla inicial:

| Número | Divisores |
|--------|-----------|
| 25 | 31 |
| 30 | 72 |
| 45 | 78 |
| 50 | 93 |

De acuerdo con lo anterior:

$$78 + 93 = 171$$

El resultado de la suma de los dos números faltantes en la tabla es 171.



5. La rifa de la escuela tiene números del 100 al 400. La mamá de Ana quiere comprar un número que tenga todos los dígitos impares y distintos, y que uno de ellos sea igual a 9.

¿Cuántos números puede elegir?

Solución 1

Dentro de la información del problema se indica que:

- La rifa tiene números del 100 al 400.
- La mamá de Ana quiere comprar un número que tenga todos los dígitos impares y distintos.
- Uno de los dígitos debe ser el 9.

Utilicemos una tabla con los números del 100 al 400 y vamos descartando los números que no cumplen con las condiciones:

- Primero determinemos todos las cifras que tengan sólo dígitos impares y los resaltaremos con un color diferente



Recuerde que

Los números impares son aquellos que **no** son múltiplos de 2. Por ejemplo: 1, 3, 5, 7, 9...



MINISTERIO DE EDUCACIÓN PÚBLICA
DIRECCIÓN DE DESARROLLO CURRICULAR

Departamento de Primero y Segundo Ciclos | Asesoría Nacional de Matemática

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | | | | | | | | | 100 |
| 101 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 | 109 | 110 |
| 111 | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 |
| 121 | 122 | 123 | 124 | 125 | 126 | 127 | 128 | 129 | 130 |
| 131 | 132 | 133 | 134 | 135 | 136 | 137 | 138 | 139 | 140 |
| 141 | 142 | 143 | 144 | 145 | 146 | 147 | 148 | 149 | 150 |
| 151 | 152 | 153 | 154 | 155 | 156 | 157 | 158 | 159 | 160 |
| 161 | 162 | 163 | 164 | 165 | 166 | 167 | 168 | 169 | 170 |
| 171 | 172 | 173 | 174 | 175 | 176 | 177 | 178 | 179 | 180 |
| 181 | 182 | 183 | 184 | 185 | 186 | 187 | 188 | 189 | 190 |
| 191 | 192 | 193 | 194 | 195 | 196 | 197 | 198 | 199 | 200 |
| 201 | 202 | 203 | 204 | 205 | 206 | 207 | 208 | 209 | 210 |
| 211 | 212 | 213 | 214 | 215 | 216 | 217 | 218 | 219 | 220 |
| 221 | 222 | 223 | 224 | 225 | 226 | 227 | 228 | 229 | 230 |
| 231 | 232 | 233 | 234 | 235 | 236 | 237 | 238 | 239 | 240 |
| 241 | 242 | 243 | 244 | 245 | 246 | 247 | 248 | 249 | 250 |
| 251 | 252 | 253 | 254 | 255 | 256 | 257 | 258 | 259 | 260 |
| 261 | 262 | 263 | 264 | 265 | 266 | 267 | 268 | 269 | 270 |
| 271 | 272 | 273 | 274 | 275 | 276 | 277 | 278 | 279 | 280 |
| 281 | 282 | 283 | 284 | 285 | 286 | 287 | 288 | 289 | 290 |
| 291 | 292 | 293 | 294 | 295 | 296 | 297 | 298 | 299 | 300 |
| 301 | 302 | 303 | 304 | 305 | 306 | 307 | 308 | 309 | 310 |
| 311 | 312 | 313 | 314 | 315 | 316 | 317 | 318 | 319 | 320 |
| 321 | 322 | 323 | 324 | 325 | 326 | 327 | 328 | 329 | 230 |



| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 331 | 332 | 333 | 334 | 335 | 336 | 337 | 338 | 339 | 240 |
| 341 | 342 | 343 | 344 | 345 | 346 | 347 | 348 | 349 | 250 |
| 351 | 352 | 353 | 354 | 355 | 356 | 357 | 358 | 359 | 260 |
| 361 | 362 | 363 | 364 | 365 | 366 | 367 | 368 | 369 | 270 |
| 371 | 372 | 373 | 374 | 375 | 376 | 377 | 378 | 379 | 280 |
| 381 | 382 | 383 | 384 | 385 | 386 | 387 | 388 | 389 | 290 |
| 391 | 392 | 393 | 394 | 395 | 396 | 397 | 398 | 399 | 400 |

Note que todos los números del 200 al 299, no cumplen la primera condición, porque inician con 2.

Eliminado, las filas y columnas, que quedaron completamente sin color, nos queda la siguiente tabla

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 111 | 113 | 115 | 117 | 119 |
| 131 | 133 | 135 | 137 | 139 |
| 151 | 153 | 155 | 157 | 159 |
| 171 | 173 | 175 | 177 | 179 |
| 191 | 193 | 195 | 197 | 199 |
| 311 | 313 | 315 | 317 | 319 |
| 331 | 333 | 335 | 337 | 339 |
| 351 | 353 | 355 | 357 | 359 |
| 371 | 373 | 375 | 377 | 379 |
| 391 | 393 | 395 | 397 | 399 |



- Segundo, necesitamos que todos los dígitos sean distintos, los cuales los dejaremos sin color en la siguiente tabla

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 111 | 113 | 115 | 117 | 119 |
| 131 | 133 | 135 | 137 | 139 |
| 151 | 153 | 155 | 157 | 159 |
| 171 | 173 | 175 | 177 | 179 |
| 191 | 193 | 195 | 197 | 199 |
| 311 | 313 | 315 | 317 | 319 |
| 331 | 333 | 335 | 337 | 339 |
| 351 | 353 | 355 | 357 | 359 |
| 371 | 373 | 375 | 377 | 379 |
| 391 | 393 | 395 | 397 | 399 |

- La última condición indica que uno de los dígitos debe ser el 9, por lo que resaltaremos con un círculo los números que dejamos en blanco que cumplen la condición.

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 111 | 113 | 115 | 117 | 119 |
| 131 | 133 | 135 | 137 | 139 |
| 151 | 153 | 155 | 157 | 159 |
| 171 | 173 | 175 | 177 | 179 |
| 191 | 193 | 195 | 197 | 199 |
| 311 | 313 | 315 | 317 | 319 |
| 331 | 333 | 335 | 337 | 339 |
| 351 | 353 | 355 | 357 | 359 |
| 371 | 373 | 375 | 377 | 379 |
| 391 | 393 | 395 | 397 | 399 |



Al contar los números señalados en el paso anterior, podemos concluir que, la mamá de Ana tiene 12 opciones para escoger.

Solución 2

Para resolver este ejercicio, debemos tomar en cuenta que:

- Los números van del 100 al 400.
- Los números deben tener todos sus dígitos impares y distintos.
- Los números deben tener la cifra 9.



Recuerde que

Los números impares son aquellos que **no** son múltiplos de 2. Por ejemplo: 1, 3, 5, 7, 9...

Se debe tomar en cuenta todos los posibles números del 100 al 400.

- Revisemos los números del 100 al 199 que cumplan con los requisitos que indica el problema. Empecemos con la clave que debe tener un 9 como dígito. Los números que tienen 9 en el lugar de las unidades son 109, 119, 129, 139, 149, 159, 169, 179, 189, 199. Ahora los que tienen 9 en lugar de las decenas son 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199. De estos, seleccionemos los que tienen sólo dígitos impares y diferente son:

| | |
|-----|-----|
| 139 | 193 |
| 159 | 195 |
| 179 | 197 |



- Con respecto a los números del 200 al 299, debemos recordar que todos los dígitos deben ser impares, por lo tanto, estos no serán tomados en cuenta, porque todos contiene al 2 en el lugar de las centenas.
- Para los números del 300 al 399, si usamos la misma estrategia que los del 100 al 199. Al final nos quedan:

| | |
|-----|-----|
| 319 | 391 |
| 359 | 395 |
| 379 | 397 |

- Finalmente, el número 400 no se puede tomar en cuenta, debido a que contiene dígitos pares.



A partir de este análisis, concluimos que la mamá de Ana puede elegir entre 12 opciones distintas:

| | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 139 | 159 | 179 | 193 | 195 | 197 | 319 | 359 | 379 | 391 | 395 | 397 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|

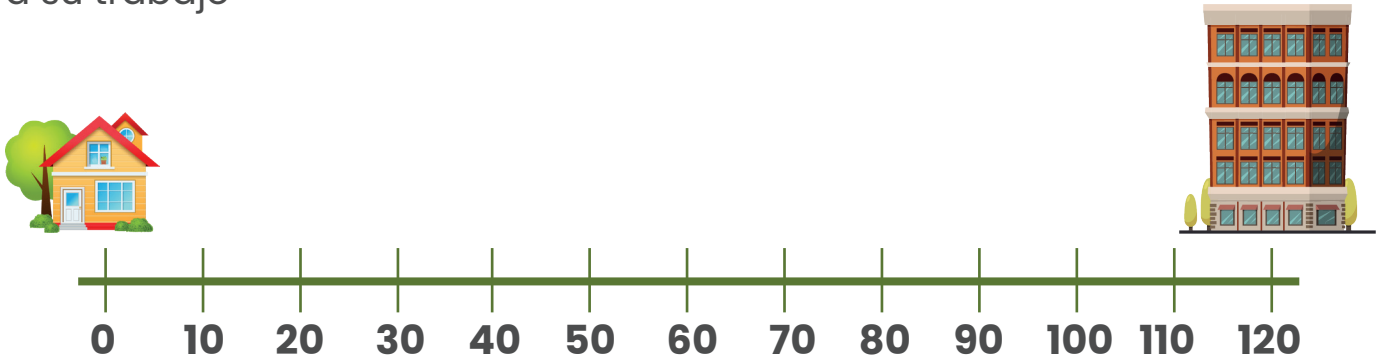


6. Karina vive a 120 km de su trabajo. Ella sale de su casa a las 6:00 am y conduce a una velocidad constante de 50 km por hora.

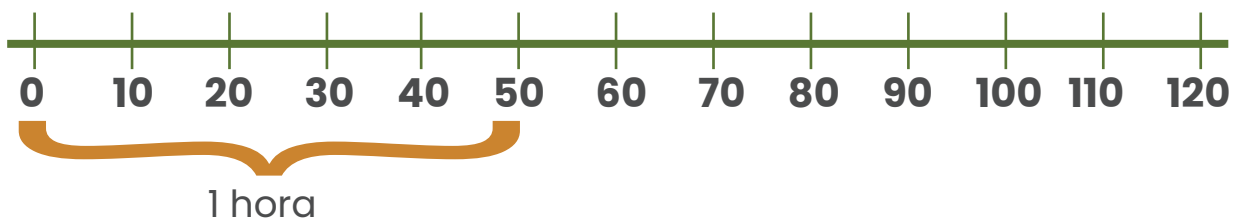
¿A qué hora llegará a su trabajo?

Solución 1

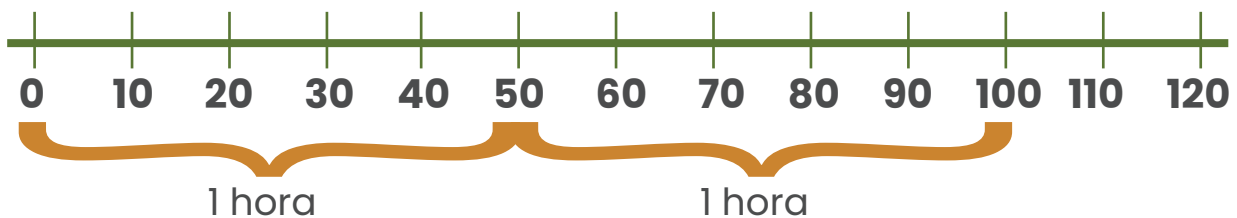
Representemos en una recta numérica la distancia de la casa de Karina a su trabajo



Como su velocidad es constante de 50 km por hora, ella dura una hora en los primeros 50 km, representémoslo en la recta:



Y dura otra hora para haber recorrido 100 km, así

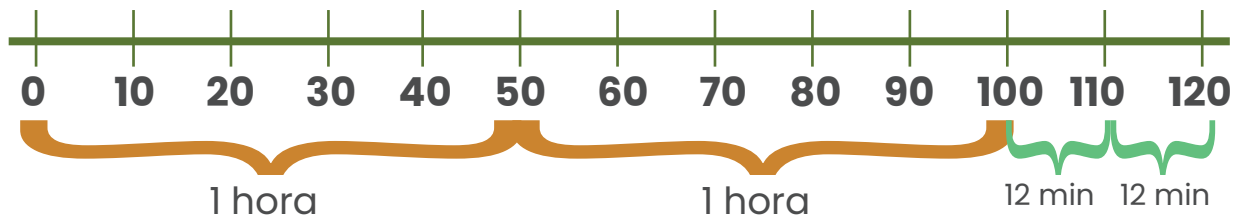




Sabemos que sólo le faltan 20 km y esto en tiempo tiene que ser menos de una hora. Usemos una medida de tiempo más corta que la hora, los minutos. Entonces,

50 km en 1 hora es lo mismo que 50 km en 60 minutos

Podemos deducir, entonces que 5 km los recorre en 6 minutos y por ende recorrerá 10 km en 12 minutos,



Finalmente, obtenemos como respuesta que Karina tarda 2 h y 24 min para llegar a su trabajo. Por tanto, si sale a las 6:00 am de su casa, llegará a las 8:24 a.m.

$$\begin{array}{r} 6:00 \\ + 2:24 \\ \hline 8:24 \end{array}$$

Solución 2

Según la información brindada en el problema, Karina conduce a una velocidad constante de 50 km por hora. A partir de este dato, podemos averiguar cuánto tarda por minuto:

$$1h = 60 \text{ min}$$



Si sabemos que 1h equivale a 60min, podemos descubrir cuántos minutos durará en recorrer un kilómetro, dividamos $60 \div 50$ que es equivalente a dividir $6 \div 5$.

$$\begin{array}{r|l}
 6,0 & 5 \\
 - 5 & 1,2 \\
 \hline
 10 & \\
 - 10 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

Ya que conocemos que Karina conduce a 1,2 min por kilómetro, tomemos el total de kilómetros que recorre, es decir 120 km, para descifrar el tiempo, en minutos, que tarda de su casa al trabajo:

$$120 \times 1,2 = 144$$

Esto quiere decir que Karina tarda en total 144 minutos para llegar a su trabajo. Lo que en horas sería:

$$144 \div 60 = 2 \text{ con residuo } 24$$



Finalmente, obtenemos como respuesta que Karina tarda 2 h y 24 min para llegar a su trabajo. Por tanto, si sale a las 6:00 am de su casa, llegará a las 8:24 am.

$$\begin{array}{r}
 6 : 00 \\
 + 2 : 24 \\
 \hline
 8 : 24
 \end{array}$$



7. Analice las siguientes figuras conformadas por cubos que cumplen un patrón

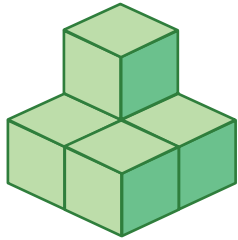


Figura 1

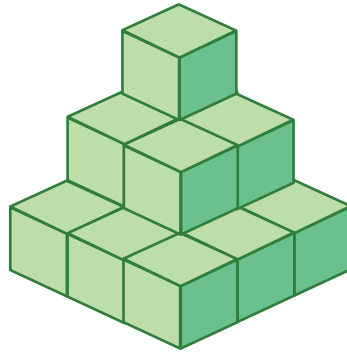


Figura 2

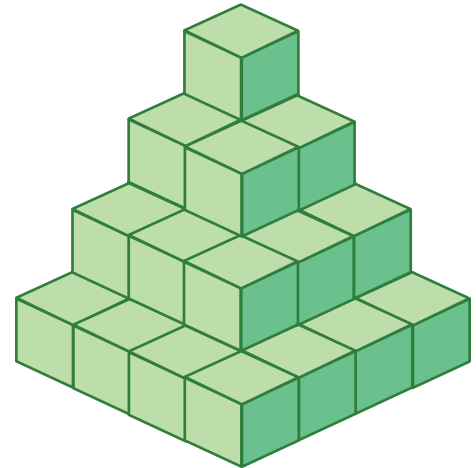


Figura 3

Analizando las figuras anteriores cuantos cubos tiene la figura 8:

Solución

Observemos las figuras analizando el número de cubos por nivel y el patrón que siguen:

1. La primera figura está compuesta por 2 niveles y un total de

$$2 \times 2 + 1 \times 1 = 4 + 1 = 5 \text{ cubos}$$

2. La segunda figura está compuesta por 3 niveles y un total de

$$3 \times 3 + 2 \times 2 + 1 \times 1 = 9 + 4 + 1 = 14 \text{ cubos}$$



3. La tercera figura está compuesta por 3 niveles y un total de

$$4 \times 4 + 3 \times 3 + 2 \times 2 + 1 \times 1 = 16 + 9 + 4 + 1 = 30 \text{ cubos.}$$

La figura 8 tendría 9 niveles, por lo que la primera multiplicación de la figura 8 comenzará con 9×9 . Por lo tanto, si seguimos el mismo patrón, podemos resolver fácilmente lo que se pregunta.

La figura 8 tendrá el número de cubos que corresponden a la siguiente operación:

$$\begin{aligned} 9 \times 9 + 8 \times 8 + 7 \times 7 + 6 \times 6 + 5 \times 5 + 4 \times 4 + 3 \times 3 + 2 \times 2 + 1 \times 1 = \\ 81 + 64 + 49 + 36 + 25 + 16 + 9 + 4 + 1 = \end{aligned}$$

Podemos asociar los términos de esta suma para que se más fácil realizarla

$$\begin{aligned} (81 + 9) + (64 + 36) + (49 + 1) + (16 + 4) + 25 = \\ 90 + 100 + 50 + 20 + 25 = \\ (90 + 100) + (50 + 20 + 25) = \\ 190 + 95 = 285 \end{aligned}$$

Por lo tanto, la figura 8 tendría un total de **285 cubos**



8. Laura vende queso a 4500 colones el kilogramo. En la primera hora realizó 4 ventas como se muestra en la tabla.

| | |
|----------------------|-------------------------------------|
| Primera venta | |
| Segunda venta | 1 kg y $\frac{1}{4}$ de kg de queso |
| Tercera venta | $\frac{1}{2}$ de kg de queso |
| Cuarta venta | 2 kg y $\frac{1}{4}$ de kg de queso |

Después de realizar las 4 ventas, obtiene un total de 30 375 colones.

¿Cuánto queso vendió Laura en la primera venta?

Solución

Primeramente, empezaremos calculando cuánto dinero cobró Laura por las últimas tres ventas.

Recordemos que cada kilogramo cuesta 4 500 colones.

Vamos a representar gráficamente cuánto cuesta cada cantidad de queso para que sea más sencillo saber cuánto dinero recaudó en cada venta:





Para encontrar los valores anteriores

- para saber el costo de medio kilogramo, se dividió 4500 entre dos,
- para saber el costo de un cuarto de kilogramo, se dividió 4500 entre cuatro, o se puede dividir entre 2 el precio de medio kilogramo.
- Para saber el costo de tres cuartos, se multiplicó lo que cuesta un cuarto por 3, o se puede sumar lo que cuesta medio kilogramo más un cuarto.

Ahora, calculemos cuanto dinero recaudó en cada venta:

Segunda venta

$$1 \text{ kg} = 4500 \text{ colones}$$

$$\frac{1}{4} \text{ kg} = 1125 \text{ colones}$$

Sumemos: 4500 colones + 1125 colones = 5625 colones

Tercera venta

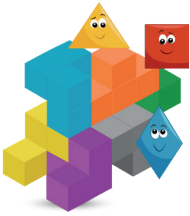
$$\frac{1}{2} \text{ kg} = 2250 \text{ colones}$$

Cuarta venta

$$2 \text{ kg} = 4500 \text{ colones} + 4500 \text{ colones} = 9000 \text{ colones}$$

$$\frac{1}{4} \text{ kg} = 1125 \text{ colones}$$

Sumemos: 9000 colones + 1125 colones = 10 125 colones



Ahora, para encontrar la cantidad de dinero de la primera venta, debemos ir le restando al total los montos de cada venta, es decir, a 30 375 colones le restamos la segunda venta, al resultado le restamos la tercera venta y por último, al resultado anterior le restamos la cuarta venta. O podemos sumar las tres ventas y restarla al total recaudado. Procederemos según la primera opción:

1. 30 375 colones – 5625 colones = 24 750 colones
2. 24 750 colones – 2250 colones = 22 500 colones
3. 22 500 colones – 10 125 colones = **12 375 colones**



Entonces en la primera venta, Laura cobró 12 375 colones. Ahora bien, para encontrar cuantos son los kilogramos de la primera venta, vamos a utilizar de nuevo el diagrama grafico que creamos.

Veamos primero, cuántos kilogramos completos se pueden comprar con 12 375 colones:

$$12\ 375 \text{ colones} - \mathbf{4500 \text{ colones}} = 7875 \text{ colones}$$

Con 7875 colones nos queda para comprar otro kilogramo.

$$7875 \text{ colones} - \mathbf{4500 \text{ colones}} = 3375 \text{ colones}$$



El monto ahora es menor que 4500, por lo que no se puede comprar otro kilogramo, pero es equivalente a lo que cuesta los tres cuartos de kilogramo de queso.

$$3375 - 3375 = 0$$

Por lo tanto, la primera venta fue de $2 \frac{3}{4}$ kg.

Otra forma de hacer esta parte es dividir 12 375 colones (el monto recaudado en la primera venta) entre 4 500 colones (el precio de cada kg). Obteniendo un cociente de $2,75$ kg (si se convierte este número decimal a número mixto es el mismo resultado, $2 \frac{3}{4}$ kg).

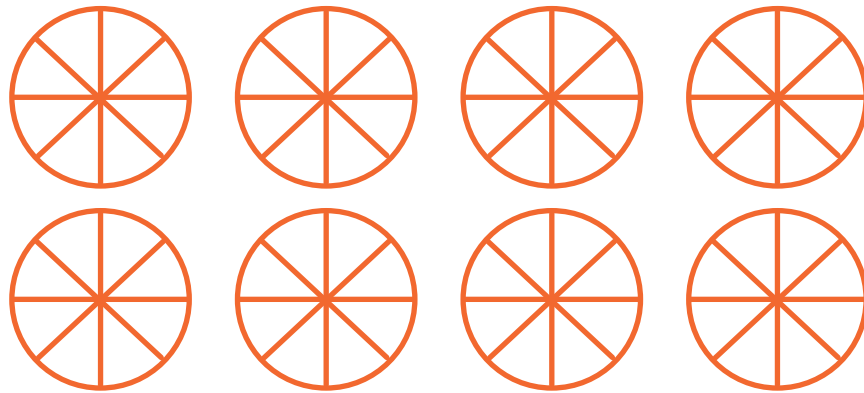


9. Para una merienda compartida, el grupo de quinto año compró 8 pizzas de 8 porciones cada una. Se comieron $5 \frac{5}{8}$ de pizza.

¿Cuántas porciones de pizza sobraron?

Solución 1

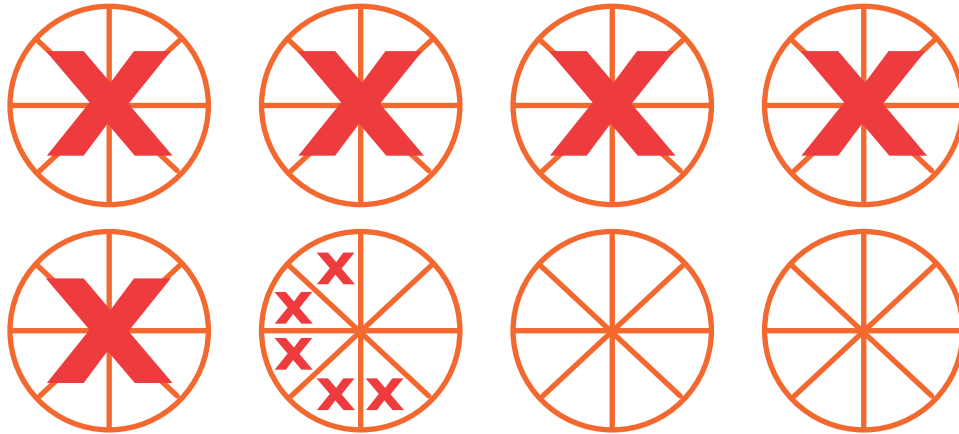
Para saber cuántas porciones de pizza en total tenía el grupo de quinto año, dibujemos 8 pizzas con esas características.



El problema dice que se comieron $5 \frac{5}{8}$ de pizza y esta representación

es un número mixto, donde el 5 representa 5 unidades, en este caso 5 pizzas enteras, y la fracción $\frac{5}{8}$ representa que se comieron cinco

octavos, es decir, 5 porciones de una pizza. En resumen, se comieron 5 pizzas enteras y 5 porciones de otra. Marquemos en nuestro diagrama lo consumido.

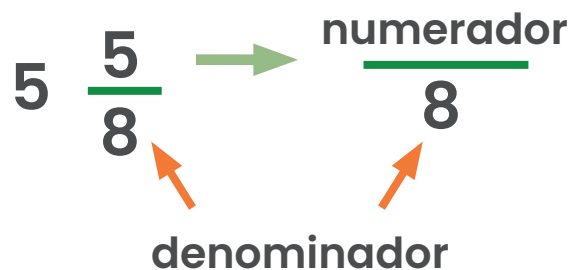


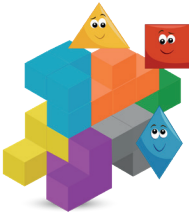
Del diagrama anterior, podemos observar que sobraron 3 porciones y 2 pizzas enteras. Como nos pregunta la cantidad de porciones que sobraron, sabemos que 2 pizzas enteras, corresponde a 16 porciones ($8 + 8$), más 3 porciones de la pizza incompleta, tenemos que sobraron 19 porciones en total.

Solución 2

Este tipo de representación $5 \frac{5}{8}$ corresponde a una fracción mixta.

Podríamos pasar esa fracción mixta a una fracción impropia. Lo primero es ver el denominador de la fracción mixta, el cual es 8, y lo colocamos como denominador de la fracción impropia:





Luego, realizamos la multiplicación de 8×5 , ese 5 que tomamos es el grande que representa 5 unidades, y lo multiplicamos por 8, porque las unidades (pizzas) están partidas en 8 partes. A ese resultado se le suma el número que está como numerador de la fracción, en este caso el otro 5. El resultado, 45 se coloca como numerador de la nueva fracción, así

$$\begin{array}{c} \text{Suma} \\ 8 \times 5 \\ = 40 \end{array} + 40 + 5 = 45$$

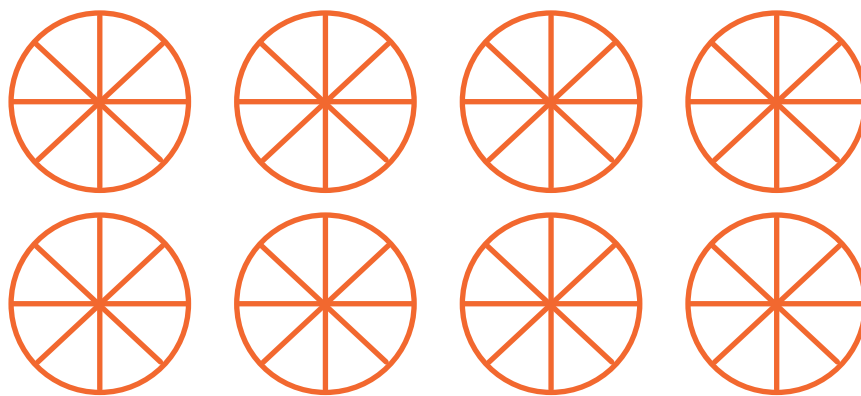
$$\left\{ \begin{array}{c} 5 \\ \times \\ \frac{5}{8} \end{array} \right. \longrightarrow \frac{45}{8}$$

X Multiplica

A partir de este procedimiento nos enteramos que el grupo de quinto comió $\frac{45}{8}$ de la totalidad de las pizzas. Sabemos que las pizzas estaban

cortadas en 8 pedazos cada una. Lo que nos transmite la fracción impropia, es decir, $\frac{45}{8}$, es que se comieron 45 porciones de un octavo.

¿Cuántos pedazos eran en total? Dibujemos 8 pizzas con esas características.



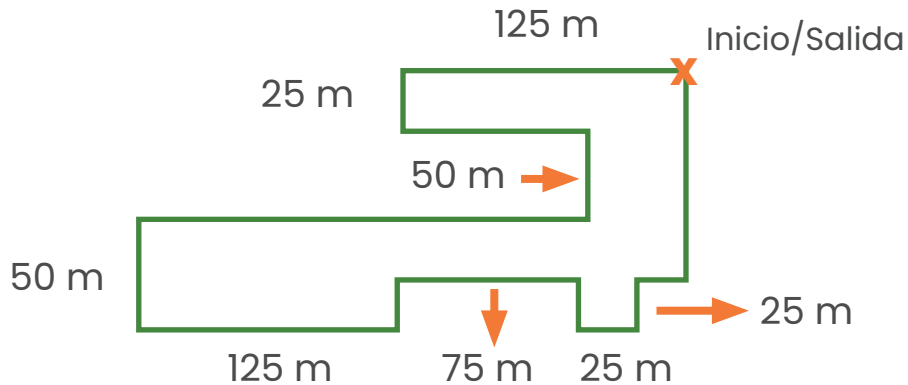


Tenemos que son 64 porciones de pizza en total. Recordando, también, que $8 \times 8 = 64$. Ahora descontamos los 45 pedazos que ya se comieron, $64 - 45 = 19$.

Por lo tanto, sobraron 19 porciones.



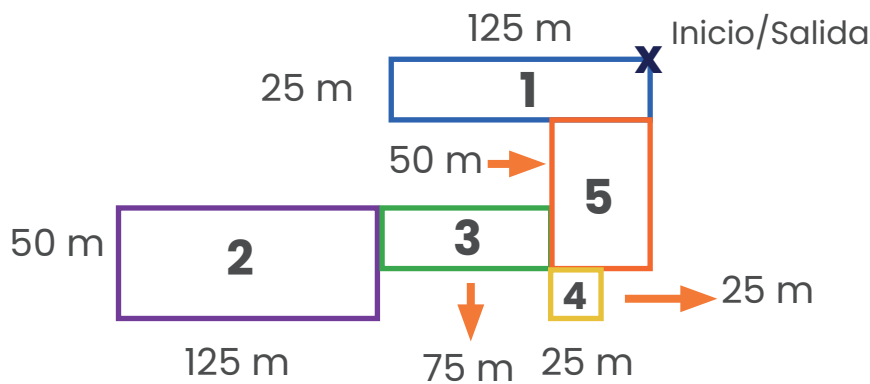
10. Juan visita un laberinto en San Carlos, con el siguiente recorrido:



¿Cuál es la distancia, en metros, que recorrió Juan en el laberinto?

Solución

Para determinar la distancia en metros que recorrió Juan en el laberinto, debemos analizar los perímetros de las figuras de la siguiente manera:

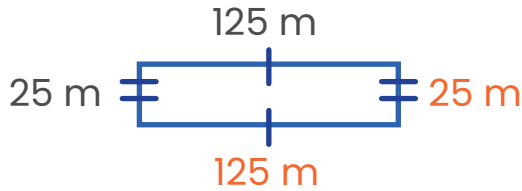


Note que la figura está compuesta por 4 rectángulos y un cuadrado.





Figura 1:



Recordemos que
en un rectángulo
los lados opuestos
tienen igual longitud.

Figura 2:

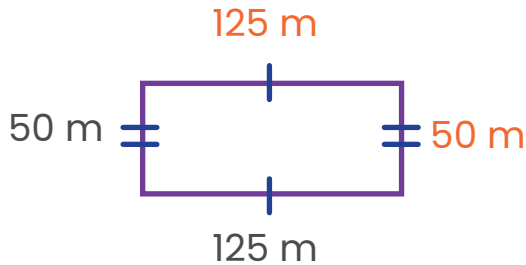
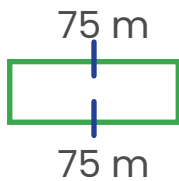


Figura 3:



Observa que el único
dato que necesitamos de
esta figura es la medida
de sus bases

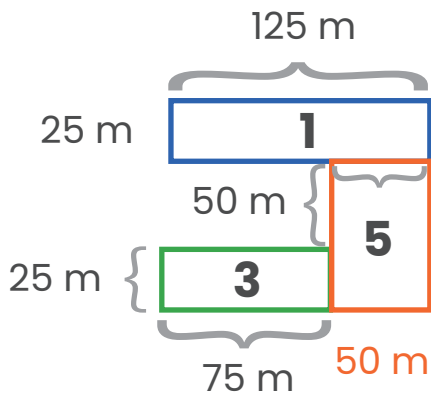
Figura 4:



En este caso, necesitamos
saber el lado izquierdo del
cuadrado. Recuerde que los
cuatro lados de dicha figura
miden lo mismo.

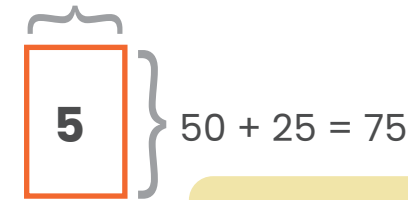


Figura 5:



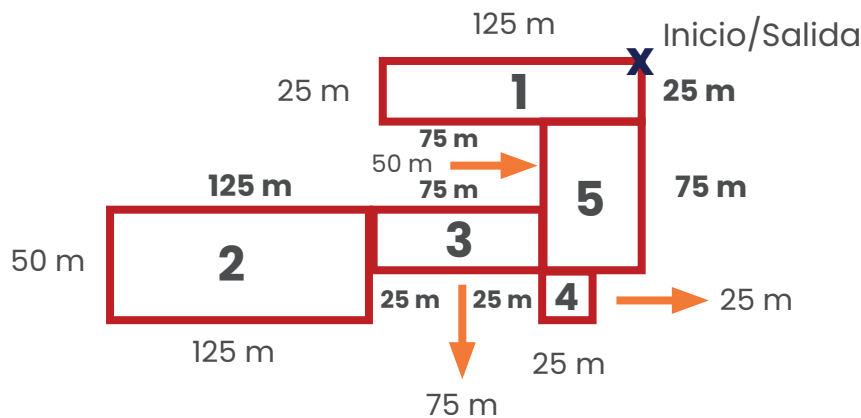
Para obtener la medida de este lado, debemos restar la base de la figura 1 menos la base de la **figura 3**

$$125 - 75 = 50$$



Para obtener la medida de este lado, debemos sumar los 50m que indica el problema y la altura del rectángulo de la **figura 3**

Ahora que conocemos las medidas de todos lados, podemos calcular el recorrido por medio del perímetro total de la figura:



$$25 + 75 + 25 + 25 + 25 + 25 + 75 + 25 + 125 + 50 + 125 + 75 + 50 + 75 + 25 + 125 = 950m$$

A partir de esto, concluimos que Juan recorrió una distancia de 950m en el laberinto.



11. Una empresa de supermercados requiere personal para sus cinco sucursales. Cada una de las sucursales debe tener:

- tres personas en el puesto de frutas y verduras;
- en carnes una persona menos que la mitad de los cajeros;
- en puestos administrativos debe haber el doble del personal que el área de frutas y verduras;
- los cajeros deben ser una persona más que el triple de los encargados de frutas y verduras.

Lo anterior en cada turno, pero son tres turnos en cada sucursal.

¿Cuántas personas van a contratar en total?

Solución

El problema nos señala que cada turno en una sucursal debe tener:

- 1.** tres personas en el puesto de frutas y verduras;
- 2.** en carnes una persona menos que la mitad de los cajeros;
- 3.** en puestos administrativos debe haber el doble del personal que el área de frutas y verduras;
- 4.** los cajeros deben ser una persona más que el triple de los encargados de frutas y verduras.

Del punto 1, sabemos directamente que se ocupan 3 personas en el puesto de frutas y verduras.

Para saber la cantidad de personas en carnes, necesitamos saber primero la cantidad de personas en los cajeros y pasemos al punto 3.



La cantidad de puestos administrativos, la podemos calcular directamente, pues lo que se necesita conocer es la cantidad de encargados de frutas y verduras, que es 3. Así en puestos administrativos hay 6 personas, pues el doble de 3 es 6.

Ahora, usando la información del punto 4, en cajas se tendría 10 personas, pues 9 es triple de 3 y le sumamos uno.

Y ya teniendo estos resultados podemos calcular la cantidad de personas que se ocupan en el área de carnes, usando la información del punto 2, la mitad de los cajeros son 5 menos una persona, entonces se necesitan 4 personas en esta área.

Vamos a representar la información dada por medio de una tabla.

| Sucursal 1 | Frutas y verduras | Carnes | Administrativo | Cajas |
|--------------|-------------------|---------------------|------------------|-----------------------|
| Turno 1 | 3 | $10 \div 2 - 1 = 4$ | $3 \times 2 = 6$ | $3 \times 3 + 1 = 10$ |
| Turno 2 | 3 | $10 \div 2 - 1 = 4$ | $3 \times 2 = 6$ | $3 \times 3 + 1 = 10$ |
| Turno 3 | 3 | $10 \div 2 - 1 = 4$ | $3 \times 2 = 6$ | $3 \times 3 + 1 = 10$ |
| Total | 9 | 12 | 18 | 30 |



Ahora, debemos sumar todos los totales, para saber cuántos empleados se deben contratar en cada sucursal : $9 + 12 + 18 + 30 = 69$

Finalmente, debemos multiplicar por 5 el total de empleados por sucursal. Esto ya que la empresa tiene 5 sucursales y la cantidad de empleados es la misma en todas ellas.

$$69 \times 5 = 345$$

En total, van a contratar **345 personas** en total.



12. En la fábrica de café, tomaron una muestra de 10 bolsas de café para verificar su peso. Se anotaron los resultados, en gramos, en la siguiente tabla, pero dos resultados han desaparecido.

| | | | | |
|------|------|------|-----|------|
| 990 | 990 | 995 | 998 | |
| 1000 | 1000 | 1004 | | 1007 |

Si sabe que la media aritmética de la muestra es 999 gramos. ¿A qué cantidad equivale la media aritmética de los valores faltantes?

Solución 1

La media aritmética de una lista de números es como el balance de los números, así que vamos a crear ese balance, notando cuánto le falta o sobra a cada número para ser 999, supongamos que los números faltantes están balanceados y le sumamos o restamos a los demás números para llegar a 999

| | | | | |
|------------|------------|------------|-----------|------------|
| $990 + 9$ | $990 + 9$ | $995 + 4$ | $998 + 1$ | 999 |
| $1000 - 1$ | $1000 - 1$ | $1004 - 5$ | 999 | $1007 - 8$ |

Así tenemos que a los números les falta un total de $9 + 9 + 4 + 1 = 23$ y les sobra un total de $1 + 1 + 5 + 8 = 15$. Entonces si restamos esas dos cantidades, para seguir balanceando, $23 - 15 = 8$, nos faltan todavía 8.

Como faltan dos números en la tabla tienen que compensar ese 8. Así, si se sumaran esos dos números tendrá que dar

$$999 + 999 + 8 = 2006$$



Por ello, la media de esos dos números, corresponde a dividir ese total entre 2, lo que nos da 1003.

Solución 2

En el presente escenario es importante recordar cómo calcular la media, la cual se obtiene al sumar el valor de todos los datos y dividir esta suma entre la cantidad de datos.

$$\frac{\text{Suma de los valores}}{\text{Cantidad de datos}} = \text{Media aritmética}$$

De esta fórmula y la relación que existe entre la multiplicación y la división, sabemos que

$$\text{Suma de los valores} = \text{Media aritmética} \times \text{Cantidad de datos}$$

Sustituimos los valores faltantes por letras y usemos la fórmula anterior

| | | | | |
|------|------|------|-----|------|
| 990 | 990 | 995 | 998 | a |
| 1000 | 1000 | 1004 | b | 1007 |

$$990 + 990 + 995 + 998 + 1000 + 1000 + 1004 + 1007 + a + b = 999 \times 10$$

Resolviendo las operaciones

$$7984 + a + b = 9990$$



Para saber el valor de $a + b$, podemos pensar cuánto le falta a 7984 para llegar a 9990. Es decir, restamos $9990 - 7984 = 2006$.

$$a + b = 2006$$

Si la suma de dos cantidades es 2006, para obtener la media aritmética sólo faltaría dividir entre 2, obteniendo la respuesta del problema, 1003.



13. Analice la siguiente información

$$\begin{aligned}
 \text{⚡} + \text{♥} &= 8 \\
 \text{♥} - \text{⚡} &= 6 \\
 \text{♥} + \text{😊} &= 15 \\
 \text{😊} + \text{🚫} &= 11
 \end{aligned}$$

Con la información anterior determine el resultado de la siguiente operación:

$$\text{🚫} + \text{😊} \times \text{⚡} =$$

Solución

Vamos a buscar los posibles números que cumplan la primera ecuación, y con esa pareja de números, comprobamos si cumplen la segunda ecuación. Para ello, utilizamos la siguiente tabla:

| $\text{⚡} + \text{♥} = 8$ | $\text{♥} - \text{⚡} = 6$ | ¿funciona? |
|---------------------------|---------------------------|------------|
| $1 + 7 = 8$ | $7 - 1 = 6$ | Sí |
| $2 + 6 = 8$ | $6 - 2 = 4$ | No |
| $3 + 5 = 8$ | $5 - 3 = 2$ | No |
| $4 + 4 = 8$ | $4 - 4 = 0$ | No |



Concluimos que la única pareja que nos sirve es 1 y 7.

$$\text{⚡} = 1 \quad \text{♥} = 7$$

Ahora sustituimos el corazón en la tercera ecuación por el 7 y tenemos

$$7 + \text{😊} = 15$$

Y obtenemos que 😊 tiene que ser equivalente a 8, ya que $7 + 8 = 15$.

Ahora sustituimos la carita en la cuarta ecuación por el 8 y tenemos

$$8 + \text{⊘} = 11$$

Concluyendo que ⊘ tiene que ser 3.

Por lo tanto, sustituyendo los valores encontrados por las figuras en la última expresión y realizando la operación combinada, tenemos que:

$$\begin{aligned} \text{⊘} + \text{😊} \times \text{⚡} &= \\ 3 + 8 \times 1 &= \\ 3 + 8 &= 11 \end{aligned}$$



Recordemos que
primero resolvemos
multiplicaciones
y divisiones, luego
sumas y restas.

Por lo tanto, el resultado de la operación es 11.




14. Gustavo va a comprar los ingredientes para preparar hamburguesas. Él elaboró una lista de compras como aparece en la imagen. Además, sabe que:

- Cada torta de carne cuesta un quinto de lo que cuesta el paquete de salsas.
- El paquete de salsas y las 6 tortas de carne costaron ₡ 6600.
- El tomate y la lechuga juntos costaron el doble del precio de una torta de carne.

¿Cuánto dinero le queda después de pagar las compras, si canceló con ₡ 15 000?

Lista de compras


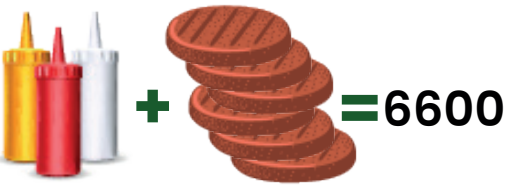



| | |
|-----------------------------------|----------------|
| 1 paquete de pan para hamburguesa | ₡ 1650 |
| 6 tortas de carne | ₡ _____ |
| Tomate y lechuga | ₡ _____ |
| 1 paquete de salsas | ₡ _____ |
| 6 rebanadas de queso | ₡ 115 cada una |



Solución 1

Vamos a crear una tabla donde pondremos las expresiones que relacionan los artículos comprados, con una interpretación y la respectiva representación gráfica.

| Expresión | Interpretación | Gráfica |
|---|--|---|
| Cada torta de carne cuesta un quinto de lo que cuesta el paquete de salsas. | Es decir, que el costo de un paquete de salsas equivale al costo de 5 tortas. |  |
| El paquete de salsas y las 6 tortas de carne costaron ₡ 6600. | Al sumar el costo del paquete de salsas y el costo de las 6 tortas de carne se tiene un total de 6600 colones, |  |
| El tomate y la lechuga juntos costaron el doble del precio de una torta de carne. | El costo del tomate y la lechuga juntos equivalen a al costo de dos tortas. |  |

De la primera y segunda representación gráfica se puede concluir que

| | |
|---|---|
|  | Es decir que, 11 tortas de carne cuestan 6600 colones, así una torta cuesta 600 colones $6600 \div 11 = 600$ |
|---|---|




Con esa información podemos obtener el costo de las demás artículos.

| Artículos | Costo | Explicación |
|---|---------------------------------------|---|
|  | $6 \times 600 = 3600$ 3600 colones | Son 6 tortas y cada torta cuesta 600 colones. |
|  | $5 \times 600 = 3000$ 3000 colones | Cada torta cuesta un quinto de lo que cuesta el paquete de salsas, por lo que, un paquete de salsas cuesta el quintuple de lo que cuesta una torta. |
|  | $2 \times 600 = 1200$ 1200 colones | El tomate y la lechuga cuestan el doble de una torta. |
|  | $6 \times 115 = 690$ 690 colones | Se sabe que cada rebanada de queso cuesta 115 colones y son 6 rebanadas de queso. |



Ahora, podemos completar los costos de la imagen dada en el problema

| Lista de compras | |  |
|-----------------------------------|--------|---|
| 1 paquete de pan para hamburguesa | ₡ 1650 | |
| 6 tortas de carne | ₡ 3600 | |
| Tomate y lechuga | ₡ 1200 | |
| 1 paquete de salsas | ₡ 3000 | |
| 6 rebanadas de queso | ₡ 690 | |

Y podemos sumar todos los costos para saber cuánto gastó Gustavo. Para hacer la suma se puede hacer de la manera tradicional o haciendo cálculo mental, haciendo descomposición de números y usando propiedades, como la asociativa y la conmutativa de la suma. Podría pensarse algo similar a este procedimiento

$$\begin{aligned}1650 + 3600 + 1200 + 3000 + 690 &= \\1650 + (3600 + 1200 + 3000) + 690 &= \\1650 + 7800 + 690 &= \\1650 + 7800 + (350 + 200 + 140) &= \\(1650 + 350) + (7800 + 200) + 140 &= \\2000 + 8000 + 140 &= \\10140 &= \end{aligned}$$



Por lo que Gustavo gastó ₡ 10 140, Para encontrar cuánto le sobró, si pagó con ₡ 15 000, vamos a restar

$$15\ 000 - 10\ 140 = 4860$$

A Gustavo le quedan ₡ **4860** después de pagar las compras.

Solución 2

Para lograr resolver el problema empecemos por trasladar las dos primeras expresiones dadas a expresiones matemáticas.

Primera expresión

- Cada torta de carne cuesta un quinto de lo que cuestan el paquete de salsas.

Empecemos asignándole una letra al costo del paquete de salsas, en este caso utilizaremos la letra **s**. Para el costo de una torta de carne utilizaremos la letra **t**. Así la frase se puede escribir, en simbología matemática como

$$t = \frac{1}{5} \times s$$

Y al resolver esa multiplicación, obtenemos

$$t = \frac{1}{5} \times \frac{s}{1}$$

$$t = \frac{s}{5}$$



Segunda expresión

- El paquete de salsas y las 6 tortas de carne costaron ₡ 6600, en simbología matemática

$$s + 6 \times t = 6600$$

Note que podemos, cambiar la t de la segunda expresión por $\frac{s}{5}$, ya que son equivalentes según la primera expresión.

$$s + 6 \times \frac{s}{5} = 6600$$

Resolvamos la ecuación obtenida.

$$s + \frac{6}{1} \times \frac{s}{5} = 6600$$

$$1 \times s + \frac{(6 \times s)}{5} = 6600$$

$$\frac{5}{5} \times s + \frac{(6 \times s)}{5} = 6600$$

Usando la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma, se obtiene

$$\begin{aligned} \left(\frac{5}{5} + \frac{6}{5} \right) \times s &= 6600 \\ \frac{(11 \times s)}{5} &= 6600 \end{aligned}$$



Multiplicando por 5, en ambos lados de la igualdad, para mantener el balance.

$$5 \times \frac{(11 \times s)}{5} = 5 \times 6600$$
$$11 \times s = 33\ 000$$

Dividir ente 11, en ambos lados de la igualdad, para mantener el balance

$$11 \times s \div 11 = 33\ 000 \div 11$$
$$1 \times s = 3000$$
$$s = 3000$$

Ahora sabemos que el paquete de salsas cuesta 3000 colones. Ya que las indicaciones nos dicen que el paquete de salsas junto con las 6 tortas de carne costó 6600 colones, ahora debemos restarle 3000 a 6600 para averiguar cuanto cuestan las tortas:

$$6600 - 3000 = 3600$$

Las 6 tortas cuestan 3600 colones, podemos averiguar cuanto cuesta 1 torta. Para esto hacemos la división:

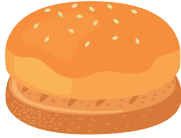



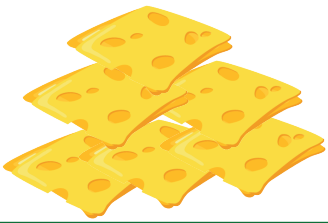
$$3600 \div 6 = 600.$$

Para el siguiente paso leamos la siguiente instrucción: El tomate y la lechuga juntos costaron el doble del precio de una torta de carne. Por lo tanto,

$$600 \times 2 = 1200.$$



¡Listo! Ahora resumamos los costos gráficamente:

| Artículos | Costo en colones |
|---|------------------|
|  | 1650 |
|  | 3600 |
|  | 3000 |
|  | 1200 |
|  | 690 |
| Total | 10 140 |

Finalmente, para encontrar cuanto dinero le sobró a Gustavo si pagó con ₡ 15 000, debemos restarle ₡ 10 140 a ₡ 15 000. Lo cual nos da como resultado: **₡ 4860**.



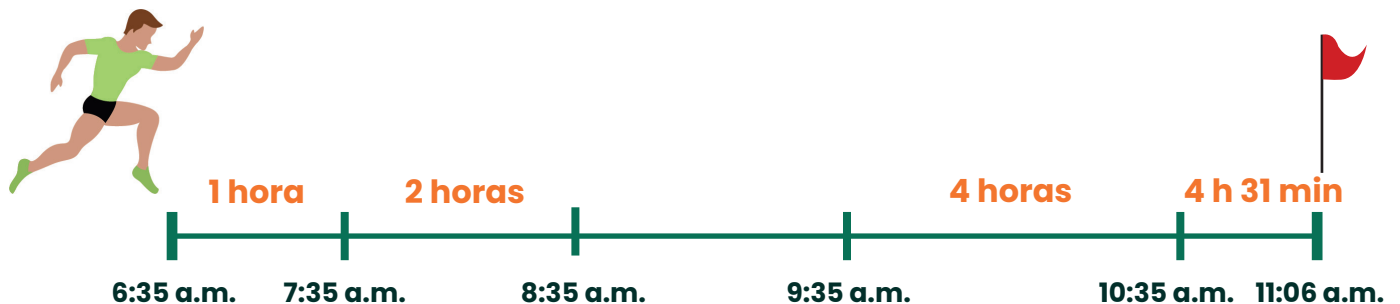
15. Eugenio, Marlene y Anabel participan en una maratón. Eugenio inició su recorrido a las 6:35am y finalizó a las 11:06 am. Marlene alcanzó un tiempo igual al promedio mundial de 4:41 horas. Anabel lo hizo en 263 minutos.

¿Cuál lo hizo en menor tiempo?

Solución

La manera más sencilla para determinar cuál de las tres lo hizo en un menor tiempo es igualando las unidades para poder comparar. En este caso vamos a convertir todos los tiempos a minutos.

- Eugenio: inició su recorrido a las 6:35am y finalizó a las 11:06 am.



Con la imagen anterior podemos ver que Eugenio tardó 4 horas y 31 minutos en terminar la maratón. Ahora, vamos a pasarlo a minutos. Para esto recordemos que una hora tiene 60 minutos.

$$4 \times 60 = 240$$

$$240 \text{ min} + 31 \text{ min} = 271 \text{ min.}$$



Por lo tanto, sabemos que Eugenio tardó **271 minutos** en terminar la maratón.

- Marlene: alcanzó un tiempo igual al promedio mundial de 4:41 horas.

Vamos a pasar este tiempo a minutos.

$$4 \times 60 = 240$$

$$240 \text{ min} + 41 \text{ min} = 281 \text{ min.}$$

Por lo tanto, sabemos que Marlene tardó **281 minutos** en terminar la maratón.

- Anabel: lo hizo en **263 minutos**.

Ahora comparemos los 3 tiempos: 263, 271 y 281 minutos

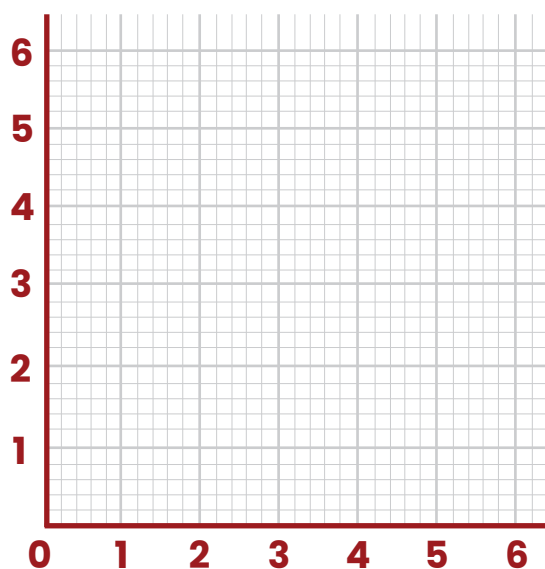
$$263 \text{ min (Anabel)} < 271 \text{ minutos (Eugenio)} < 281 \text{ min (Marlene)}$$

Por lo tanto, concluimos que **Anabel** fue quien hizo el menor tiempo.



16. Rosaura trazará un rombo con 8 unidades cuadradas de área en la siguiente cuadrícula. Dibujó un vértice en el punto (2, 1).

¿Cuál puede ser otro vértice?



Solución

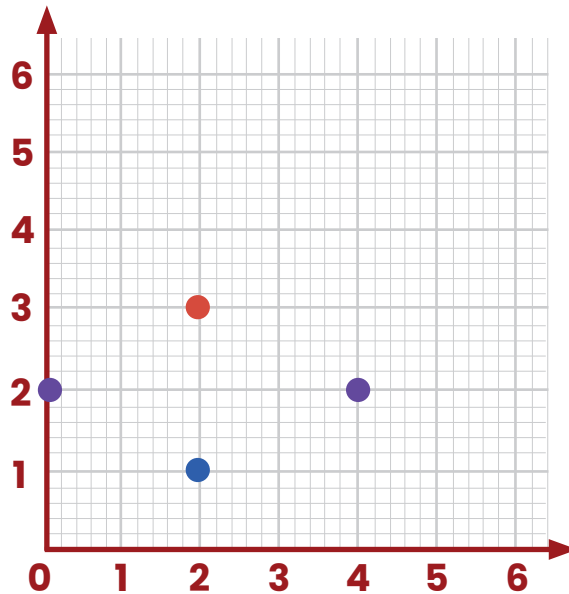
Recordemos que un rombo es un paralelogramo que tiene sus cuatro lados de igual longitud y sus ángulos opuestos son de igual medida. Para obtener el área de un rombo se utiliza la siguiente fórmula:

$$A = \frac{\text{Diagonal mayor} \times \text{diagonal menor}}{2}$$



Ahora, comencemos a probar posibles soluciones.

- Colocamos el vértice opuesto a $(2, 1)$ en $(2, 3)$ en la cuadrícula (punto anaranjado), el rombo de mayor tamaño que se puede formar sería colocando los otros vértices en $(0, 2)$ y $(4, 2)$.



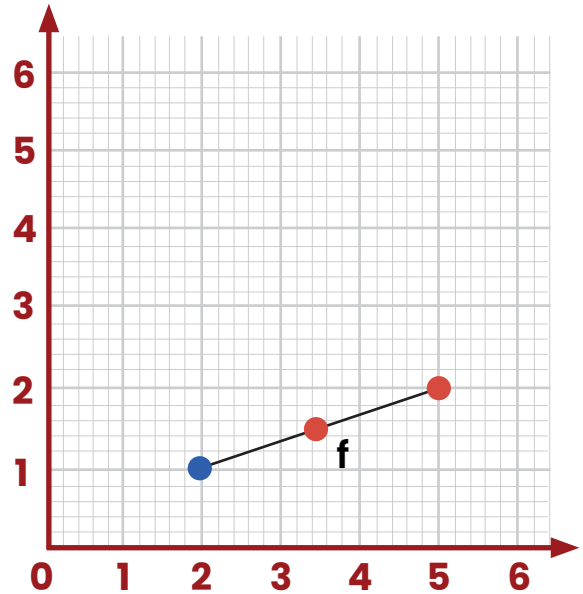
De esta forma se tiene que la diagonal mayor mide 4 unidades y la menor 2 unidades. Calculamos su área

$$A = \frac{4 \times 2}{2} = 4$$

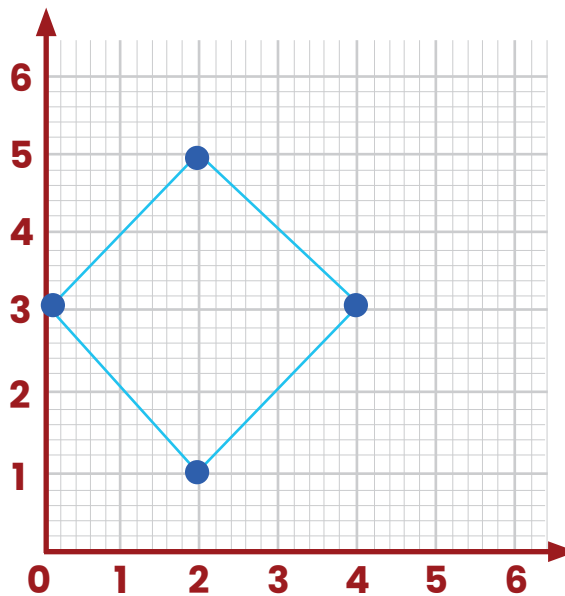
Por lo que esta no puede ser nuestra respuesta correcta, porque el área es de 4 unidades cuadradas.



- Si colocamos un vértice en $(5,2)$, con la idea de crear una diagonal mayor lo suficientemente grande para que el área sea 8 unidades cuadradas, no nos alcanzaría la cuadrícula para colocar el vértice opuesto porque debería estar 3 unidades a la izquierda del vértice $(2,1)$



- Ahora bien, si utilizamos $(4,3)$ como uno de los vértices, nos quedaría el siguiente rombo





Para calcular el área, la diagonal mayor mide 4 unidades y la menor también.

$$A = \frac{4 \times 4}{2} = 8$$

Por lo que, el área es de 8 unidades cuadradas. Así tenemos que la respuesta correcta es: **(4,3)**

Una forma más rápida de resolver el ejercicio es observando que en la fórmula de área

$$A = \frac{\text{Diagonal mayor} \times \text{diagonal menor}}{2}$$

Necesitamos que el producto

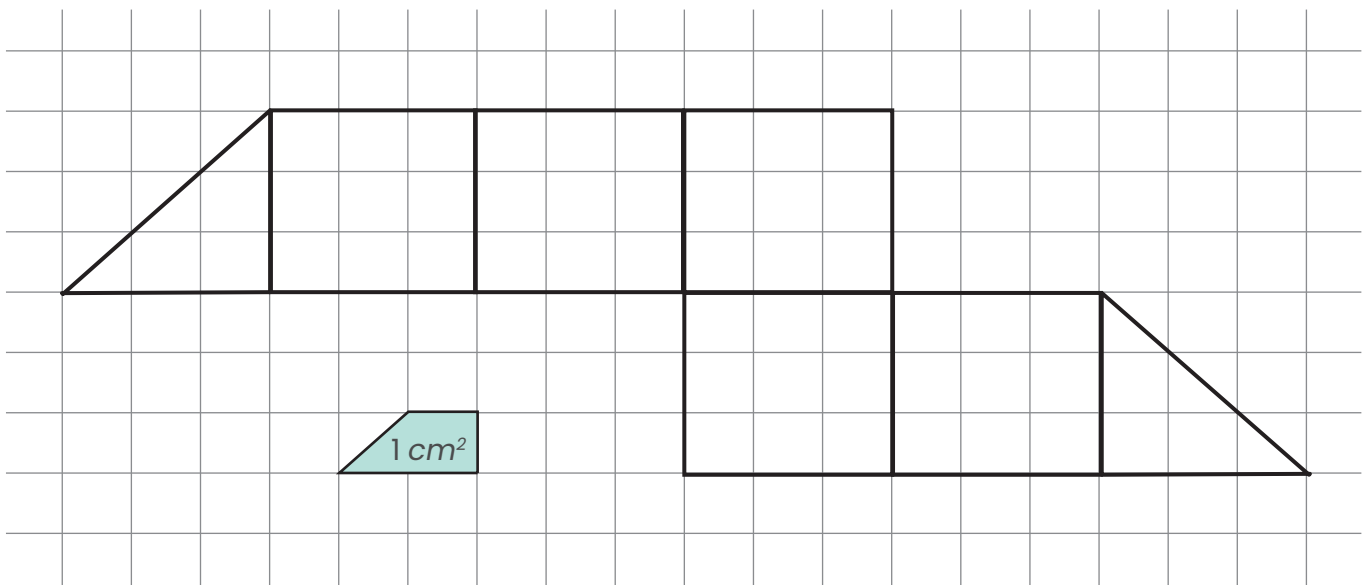
$$\text{Diagonal mayor} \times \text{diagonal menor}$$

dé como resultado 16 para que al dividirlo por 2 nos dé 8, pues el área debe ser 8 unidades cuadradas. Por lo que podemos empezar a probar soluciones buscando diagonales tales que el producto sea 16, esto nos puede ayudar a encontrar más rápido la solución.



17. La maestra les pasa a sus estudiantes un molde para armar una caja cuadrada para el día de las madres como el que se muestra en la figura. Usando la información de la figura.

¿Cuál es el área en centímetros cuadrados del molde?



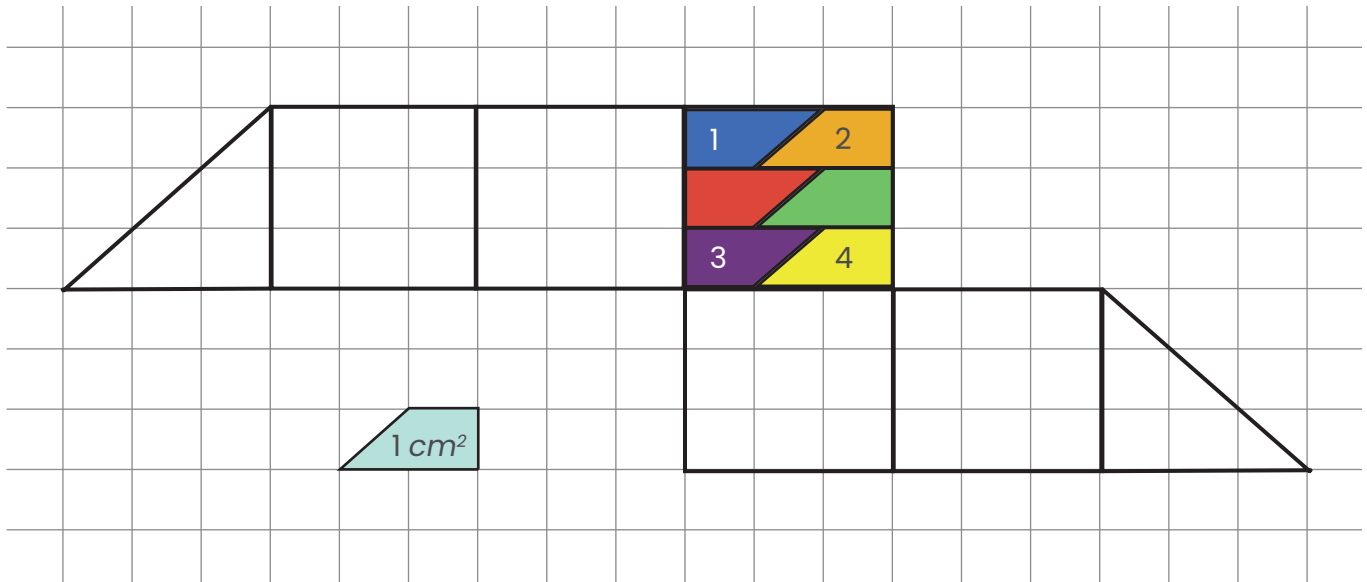
Solución

Observe que se trata de un molde formado por 5 cuadrados grandes y 2 triángulos grandes. Además, se nos da como referencia un trapecio rectángulo con un área de un centímetro cuadrado.

Para averiguar el área del molde, iniciemos por determinar el área de cada uno de los cuadrados que forman el molde. Note que, los cinco cuadrados son iguales. Como el único dato que tenemos es el área del trapecio (un centímetro cuadrado, 1cm^2), vamos a sobreponer este cuadrilátero de referencia sobre los cuadrados grandes.



Escogemos uno de ellos, y acomodamos los trapecios dentro, de modo que no sobre ni falte espacio dentro del cuadrado. Una posible solución se muestra en la siguiente figura:

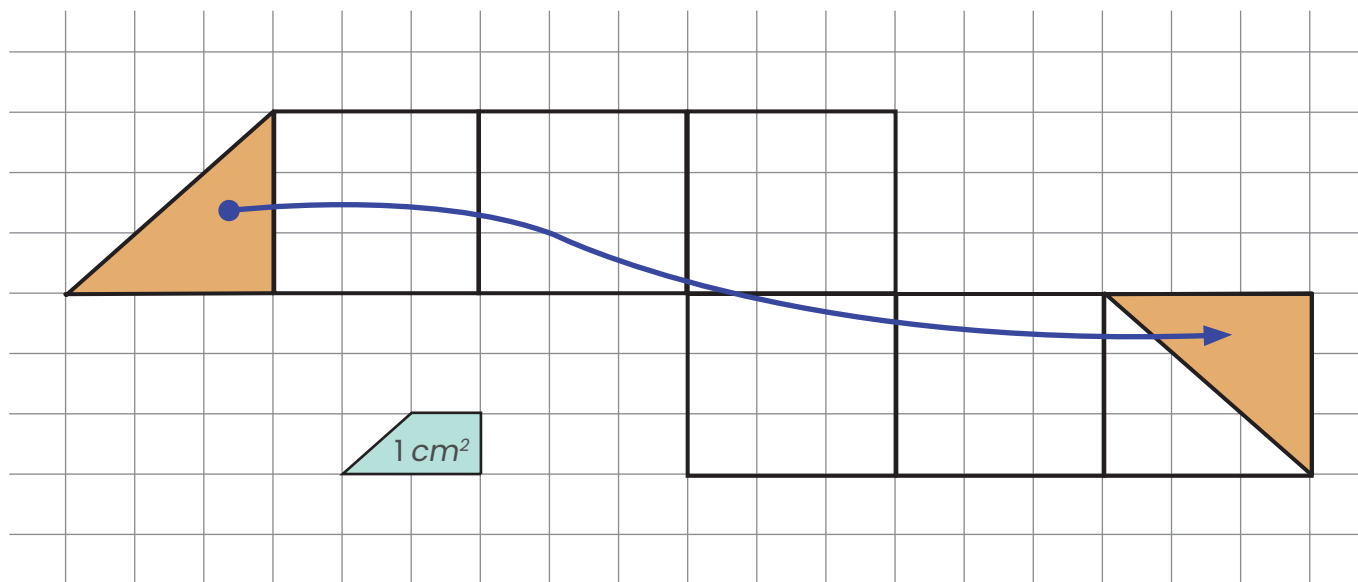


De esta forma se tiene que a cada cuadrado le caben 6 trapecios de 1 centímetro cuadrado de área. Por lo que, podemos concluir que cada cuadrado tiene un área de 6 centímetros cuadrados.

Ahora bien, eso esta información nos va a ayudar mucho en el cálculo del área. Pero, ¿cuál es el área de los triángulos grandes?

Podemos observar que cada cuadrado se compone de 9 cuadrados pequeños. Por otro lado, cada triángulo está formado por 4,5 cuadrados de los pequeños. Como ambos triángulos son rectángulos con igual altura y base, uniéndolos podemos formar un cuadrado nuevo, compuesto por

$$4,5 + 4,5 = 9 \text{ cuadrados pequeños.}$$



Así que en total tenemos 6 cuadrados grandes iguales, si contamos el formado a partir de los dos triángulos.

Hacemos la multiplicación de la cantidad de cuadrados, que son 6, por el área de cada cuadrado (6 centímetros cuadrados)

$$6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} = 36 \text{ cm}^2$$

Por lo tanto, el área del molde es de 36 centímetros cuadrados.



18. Se tiene una bolsa con 10 bolas enumeradas del 1 al 10. El juego consiste en sacar 2 bolas y sumar los números representados. Gana si se obtiene un total menor que 9.

¿Cuál es la mayor cantidad de posibilidades que tiene para ganar?

Solución

Según el enunciado, se gana si al sumar los números de las dos bolas que se sacan, se obtiene un total menor que 9. Analicemos cuáles son las posibilidades, recordando no contar opciones donde el resultado es igual a 9, debido a que nos piden simplemente que sean menores a 9.

Determinemos los escenarios en que los resultados son menores que 9, si se extraen 2 bolitas:

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} = 3$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{3} = 4$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{4} = 5$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{5} = 6$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{6} = 7$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{7} = 8$$

$$\textcircled{2} + \textcircled{3} = 5$$

$$\textcircled{2} + \textcircled{4} = 6$$

$$\textcircled{2} + \textcircled{5} = 7$$

$$\textcircled{2} + \textcircled{6} = 8$$

$$\textcircled{3} + \textcircled{4} = 7$$

$$\textcircled{3} + \textcircled{5} = 8$$



Una estrategia es empezar con el número 1, haciendo las sumas hasta agotar las posibilidades, luego con el 2, observando que no se repitan con las anteriores, y así hasta terminar.

Contamos y nos damos cuenta que existen máximo 12 posibilidades de que dé un número inferior a 9.



19. Julio cultiva plantas con flores, actualmente tiene claveles, lirios y rosas. La cantidad de claveles es un múltiplo de 5, la cantidad de lirios es un múltiplo de 15 y la de rosas es un múltiplo de 4. La cantidad de cada tipo de flor es menor o igual a 215.

¿Cuál es la mayor cantidad de flores posibles?

Solución

Se debe poner atención a que la mayor cantidad que hay de cada tipo de flor puede ser 215 o inferior a 215. Una forma de resolverlo es teniendo en cuenta el múltiplo indicado en el enunciado de cada tipo de flor próximo a 215, pero no mayor que 215.



Recordemos

Un múltiplo de un número es el número que se obtiene al multiplicar el número dado por cualquier número natural.

Se puede realizar una división del 215 por los valores de cada flor indicados en el enunciado, con el fin de encontrar la mayor cantidad posible de cada una.

Por lo tanto, para el caso de los claveles, cuya cantidad es múltiplo de 5, dividimos los 215 entre 5.

$$215 \div 5 = 43$$

El resultado es 43, siendo que $43 \times 5 = 215$, un número entero. Esto quiere decir que 215 es un múltiplo de 5, y que calza con la característica de ser igual o menor que 215, en esta ocasión siendo igual. Por lo tanto, se tienen como máximo 215 claveles.



Para los lirios, debemos encontrar el múltiplo de 15 más próximo a 215. Hacemos lo mismo que con los claveles:

$$215 \div 15 = 14,3 \text{ periódico.}$$

En esta ocasión debemos buscar un número entero, cercano a 14,3 periódico, para que al multiplicarse por 15 obtengamos como resultado otro número entero. Veamos con el valor de 14:

$$15 \times 14 = 210$$

La cantidad de lirios sería 210. Verificamos que esta sea la mayor cantidad posible. Si consideramos en vez de 14, 15 tenemos la multiplicación 15×15 , la cual da como resultado 225, un valor mayor a 215. Por lo que, 210 es la cantidad correcta de lirios.

Por último, tenemos que la cantidad de rosas, es múltiplo de 4.

$$215 \div 4 = 53,75$$




Al igual que con los lirios, debemos buscar un número entero, para que al multiplicarlo por 4, se obtenga otro número entero.

$$4 \times 53 = 212$$

Este valor nos funciona porque es menor que 215. El próximo múltiplo sería 216 (4×54), que es mayor que 215. Por ello, la cantidad de rosas es 212.



Ahora bien, realizamos la suma de estos diferentes tipos de flores.

| Tipo | Cantidad |
|---|------------|
| Claveles  | 215 |
| Lirios  | 210 |
| Rosas  | 212 |
| Total | 637 |

En total hay 637 flores. Podemos concluir que la mayor cantidad de flores posibles es 637.



20. Se empieza una sucesión de figuras con un triángulo equilátero de lado 1 cm. En cada figura se añaden triángulos del mismo tamaño, siguiendo el patrón que muestra la imagen.

¿Cuántos triángulos de lado 1cm habrá en la octava figura?



Figura 1

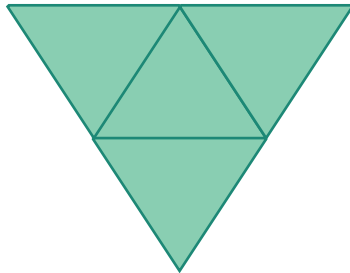


Figura 2

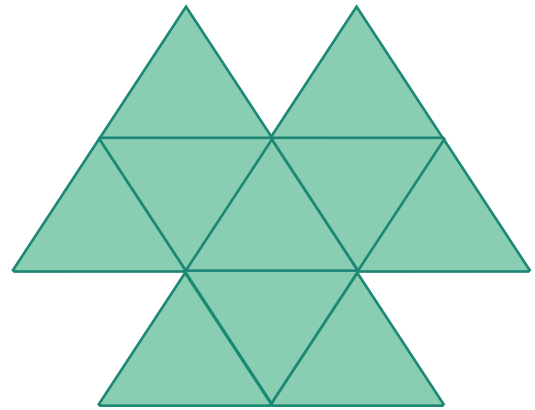
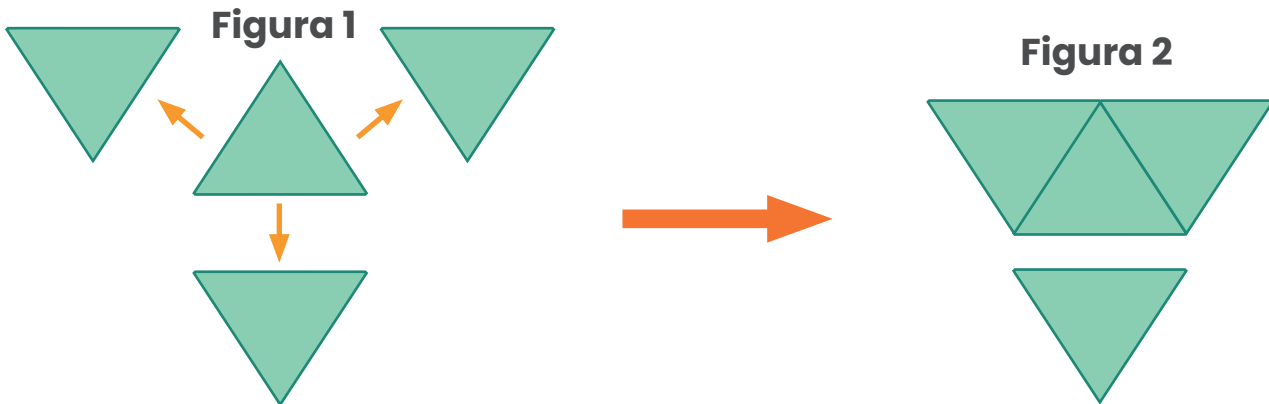


Figura 3

Solución

Para responder a esta pregunta, debemos determinar el patrón de la sucesión indicada. Este patrón consiste en agregar un triángulo a cada lado de la figura anterior. Veámoslo de la siguiente manera:



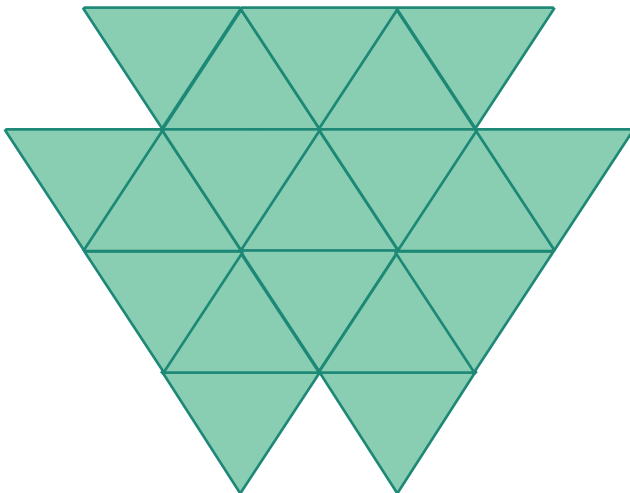


Así tenemos

| Figura | Número de triángulos |
|----------|----------------------|
| 1 | 1 |
| 2 | $1 + 3 = 4$ |
| 3 | $1 + 3 + 6 = 10$ |

Si seguimos esta sucesión, las siguientes figuras deben quedar así:

Figura 4

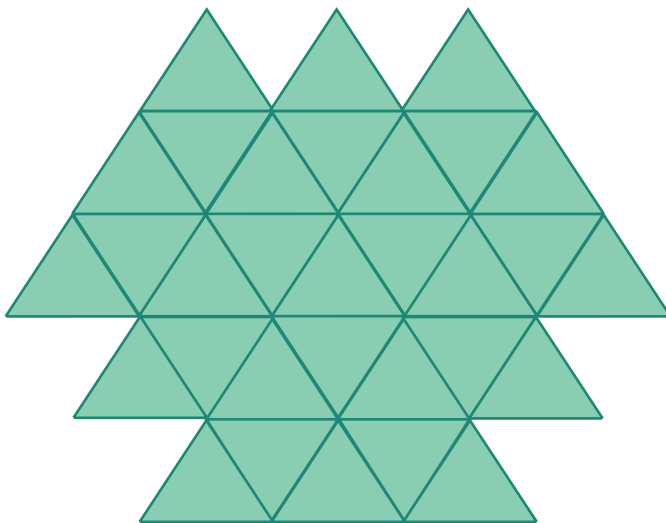


| Figura | Número de triángulos |
|----------|----------------------|
| 1 | 1 |
| 2 | $1 + 3 = 4$ |
| 3 | $1 + 3 + 6 = 10$ |
| 4 | $1 + 3 + 6 + 9 = 19$ |



Si seguimos esta sucesión, las siguientes figuras deben quedar así:

Figura 5



| Figura | Número de triángulos |
|----------|---------------------------|
| 1 | 1 |
| 2 | $1 + 3 = 4$ |
| 3 | $1 + 3 + 6 = 10$ |
| 4 | $1 + 3 + 6 + 9 = 19$ |
| 5 | $1 + 3 + 6 + 9 + 12 = 31$ |

Podemos ir observando el patrón en las figuras y en la tabla. Sin hacer la figura intentemos calcular el número de triángulos que tendrá, observando el patrón de aumento en la tabla. Observe que de la Figura 1 a la 2, hubo un aumento de 3. De la 2 a la 3, aumentó en 6 la cantidad de triángulos. Luego, de la Figura 3 a la 4 aumentó en 9 y de la Figura 4 a la 5 aumentó en 12. Es decir, tenemos la sucesión de aumento de

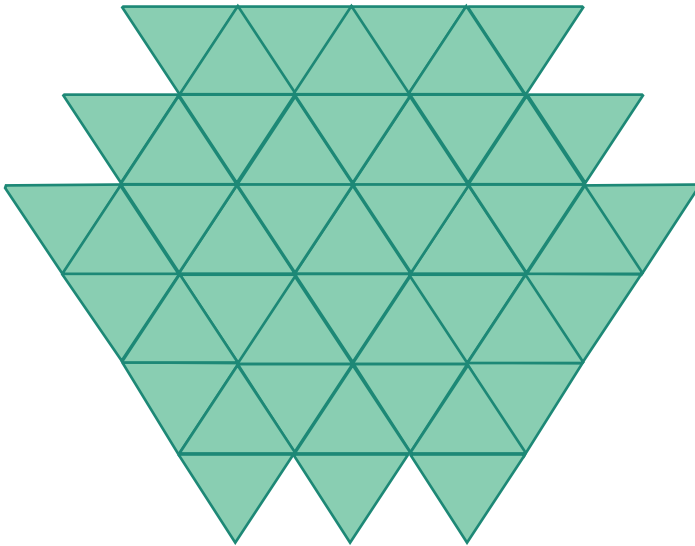
3, 6, 9, 12, ...

Así, podemos observar que el siguiente número de esa sucesión es 15. Es decir, de la Figura 5 a la 6 hay un aumento de 15 triángulos, teniendo en total

$$1 + 3 + 6 + 9 + 12 + 15 = 46$$



Figura 6



| Figura | Número de triángulos |
|--------|--------------------------------|
| 1 | 1 |
| 2 | $1 + 3 = 4$ |
| 3 | $1 + 3 + 6 = 10$ |
| 4 | $1 + 3 + 6 + 9 = 19$ |
| 5 | $1 + 3 + 6 + 9 + 12 = 31$ |
| 6 | $1 + 3 + 6 + 9 + 12 + 15 = 46$ |

Así que no es necesario continuar haciendo los dibujos si observamos el patrón en la tabla.

| Figura | Número de triángulos |
|--------|--|
| 1 | 1 |
| 2 | $1 + 3 = 4$ |
| 3 | $1 + 3 + 6 = 10$ |
| 4 | $1 + 3 + 6 + 9 = 19$ |
| 5 | $1 + 3 + 6 + 9 + 12 = 31$ |
| 6 | $1 + 3 + 6 + 9 + 12 + 15 = 46$ |
| 7 | $1 + 3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18 = 64$ |
| 8 | $1 + 3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18 + 21 = 85$ |



Si queremos se realizan los dibujos para verificar el resultado

Figura 7

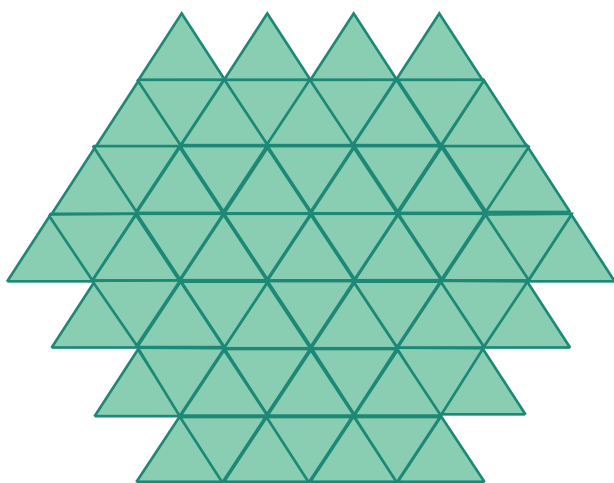
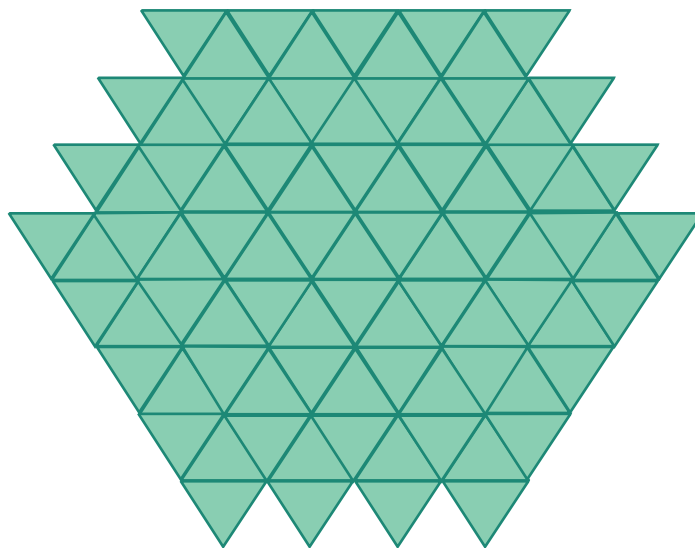
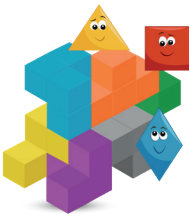


Figura 8



Al contar los triángulos que contiene la Figura 8, obtenemos que la respuesta correcta es **85**.



21. Martha tiene una caja de sombras con 5 colores diferentes: azul, blanco, celeste, dorado y esmeralda. Ella siempre usa dos colores para maquillarse y los escoge al azar.

¿Cuántas opciones tiene para maquillarse?

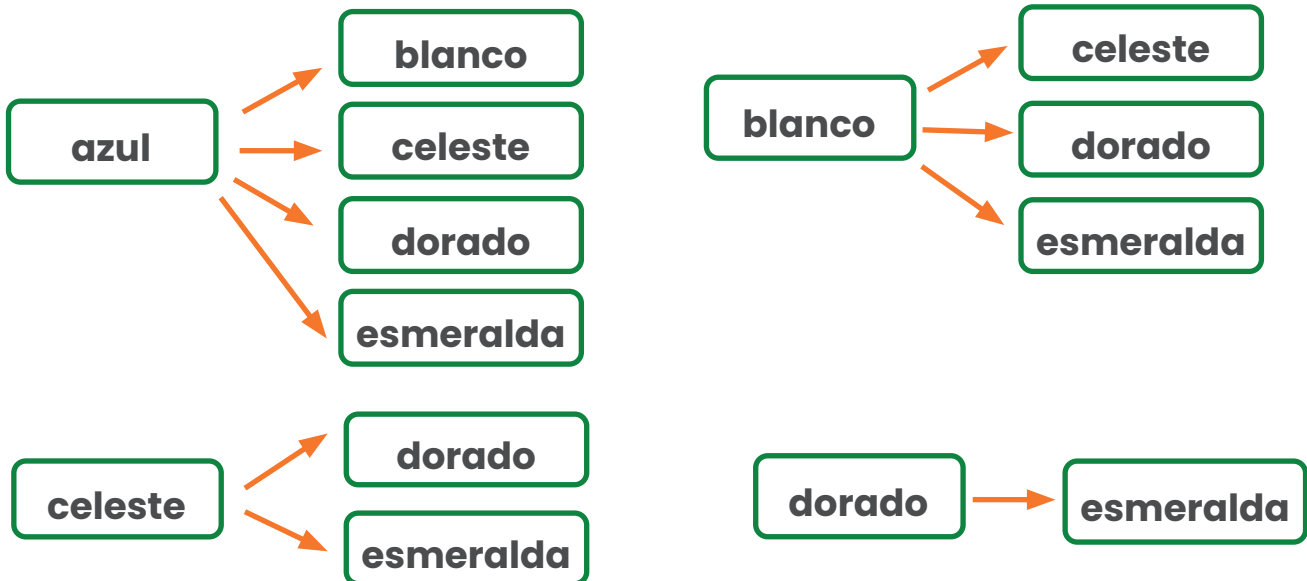
Solución

Para saber cuántas opciones tiene Martha para maquillarse, podemos seguir los siguientes pasos:

1. Determinar cuáles con las posibles opciones:

azul, blanco, celeste, dorado, esmeralda

2. Martha siempre escoge dos colores al azar. Por lo tanto, vamos a separar las posibles opciones en grupos de dos, asegurándonos de no repetir los colores:



3. Al contar los subgrupos formados, podemos concluir que Martha tiene 10 opciones diferentes para maquillarse.



22. En un laboratorio tienen dos tipos de bacterias y dos recipientes diferentes.

- En el recipiente 1 está la bacteria A, que duplica cada 5 minutos.
- En el recipiente 2 está la bacteria B, que se triplica cada 7 minutos.

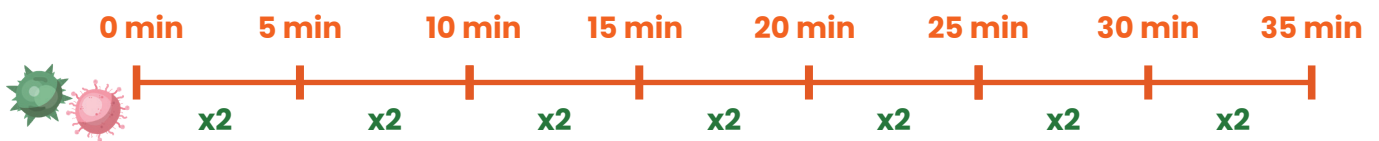
Si el laboratorio colocó 3 bacterias A y 5 bacterias B en los respectivos recipientes.

¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de bacterias A y B después de 35 minutos?

Solución

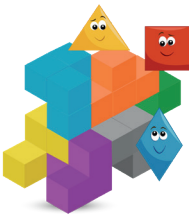
Para lograr resolver mejor el problema, vamos a ilustrar gráficamente 35 minutos para cada uno de los recipientes con bacterias.

Bacteria A



Bacteria B





Ahora, comenzaremos a contar la cantidad de bacterias que se reproducen en cada recipiente, si se empieza con una bacteria.

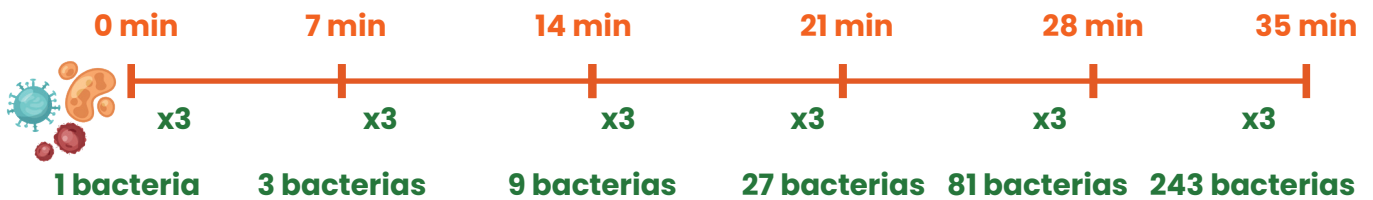
Bacteria A



Por lo tanto, si se colocará una bacteria A en el recipiente 1, al final de los 35 minutos habrá 128 bacterias del tipo A. Sabemos que, el laboratorio colocó 3 bacterias A en ese recipiente, por lo que debemos multiplicar el resultado obtenido por 3 para obtener el total de las 3 bacterias al final de los 35 minutos. $128 \times 3 = 384$.

Seguidamente, vamos a analizar lo que sucede en el recipiente 2, con una bacteria B.

Bacteria B



Podemos ver que al final de los 35 minutos habrá 243 bacterias B en el recipiente 2. Este número debemos multiplicarlo por la cantidad de bacterias que el laboratorio colocó en ese recipiente, es decir, 5.

$$243 \times 5 = 1215.$$



Finalmente, para ver la diferencia que existe entre el recipiente A y el B, debemos restar los resultados.

$$1215 - 384 = \mathbf{831}.$$

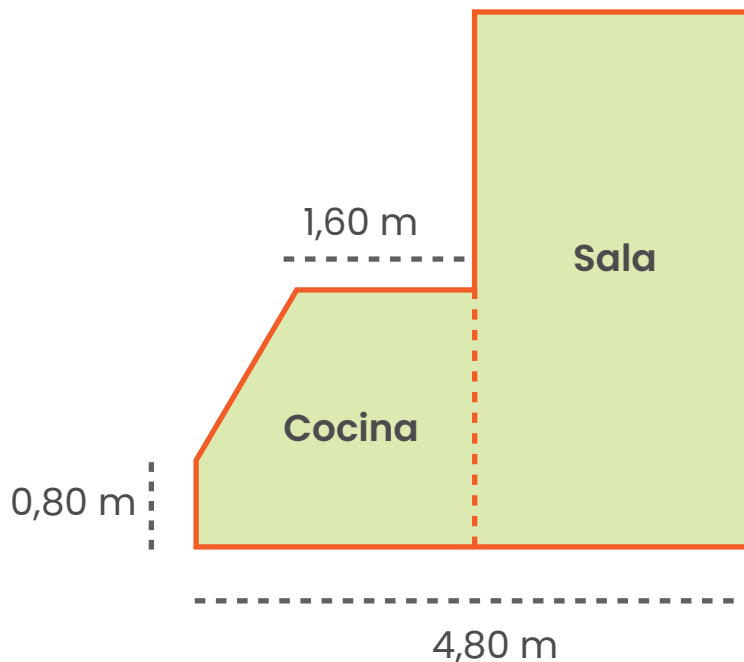
La diferencia de los recipientes, después de 35 minutos, es de 831 bacterias.



23. La siguiente imagen representa el piso de la sala y la cocina de la casa de Jorge, la línea segmentada representa la división entre las dos áreas.

- El lado más largo de la sala mide el doble de su lado más pequeño.
- La cocina tiene dos lados perpendiculares de igual medida y cada uno de estos lados mide igual al lado más pequeño de la sala.

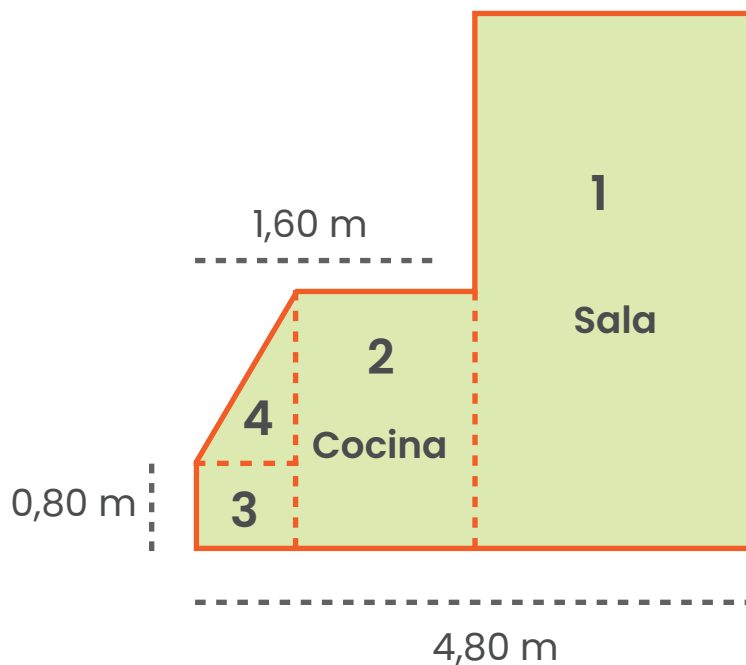
Jorge desea cambiar el piso y la cerámica que desea comprar se vende por piezas que miden 600 centímetros cuadrados. Si Jorge compra la cantidad mínima de piezas para cubrir el área representada en la imagen, ¿cuántas piezas comprará?





Solución

Para lograr obtener el resultado de este problema, debemos calcular el área total. Para ello, vamos a dividir la figura completa en 4 más pequeñas. Para identificarlas, las marcamos con números, así:



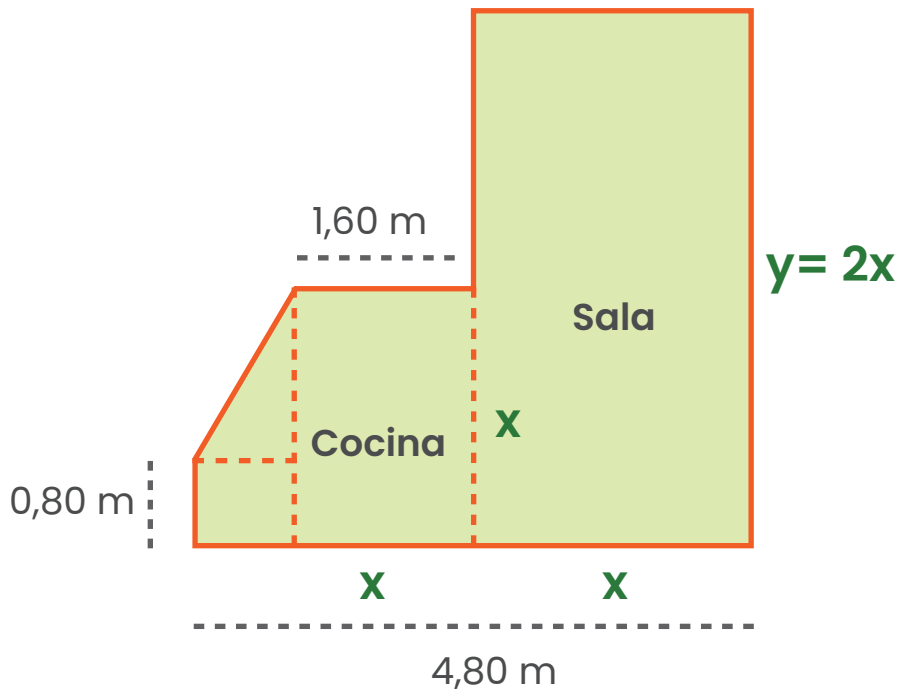
Podemos notar que las figuras 1, 2 y 3 son rectángulos, mientras que, la figura 4 es un triángulo rectángulo. Ahora calculemos el área de cada figura.

Figura 1 – Rectángulo

Para encontrar esta área, necesitamos determinar la medida del largo y el ancho. El enunciado del problema dice que: “El lado más largo de la sala mide el doble de su lado más pequeño”, debemos encontrar cuánto mide el lado más pequeño de la sala.



Asignemos a esta medida la letra x , además el enunciado dice que: “La cocina tiene dos lados perpendiculares de igual medida y cada uno de estos lados mide igual al lado más pequeño de la sala”. Es decir, que esos dos lados de la cocina también miden x , como se muestra en el diagrama.



De ese diagrama podemos observar que la pared que divide a la cocina y la sala, parte a la pared de abajo a la mitad. Por lo que si la pared completa mide $4,80$ entonces la mitad vale $2,40$.

Así x vale $2,40$. Entonces, la medida del lado más pequeño de la sala es $2,40$ m. Con este dato, podemos también obtener el valor del lado más largo, ya que mide el doble de su lado más pequeño:

$$2 \times 2,40 = 4,80$$



Así, el área de la Figura 1 corresponde

$$A = 2,40 \text{ m} \times 4,80 \text{ m} = 11,52 \text{ m}^2$$

Figura 2 – Rectángulo

Para la Figura 2, podemos notar que la base (o el ancho) del rectángulo mide 1,60 m y su altura (o el largo) mide x que es 2,40 m. Con eso podemos calcular el área

$$A = 1,60 \text{ m} \times 2,40 \text{ m} = 3,84 \text{ m}^2$$

Figura 3 – Rectángulo

En el rectángulo de la Figura 3, se puede notar que un lado mide 0,80 m y para saber la medida del otro lado podemos hacer la siguiente operación

$$2,40 \text{ m} - 1,60 \text{ m} = 0,80 \text{ m}$$

Resultando que este rectángulo es un cuadrado, y el área corresponde a

$$A = 0,80 \text{ m} \times 0,80 \text{ m} = 0,64 \text{ m}^2$$

Figura 4 – Triángulo

Tomemos como base del triángulo el lado que comparte con el cuadrado, que sabemos tiene una longitud de 0,8 m. La altura sobre esa base mide

$$2,40 \text{ m} - 0,80 \text{ m} = 1,60 \text{ m}$$



Por lo que podemos calcular el área

$$A = \frac{0,80 \text{ m} \times 1,60 \text{ m}}{2} = 0,64 \text{ m}^2$$

Ahora, sumemos las áreas de las 4 figuras:

$$11,52 \text{ m}^2 + 3,84 \text{ m}^2 + 0,64 \text{ m}^2 + 0,64 \text{ m}^2 = 16,64 \text{ m}^2$$

Sabemos que cada pieza del piso tiene 600 centímetros cuadrados de área. Como el área calculada anteriormente está en metros cuadrados, debemos igualar unidades.

Convirtamos 600 cm^2 a m^2

$$600 = 600 \div 10\,000 = 0,06$$

$$600 \text{ cm}^2 = 0,06 \text{ m}^2$$

Así, el área de cada pieza del piso es de 0,06 metros cuadrados. Para determinar cuántas piezas compró, dividimos el área total de la sala y cocina por el área de cada pieza.

Dividamos: $16,64 \text{ m}^2 \div 0,06 \text{ m}^2$ que es equivalente a $1664 \text{ m}^2 \div 6 \text{ m}^2$
Obtenemos 277 residuo 2, por lo tanto, Jorge compró **278 piezas**.

También se pudo convertir $16,64 \text{ m}^2$ a cm^2

$$16,64 = 16,64 \times 10\,000 = 166\,400$$

$$16,64 \text{ m}^2 = 166\,400 \text{ cm}^2$$

Dividamos: $166\,400 \div 600$ que es equivalente a $1664 \div 6$, obteniendo el mismo resultado.



24. En vacaciones la familia de Miguel recorrió en carro varias partes de Costa Rica. Ubicaron la distancia recorrida de cada día en una tabla usando expresiones matemáticas.

¿Cuántos kilómetros en total recorrió la familia de Miguel en las vacaciones?



| Día | Lugar | Distancia en Km |
|-----|------------|---|
| 1 | Alajuela | $1 \times 10 + 5 \times 1 + 6 \times \frac{1}{10}$ |
| 2 | San Carlos | El doble de la distancia de San José reducido en 40,3 |
| 3 | Monteverde | 29,6 menos que en San Carlos |
| 4 | Puntarenas | Es un número primo entre 60 y 65 |
| 5 | San José | Mayor múltiplo de 5 con dos dígitos |

Solución

Para resolver este problema, debemos saber cuantos kilómetros se recorrieron en cada lugar.

Alajuela

La distancia de kilómetros de Alajuela está en notación desarrollada, convirtámosla a un solo número

$$1 \times 10 + 5 \times 1 + 6 \times \frac{1}{10}$$

$$10 + 5 + 0,6 = 15,6 \text{ km}$$



El día 1 recorrieron **15,6 km**.

Observe que, para obtener la de San Carlos necesitamos obtener primero la de San José.

San José

Sabemos que los múltiplos de 5 son: 5,10,15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60... Por lo que el mayor múltiplo de 5 con dos dígitos es: 95. Así, el día 5 recorrieron **95 km**.

Conociendo la distancia recorrida en San José, podemos calcular la del día 2, en San Carlos.

San Carlos

En San Carlos recorrieron Es el doble de la distancia recorrida en San José, reducida en 40,3 km.

$$95 \times 2 - 40,3 =$$

$$190 - 40,3 =$$

$$149,7$$

Por lo que el día 2 recorrieron **149,7 km**

Monteverde

La distancia recorrida en Monteverde es 29,6 km menos que la distancia de San Carlos. Por lo que sería: $149,7 \text{ km} - 29,6 \text{ km} = \mathbf{120,1 \text{ km}}$



Puntarenas

La distancia recorrida en Puntarenas es un número primo entre 60 y 65. Por lo que la distancia sería **61 km**, ya que es el único número primo entre estas cantidades.

Finalmente, para obtener la distancia total, debemos sumar todas las distancias anteriores:

$$15,6 \text{ km} + 149,7 \text{ km} + 120,1 \text{ km} + 61 \text{ km} + 95 \text{ km} = 441,4 \text{ km}$$

La familia de Miguel recorrió **441,4 km**.



25. Alejandro compra una cantidad de harina para cocinar galletas con sus hijos. En la primera receta utiliza $\frac{2}{5}$ de la cantidad de harina, de lo que le quedó utiliza $\frac{1}{4}$ de harina para su segunda receta, y luego para su tercera receta utiliza $\frac{2}{3}$ de lo que le queda y al final le sobraron 300 g de harina.

¿Cuántos gramos de harina compró Alejandro?

Solución

Para poder resolver este problema, vamos a hacer uso del método gráfico. Por lo que vamos a suponer que el siguiente rectángulo equivale al total de harina que Alejandro compró:



Ahora, sabemos que utilizó $\frac{2}{5}$ del total de harina. Vamos a representarlo:



Representemos lo que queda con otro rectángulo, partido en cuatro, ya que Alejandro utiliza $\frac{1}{4}$ para su segunda receta y pintemos un cuadrado que corresponde a lo que gasto en su segunda receta.





De lo que sobra, los espacios en blanco, utiliza $\frac{2}{3}$. Por ello, coloreemos dos partes de las tres que quedaban en blanco



También sabemos, que al final, lo que le sobró a Alejandro, fue de 300 g. Ese cuarto de la figura que nos quedó sin pintar, corresponde a 300 g

| | |
|-------|--|
| 300 g | |
| | |

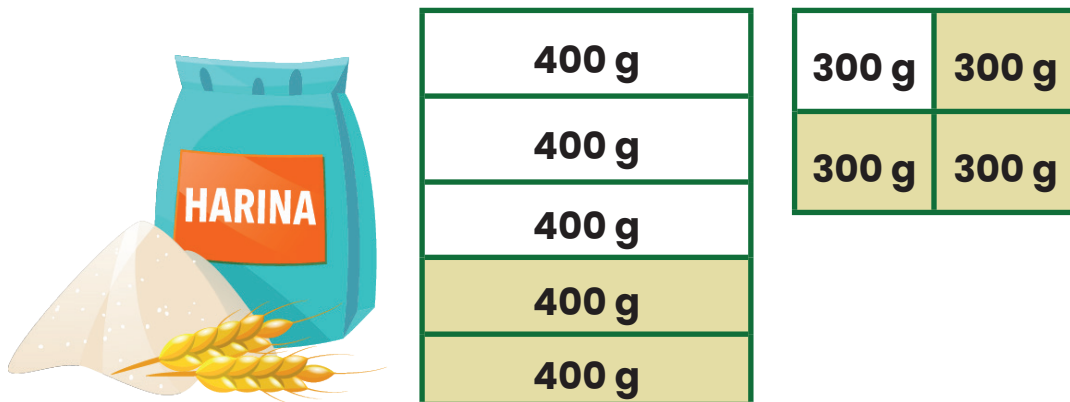
Ese segundo rectángulo que utilizamos equivaldría a 1200g de harina en total.

| | |
|-------|-------|
| 300 g | 300 g |
| 300 g | 300 g |



Entonces 1200 g fue lo que le sobró de la primera receta, que en fracciones correspondían a $\frac{3}{5}$ de la harina total. Es por ello, que al

dividir los 1200 g entre 3 sabemos que cada quinto equivale a 400 g del rectángulo original.



Finalmente, al analizar la imagen anterior, podemos saber el total de harina que Alejandro compró se puede obtener al sumar 400 g cinco veces. El total de harina que Alejandro compró fue de **2 000 g**.



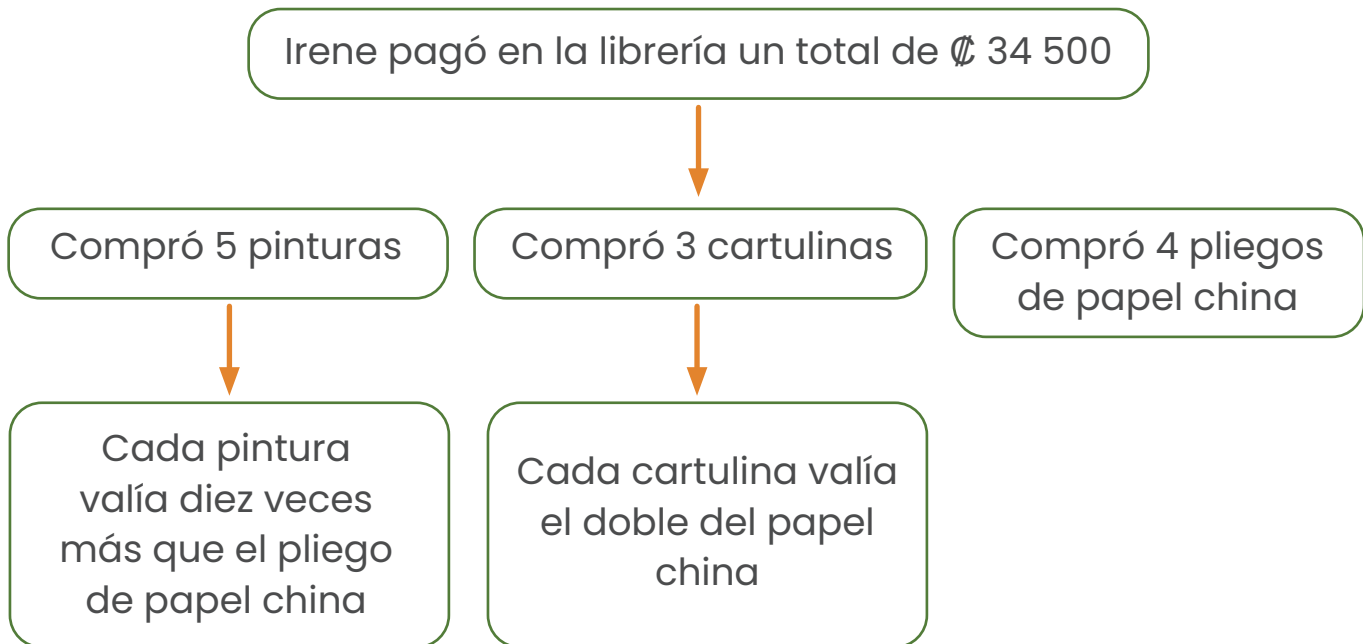
26. Irene fue a la librería a comprar algunos materiales que necesitaba para hacer su tarea. Compró 5 pinturas, 3 cartulinas y 4 pliegos de papel china. En total pagó ₡ 34 500. Si cada pintura valía diez veces más que el pliego de papel china y cada cartulina valía el doble del papel china.

¿Cuántos colones pagó Irene por cada pliego de papel china?



Solución

Para saber cuántos colones pagó Irene por cada pliego de papel china, debemos tomar en cuenta lo siguiente:

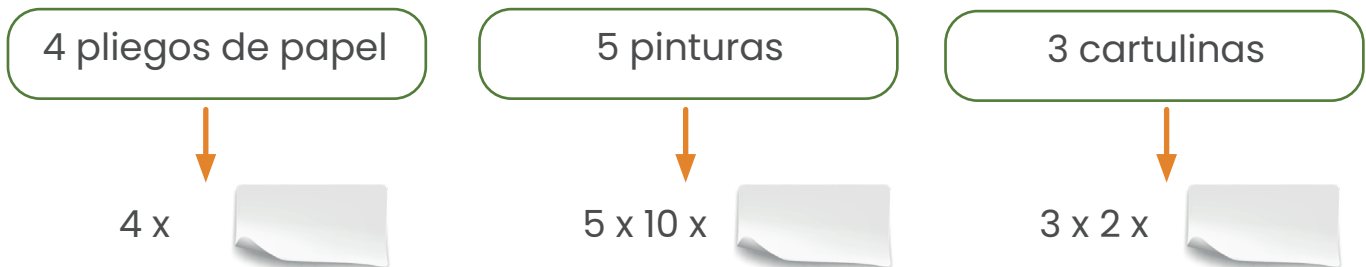




Como el precio de las pinturas y las cartulinas se da en términos del precio del papel china, representaremos cada material de la siguiente manera:



Usando lo anterior representemos lo que compró



Entonces las 5 pinturas equivalen a 50 pliegos de papel y las 3 cartulinas equivalen a 6 pliegos de papel. Así que, en total, la compra equivale a

$$4 \text{  + 50 \text{  + 6 \text{  = 60$$



Ahora convirtamos la información que tenemos en una ecuación, usemos p para representar el precio de un pliego de papel, $60 \times p = 34\,500$



Para obtener el valor de p , necesitamos encontrar un número que multiplicado por 60 me de 34 500, o equivalentemente, por la relación que existe entre la multiplicación y la división, ese número es igual al resultado de dividir 34 500 entre 60.

$$p = 34\,500 \div 60$$

Al hacer la división, obtenemos que

$$p = 575$$

Podemos comprobar que, $575 \times 60 = 34\,500$. Por lo tanto, Irene pagó 575 colones por cada pliego de papel.



27. Marlen lleva el dinero justo para comprar en el supermercado del barrio un paquete de galletas, para cada uno de sus estudiantes, con un valor de ₡ 210. Al llegar, se da cuenta que el precio del paquete de galletas está en promoción y bajó ₡ 70. Ahora ella puede comprar 16 paquetes más de galletas.

¿Cuántos estudiantes tiene Marlen?

Solución 1

Para saber cuántos estudiantes tiene Marlen, debemos considerar los siguientes datos que brinda el problema:

- El precio inicial de las galletas era de ₡ 210.
- Las galletas tenían una promoción y su precio bajó ₡ 70. Si hacemos la resta $210 - 70 = 140$. Por lo tanto, ahora las galletas cuestan ₡ 140.
- Con la promoción aplicada, Marlen puede comprar 16 paquetes más de los que tenía previstos.

Ahora, como Marlen puede comprar 16 paquetes más de galletas, eso quiere decir que, con la promoción le sobra 16 veces 140, un total de 2240 colones. Estos 2240 colones representan el total de rebajos hechos de la cantidad de paquetes de galletas que iba a comprar Marlen originalmente, pues por cada galleta le sobran 70 colones. Así que, necesitamos dividir 2240 entre 70, para ver cuántos paquetes eran.

$$2240 \div 70 = 32$$



Solución 2. Usando ecuaciones y sus propiedades

Para saber cuántos estudiantes tiene Marlen, debemos considerar los siguientes datos que brinda el problema:

- El precio inicial de las galletas era de ₡ 210.
- Las galletas tenían una promoción y su precio bajó ₡ 70. Si hacemos la resta $210 - 70 = 140$. Por lo tanto, ahora las galletas cuestan ₡ 140.
- Con la promoción aplicada, Marlen puede comprar 16 paquetes más de los que tenía previstos.

Tomando en cuenta esta información, representaremos la incógnita (lo que queremos averiguar, en este caso, la cantidad de estudiantes que tiene Marlen), con la letra m .

- Costo de las galletas inicialmente, sería la expresión $210 \times m$
- Cantidad de galletas que comprará Marlen con la promoción $m + 16$
- Costos de las galletas con la promoción $140 \times (m + 16)$

Como los costos de las galletas en las dos situaciones son iguales, podemos crear una ecuación, así:

$$210 \times m = 140 \times (m + 16)$$

Para encontrar el valor de m , apliquemos la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma.

$$210 \times m = 140 \times m + 140 \times 16$$



Resolviendo la multiplicación 140×16

$$210 \times m = 140 \times m + 2240$$

Ahora, para continuar resolviendo la ecuación, vamos a restar a ambos lados de la igualdad $140 \times m$

$$210 \times m - 140 \times m = 140 \times m + 2240 - 140 \times m$$

Del lado derecho de la igualdad, podemos cancelar $140 \times m - 140 \times m$ y del lado izquierdo podemos usar la propiedad distributiva de nuevo.

$$(210 - 140) \times m = 2240$$

$$70 \times m = 2240$$

Por la relación que existe entre la multiplicación y la división, m es igual al resultado de dividir 2240 entre 70.

$$m = 2240 \div 70$$

A partir de esto, obtenemos que Marlen tiene 32 estudiantes.

$$m = 32$$



28. Se sabe que las tortugas son animales más rápidos en el agua que en la tierra. Por ejemplo, en el agua la tortuga baula logra alcanzar una velocidad de 35 km por hora y la tortuga común 24 km por hora. Si ambas nadan a la velocidad máxima durante 12 minutos, ¿cuántos metros recorrerá más una tortuga baula que una tortuga común?

Solución

Lo primero que hay que hacer es entender el problema. Note que los datos de las velocidades de ambas tortugas las dan en kilómetros por hora, pero nos preguntan por la diferencia entre las distancias recorridas en minutos. Analicemos cada tortuga por separado.

Tortuga Baula

Alcanza una velocidad de 35 km por hora, esto es $35\,000 \text{ m}$ en 60 minutos. Como la cantidad de metros y minutos es divisible entre 10, podemos dividir ambas cantidades entre 10 para simplificar los datos y obtenemos que recorre 3500 m en 6 min, es decir, que en 12 min recorrerá 7000 m .

Tortuga Común

Alcanza una velocidad de 24 km por hora, esto es $24\,000 \text{ m}$ en 60 minutos. Volvamos a dividir ambas cantidades entre 10, como con la Tortuga baula, Obtenemos que recorre 2400 m en 6 min, es decir, que en 12 min recorrerá 4800 m .

Ahora, calculemos la diferencia entre las distancias. Para esto realizamos la siguiente resta $7000 - 4800 = 2200$.

Por lo tanto, la tortuga baula recorre 2200 m más que la tortuga común en 12 minutos.



29. Karla compró 3 pantalones, 5 blusas y 2 pares de zapatos. En total gastó ₡ 157 200.

- Cada pantalón valía ₡ 2000 más que el triple de lo que costo cada blusa.
- Cada par de zapatos costo ₡ 5200 más que cada blusa.
- Todas las blusas tenían el mismo precio.

¿Cuál es el precio, en colones, de cada blusa?

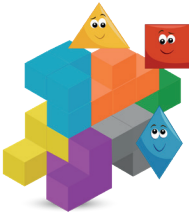
Solución 1

Utilizaremos el método gráfico, representaremos la información dada usando diagramas.

1. Para la información “Karla compró 3 pantalones, 5 blusas y 2 pares de zapatos. En total gastó ₡ 157 200”, tenemos:

Diagrama 1





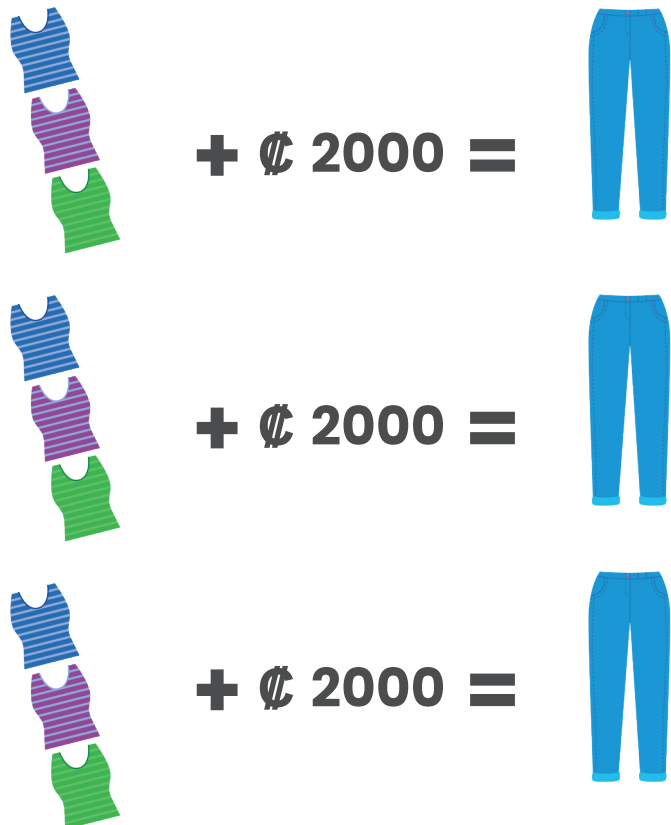
2. "Cada pantalón valía **₡ 2000** más que el **triple** de lo que costo cada blusa", tenemos:

Diagrama 2



Como compró 3 pantalones, tenemos

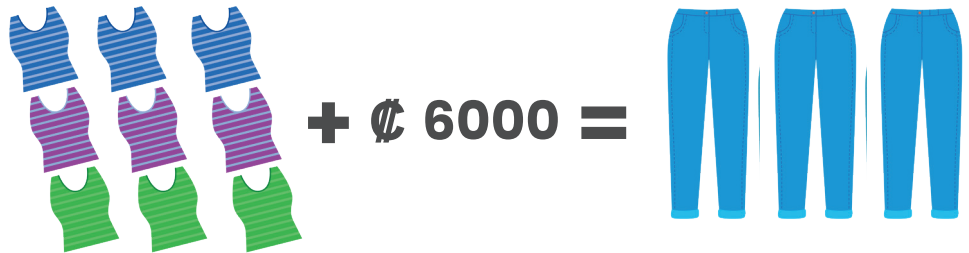
Diagrama 3





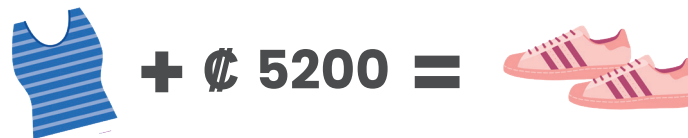
Resumiendo,

Diagrama 4



3. "Cada par de zapatos costo ¢ 5200 más que cada blusa", tenemos:

Diagrama 5



Por lo tanto, como compró dos pares de zapatos:

Diagrama 6





Ahora, vamos a sustituir los pantalones y zapatos del primer diagrama por las equivalencias obtenidos en el cuarto diagrama y el sexto diagrama.

Diagrama 7

$$\begin{array}{l} \text{3 sets of (blue, purple, green shirts)} \\ + \text{ ₡ 6000} \end{array} + \begin{array}{l} \text{2 sets of (blue, purple, orange shirts)} \\ + \text{ ₡ 10 400} \end{array} + \begin{array}{l} \text{1 set of (purple, orange shirts)} \end{array} = \text{₡ 157 200}$$

Juntando todas las blusas y las cantidades de dinero del lado izquierdo, tenemos:

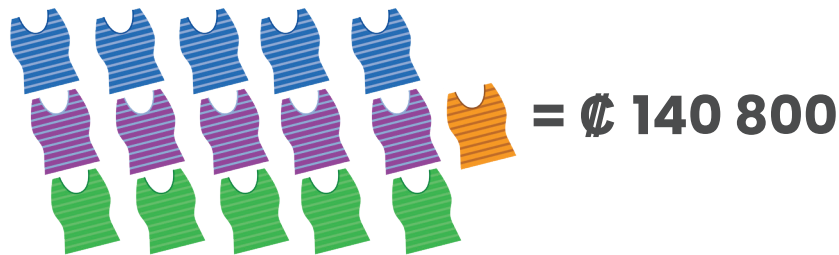
Diagrama 8

$$\begin{array}{l} \text{5 sets of (blue, purple, green shirts)} \\ + \text{ 1 set of (purple, orange shirts)} \\ + \text{ ₡ 16 400} \end{array} = \text{₡ 157 200}$$



Restando 16 400 colones en ambos lados:

Diagrama 9



En este diagrama, tenemos que 16 blusas son 140 800 colones, entonces dividamos 140 800 entre 16 y obtenemos 8800. Por lo tanto, sabemos que cada una de las blusas equivale a ₡ 8800.

Solución 2

Primeramente, vamos a representar el costo de cada blusa mediante la letra **B**.

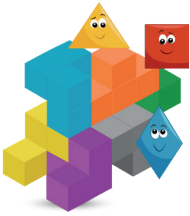
Teniendo esto en cuenta, vamos a analizar las afirmaciones dadas.

- Cada pantalón valía ₡ 2000 más que el triple de lo que costo cada blusa.

Por lo tanto, el valor de la blusa (**B**), vamos a multiplicarlo por 3 y luego sumarle ₡ 2000

De la siguiente manera

$$3 \times B + \text{₡ } 2000 = \text{Pantalón}$$



- Cada par de zapatos costo ₡ 5200 más que cada blusa.

Por lo tanto, al valor de cada blusa (**B**) vamos a sumarle ₡ 5200.
De la siguiente manera:

$$B + ₡ 5200 = \text{zapatos}$$

Ahora bien, sabemos qué:

3 pantalones + 5 blusas + 2 pares de zapatos = ₡ 157 200

Vamos a sustituir los artículos por las expresiones planteadas anteriormente, es decir:

$$3 \times (3B + ₡ 2\,000) + 5B + 2 \times (B + ₡ 5\,200) = ₡ 157\,200$$

Realicemos las operaciones posibles:

- Multipliquemos siguiendo las flechas, usando la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma.

Ahora bien, sabemos qué:

3 pantalones + 5 blusas + 2 pares de zapatos = ₡ 157 200

Vamos a sustituir los artículos por las expresiones planteadas anteriormente, es decir:

$$3 \times (3B + ₡ 2\,000) + 5B + 2 \times (B + ₡ 5\,200) = ₡ 157\,200$$



Realicemos las operaciones posibles:

- Multipliquemos siguiendo las flechas, usando la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma.

$$3 \times (3B + \text{C} 2\,000) + 5B + 2 \times (B + \text{C} 5\,200) = \text{C} 157\,200$$



- $3 \times 3B = 9 \times B$
 - $3 \times 2\,000 = 6\,000$
 - $2 \times B = 2 \times B$
 - $2 \times 5\,200 = 10\,400$
- Reacomodemos la ecuación con los resultados obtenidos:

$$9 \times B + 6\,000 + 5 \times B + 2 \times B + 10\,400 = 157\,200$$

- Reacomodemos los términos del lado derecho para poderlos sumar

$$(9 \times B + 5 \times B + 2 \times B) + (6\,000 + 10\,400) = 157\,200$$

- Sumamos $16 \times B + 16\,400 = 157\,200$



Note que, por la propiedad distributiva de la multiplicación, respecto a la suma:

$$9 \times B + 5 \times B + 2 \times B = (9 + 5 + 2) \times B = 16 \times B$$



- Restamos 16 400 en ambos lados de la igualdad

$$16 \times B + 16\,400 - 16\,400 = 157\,200 - 16\,400$$

$$16 \times B = 140\,800$$

- Por la relación que existe entre la multiplicación y la división, B es igual al resultado de dividir 140 800 entre 16

$$B = 140\,800 \div 16$$

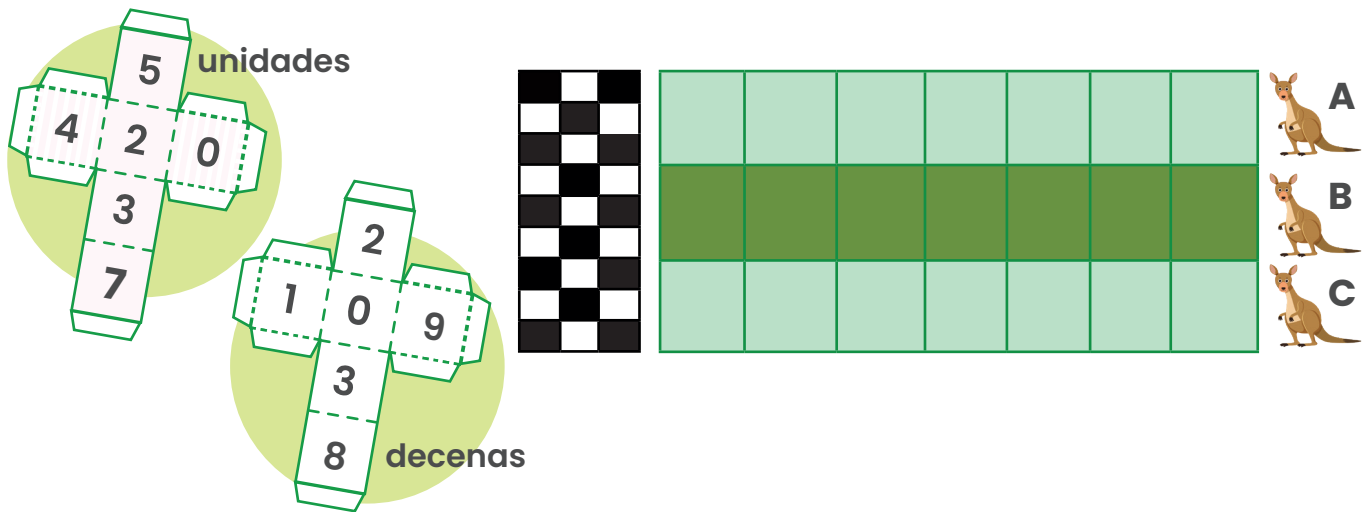
$$B = 8800$$

Por lo tanto, sabemos que cada una de las blusas (**B**) equivale a **₡ 8 800**.



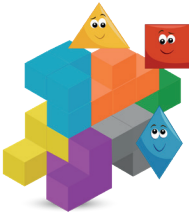
30. Alejandra y Mónica juegan “Carrera de Canguros”, con los dados de la figura, uno para las unidades y otro para las decenas. Y un tablero en él se ubican los Canguros. Si al lanzar los dados el número obtenido es divisible por tres avanza el canguro A, si es divisible por dos avanza el canguro B y si es divisible por 5 avanza el canguro C. En ocasiones podrían avanzar varios canguros en un solo lanzamiento.

¿Cuál canguro es más probable que llegue al último lugar?



Solución

Se puede construir una tabla con las posibles combinaciones y de una vez, se colocan los valores del segundo dado con el número que representa en unidades, tomando en cuenta que cada decena tiene 10 unidades.



| D/ U | 0 | 1 | 2 | 3 | 8 | 9 |
|---------|-----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0 | $0+0 = 0$ | $0+10 = 10$ | $0+20 = 20$ | $0+30 = 30$ | $0+80 = 80$ | $0+90 = 90$ |
| 7 | $7+0 = 7$ | $7+10 = 17$ | $7+20 = 27$ | $7+30 = 37$ | $7+80 = 87$ | $7+90 = 97$ |
| 2 | $2+0 = 2$ | $2+10 = 12$ | $2+20 = 22$ | $2+30 = 32$ | $2+80 = 82$ | $2+90 = 92$ |
| 3 | $3+0 = 3$ | $3+10 = 13$ | $3+20 = 23$ | $3+30 = 33$ | $3+80 = 83$ | $3+90 = 93$ |
| 4 | $4+0 = 4$ | $4+10 = 14$ | $4+20 = 24$ | $4+30 = 34$ | $4+80 = 84$ | $4+90 = 94$ |
| 5 | $5+0 = 5$ | $5+10 = 15$ | $5+20 = 25$ | $5+30 = 35$ | $5+80 = 85$ | $5+90 = 95$ |

Ahora se analizan los resultados para identificar cuando avanza cada canguro:

a) Resultados divisibles por 3

0, 3, 12, 15, 27, 24, 30, 32, 33, 87, 84, 90 y 93

12 eventos posibles

b) Resultados divisibles por 2

0, 2, 4, 10, 12, 14, 20, 22, 24, 30, 32, 34, 80, 82, 84, 90, 92 y 94

18 eventos posibles



c) Resultados divisibles por 5

| 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 80, 85, 90 y 95 |

12 eventos posibles

Respuesta: El canguro C es el que tiene mayor probabilidad de llegar de último.



Créditos

Los ítems fueron tomados de las pruebas aplicadas en las diferentes etapas de la OLCOMEPE 2022.

Autores de los ítems

Adriana Monge Sánchez, profesora de Matemática.

Universidad de Costa Rica.

Compilación y estrategias de solución de los cuadernillos realizadas por:

Sira Chaves Serrano – Sofía Mora Aguilar – Yensy Barquero Madrigal

Estudiantes de la Sección de Educación Primaria.

Escuela de Formación Docente – Facultad de Educación.

Adriana Monge Sánchez

Profesora de Matemática, Facultad de Educación.

Universidad de Costa Rica.

Revisora del cuadernillo

Geisel Alpizar Brenes, profesora de Matemática.

Profesora de Matemática, Escuela de la Matemática.

Instituto Tecnológico de Costa Rica.

Diseño Gráfico

Karla Guevara Murillo

Dirección de Recursos Tecnológicos en Educación, MEP.



mep
Ministerio de
Educación Pública



TEC | Tecnológico
de Costa Rica

