MINISTERIO DE EDUCACIÓN PÚBLICA | GOBIERNO DE COSTA RICA

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA · 45 ANIVERSARIO UNED · TEC Tecnológico de Costa Rica · UNA UNIVERSIDAD NACIONAL · UTN Universidad Técnica Nacional · OLCOMEP

Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Asesoría Nacional de Matemática

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria - OLCOMEP

Estrategias para el abordaje de

PROBLEMAS Y RETOS PARA OLIMPIADAS DE MATEMÁTICA EN PRIMARIA

1º

2025

372.7
SA194e

Sánchez Avila, Alejandra
Estrategias para el abordaje de problemas y retos para olimpiadas de matemática en primaria 1º, / Ministerio de Educación Pública, Viceministerio Académico, Dirección de Desarrollo Curricular, Departamento de Primero y Segundo Ciclos; Alejandra Sánchez Avila, Luis Carlos Ramírez Morales. – 1a. ed. -- San José, Costa Rica: Ministerio de Educación Pública, 2025.

107 páginas; 21 cm.; peso 2,03 megabytes.

ISBN: 978-9977-60-575-3 (digital)

1. ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS 2. EDUCACIÓN PRIMARIA
3. DIDÁCTICA 4. ENSEÑANZA-MÉTODOS 5. COSTA RICA. I. TÍTULO.

Créditos

Los ítems fueron tomados de las pruebas aplicadas en las diferentes etapas de la OLCOMEP 2024.

Personas autoras del cuadernillo:
Alejandra Sánchez Ávila.
Encargada de la Cátedra Didáctica de la Matemática, UNED.

Luis Carlos Ramírez Morales.
Estudiante de la Carrera Enseñanza de la Matemática, UNED.

Persona revisora:
Geisel Alpízar Brenes
Profesora de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica.

Diseño Gráfico
Karla Guevara Murillo.
Dirección de Recursos Tecnológicos en Educación, MEP.

Esta obra es parte de los productos en el proyecto Olimpiada Costarricense de Matemáticas para la Educación Primaria del Ministerio de Educación Pública, con el apoyo de las universidades públicas de Costa Rica.

PRESENTACIÓN

Es fundamental que el sistema educativo fomente en la sociedad, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo matemático, científico y tecnológico, a efecto de formar personas críticas y analíticas, con habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

Las olimpiadas de matemáticas ponen a prueba las habilidades de los participantes para resolver problemas de forma creativa y original. No se trata de memorizar fórmulas o realizar cálculos complejos, sino de utilizar la lógica, el ingenio y la capacidad de análisis para encontrar soluciones ingeniosas.

Este cuadernillo se dirige a cualquier persona que quiera mejorar sus habilidades matemáticas y disfrutar del desafío de resolver problemas de forma creativa. Ofrece una gran oportunidad para:

- Desarrollar el talento matemático: a través de problemas desafiantes que ayudan a mejorar la comprensión de los conceptos matemáticos y la capacidad para aplicarlos en diferentes situaciones.
- Fortalecer el pensamiento crítico: al analizar problemas de forma lógica, identificar las variables relevantes y formular soluciones creativas.
- Aprender nuevas estrategias de resolución de problemas: por medio de diferentes técnicas para abordar problemas matemáticos de forma eficiente.

En este cuadernillo se encuentra:

- Una selección de problemas de diferentes niveles de dificultad, cuidadosamente seleccionados para estimular el pensamiento matemático.
- Estrategias de resolución para cada problema, explicadas paso a paso para su comprensión y aplicación en otros desafíos.

- Una oportunidad para poner a prueba habilidades y el potencial en el apasionante mundo de las matemáticas.

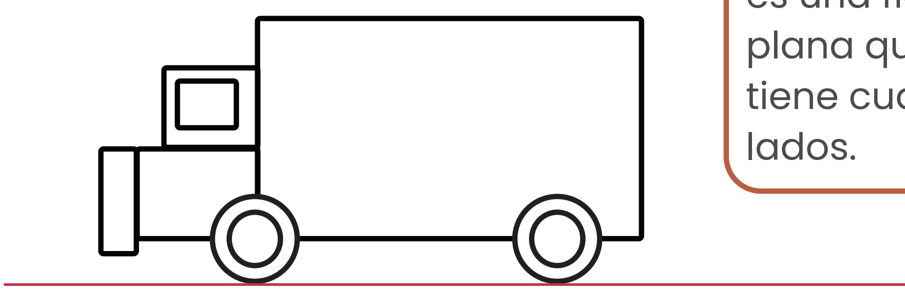
Confiamos en que este material será de gran utilidad para contribuir a la mejora de la educación matemática.

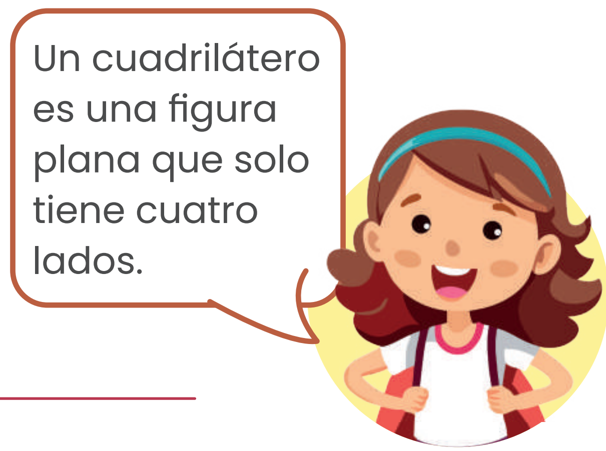
Comisión Central de OLCOMEP

Retos propuestos

Los problemas incluidos en OLCOMEP han sido elaborados con criterios pedagógicos que favorecen el desarrollo de habilidades de pensamiento superior en la niñez. Para facilitar su análisis y orientación durante el proceso de acompañamiento al estudiantado, cada problema se presenta con un código visual que indica su nivel de complejidad de menor a mayor según la cantidad de estrellas, iniciando con una (★) que corresponde a problemas de complejidad básica.

1. (★★) ¿Cuántos cuadriláteros hay en el siguiente dibujo? (OLCOMEP, 2024a)



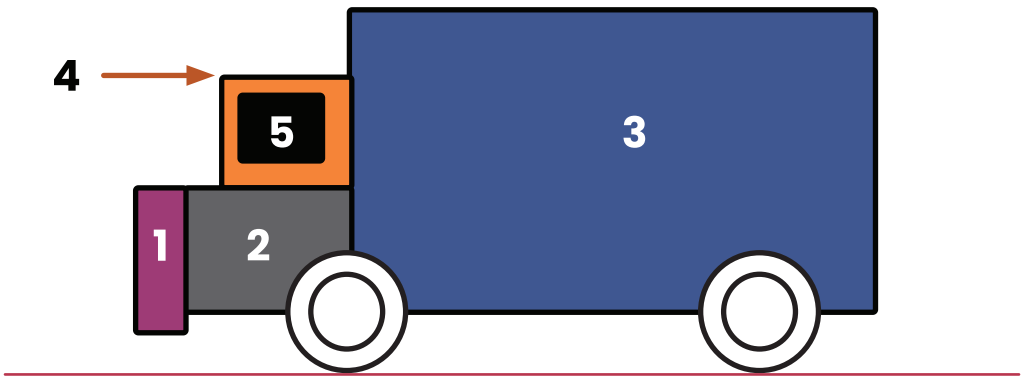


Solución

Se observa la imagen completa y se van buscando los cuadriláteros, esto se puede hacer de varias formas:

1. Pintar cada cuadrilátero encontrado con diferente color.
2. Solo repintar los bordes de los cuadriláteros con diferente color.
3. Enumerar cada cuadrilátero encontrado.

A continuación, se muestran dos maneras de resolverlo.



Los cuadriláteros encontrados se enumeraron del 1 al 5 y se pintaron de color:

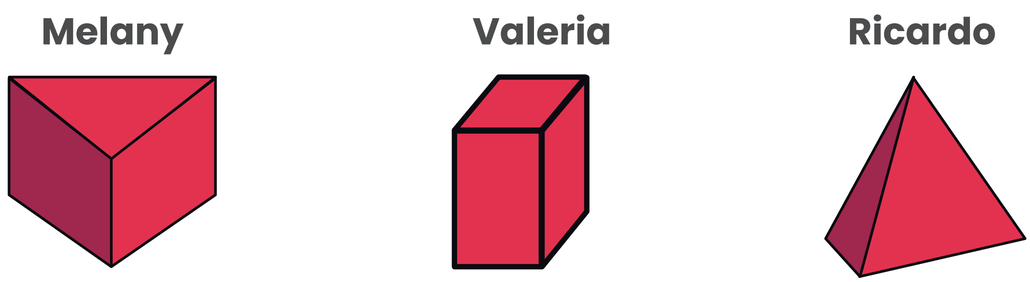
- Morado
- Gris oscuro
- Azul
- Naranja
- Negro

Además, en la ventana del camión hay dos cuadriláteros, señalados con los números 4 y 5, pintados de negro y naranja.

Respuesta: La figura contiene 5 cuadriláteros en total.

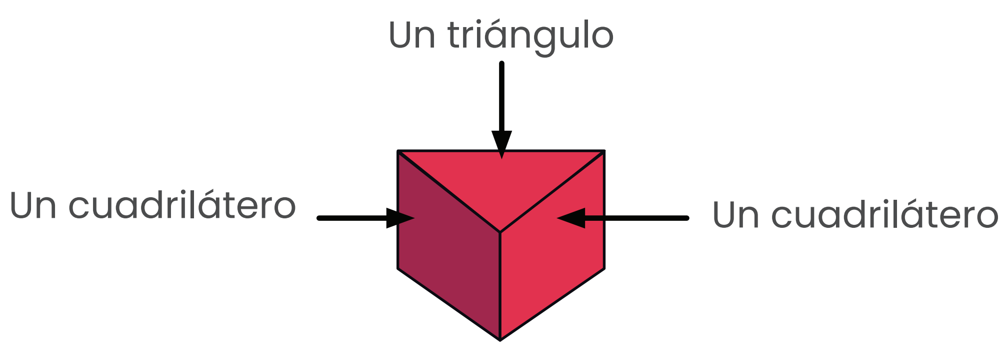
2. (★★★) Melany, Valeria y Ricardo llevaron a la escuela los objetos que aparecen en la imagen adjunta.

Si se desea ordenar, de menor a mayor, según el número de cuadriláteros que tiene cada objeto, ¿cuál sería el orden respectivo? (OLCOMEP, 2024a)



Estrategia de solución
También podemos usar la imaginación para determinar cuáles figuras planas están debajo o atrás.

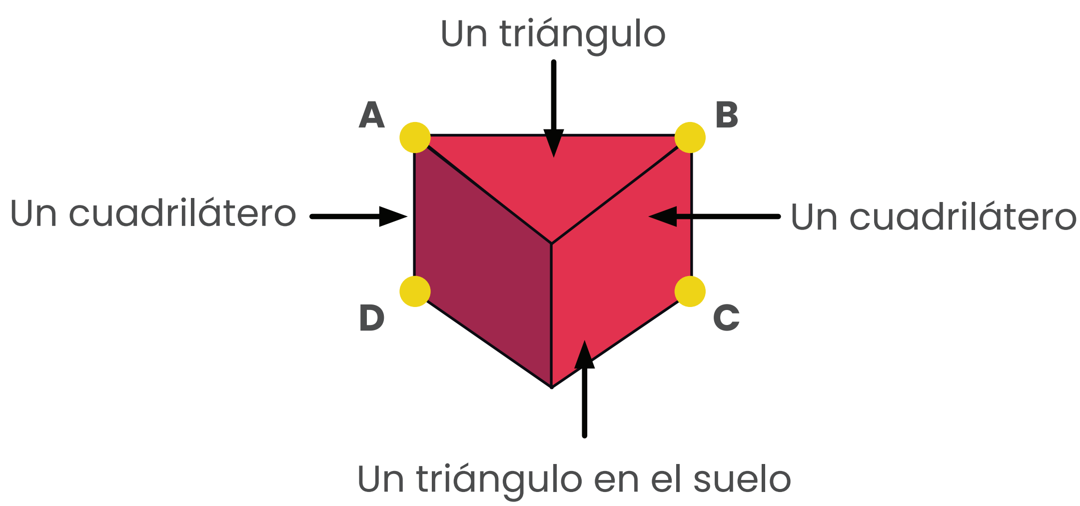
Empecemos analizando el objeto que construyó Melanie. A simple vista, se notan dos cuadriláteros a cada lado y un triángulo arriba.



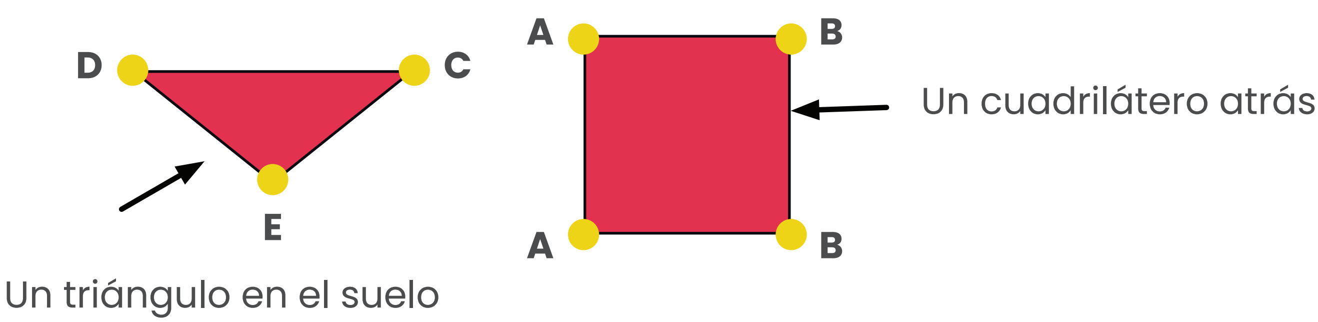
Ahora imagina que pudieras darle la vuelta al objeto, verlo por detrás o por abajo. ¿Crees que hay más figuras? ¡Claro que sí!

Aunque no las veamos, hay dos figuras más no visibles en la imagen.

Vamos a colocar un punto en cada esquina donde se juntan las líneas, y vamos a identificarlos con las primeras letras del abecedario.

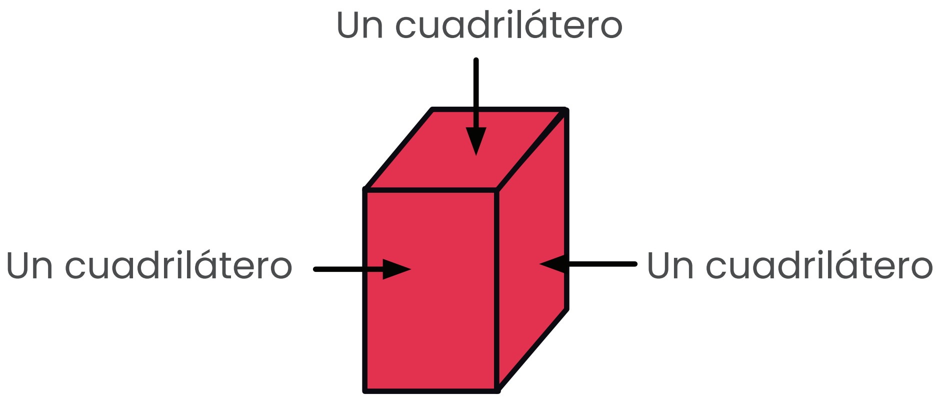


Dibujemos la línea que une los puntos D y C. Y con esto podemos imaginar más fácil las figuras de atrás y abajo.



Así, descubrimos que el objeto de Melany tiene **tres** cuadriláteros.

Continuemos con el objeto de Valeria, tiene forma de caja.



¿Y las partes que no se ven? Pensemos, una caja como esta tiene seis partes: arriba, abajo, adelante, atrás, derecha e izquierda.

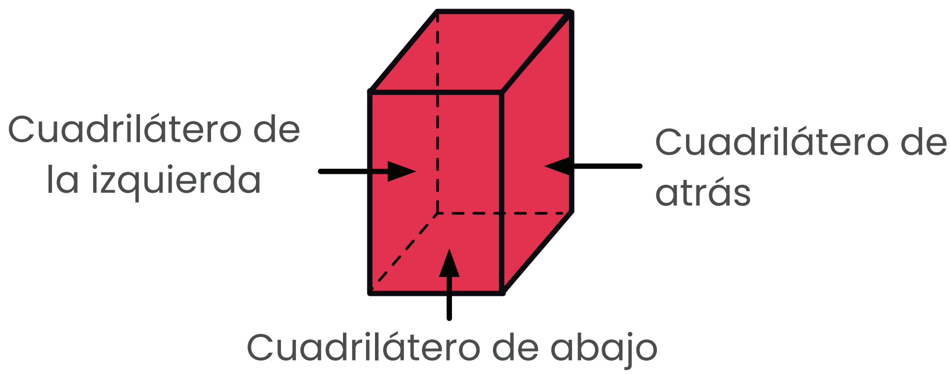
Ya vimos tres: arriba, adelante y derecha. Entonces hay tres más que no se ven:

1. La parte de abajo.
2. La parte de atrás.
3. La parte del lado izquierdo.

Como en una caja con tapa, la parte de abajo es igual a la parte de arriba.

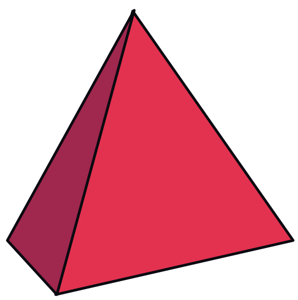
También tiene una parte detrás, que es igual a la del frente, y un lado izquierdo que es igual al derecho. Aunque no las veamos, sabemos que están ahí y que todas tienen cuatro lados, igual que las que sí podemos ver.

Podemos ayudarnos dibujando algunas líneas, como ya lo hicimos en el ejemplo anterior.



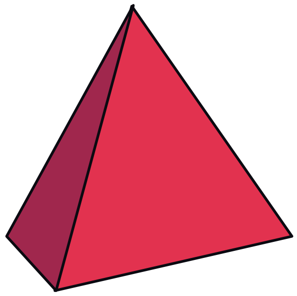
Por tanto, la figura de Valeria tiene tres cuadriláteros visibles y tres ocultos, en total **seis**.

Concluimos analizando el objeto que construyó Ricardo.

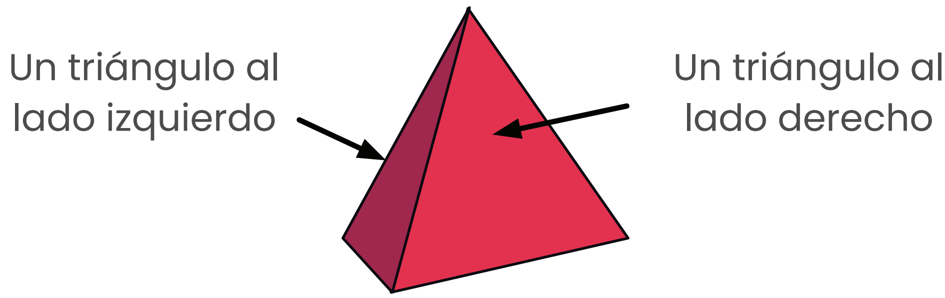


En el objeto de Ricardo, a simple vista, se observan dos triángulos, pero lo que nos imaginamos abajo y atrás, nos lleva a pensar en dos formas. Veamos:

Concluimos analizando el objeto que construyó Ricardo.



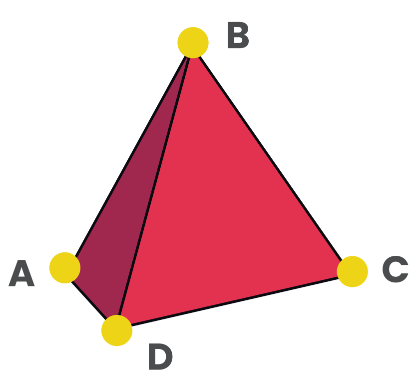
En el objeto de Ricardo, a simple vista, se observan dos triángulos.



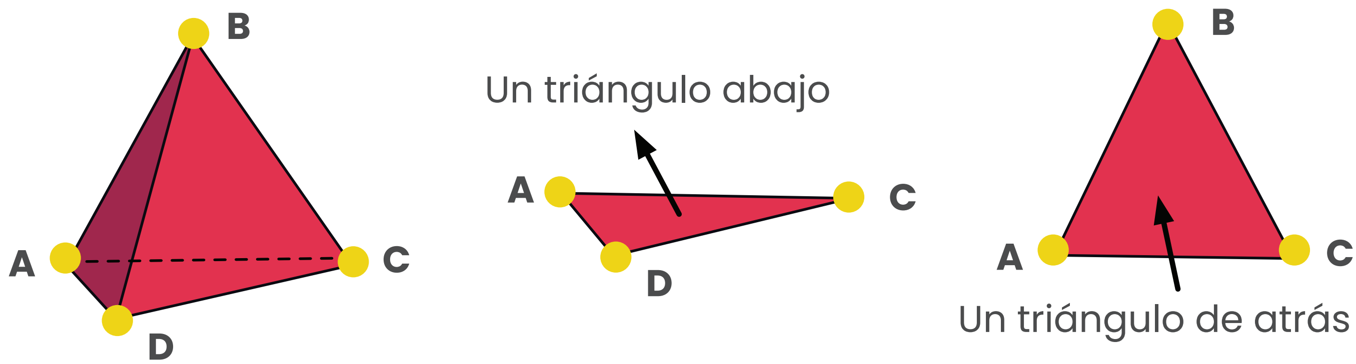
Pero... ¿será que tiene más partes? Imaginemos que levantamos el objeto y lo vemos por abajo. Ahí hay otra parte que no se ve, lo mismo que si la vemos desde atrás.

Veamos dos formas diferentes de imaginarnos las partes no visibles.

Forma 1: como lo hicimos antes, vamos a colocar un punto en cada esquina donde se juntan las líneas, y vamos a identificarlos con las primeras letras del abecedario.

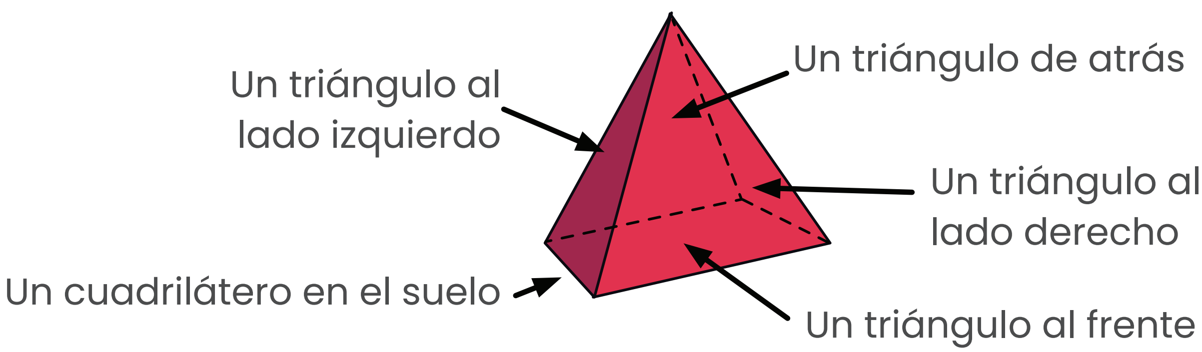


Dibujemos la línea que une los puntos A y C. Y con esto podemos imaginar más fácil las figuras de atrás y abajo.



En esta forma, Ricardo no tiene ningún cuadrilátero.

Forma 2: Ahora bien, podemos imaginar que la parte de abajo no es un triángulo, sino una figura con cuatro lados. Para ayudarnos, tracemos algunas líneas, como hicimos con la figura de Valeria, de manera que abajo nos quede una figura de cuatro lados.



En esta forma, Ricardo tiene un cuadrilátero.

En resumen:

Melanie tiene tres cuadriláteros

Valeria tiene seis cuadriláteros

Ricardo tiene uno o ningún cuadrilátero

Notemos que Ricardo es el que tiene menos y Valeria la que tiene más. Se quiere ordenar de menor a mayor cantidad de cuadriláteros.

Respuesta: Ricardo, Melanie y Valeria.

3. (★★) La suma de dos números es 91, si uno de los números tiene tres decenas y cuatro unidades, el otro número corresponde a ____________. (OLCOMEP, 2024a)

Decenas	Unidades
3	4

Encontramos que uno de los números que se suman es 34, así:

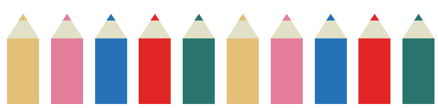
$$34 + \boxed{} = 91$$

Continuamos buscando el número que falta

Estrategia de solución 1

Escojamos añadir objetos de 10 en 10, a partir de 34 para avanzar más rápido, de la siguiente manera:

Si tengo 34 y le sumo 10 llego a 44.

34 +  **= 44**

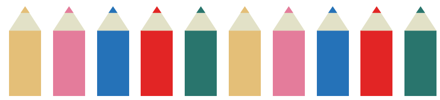
Si tengo 44 y le sumo 10 llego a 54

44 +  **= 54**

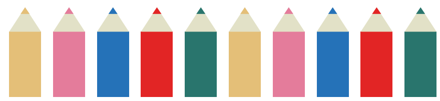
Si tengo 54 y le sumo 10 llego a 64

54 +  **= 64**

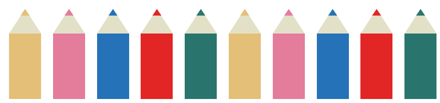
Si tengo 64 y le sumo 10 llego a 74

64 +  **= 74**

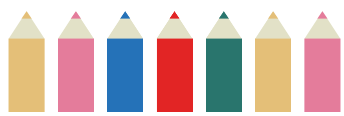
Si tengo 74 y le sumo 10 llego a 84

74 +  **= 84**

Si tengo 84 y le sumo 10, me paso de 91

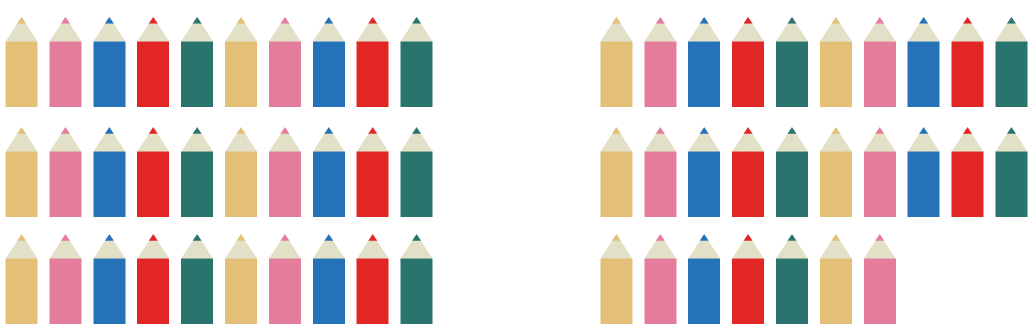
84 +  **= 94**

Entonces, cuento de uno en uno, a partir de 84 para llegar a 91. Sería 85, 86, 87, 88, 89, 90 y 91.

84 +  **= 91**

Ahora sí ¿cómo obtengo el número buscado?

Notemos la cantidad de veces que sumamos 10, fueron 5 veces, es decir, 50 y le sumamos la cantidad de números que contamos de uno en uno, fueron 7.

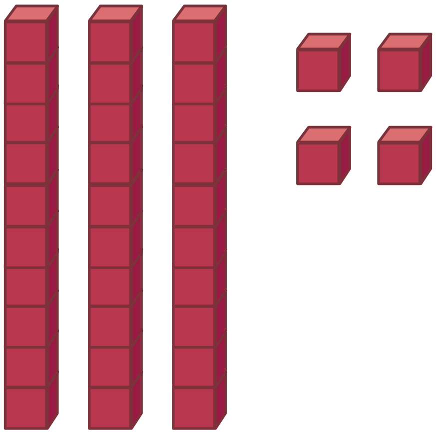


Unimos 50 con 7 y encontramos que el número buscado es 57.

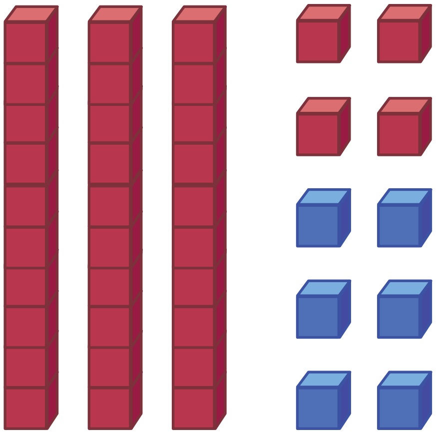
$$34 + \boxed{57} = 91$$

Respuesta: El número buscado es 57.

Estrategia de solución 2
El 34 lo podemos representar de la siguiente manera:



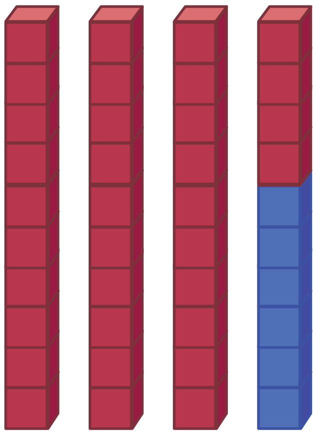
Ahora vamos a agregar bloques hasta llegar a 91, y veremos cuántos se requieren



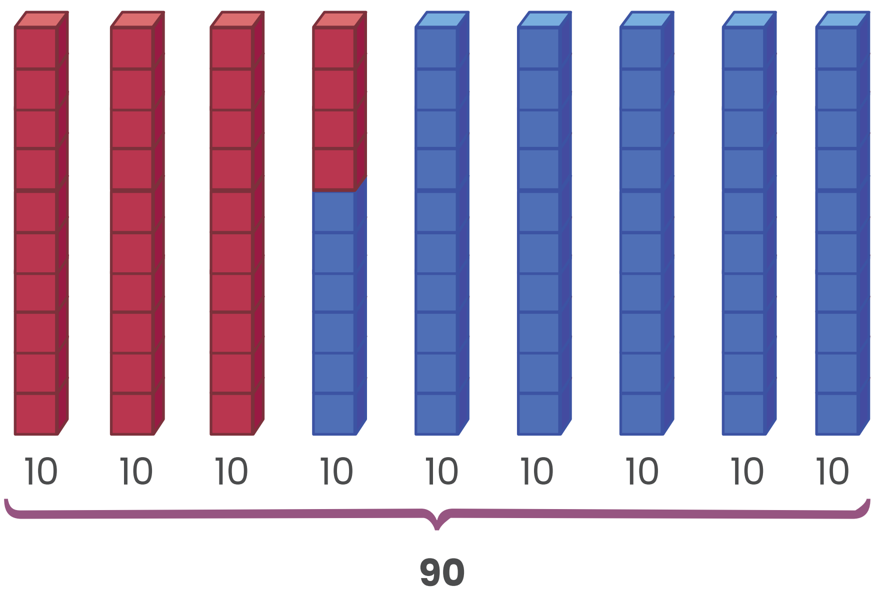
Cada grupo de 10 forma una decena, agregaremos los que faltan a estos 4 bloques, con otros de distinto color.

Con estos 6 bloques se completa la decena.

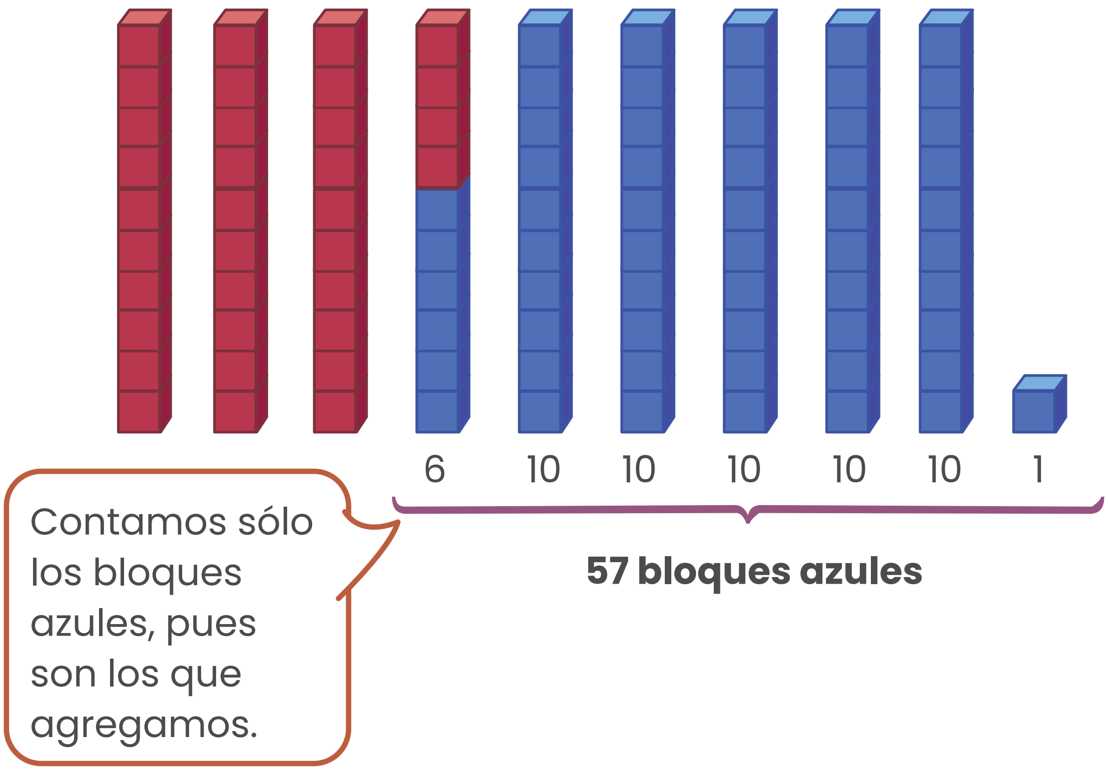
Entonces con 6 bloques más, tenemos 4 decenas, así:



Ahora, agregaremos decenas hasta llegar a tener 9 decenas, que es lo mismo que 90.



Sólo falta un bloque para llegar a 91, lo vamos a agregar y veremos cuántos bloques agregamos en total:



Así encontramos que debemos sumar 57 bloques, ese el otro número.

Respuesta: El número buscado es 57.

4. Berta, Carlos y Damaris dan características de un número que escogieron. Cada uno indicó lo siguiente:

- Berta: mi número tiene 3 unidades y 2 decenas.
- Carlos: mi número es el mayor de los que se puede escribir con solo un dígito.
- Damaris: mi número es el menor de los que se puede escribir con solo dos dígitos.

¿Cuál es el total de la suma de los números que escogieron Berta, Carlos y Damaris? (OLCOMEP, 2024a)

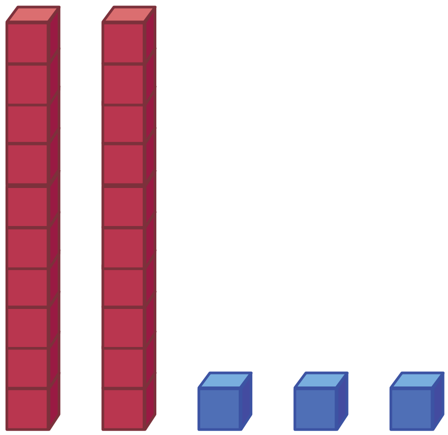
Estrategia de Solución 1
Iniciamos formando el número que indica cada persona según las características que indicaron.

- Berta: tiene 3 unidades y 2 decenas
  Formemos ese número

Decenas	Unidades
2	3

Ya encontramos que el número de Berta es el **23**.

También podemos averiguarlo utilizando la representación gráfica de dos decenas y tres unidades.



- Carlos: mi número es el mayor de los que se puede escribir con solo un dígito.

Aunque es posible resolverlo mentalmente, otra opción es escribir los diez números de un solo dígito que existen.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

El número de Carlos es el **9** porque es el mayor de los anteriores.

- Damaris: mi número es el menor de los que se puede escribir con solo dos dígitos.

Aprovechemos los números que escribimos de una cifra, utilicemos los dos números de menor valor, serían 0 y 1.

Solo tenemos dos opciones:

01 y **10**

Si un número tiene un cero al principio, ese cero quiere decir que no hay decenas.

Por ejemplo, en el número “01”, el 0 significa **cero decenas** y el 1 significa **una unidad**, o sea, es 1.

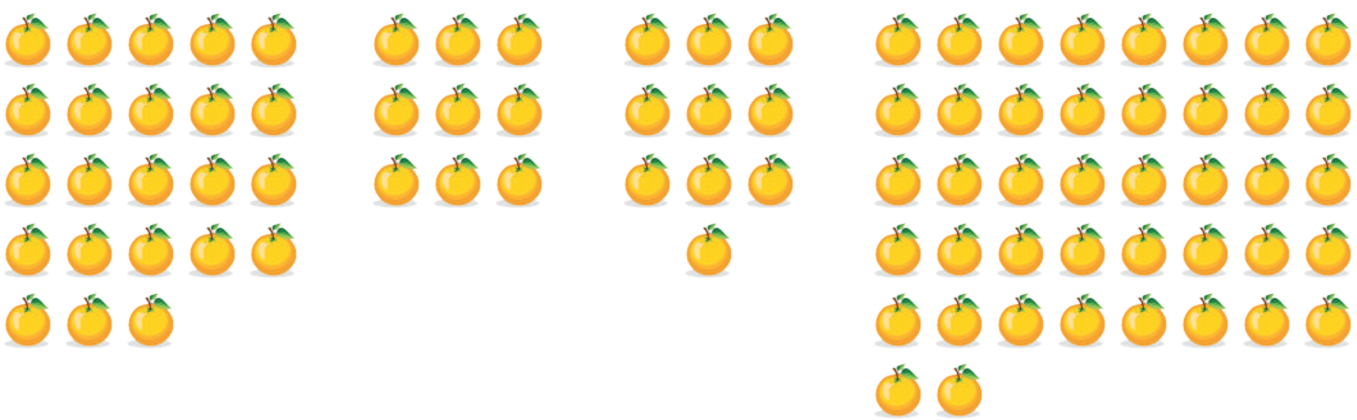
Nuestra única opción es 10.

Hasta aquí hemos encontrado que los números de Berta, Carlos y Damaris son 23, 9 y 10.

Para encontrar la suma total podemos hacer lo siguiente:

Se puede dibujar un grupo de 23 objetos, luego le añadimos 9 y por último 10. Luego contamos uno a uno cuántos tenemos al unirlos todos.

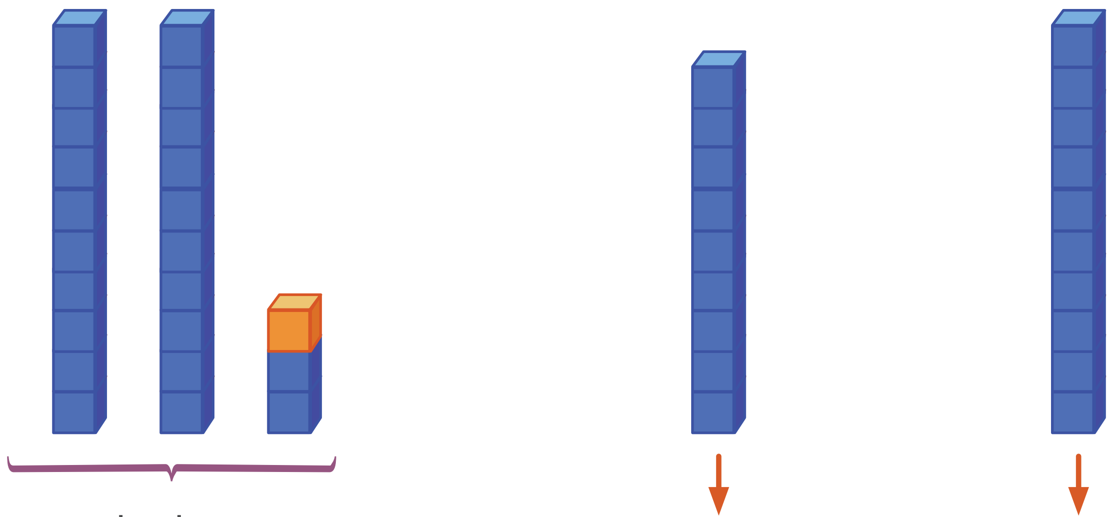
23 + 9 + 10 = 42



Respuesta: La suma de los tres números es 42.

Estrategia de Solución 2

Se pueden representar los números con decenas y unidades.

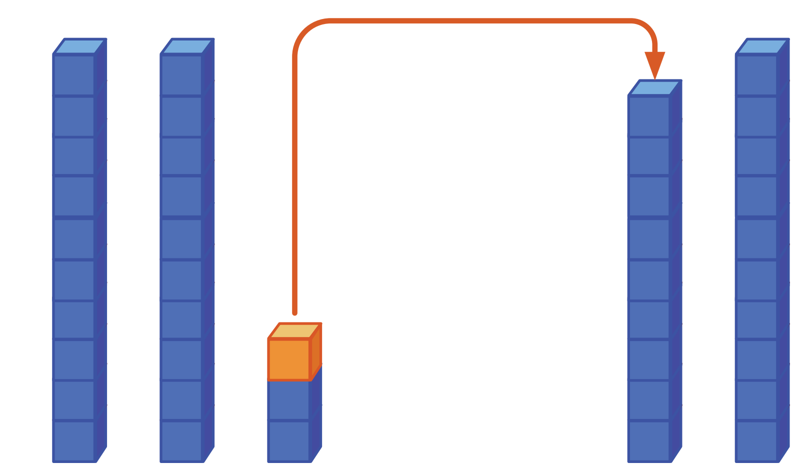


23 se puede descomponer como dos decenas y tres unidades

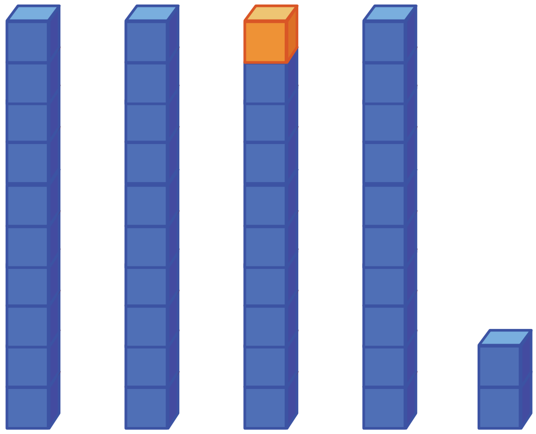
9 unidades

10 es una decena

Notemos que se tienen tres decenas y con las unidades restantes podemos formar otra decena y nos sobrarían 2 unidades. Así pueden representar los números con decenas y unidades.

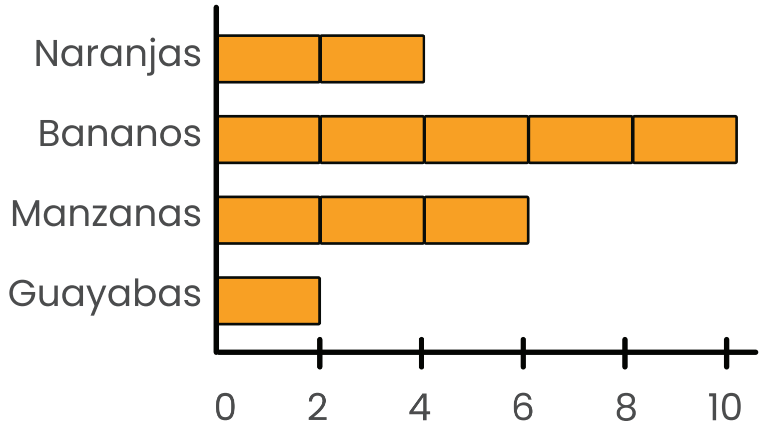


Podemos acomodar las decenas a la izquierda y las unidades a la derecha. Veamos:

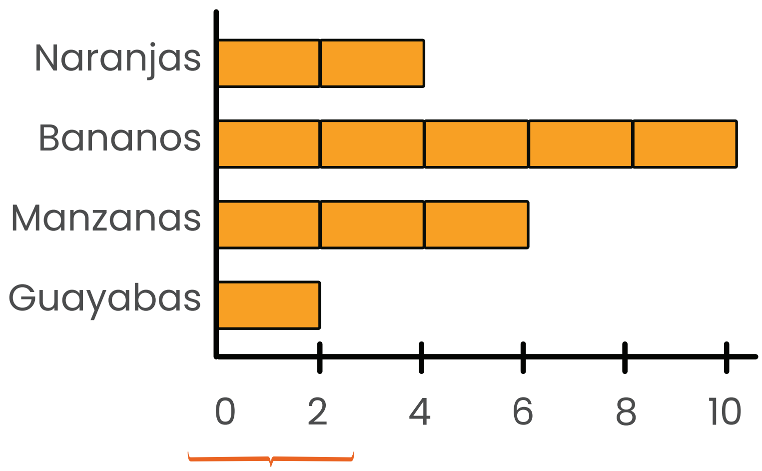


Respuesta: La suma de los tres números es 42.

5. (★★) Lulú hizo un recuento de las frutas que se encontró en la refrigeradora y lo representó en el gráfico adjunto. ¿Cuántas frutas en total encontró Lulú? (OLCOMEP, 2024a)



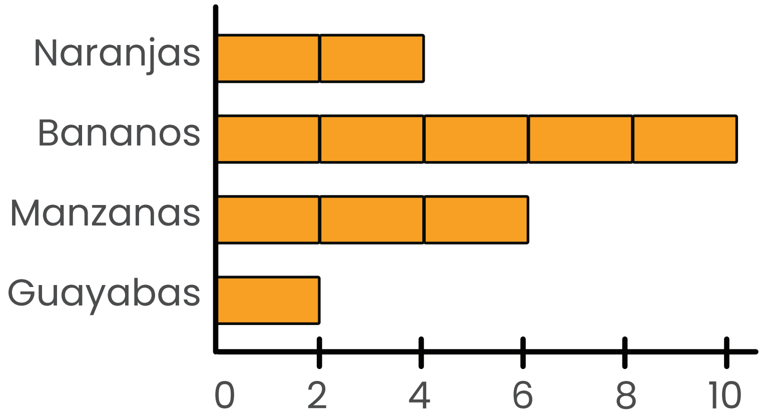
Observando la imagen y averigüemos ¿cuál es el valor de cada rectángulo?



De 0 a 2 hay dos unidades, por eso cada rectángulo equivale a dos frutas

Así, podemos:

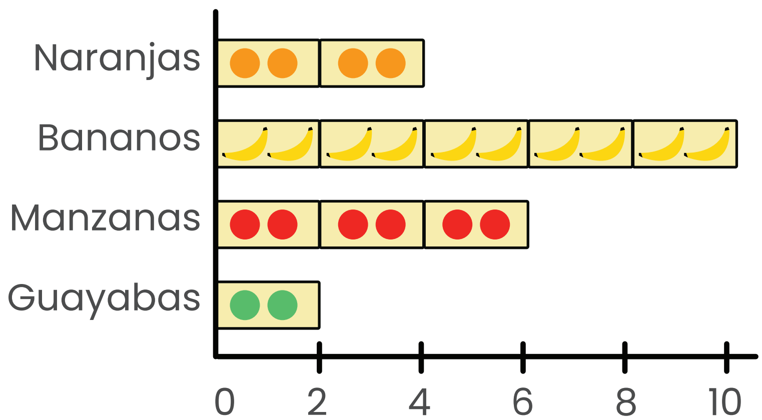
Estrategia de solución 1
Escribamos un 2 dentro de cada rectángulo y luego sumamos todos.



Así: 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 22

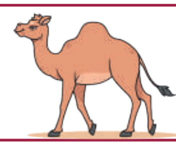
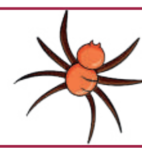
Respuesta: Lulú tiene 22 frutas en la refrigeradora.

Estrategia de solución 2
Podemos dibujar dos frutas o algún símbolo que las represente dentro de cada rectángulo y luego las contamos todas.



Respuesta: Lulú tiene 22 frutas en la refrigeradora.

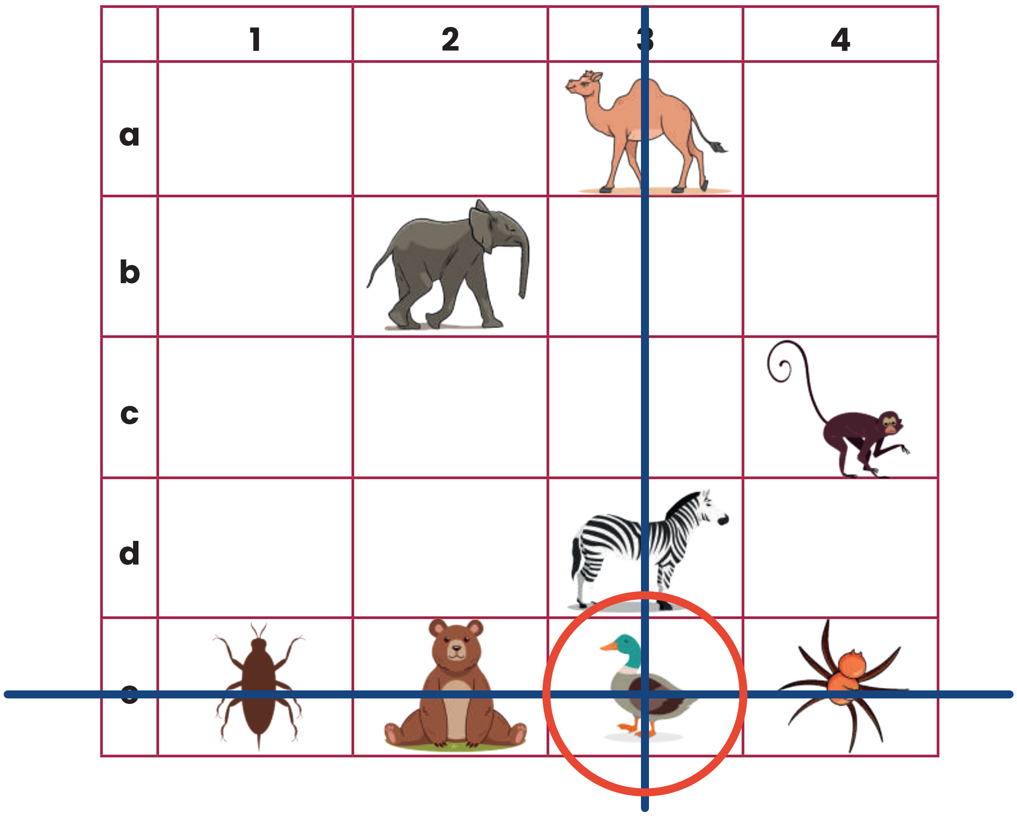
6. (★★) En el siguiente dibujo, cada animal se encuentra en una casilla. Por ejemplo, el elefante se encuentra en la casilla b2. Si usted selecciona el camello y el animal que se encuentran en la casilla e3 ¿Cuántas patas tiene en total? (OLCOMEP, 2024a)

	1	2	3	4
a				
b				
c				
d				
e				

Estrategia de solución

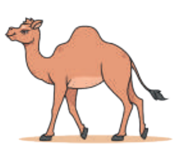
En el texto hay una frase clave: "el elefante se encuentra en la casilla b2". Esta frase nos da una pista para ubicar otras casillas. Primero leemos la letra, que nos dice en qué fila está la casilla. Las filas van de arriba hacia abajo, en forma horizontal, como los renglones de un cuaderno. Luego leemos el número, que nos dice en qué columna está. Las columnas van de izquierda a derecha, en forma vertical.

Para ubicar la casilla b2, podemos ayudarnos trazando una línea horizontal en la fila b y una línea vertical en la columna 2. Las dos líneas se deben cruzarse justo en la casilla b2.



El pato es el animal buscado. Ahora bien, nos solicitan la cantidad de patas que tenemos uniendo las del pato con las del camello. Se puede observar la figura e identificar que el camello tiene 4 y el pato 2, consiguiendo en total 6 patas.

Veámoslo gráficamente.



4 patas + 2 patas = 6 patas

Respuesta: se tienen en total 6 patas entre el camello y el pato que está en la casilla e3.

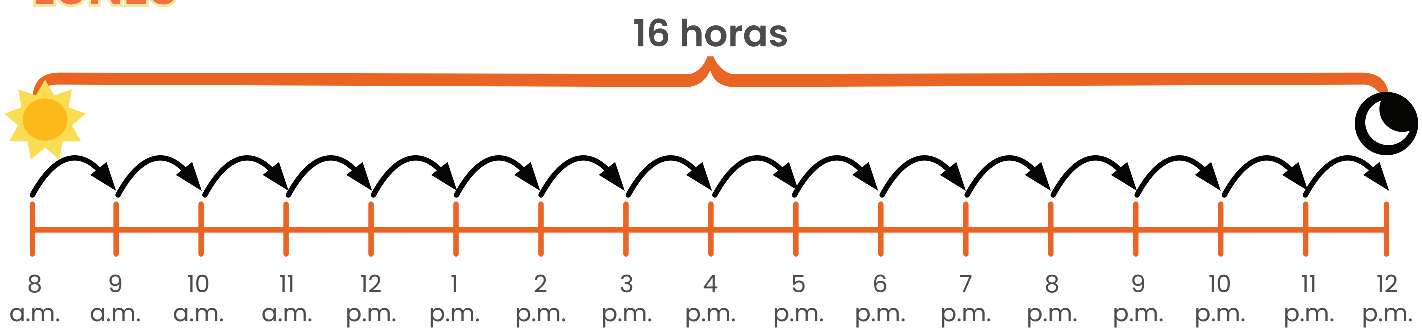
7. (★) Shirley y Dayana iban de viaje. Shirley salió el lunes a las 8:00 a.m. y Dayana salió el martes a las 1:00 p.m. ¿Cuántas horas de diferencia pasaron entre la salida de Shirley y la salida de Dayana? (OLCOMEP, 2024a)

Shirley salió el lunes a las 8:00 a.m.	Dayana salió el martes a la 1:00 p.m.

Debemos calcular cuántas horas pasan iniciando lunes a las 8 a.m. y hasta martes a la 1p.m.

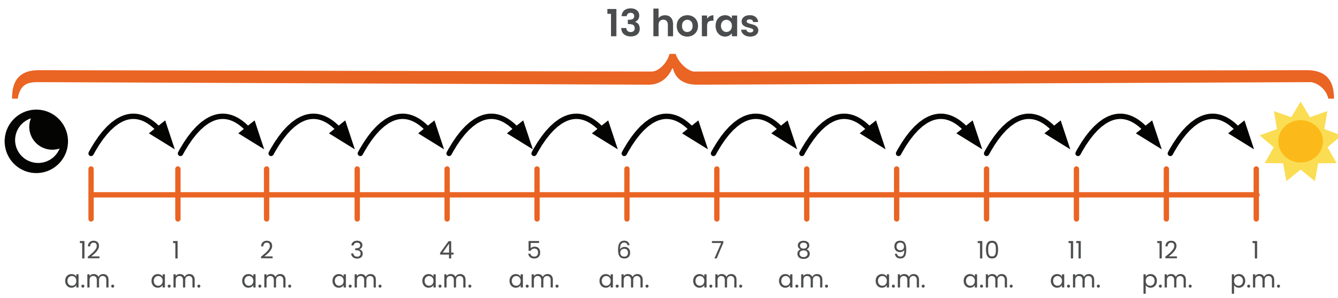
Representemos las horas que pasan desde lunes a las 8 a.m. hasta que finalice el lunes, es decir desde lunes a las 8 a.m. hasta lunes a las 12 a.m

LUNES



Luego, las horas que pasan desde el inicio del martes hasta la 1 p.m. Es decir, de las 12 a.m. del martes hasta la 1 p.m. del mismo día.

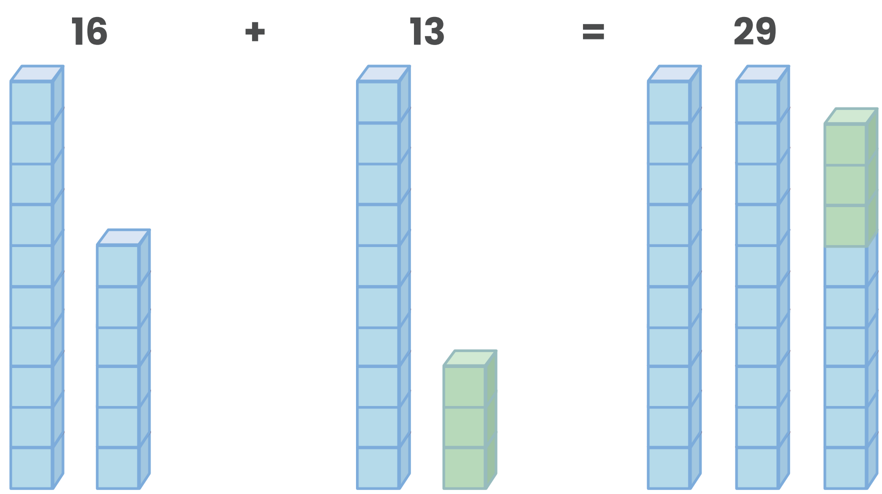
MARTES



Sumamos todas las horas que pasaron, podemos hacerlo de tres formas diferentes:

Forma 1: Contando de 1 en 1 y obtenemos 29

Forma 2: Contando a partir de 16, 13 veces de uno en uno, llegamos al número 29.



Respuesta: Dayana salió 29 horas después que Shirley.

8. (★★★) En una competencia de autos hay 10 participantes. Al finalizar la competencia sucedió lo siguiente:

- Andrés quedó una posición mejor que Mónica
- Tobías quedó dos posiciones atrás que Carol
- Mónica quedó cuatro posiciones mejor que Tobías.
- Carol quedó de sexto lugar.

¿En qué posición quedó Andrés en la competencia? (OLCOMEP, 2024a)

Estrategia de solución

A continuación, las personas participantes:

Andrés

Mónica

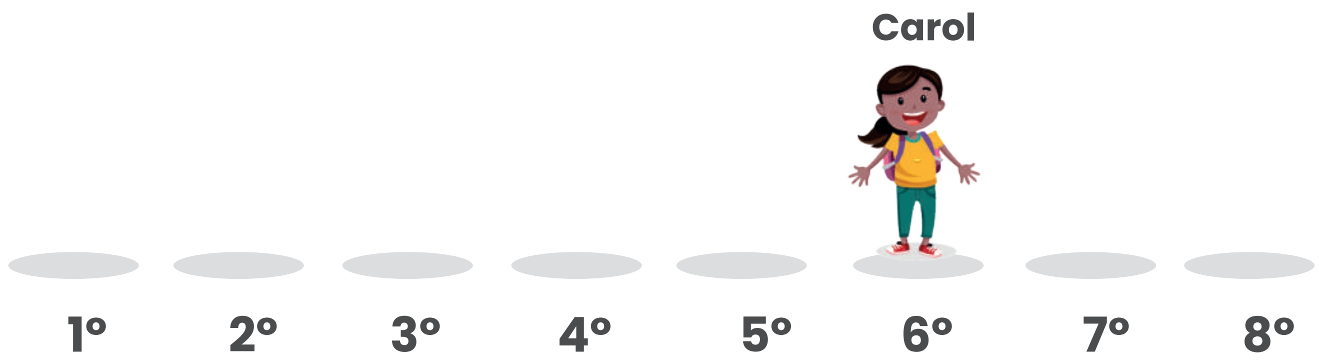
Tobías

Carol

Los números ordinales indican posiciones como por ejemplo: primero, segundo, tercero, cuarto, quinto, sexto, entre otros y se distinguen por un símbolo redondo ° que se coloca arriba y a la par del número.

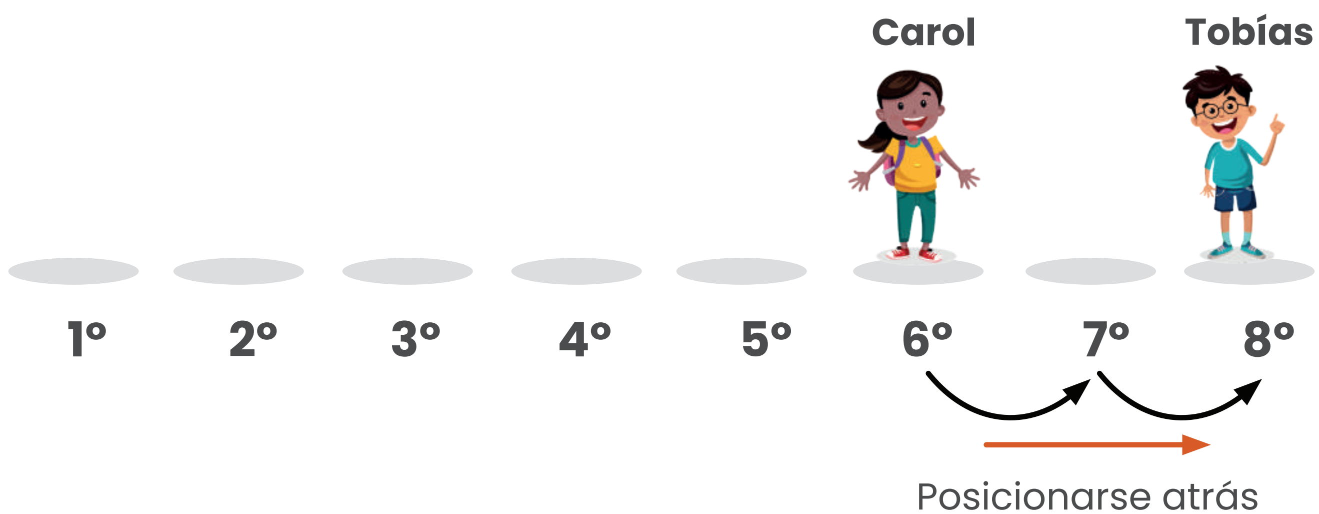
En el texto dice que Carol quedó de sexto lugar.

Esa información nos dice justo en qué lugar quedó. Entonces, podemos colocar a Carol en el número 6 en la fila de posiciones, así:



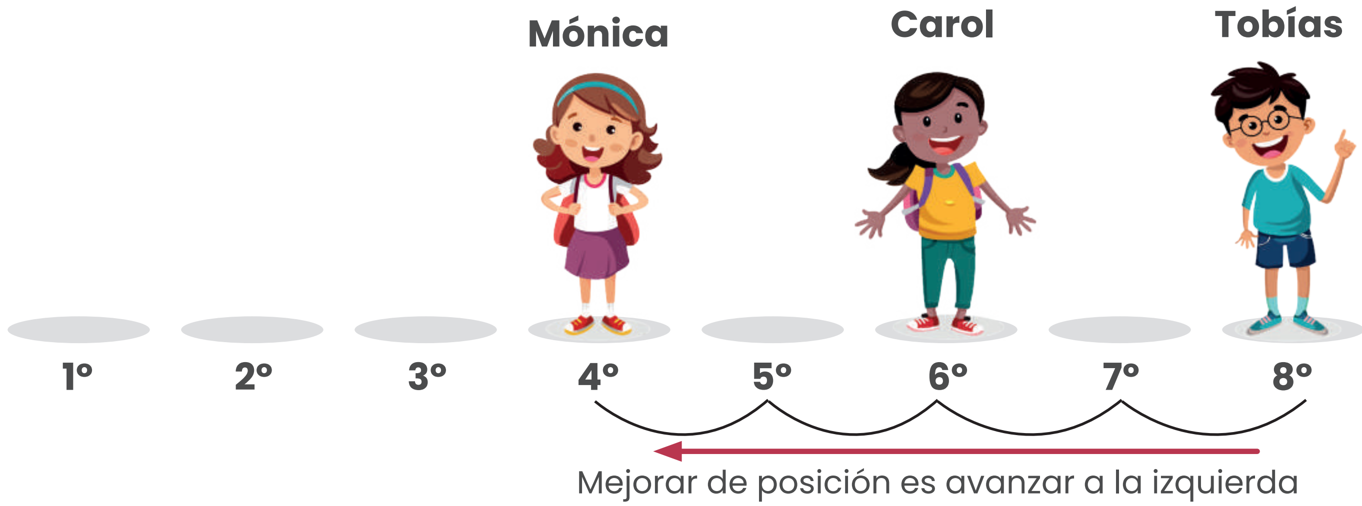
Ahora seleccionamos la afirmación que hace referencia a otro niño con Carol.

- Tobías quedó dos posiciones atrás que Carol. Notemos que atrás, es alejarse más de la primera posición. Por tanto, Tobías quedó en la número 8.



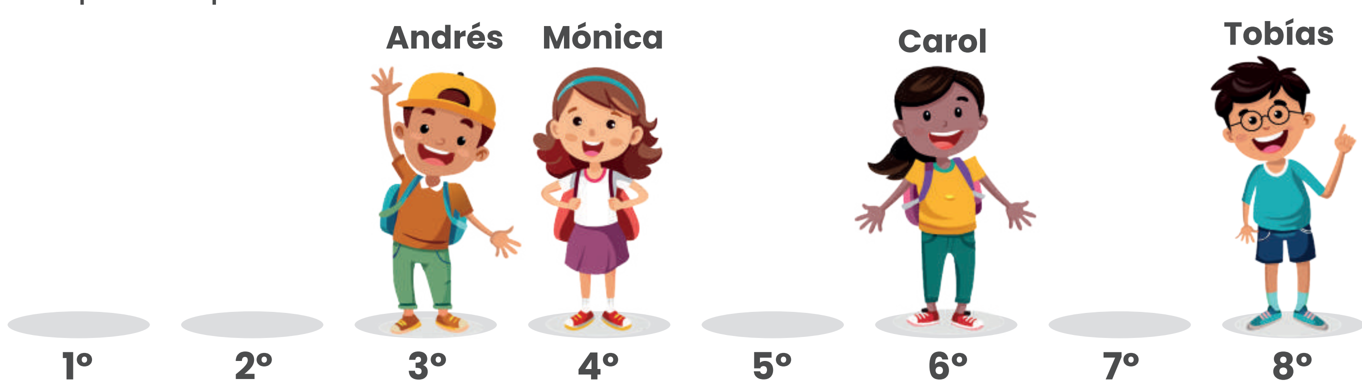
Sabemos que:

- Mónica quedó cuatro posiciones mejor que Tobías. En este caso, “mejor” significa acercase más a la primera posición.



Por último, analizamos la afirmación relacionada con la posición de otro niño según la de Mónica.

- Andrés quedó una posición mejor que Mónica. Como se indicó anteriormente, mejorar de posición es acercarse más a la primera, por lo que Andrés se ubica en la tercera.



Así, hemos encontrado que Andrés quedó en la tercera posición.

Respuesta: Andrés quedó en la tercera posición.

9. (★) ¿Cuál es la cantidad de monedas de ₡10 que se necesitan para tener la misma cantidad total de dinero que se representa en la siguiente figura? (OLCOMEP, 2024a)

Estrategia de solución 1

Tenemos monedas de: ₡25 y de ₡5

Una moneda de ₡25 tiene el mismo valor que dos de ₡10 y una de ₡5

Veamos el por qué. Vamos a usar fichas para representar monedas. Cada ficha ◆ vale ₡ 1.

◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆ → Este grupo representa una moneda de ₡10
◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆ → Otro grupo de ₡10
◆◆◆◆◆ → Este grupo representa una moneda de ₡5

Si contamos todas las fichas, tenemos un total de 25, es decir, ₡25.

Podemos escribir la cantidad inicial cambiando cada moneda de 25 por dos monedas de ₡10 y una ₡5 que ya sabemos tienen el mismo valor.

Notemos que tenemos **6** monedas de ₡ 10 y cuatro monedas de ₡ 5.
Dos monedas de ₡5 tienen el mismo valor que una de ₡ 10

Pues
❖❖❖❖❖ → Este grupo representa una moneda de ₡ 5
❖❖❖❖❖ → Este grupo representa una moneda de ₡ 5
Juntamos los dos grupos

Ahora tenemos 10 fichas en total. Eso es como una moneda de ₡10.
Por lo que podemos cambiar las cuatro monedas de ₡ 5 por dos de ₡ 10.
Veamos

Así, unimos las 6 monedas de ₡10 anteriores con estas dos y obtenemos:

8

Por tanto:

Respuesta: se necesitan 8 monedas de ₡10 para tener la misma cantidad de dinero de la figura dada.

Estrategia de solución 2

Según el problema tenemos:

Tenemos que:

 = 

 +  = ₡75

₡75 +  = ₡80

Así, podemos decir que la siguiente expresión es verdadera.

 = 80

Ahora, repartimos 80 en grupos de 10, para saber cuántas monedas de ₡ 10 equivalen a 80

$$\overbrace{\text{}}^{₡80}$$

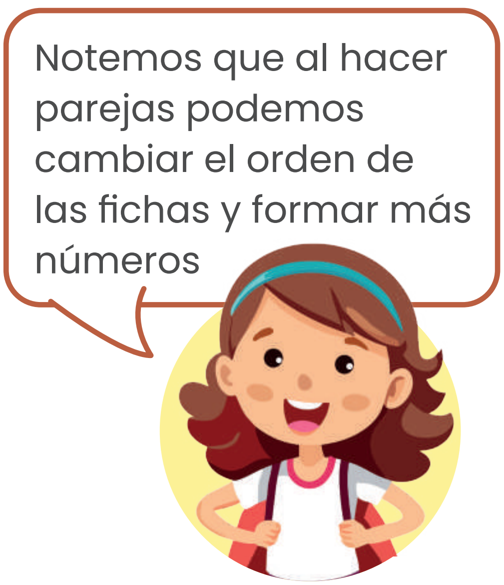
Respuesta: se necesitan 8 monedas de ₡ 10 para tener la misma cantidad de dinero de la figura dada.

10. (★★) Andrea forma números usando dos fichas de las cinco fichas que se muestran en la figura adjunta. ¿Cuál es la mayor cantidad de números, mayores que 35 y menores que 71, que puede formar Andrea? (OLCOMEP, 2024a)

4 2 0 7 3

Estrategia de solución

Es necesario hacer todas las parejas posibles, para esto recomendamos tomar una ficha y juntarla con las que quedan.



Iniciaremos con la ficha que contiene el 4.

4 2   2 4

4 0   0 4

4 7   7 4

4 3   3 4

En este caso, obtuvimos 8 números diferentes.

Ahora hagámoslo empezando con la ficha que contiene el 2 y lo juntamos con cada una de las que va quedando. En este momento, tenemos dos opciones:

1) Formamos todos las parejas sin tomar en cuenta las que ya obtuvimos anteriormente o

2) Solo escribimos las que forman un número diferente al obtenido anteriormente. Veamos:

~~2 4~~   ~~4 2~~

2 0   0 2   2 3

2 7   7 2   3 2

Tachamos 24 y 42 porque ya los habíamos formado cuando usamos la ficha con el 4.

En este caso, obtuvimos 6 números no repetidos.
Continuemos iniciando con el 0.

~~0 2~~   ~~2 0~~

~~0 4~~   ~~4 0~~

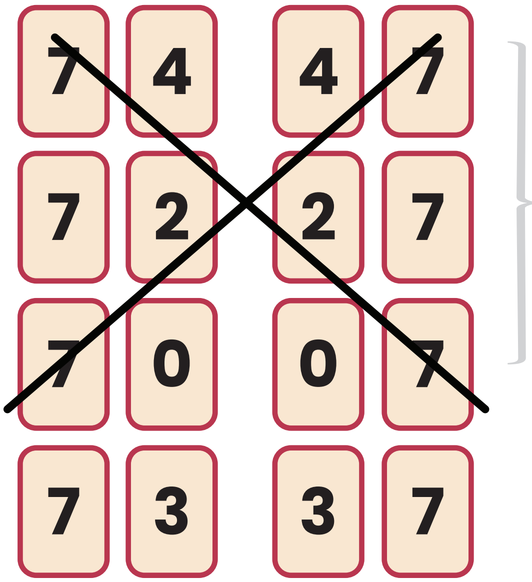
0 7   7 0

0 3   3 0

Tachamos 02, 04, 20 y 40 porque ya los habíamos formado cuando usamos las fichas con el 4 y el 2.

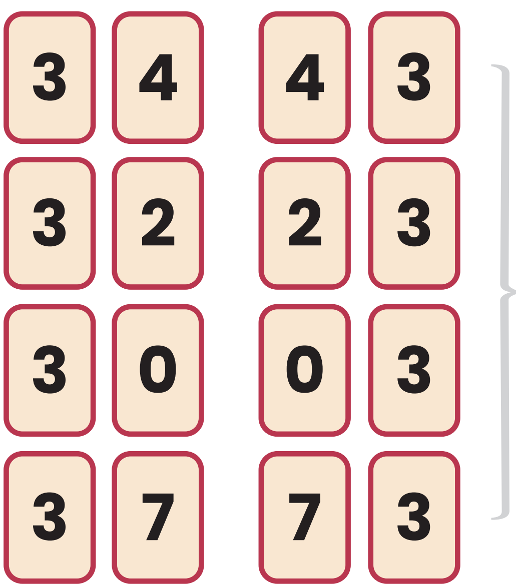
En este caso, obtuvimos 4 números no repetidos.

Seguimos con la ficha que contiene el 7.



Tachamos 74, 47, 72, 27, 70 y 07, porque ya los habíamos formado cuando usamos las fichas con 4, 2 y 0.

Así, obtuvimos 2 números no repetidos.
Ahora vamos con la ficha que contiene el 3.



Tachamos 34, 43, 32, 23, 30, 03, 37 y 73, porque ya los habíamos formado cuando usamos las fichas con 4, 2, 0 y 7.

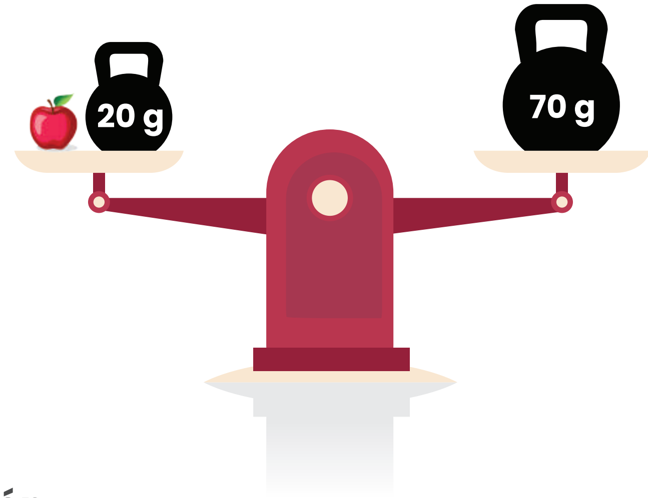
Logramos formar 20 números diferentes, pero debemos seleccionar solo los que son mayores que 35 y menores que 71.

42	24	20	02
40	04	27	72
47	74	23	07
43	34	32	03
70	73	37	30

De esta manera, obtenemos que la mayor cantidad de números diferentes que se pueden formar con dos fichas y que sean mayores que 35 y menores que 71 son 6.

Respuesta: 6 es la mayor cantidad de números diferentes entre 35 y 71.

11. (★★) De acuerdo con la balanza presente en la figura adjunta. ¿Cuál es el peso, en gramos, de la manzana? (OLCOMEP, 2024a)



Estrategia de solución

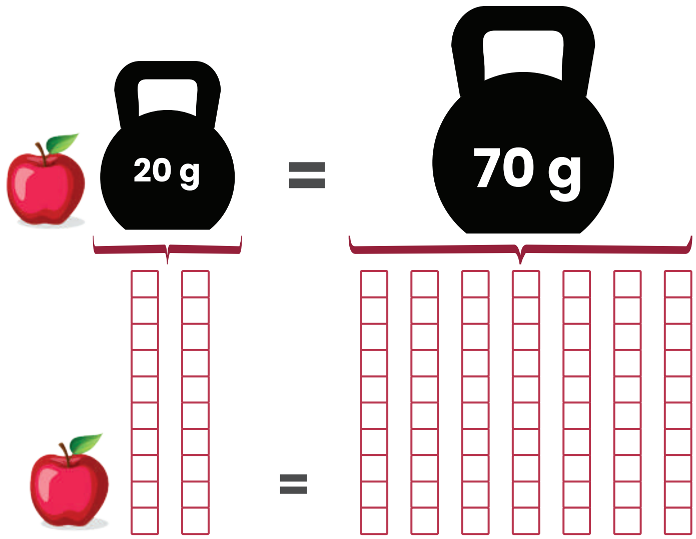
Empecemos por identificar lo que se observa en la imagen

Como la balanza está equilibrada, significa que el peso de los objetos en ambos lados es el mismo. Por lo tanto, podemos representar esta situación con una igualdad. Se interpreta que una manzana más un objeto de 20 gramos pesa lo mismo que un objeto de 70 gramos.

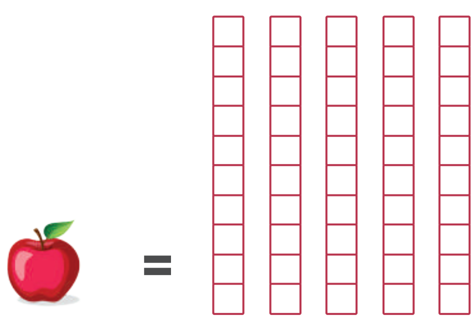
¿Cómo averiguamos cuánto pesa la manzana? Hay varias formas, veremos dos:

Opción 1

Podemos hacer uso de los bloques multibases para representar el peso de los objetos, como se muestra a continuación:



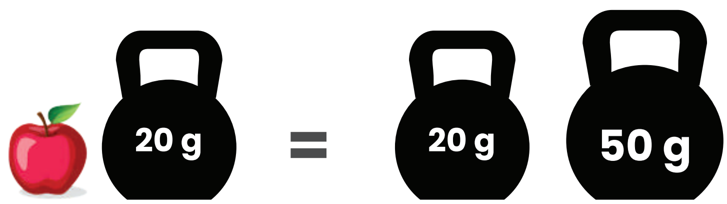
Podemos eliminar dos decenas del lado izquierdo y dos decenas del lado derecho, ya que al quitar la misma cantidad (20 gramos) en ambos lados, la balanza permanece equilibrada. Veamos cómo quedaría:



Con esto ya encontramos el peso de la manzana, equivale a cinco decenas, es decir, 50 gramos.

Opción 2

Podemos descomponer los 70 gramos del objeto de la derecha en dos partes: uno que pese 20 gramos y otra que pese 50 gramos. Así:



Como en ambos lados de la balanza hay un objeto de 20 gramos, podemos quitarlo sin afectar el equilibrio. Por lo tanto, la manzana debe pesar lo mismo que el objeto que queda, es decir, 50 gramos.

Respuesta: la manzana pesa 50 gramos.

12. (★) En los pasados juegos panamericanos participaron cinco atletas en la competencia de 400 metros con vallas femenino, se registraron los tiempos, que se muestran en la imagen.

¿Cuál de las deportistas quedó en el tercer lugar? (OLCOMEP, 2024b)

Isabel	Evelyn	Daniela	Virginia	Camila
00:63	00:58	00:59	00:60	00:62

Estrategia de Solución
Recordemos que un reloj digital muestra la hora usando números en una pantalla, en lugar de manecillas como los relojes analógicos. Los dos primeros números indican la hora. Después de los dos puntos, los dos números siguientes indican los minutos.

Por ejemplo, si ves en el reloj:

07:30

Eso significa que son 7 horas y 30 minutos.

Notemos que todos los datos están en segundos, lo que nos permite compararlos directamente y ordenarlos de menor a mayor.

Iniciamos con el valor más pequeño y terminamos con el valor más grande, como se muestra a continuación:

Evelyn	Daniela	Virginia	Camila	Isabel
00:58	00:59	00:60	00:62	00:63
				

En una competencia de atletismo, la persona que dura menos es la que gana, es decir, obtiene el primer lugar, el que le sigue con menor tiempo el segundo lugar y así sucesivamente.

Coloquemos los números ordinales debajo de cada participante, según la posición obtenida.

Evelyn	Daniela	Virginia	Camila	Isabel
00:58	00:59	00:60	00:62	00:63
				
1º Primer lugar	2º Segundo lugar	3º Tercer lugar	4º Cuarto lugar	5º Quinto lugar

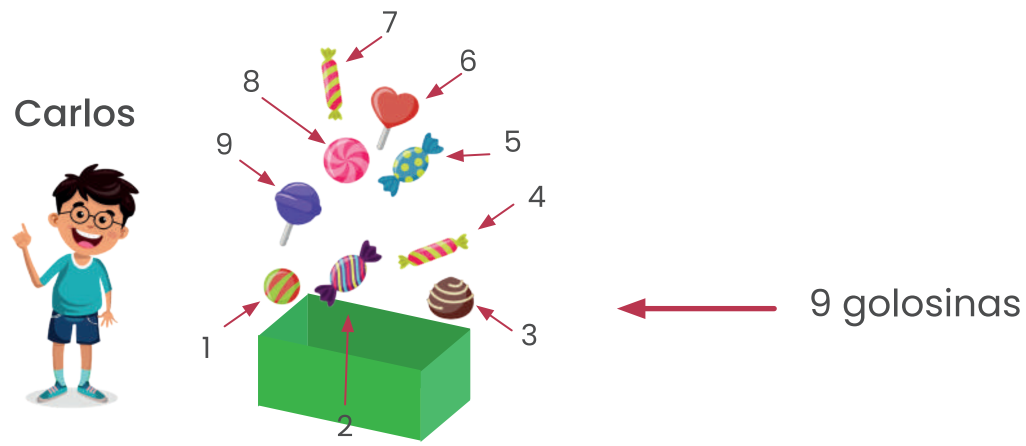
Respuesta: Virginia fue la que quedó en tercer lugar.

13. (★★★) Beto, Ana y Carlos asisten a una fiesta de cumpleaños y al reventar la piñata, cada uno tiene las golosinas que se muestran en la imagen.

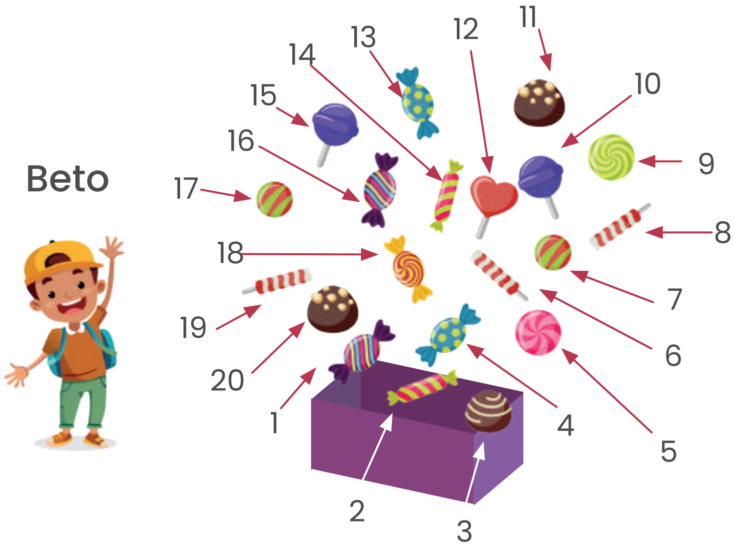
¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

a. Carlos tiene la mitad de las golosinas que Beto.
b. Ana tiene la misma cantidad de golosinas que Carlos
c. Beto tiene dos golosinas más que el doble de Carlos
d. Ana y Carlos juntos tienen la misma cantidad de golosinas que Beto. (OLCOMEP, 2024b)

Estrategia de solución
Empecemos contando las golosinas de cada niño.

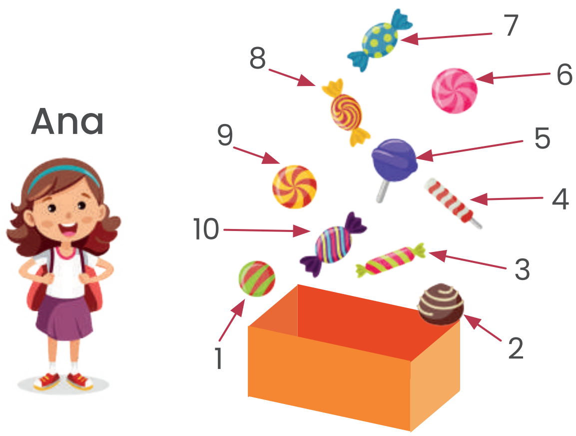


Beto



20 golosinas

Ana



10 golosinas

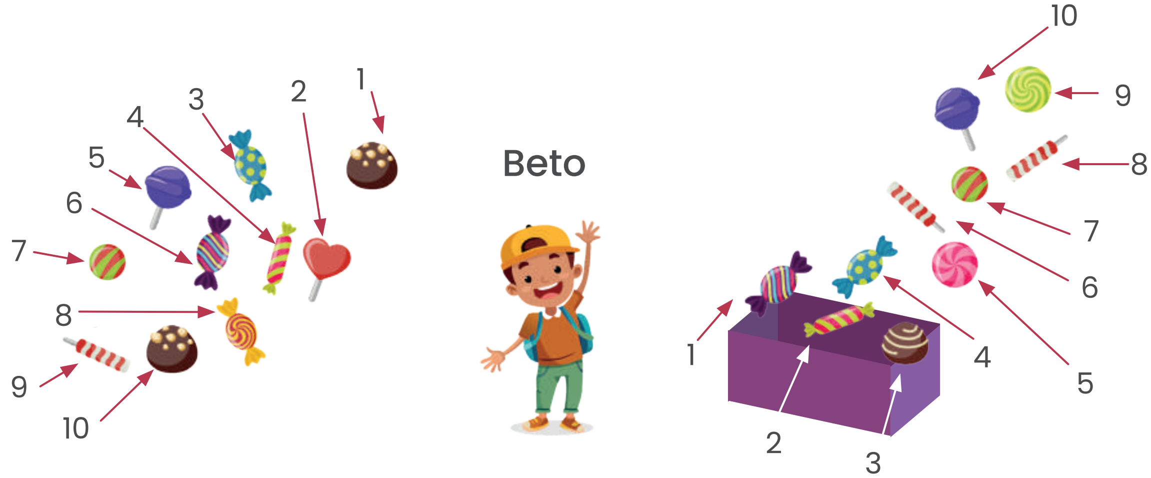
Ahora sabemos que:

Carlos tiene 9 golosinas
Beto tiene 20 golosinas
Ana tiene 10 golosinas

Con estos datos, vamos a revisar una a una las afirmaciones del problema.

a. Carlos tiene la mitad de las golosinas que Beto.

Contando obtuvimos que Carlos tiene 9 golosinas y Beto 20 golosinas. La mitad de las de Beto se obtendrían dividiéndolas en dos grupos con igual cantidad, veamos:



Las golosinas de Beto quedaron divididas en dos grupos con 10 golosinas cada una, por lo que la mitad de 20 es 10

Carlos tiene 9 golosinas y 9 no es la mitad de 20. La primera afirmación es FALSA.

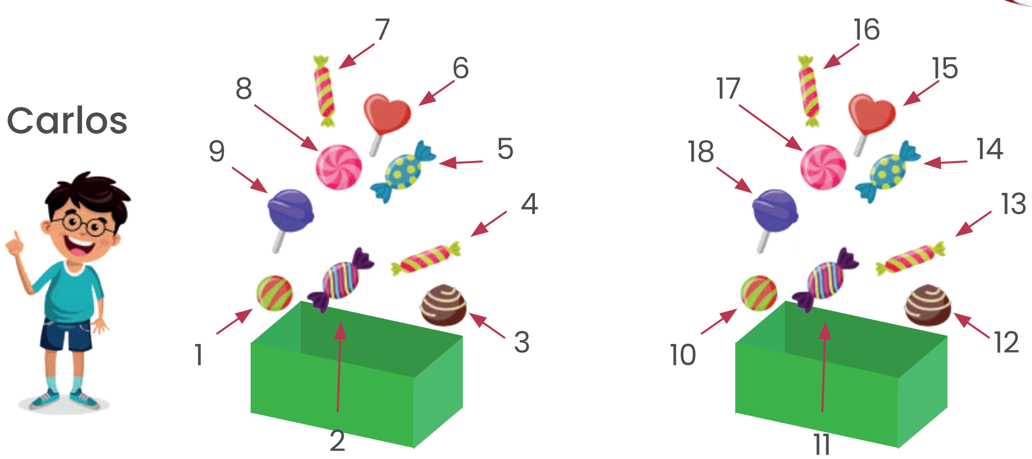
b. Ana tiene la misma cantidad de golosinas que Carlos

Contando encontramos que Ana tiene 10 golosinas y Carlos tiene 9 golosinas. Sabemos que 9 no es igual que 10. La afirmación B es FALSA.

c. Beto tiene dos golosinas más que el doble de Carlos

Ya sabemos que Beto tiene 20 golosinas, necesitamos averiguar cuántas golosinas son “el doble de Carlos”.

Recordemos que el doble significa tener dos veces la misma cantidad, es decir, si Carlos tiene 9 hay que formar otro grupo de 9 y luego contar ambos para saber cuánto es el doble.



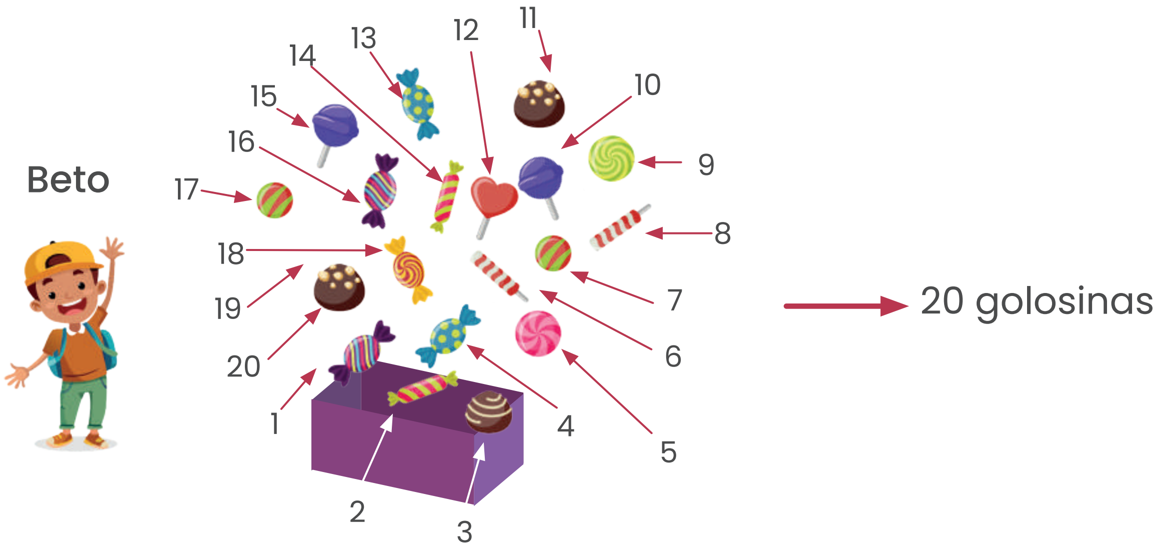
Así, obtenemos que el doble de Carlos son 18 golosinas.

Ahora comparamos las 20 golosinas de Beto con las 18 que equivalen al doble de Carlos.

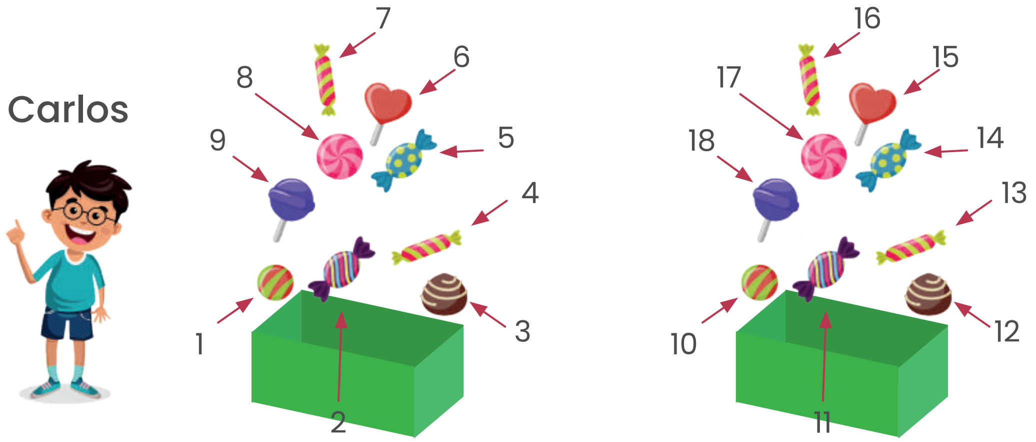
Así, obtenemos que el doble de Carlos son 18 golosinas.

Ahora comparamos las 20 golosinas de Beto con las 18 que equivalen al doble de Carlos.

20 golosinas de Beto



18 golosinas son el doble de Carlos



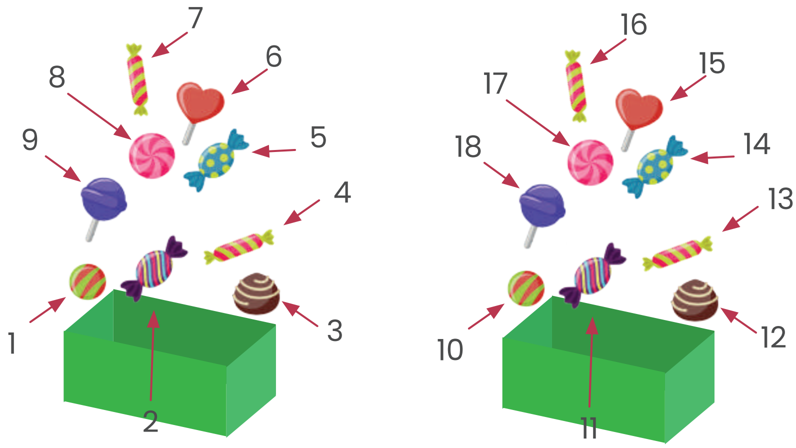
Beto tiene dos golosinas más que el doble de Carlos, ya que, si le quitamos 2 golosinas, le quedarían 18.

La afirmación C es Verdadera.

Para concluir el análisis del problema, revisaremos si la afirmación D es falsa.

d. Ana y Carlos juntos tienen la misma cantidad de golosinas que Beto.

Unamos las golosinas que tiene Ana y las que tiene Carlos en un solo grupo.



Contando encontramos que Beto tiene 20 golosinas y si sumamos las golosinas de Ana y Carlos dan 19 golosinas.

Sabemos que 19 no es igual que 20. La afirmación D también es FALSA.

Respuesta: la C es la afirmación verdadera.

Carlos

+

Ana

= **19 golosinas**

Contando encontramos que Beto tiene 20 golosinas y si sumamos las golosinas de Ana y Carlos dan 19 golosinas.

Sabemos que 19 no es igual que 20. La afirmación D también es FALSA.

Respuesta: la C es la afirmación verdadera.

14. (★★) ¿Cuántos números existen entre 30 y 50, que cumplen que "el dígito de las unidades supera en cuatro al dígito de las decenas"? (OLCOMEP, 2024b)

Estrategia de solución 1
Iniciamos escribiendo todos los números que existen entre 30 y 50:

31	**36**	**41**	**46**
32	**37**	**42**	**47**
33	**38**	**43**	**48**
34	**39**	**44**	**49**
35	**40**	**45**	

Como el enunciado dice entre 30 y 50, estos números de los extremos (primero y último) no se toman en cuenta.

A partir de aquí, mostraremos dos estrategias para obtener la solución:
Estrategia de solución 1

Representamos cada número con barras para las decenas y cubos para las unidades.

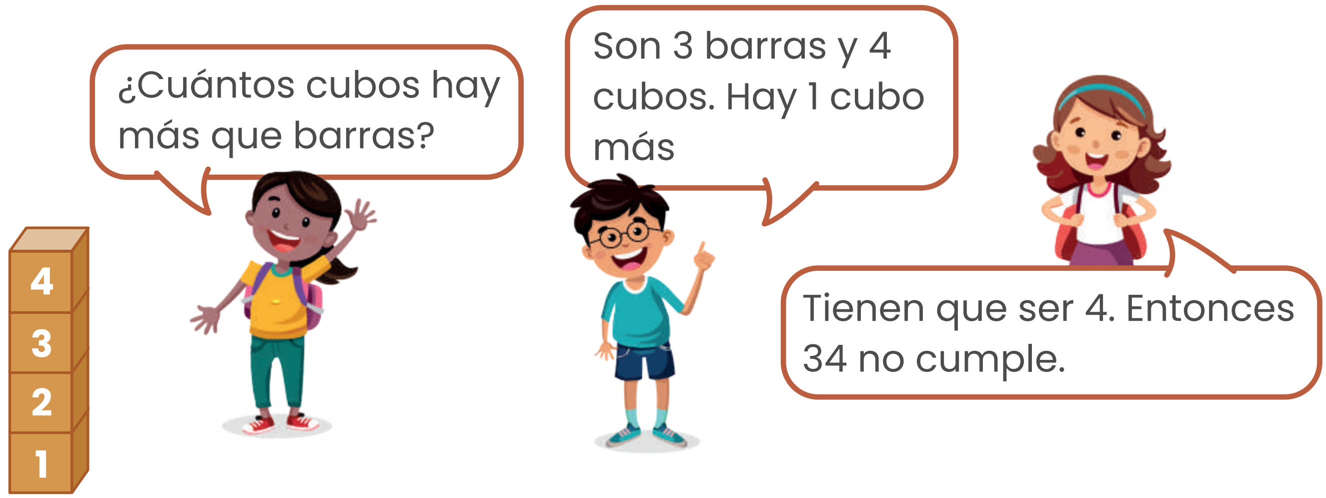
31

El dígito de las unidades no es mayor que el de las decenas. No cumple.

El dígito de las unidades no es mayor que el de las decenas. No cumple.

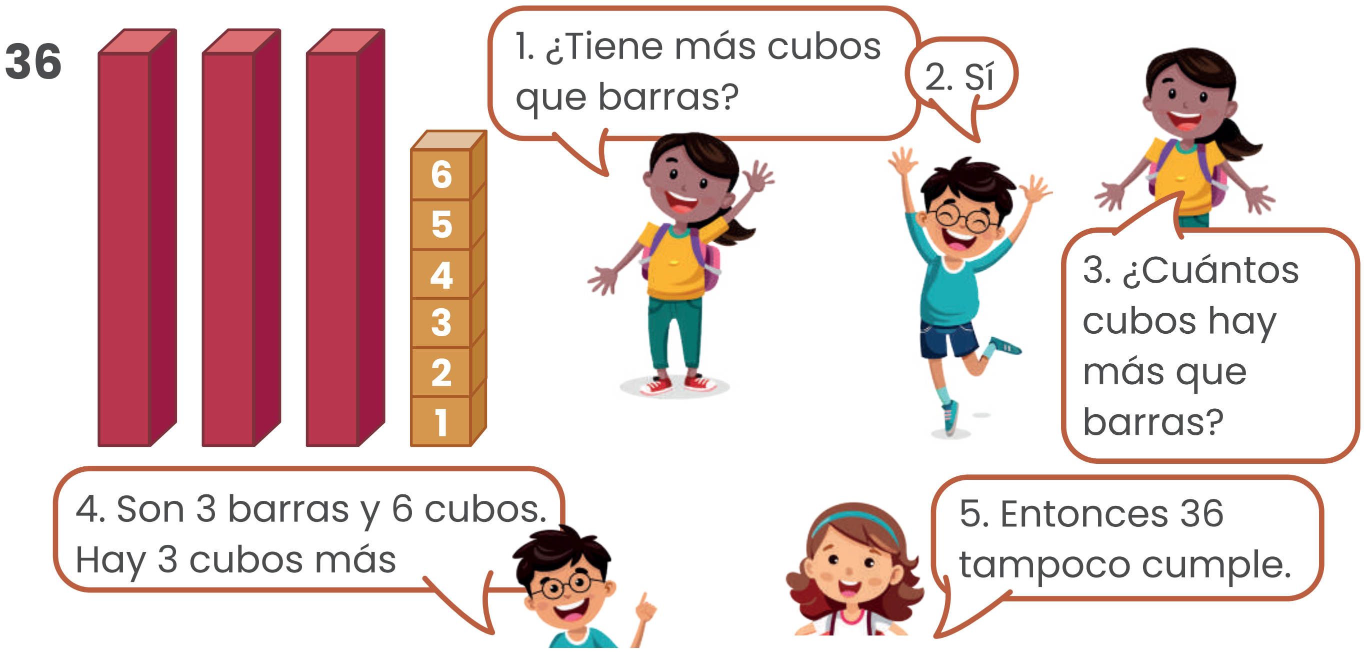
Lo mismo sucede con el 33. Veamos qué pasa con 34.

Cuando la respuesta es Sí, también hay que preguntarse ¿Cuántos cubos hay más que barras?



Representemos 35.

Representemos 36.



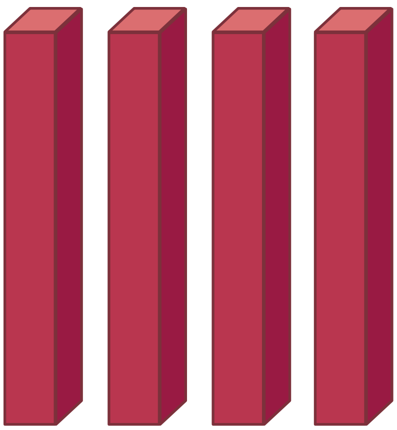
Representemos 37.

El 37 es uno de los números buscados

Si representemos 38, hay 5 cubos más que barras. No cumple.
Si representamos 39, hay 6 cubos más que barras. No cumple.

Representemos el 40.

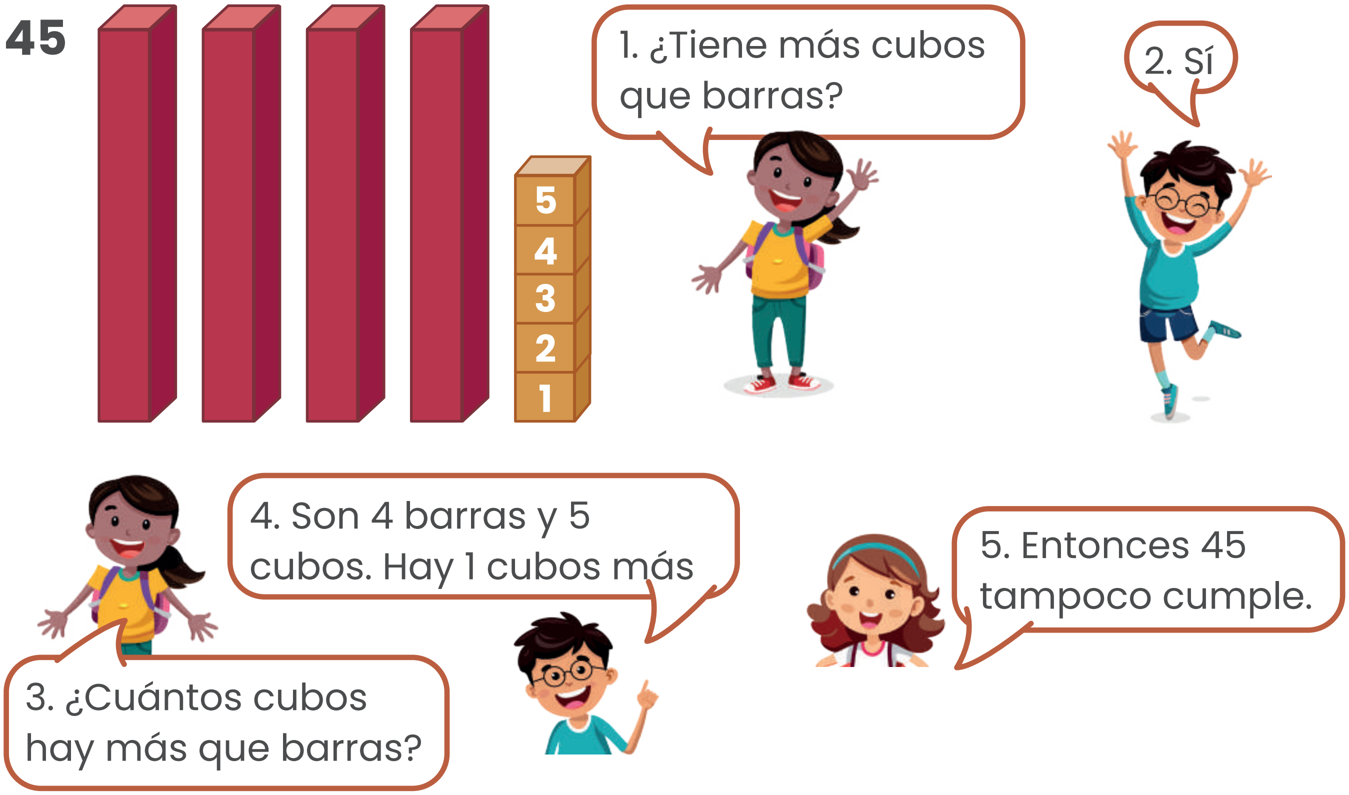
40



El dígito de las unidades no es mayor que el de las decenas. No cumple.

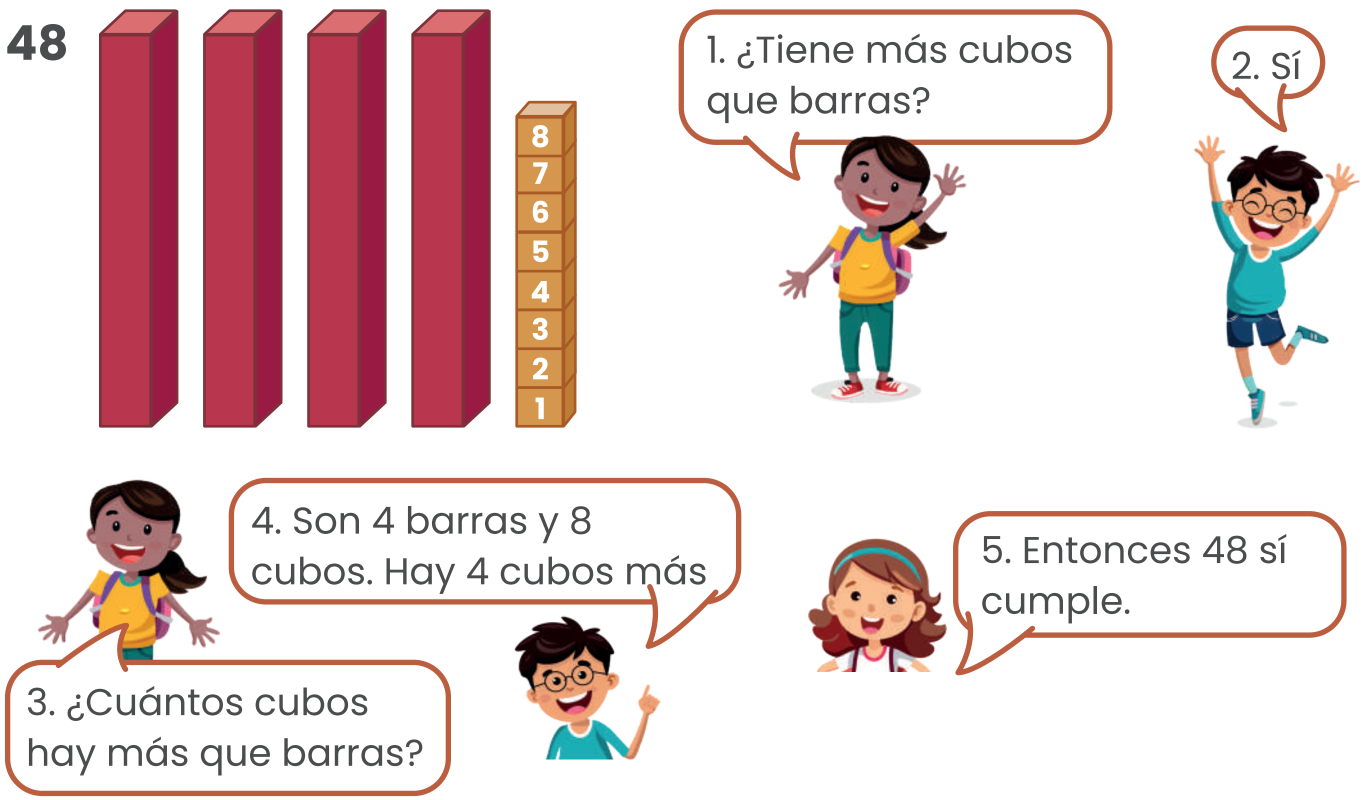
Si representamos 41, 42, 43 y 44, notamos que no hay más cubos que barras, es decir, no cumplen.

Representemos 45.



Si representamos 46, hay 2 cubos más que barras. No cumple.
Si representamos 47, hay 3 cubos más que barras. No cumple.

Representemos 48.



El 48 es uno de los números buscados

Si representamos 49, hay 5 cubos más que barras. No cumple.
37 y 48 son los números encontrados que cumplen que el dígito de las unidades supera en cuatro al dígito de las decenas.

Respuesta: dos números.

Estrategia de solución 2
Podemos utilizar las habilidades visuales y el cálculo mental para identificar en la lista si el dígito de las unidades supera en cuatro el dígito de las decenas, e ir eliminándolos. Recordemos la lista:

31	**36**	**41**	**46**
32	**37**	**42**	**47**
33	**38**	**43**	**48**
34	**39**	**44**	**49**
35	**40**	**45**	

Por ejemplo, analizamos el 31.

decenas **unidades**

31

El 1 no es mayor que el 3, por tanto, el dígito de las unidades no supera en cuatro al dígito de las decenas. Lo tachamos con una X.

Igual sucede con: 32, 33, 40, 41, 42, 43, 44. Podemos tachar esos números

~~**31**~~	**36**	~~**41**~~	**46**
~~**32**~~	**37**	~~**42**~~	**47**
~~**33**~~	**38**	~~**43**~~	**48**
34	**39**	~~**44**~~	**49**
35	~~**40**~~	**45**	

Para los demás números, el número que está en las unidades en mayor que el número que está en las decenas. Para calcular cuánto supera el dígito de las unidades al de las decenas contamos a partir del número de las decenas hasta llegar al número de las unidades.

Dígito de las unidades	Dígito de las decenas	Cuánto supera el dígito de las unidades al de las decenas
3	4	1
3	5	2
3	6	3
3	**7**	**4**
3	8	5
3	9	6
4	5	1
4	6	2
4	7	3
4	**8**	**4**
4	9	5

Hacemos lo mismo con cada uno de los números de la lista:

~~31~~ ~~36~~ ~~41~~ ~~46~~
~~32~~ 37 ~~42~~ ~~47~~
~~33~~ ~~38~~ ~~43~~ 48
~~34~~ ~~39~~ ~~44~~ ~~49~~
~~35~~ ~~40~~ ~~45~~

Respuesta: dos números.

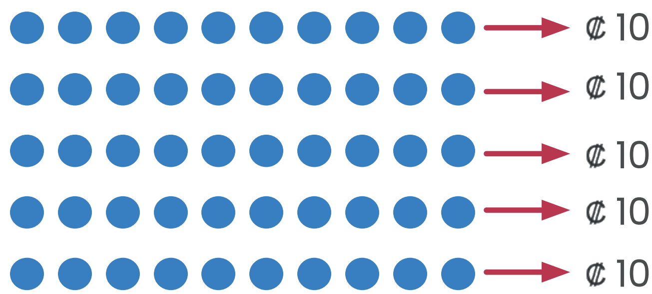
15. (★★) Ricardo tiene en su alcancía las monedas que se muestran en la siguiente imagen. ¿Cuántas monedas de 10 colones son necesarias para tener la misma cantidad de dinero ahorrado que tiene Ricardo?

Estrategia de solución

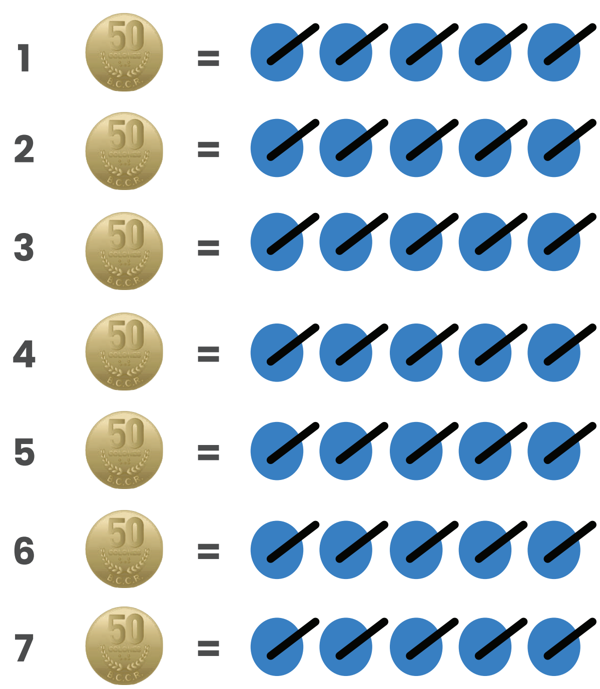
Ricardo solo tiene monedas de ₡50, las contamos para saber cuántas tiene en total.

Una moneda de ₡50 tiene el mismo valor que 5 monedas de ₡10.

Si tenemos 5 grupos de 10, juntos forman 50. Vamos a verlo representado con fichas:
Cada ficha ● vale ₡1



Sabemos que cada moneda de ₡50 vale lo mismo que 5 monedas de ₡ 10. Y tenemos 7 monedas de ₡50. Entonces, vamos a contar cuántas monedas de ₡10 valen lo mismo que esas 7 monedas de ₡50.



7 monedas de ₡ 50 son equivalentes a 35 monedas de ₡ 10.

Otra forma de sumar las monedas de ₡10 es sumando 7 veces 5 como se muestra a continuación:

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 35$$

Respuesta: 35 monedas de ₡10 son necesarias para tener la misma cantidad que tiene Ricardo en la imagen.

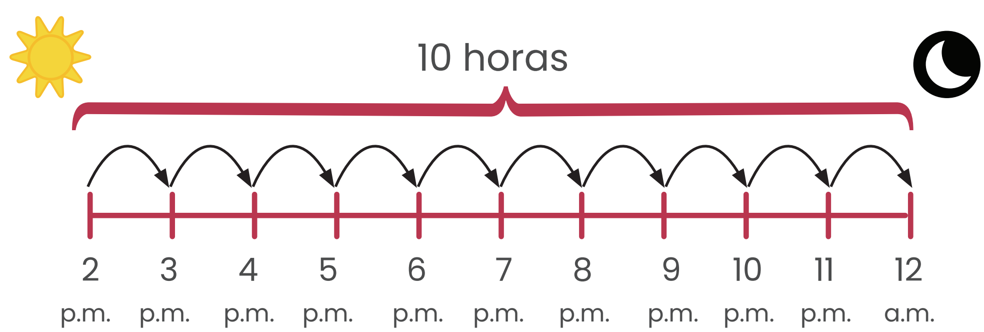
16. (★★) Shirley y Nicol iban de paseo a Guanacaste. Shirley salió en bus el jueves a las 2 de la tarde y Nicol salió 16 horas después. Si el viaje dura 3 horas ¿Qué día y a qué hora llegó Nicol a Guanacaste? (OLCOMEP, 2024b)

Estrategia de solución

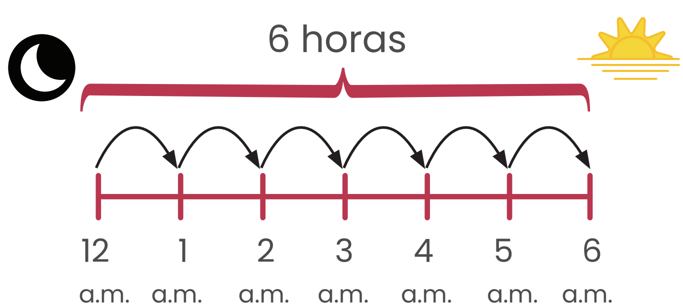
Shirley salió el jueves a las 2:00 p.m.

Como Nicol salió 16 horas después, representamos las horas que pasan después del jueves a las 2 p.m., teniendo en cuenta que después de las 12 de la noche, el reloj vuelve a comenzar en 1, solo que de la mañana del día siguiente. Veamos:

JUEVES

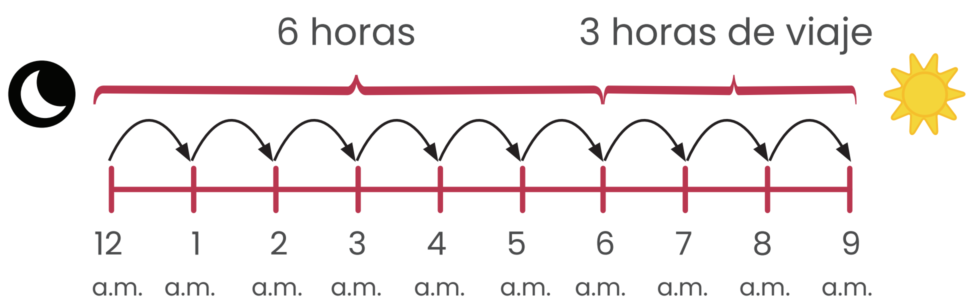


VIERNES



Ya sabemos que Nicol salió hacia Guanacaste a las 6 a.m. del viernes.

Como el viaje dura tres horas, representemos tres horas más y así sabremos a qué hora llegó Nicol.



Respuesta: Nicol llega a Guanacaste a las 9 a.m. del viernes.

17. (★★) Andrés está jugando con letras en una cuadrícula, él estableció sus propias reglas para hacer los movimientos. Observando las tres primeras imágenes que realizó, ¿cuál sería la cuarta imagen? (OLCOMEP, 2024b)

Imagen 1

O				
				T
			M	

Imagen 2

	O		T	
			M	

Imagen 3

		T		
		O	M	

Estrategia de solución
Averigüemos cuáles son las reglas que Andrés usa para mover las letras. Para hacerlo, observamos con atención las imágenes 1 y 2, y comparamos la posición de cada letra. Así podremos ver cuántas casillas se mueve cada una y en qué dirección. Veamos

Imagen 1

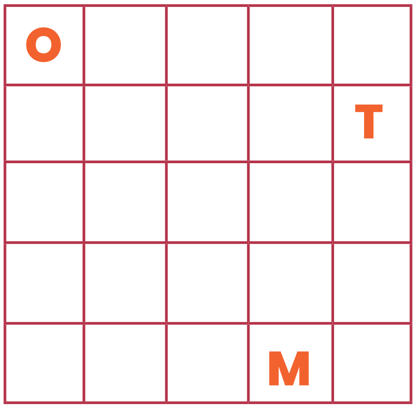
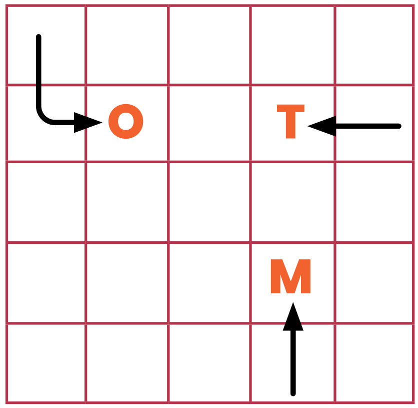


Imagen 2



Letra O: La mueve una casilla hacia abajo y una casilla hacia la derecha.

También puede verse como una hacia la derecha y otra hacia abajo.

Letra T: La mueve una casilla hacia la izquierda.

Letra M: La mueve una casilla hacia arriba.

Ahora vamos a comprobar si las reglas son correctas, observando los movimientos de la imagen 2 a la 3.

Imagen 2

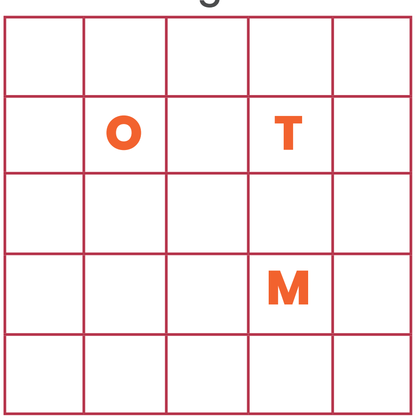
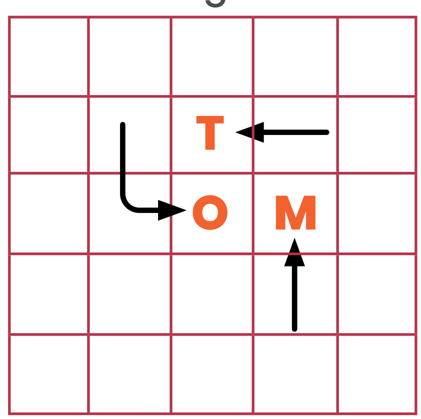
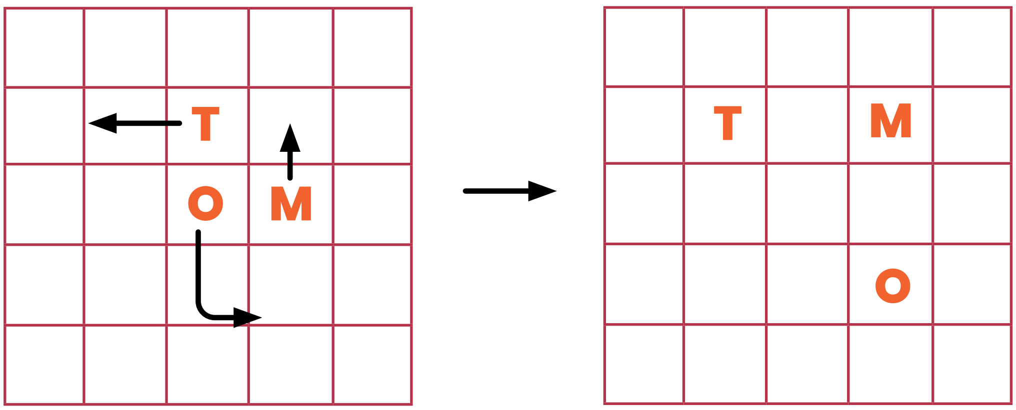


Imagen 3



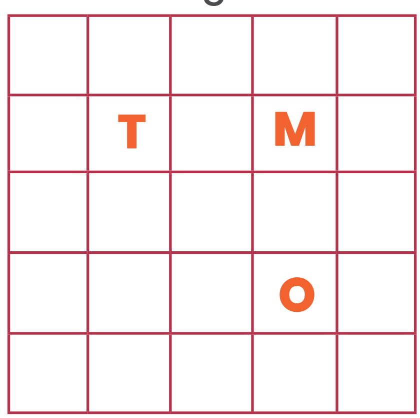
Vemos que los movimientos coinciden con las reglas que identificamos. Ahora, usando esas mismas reglas, vamos a construir la Imagen 4 a partir de la imagen 3.

Imagen 3 | Imagen 4



Respuesta: La cuarta imagen sería:

Imagen 4



18. (★) ¿Cuál es el dígito que más se repite en los números que son mayores que 12 y menores que 26?

Estrategia de solución

Escribamos los números mayores que 12 y menores que 26

13	**17**	**21**
14	**18**	**22**
15	**19**	**23**
16	**20**	**24**
	25	

Como el enunciado dice mayores que 12, no incluye el 12. Lo mismo con 26, menos que 26 no incluye el 26.

Vamos a anotar, en orden, las cifras del 0 al 9.
Luego, identificaremos en qué números aparecen, haremos un conteo y escribiremos cuántas veces se repite cada una.

Notemos que un número como 22, tiene dos veces el dígito 2.

Llamaremos frecuencia a la cantidad de veces que se repite una situación, una forma o como en este caso, un dígito.

Dígitos	Números que los contienen	Conteo de las veces que aparece en cada número	Cantidad de veces que se repite el dígito (Frecuencia)
0	20	/	1
1	13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21	/ / / / / / / /	8
2	20, 21, 22, 23, 24, 25	/ / / / / / / /	7
3	23	/	1
4	14, 24	//	2
5	15, 25	/ /	2
6	16	/	1
7	17	/	1
8	18	/	1
9	19	/	1

Notemos que el 1 es el dígito que se repite más veces, porque se repite 8 veces.

Respuesta: el número que más se repite es el 1.

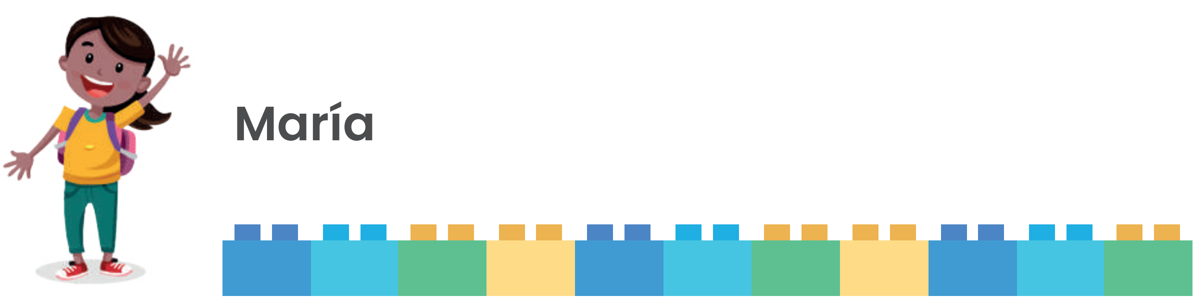
19. (★★) María está jugando con bloques un juego especial con su hermano: ella primero agrega bloques sobre la mesa y luego su hermano Tito quita algunos. Lee cómo lo hacen:

Turno 1: María coloca 11 bloques y Tito quita 10 bloques.
Turno 2: María coloca 12 bloques y Tito quita 9 bloques.
Turno 3: María coloca 13 bloques y Tito quita 8 bloques.
Turno 4: María coloca 14 bloques y Tito quita 7 bloques.

Todos los turnos inician con cero bloques sobre la mesa. María continúa su forma de agregar cada vez más bloques y Tito su forma de quitar bloques, hasta el turno 8. ¿Cuántos bloques quedan al final en la mesa? (Adaptado de OLCOMEP, 2024b)

Estrategia de solución
Vamos a representar el juego turno por turno, llenando una tabla que nos ayude a ver qué está pasando. Así podremos observar los cambios en cada turno y descubrir cómo se comportan los números en este juego.

Turno 1: María coloca 11 bloques y Tito quita 10 bloques.



Tito

En el turno 1 queda 1

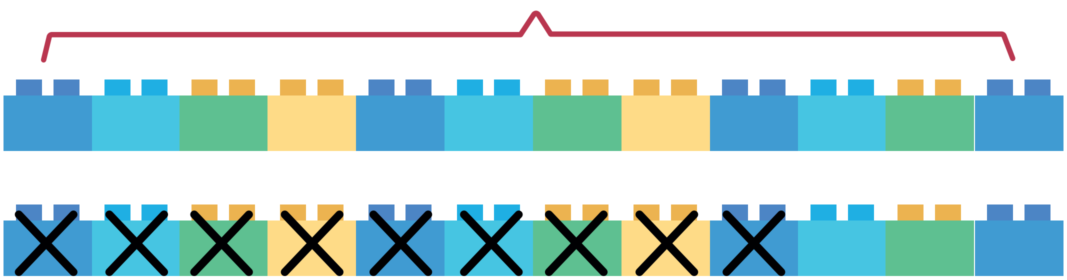
Así:

Número de turno	María	Tito	Bloques que quedan al finalizar el turno
1	Coloca 11	Quita 10	1

Ahora vamos a ver lo que sucede en el turno 2

Turno 2: María coloca 12 bloques y Tito quita 9 bloques.

María coloca 12



Tito quita 9

En el turno 2 quedan 3

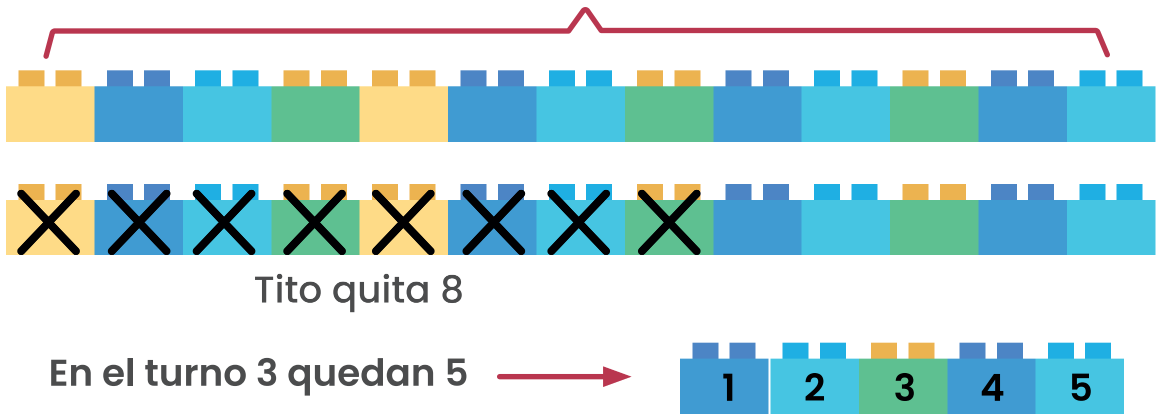
Así:

Número de turno	María	Tito	Bloques que quedan al finalizar el turno
1	Coloca 11	Quita 10	1
2	Coloca 12	Quita 9	3

Continuamos con el turno 3

Turno 3: María coloca 13 bloques y Tito quita 8 bloques.

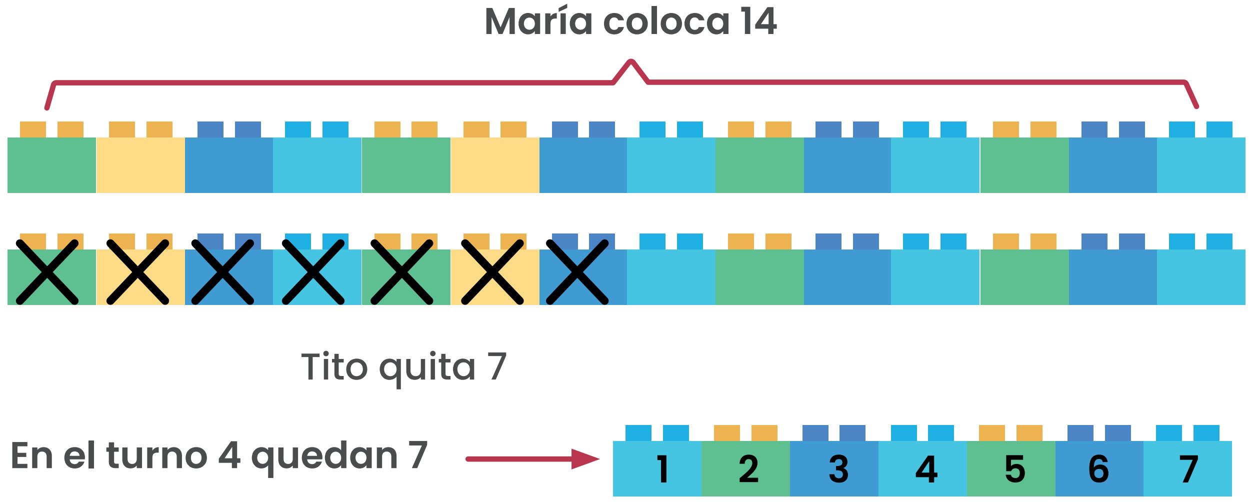
María coloca 13



Así:

Número de turno	María	Tito	Bloques que quedan al finalizar el turno
1	Coloca 11	Quita 10	1
2	Coloca 12	Quita 9	3
3	Coloca 13	Quita 8	5

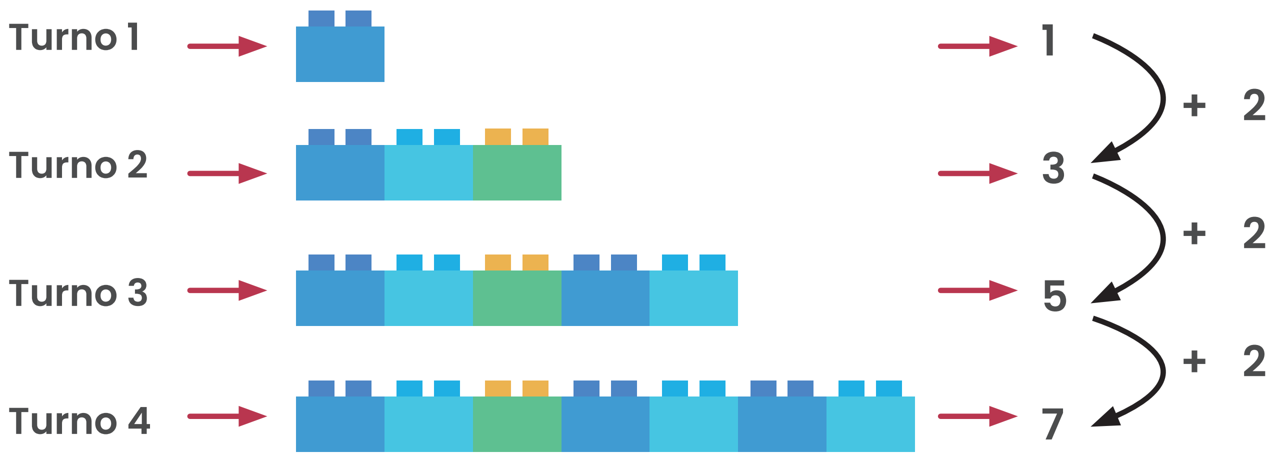
Turno 4: María coloca 14 bloques y Tito quita 7 bloques.



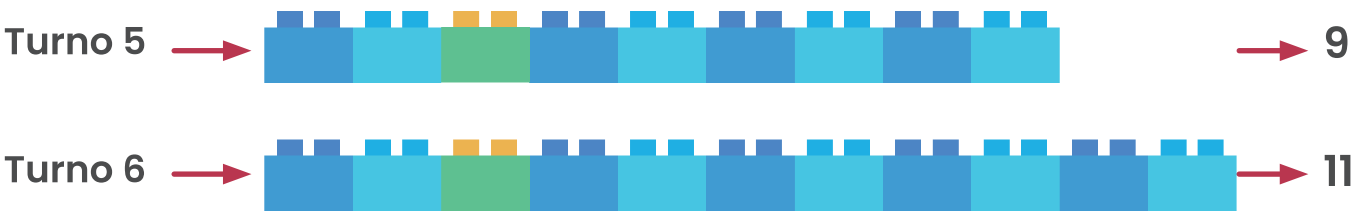
Así:

Número de turno	María	Tito	Bloques que quedan al finalizar el turno
1	Coloca 11	Quita 10	1
2	Coloca 12	Quita 9	3
3	Coloca 13	Quita 8	5
4	Coloca 14	Quita 7	7

A partir de lo que hemos observado en los turnos anteriores, notamos una forma en que varía la cantidad de bloques que quedan sobre la mesa. Representamos a continuación los resultados de cada turno para ver cómo cambian.



En conclusión, la cantidad de bloques que quedan sobre la mesa aumenta en 2 en cada turno con respecto al anterior. Con esto podemos calcular la cantidad de bloques que quedan sobre la mesa para los dos siguientes turnos. Dado que en el turno 4 quedaron sobre la mesa 7 bloques entonces:



Sin necesidad de representar gráficamente más turnos, podemos concluir que calcular la cantidad de bloques que quedan sobre la mesa para los dos turnos siguiente y así llegar al turno 8:

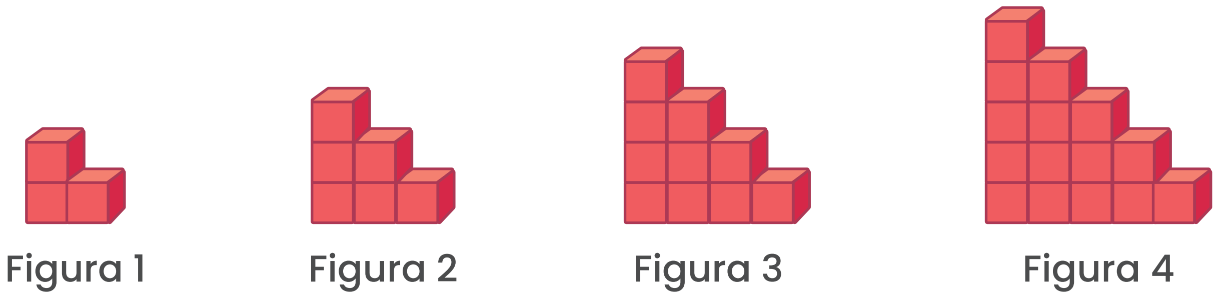
En el Turno 7 quedan 13 bloques sobre la mesa.
En el Turno 8 quedan 15 bloques sobre la mesa.

Por tanto, nuestra tabla quedaría así:

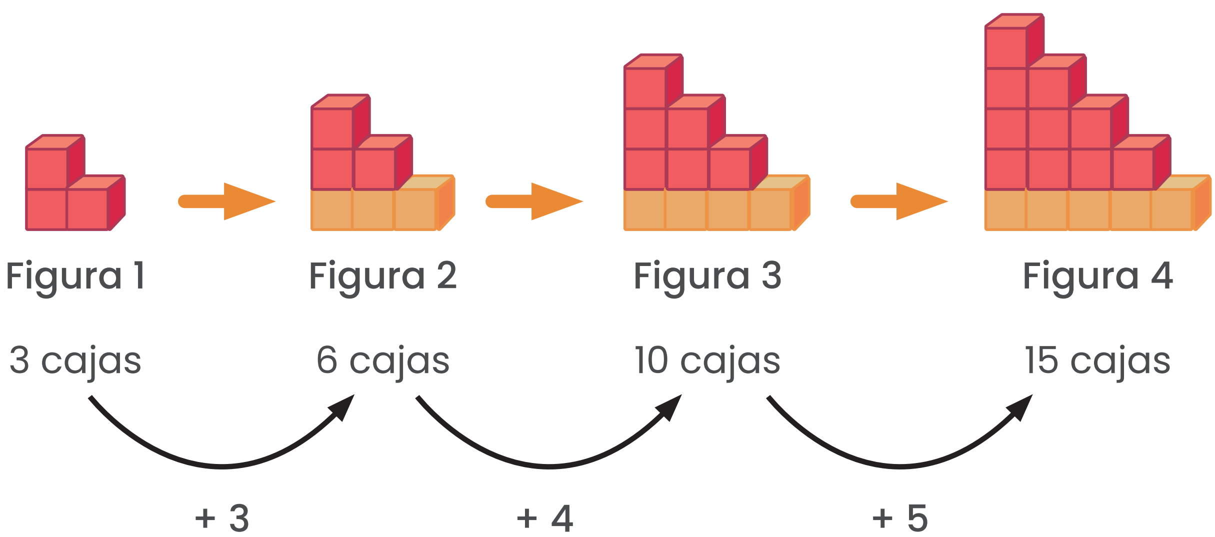
Número de turno	María	Tito	Bloques que quedan al finalizar el turno
1	Coloca 11	Quita 10	1
2	Coloca 12	Quita 9	3
3	Coloca 13	Quita 8	5
4	Coloca 14	Quita 7	7
5	Coloca 15	Quita 6	9
6	Coloca 16	Quita 5	11
7	Coloca 17	Quita 4	13
8	Coloca 18	Quita 3	15

Respuesta: quedan 15 bloques al final del turno 8

20. (★★★) Pablo está jugando con cajas. En las imágenes adjuntas se muestra las primeras cuatro construcciones que hizo. Si continúa con el mismo patrón, ¿cuántas cajas más necesitará para continuar construyendo hasta la figura 7? (OLCOMEP, 2024b)



Estrategia de solución 1. Análisis del patrón geométrico.
Notemos que en cada figura se suma una fila más abajo, que tiene una caja más que la fila anterior.

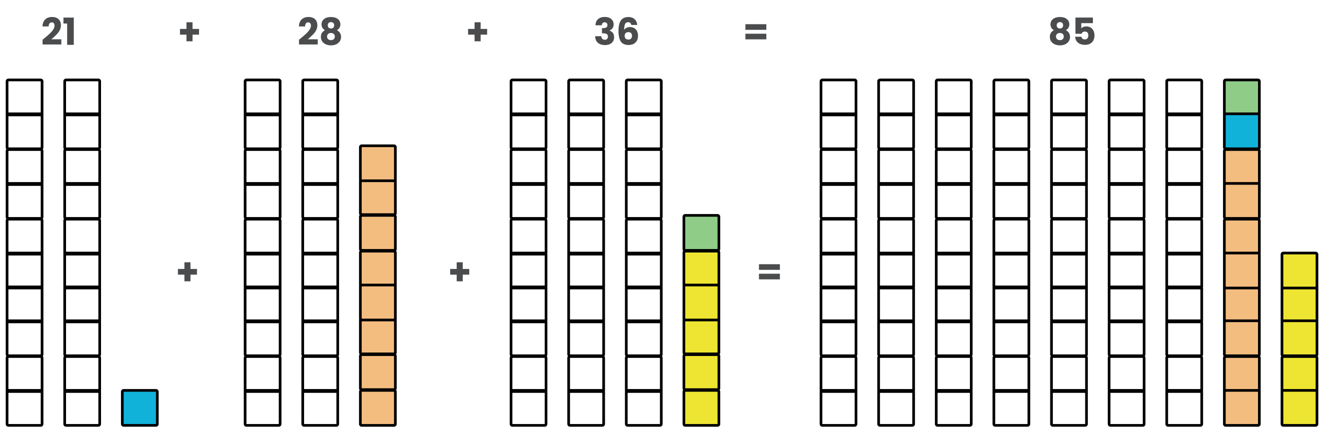


A la cantidad de cajas que se usa en cada figura, se le agrega una fila completa (la de abajo) con una más para la figura siguiente.
Veamos la cantidad de cajas que se usa en cada figura:

Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6	Figura 7
3	3+3	6+4	10+5	15+6	21+7	28+8
	6	10	15	21	28	36

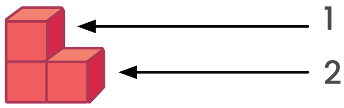
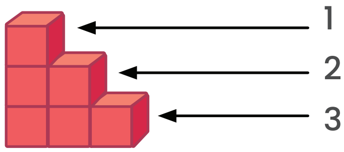
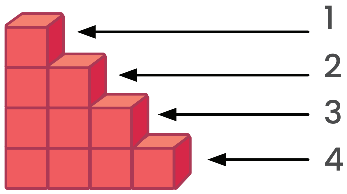
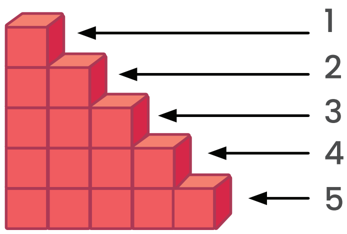
Ahora, calculamos la cantidad de cajas de más, que necesita para continuar construyendo hasta la figura 7:

Pablo ya tenía 4 figuras, entonces le hacen falta cajas para formar las figuras 5, 6 y 7. Por tanto, debemos sumar 21 + 28 + 36, esto lo podemos representar con bloques multibase de la siguiente manera:



Respuesta: Pablo le faltan 85 cajas para formar las tres figuras que le hacen falta para llegar a la 7.

Estrategia de solución 2. Representación tabular del patrón

		Cálculo de la cantidad cajas por figura	Total de cajas por figura
Figura 1		**1 + 2**	**3**
Figura 2		**1 + 2 + 3**	**6**
Figura 3		**1 + 2 + 3 + 4**	**10**
Figura 4		**1 + 2 + 3 + 4 + 5**	**15**

Notemos que:
1) Todas las figuras tienen el mismo escalón arriba y está formada por solo una caja.
2) El escalón de abajo en todas las figuras tiene una caja más que el número de la figura.

Entonces, para calcular la cantidad de cajas que se ocupan en cada figura, iniciamos la suma siempre en 1, pues todos tienen una caja en el escalón de arriba, y terminarla en un número más que el número de figura, que representa el último escalón.

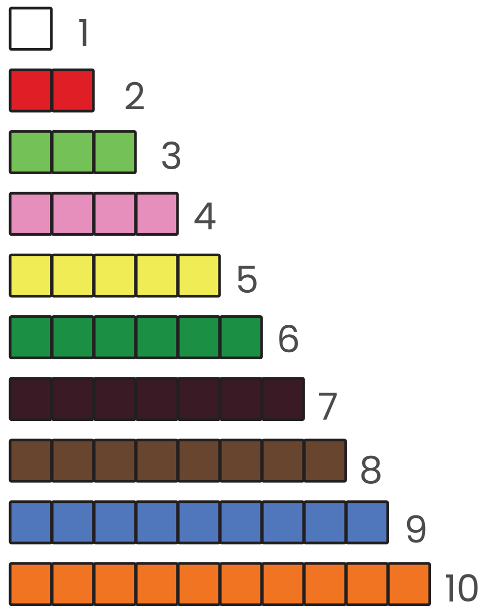
En una tabla lo veríamos así:

Número de Figura	Cálculo de la cantidad de cajas de cada figura	Total de cajas por figura
1	1 + 2	3
2	1 + 2 + 3	6
3	1 + 2 + 3 + 4	10
4	1 + 2 + 3 + 4 + 5	15

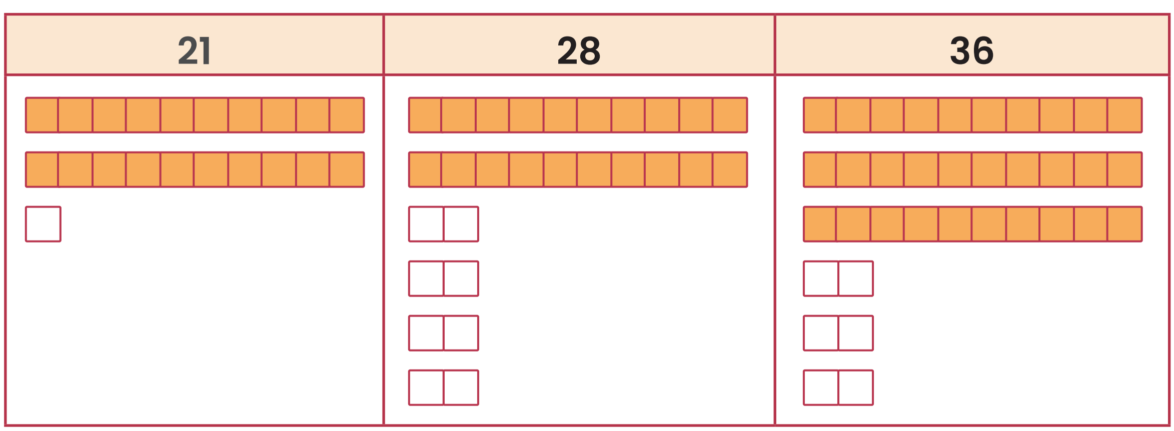
Sin necesidad de representar más figuras, con solo la tabla, podemos continuar hasta la figura 7 que es la requerida en el problema.

Número de Figura	Cálculo de la cantidad de cajas de cada figura	Total de cajas por figura
1	1 + 2	3
2	1 + 2 + 3	6
3	1 + 2 + 3 + 4	10
4	1 + 2 + 3 + 4 + 5	15
5	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6	21
6	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7	28
7	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8	36

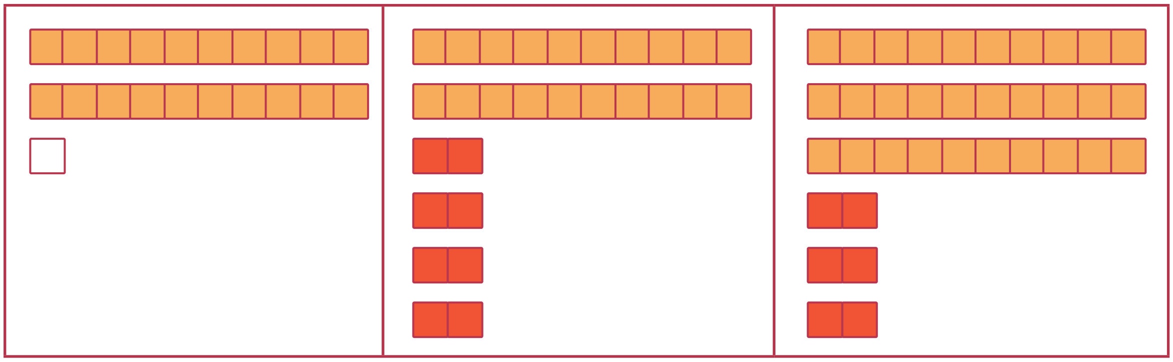
Ahora sumaremos 21+28+36 utilizando regletas cuisinaire, cada regleta tiene el valor que se muestra:



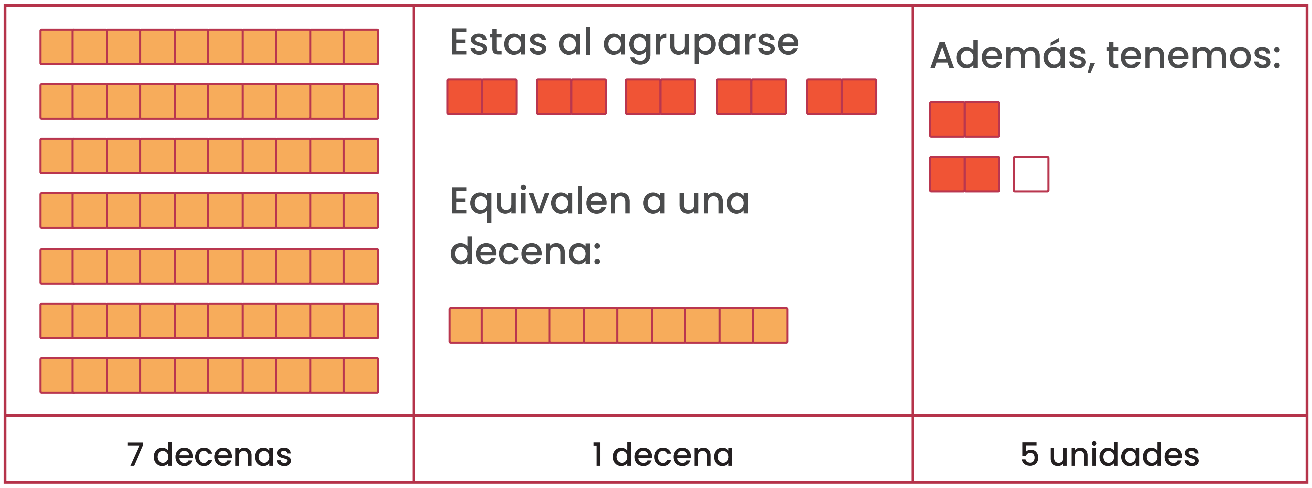
Representaremos las cantidades con las regletas, para ello utilizaremos de dos unidades, de diez unidades y de una unidad:



Ahora, para sumar, agrupamos todas las regletas:



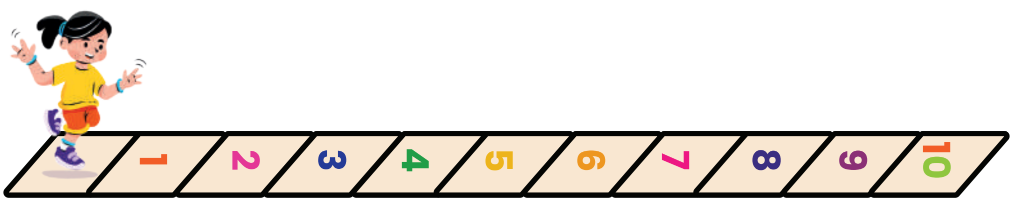
Y las organizamos:



En total tenemos: 8 decenas y 5 unidades, **80 +5 = 85**

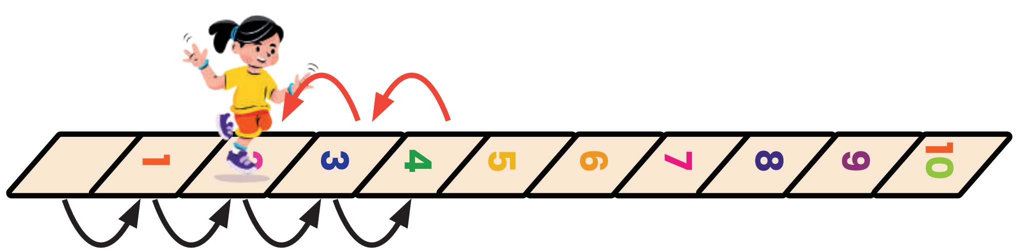
21. (★★) En el piso del patio de la escuela, hay dibujada una rayuela con casillas que tienen un número dibujado, como se muestra en la imagen.

Alejandra se propuso jugar, en el juego puede avanzar o retroceder una casilla con cada salto. La regla es que por cuatro casillas que avanza debe retroceder dos. ¿Cuántos saltos realizará para llegar al 8? (OLCOMEP, 2024b)



Estrategia de solución
Representemos los saltos para ir analizando la situación.

Primer turno
Alejandra brinca 4 casillas hacia adelante y 2 hacia atrás.



Alejandra queda en la casilla con el número 2 y realizó 6 saltos.

Segundo turno
Iniciando en la casilla con el número 2, Alejandra brinca 4 casillas hacia adelante y 2 hacia atrás.

Alejandra queda en la casilla con el número 4 y realizó 6 saltos.

Tercer turno
Iniciando en la casilla con el número 4, Alejandra brinca 4 casillas hacia adelante y 2 hacia atrás.

Esta vez queda en la casilla con el número 6 y realizó 6 saltos.

Podemos notar que al finalizar cada turno, Alejandra avanza dos casillas más que en el turno anterior. Sin necesidad de representar el turno gráficamente, podemos afirmar que:

- En el cuarto turno Alejandra quedará en la casilla con el número 8, ya que en el tercer turno terminó en la casilla con el número 6 y, como sabemos, avanza 2 casillas más en cada turno.

Cada turno realiza 6 saltos y para llegar al 8 debe realizar 4 turnos entonces podemos representar la suma de la siguiente manera:

Turno 1		Turno 2		Turno 3		Turno 4		
6 saltos	+	6 saltos	+	6 saltos	+	6 saltos	=	24 saltos

Respuesta: Alejandra realizará 24 saltos para llegar al 8.

22. Lucía inició en enero una colección de calcomanías y al final del mes tenía las siguientes:

En los meses siguientes, el número de calcomanías de su colección fue cambiando como se muestra a continuación:

Mes		Cantidad de calcomanías que tiene en total
Enero	→	
Febrero	→	12
Marzo	→	17
Abril	→	22

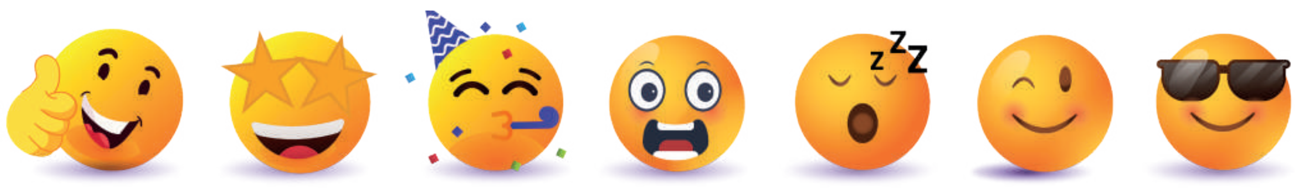
Si mantiene ese patrón:

a. ¿Cuántas calcomanías tendrá al finalizar junio? (★)
Al finalizar el mes de agosto, ¿Cuántos calcomanías le harán falta para tener 70 coleccionadas? (★★)
c. Explique cómo se puede averiguar la cantidad de calcomanías en la colección, al finalizar cualquier mes del año iniciando en enero. (OLCOMEP, 2024c) (★★★)

Estrategia de solución

Iniciemos contando cuántas calcomanías tenía Lucía al finalizar enero:

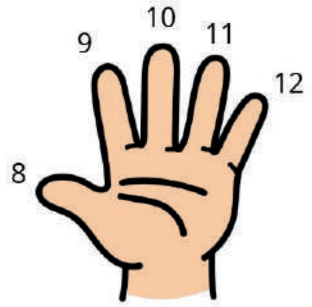
1 2 3 4 5 6 7



Completemos la tabla que nos brindaron en el problema, agregando la cantidad de calcomanías que faltan para el mes de enero.

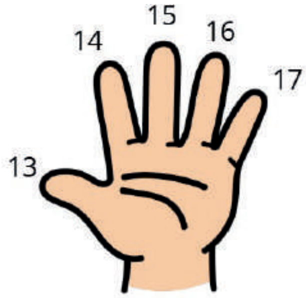
Mes	Cantidad de calcomanías que tiene en total
Enero	7
Febrero	12
Marzo	17
Abril	22

Ahora comparemos la cantidad de calcomanías que tenía Lucía en dos meses seguidos. Por ejemplo, en enero tenía 7 y en abril tenía 12. Podemos utilizar nuestros dedos para contar cuántas calcomanías hay de 7 hasta llegar a 12.



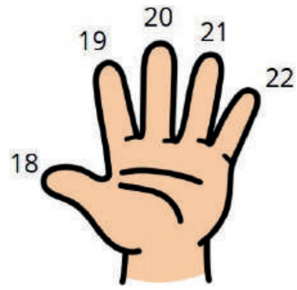
8, 9, 10, 11 y 12, son cinco números que van justo después del 7, y representan las calcomanías que Lucía fue sumando de febrero a marzo. Por lo tanto, la diferencia entre 8 y 12 es de 5 calcomanías.

Ahora comparemos la cantidad de calcomanías que tenía Lucía en dos meses seguidos. Por ejemplo, en febrero tenía 12 y en marzo tenía 17. Podemos utilizar nuestros dedos para contar cuántas calcomanías hay de 12 hasta llegar a 17.



13, 14, 15, 16 y 17, son cinco números que van justo después del 12, y representan las calcomanías que Lucía fue sumando de febrero a marzo. Por lo tanto, la diferencia entre 17 y 12 es de 5 calcomanías.

Veamos qué sucede con la cantidad de calcomanías entre marzo y abril. Lucía tenía 17 calcomanías en marzo y 22 en abril. Vamos a contar cuánto aumentó su colección en ese tiempo.



18, 19, 20, 21 y 22, son cinco números que equivalen a la diferencia entre la cantidad de calcomanías de marzo a abril.

Como en todos los casos obtuvimos la misma diferencia de 5 calcomanías, eso nos indica que Lucía sigue una regla para aumentar su colección cada mes.
Esa regla es sumar 5 calcomanías a la cantidad que tenía el mes anterior.

Gráficamente tenemos:

Mes	Cantidad de calcomanías que tiene en total	
Enero	7	
Febrero	12	**+ 5**
Marzo	17	**+ 5**
Abril	22	**+ 5**

Continuamos analizando lo solicitado en las preguntas del problema.

a. ¿Cuántas calcomanías tendrá al finalizar junio?

Podemos continuar la tabla hasta llegar al mes de junio y sumando 5 calcomanías por cada mes que se agrega.

Mes	Cantidad de calcomanías que tiene en total	
Enero	7	+ 5
Febrero	12	+ 5
Marzo	17	+ 5
Abril	22	+ 5
Mayo	27	+ 5
Junio	32	

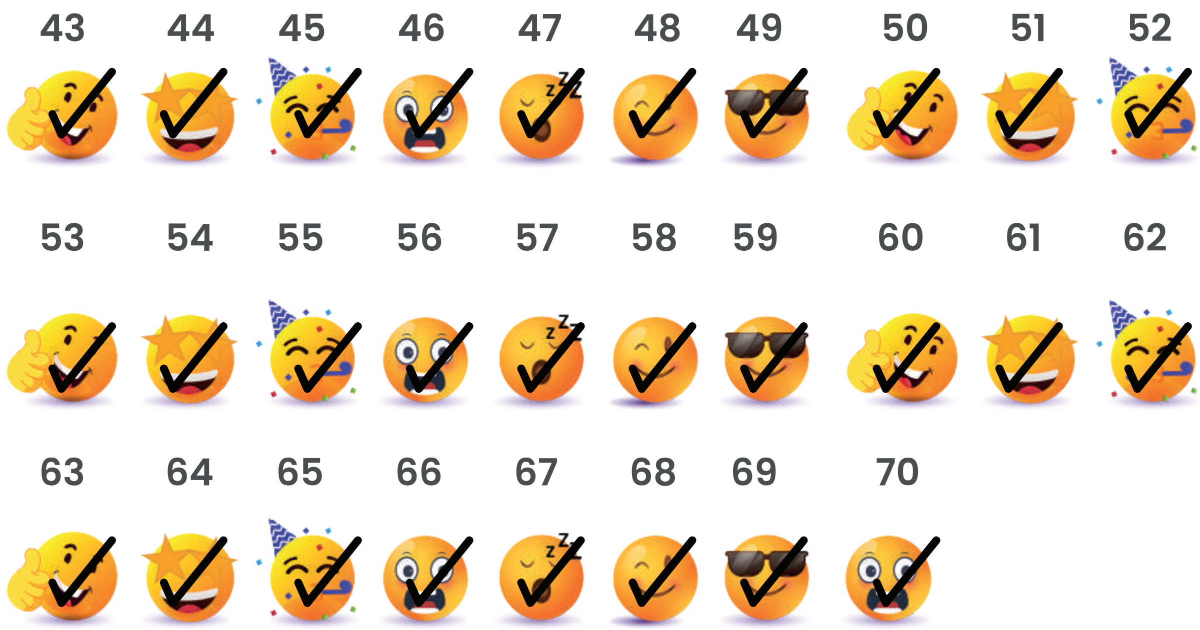
Respuesta: Lucía tendrá 32 calcomanías al finalizar junio

b. Al finalizar el mes de agosto, ¿Cuántos calcomanías le harán falta para tener 70 coleccionadas?

Nuevamente continuamos con la tabla anterior hasta llegar al mes de agosto. Veamos:

Mes	Cantidad de calcomanías que tiene en total	
Enero	7	+ 5
Febrero	12	+ 5
Marzo	17	+ 5
Abril	22	+ 5
Mayo	27	+ 5
Junio	32	+ 5
Julio	37	+ 5
Agosto	42	

Obtenemos que en agosto Lucía tendrá 42 calcomanías y debemos contestar cuántas le faltan para tener 70. Esto nos lleva a pensar en calcular la diferencia entre ambas cantidades: 42 y 70. Una forma de hacerlo es escribir los números que van del 43 al 70 y contarlos uno por uno, como se muestra a continuación.



En total 28 números.

Respuesta: a Lucía le faltarán 28 calcomanías en agosto para completar 70

c. Explique cómo se puede averiguar la cantidad de calcomanías en la colección, al finalizar cualquier mes del año iniciando en enero.

Ya notamos algo importante:

- En enero (primer mes), Lucía tiene 7 calcomanías.

- En febrero (segundo mes), tiene 12, porque **le sumó 5** al número anterior.
- En marzo (tercer mes), tiene 17, otra vez **le sumó 5**.
- En abril (cuarto mes), tiene 22, y otra vez **le sumó 5**.

Entonces podemos decir que:
Cada mes, Lucía le suma 5 calcomanías a las que ya tenía. Ahora vamos a buscar una relación entre el número de mes y la cantidad de calcomanías.

Observa que cada mes se agregan 5, pero en enero (Mes 1), la cantidad de calcomanías es 7.

Si se tiene un patrón, el primer mes se agrega también 5, entonces lo que Lucía tenía antes de empezar a contar el primer mes son dos calcomanías. Este 2 es como las calcomanías que ya “estaban” y luego le vamos sumando 5 cada vez que pasa un mes. Acá podemos ver la relación:

Mes	Número de mes	Cantidad de calcomanías	Cómo lo calculamos
Enero	1	7	7 = 2+ 5
Febrero	2	12	12 = 2 + 5 + 5
Marzo	3	17	17= 2 + 5 + 5 + 5
Abril	4	22	22= 2 + 5 + 5 + 5 + 5
Mayo	5	27	27= 2 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5
...			
Agosto	8	42	42= 2 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5
...			
Diciembre	12		

Estrategia de cálculo mental: Por ejemplo para febrero, piensas: Tengo 2 grupos de 5. Para saber cuántos son, puedes contar de 5 en 5: ¡5, 10! (Son 10).

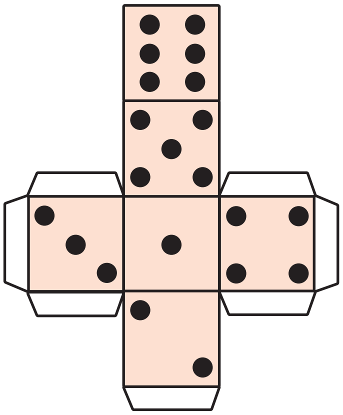
Ahora le sumo las 2 calcomanías iniciales: 10+2=12 calcomanías.

Podemos saber cuántas calcomanías tiene al finalizar cualquier mes de la siguiente forma:

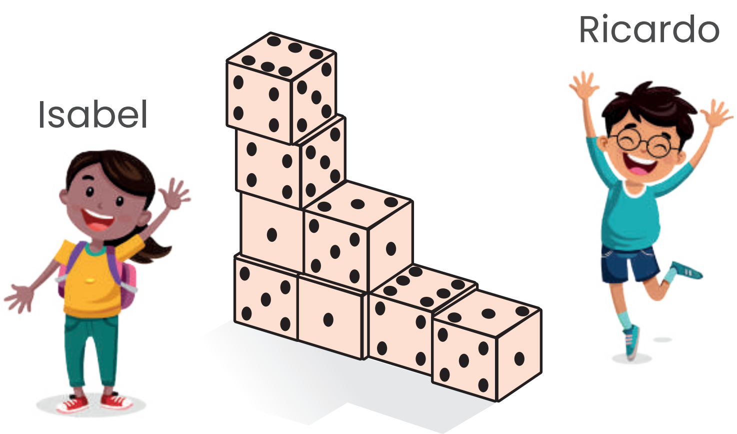
1. Vamos a sumar 5, tantas veces como el número del mes.
2. Luego, a ese resultado, le sumamos 2 más. ¡Las 2 que ya tenía Lucía!

Respuesta: se suma 5 tantas veces como el número del mes. Luego, a ese resultado, le sumamos 2 más.

23. Para construir un dado se usa el siguiente modelo:



En el aula de primer año, la maestra construyó 8 dados con el modelo anterior y formó la siguiente figura.



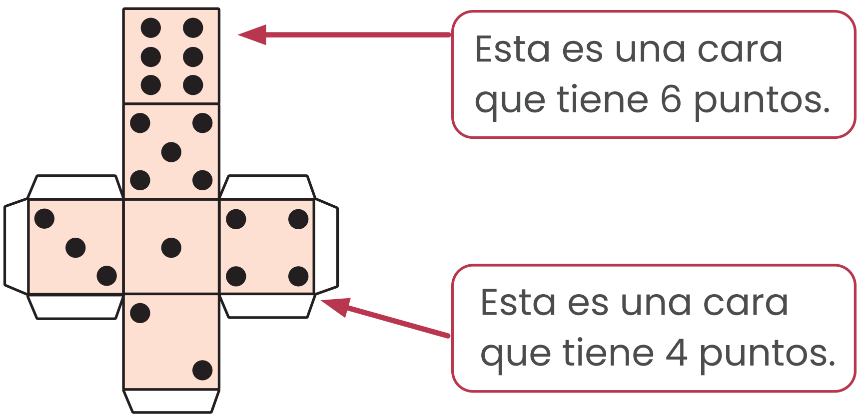
Si Isabel y Ricardo no se mueven de donde están y solo miran los dados de frente, conteste:

a. ¿Cuántos puntos en total puede observar Isabel? (★)

b. ¿Cuántos puntos en total puede observar Ricardo? (OLCOMEP, 2024c) (★★★)

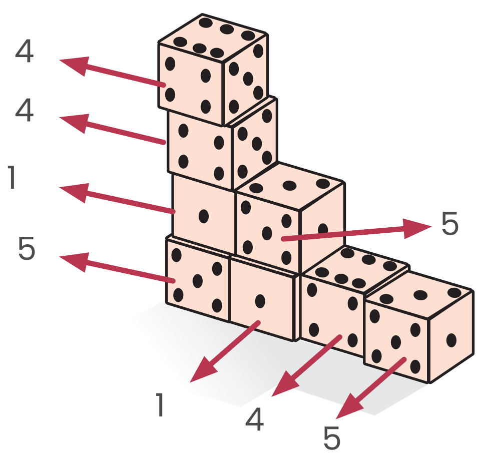
Estrategia de solución

Vamos a llamar "cara" del dado a cada uno de los cuadros que tienen puntitos. Cada cara muestra una cantidad de puntos: puede ser 1, 2, 3, 4, 5 o 6.



En resumen, este dado tiene 6 caras

Señalemos las caras de los dados que ve Isabel y coloquemos los puntos que hay en cada una.



Respondamos las preguntas del problema.

a. ¿Cuántos puntos en total puede observar Isabel?

Notemos que Isabel ve 8 caras de dados. Coloquemos la suma que debemos realizar para obtener la cantidad de puntos que Isabel ve.

$$4 + 4 + 1 + 5 + 1 + 4 + 5 + 5$$

Mentalmente o con los dedos podemos ir sumando las cantidades obteniendo como resultado 29 puntos.

También podemos contarlas en la imagen e ir sumando punto por punto, el resultado será el mismo.

Respuesta: Isabel ve 29 puntos.

b. ¿Cuántos puntos en total puede observar Ricardo?

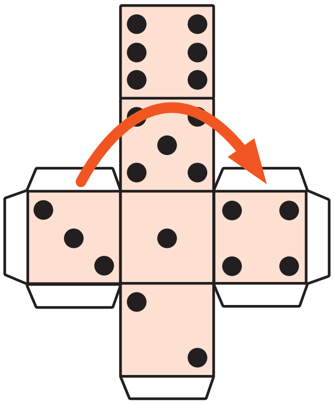
Ricardo ve las caras opuestas de los dados que ve Isabel, necesitamos identificar esas caras en el molde del dado que se nos indicó en el problema para saber los puntos que observa Ricardo.

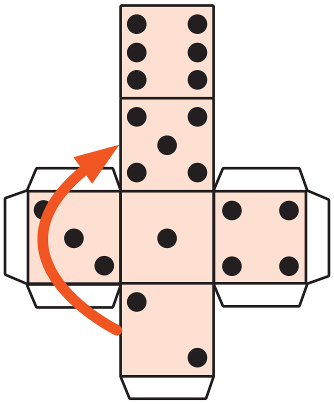
Imaginémonos armando el dado y obtenemos:

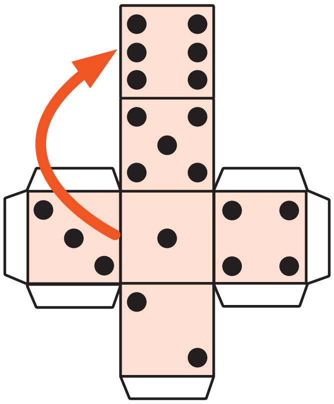
El opuesto del 3 es el 4 y el opuesto del 4 es el 3.

El opuesto del 2 es el 5 y el opuesto del 5 es el 2.

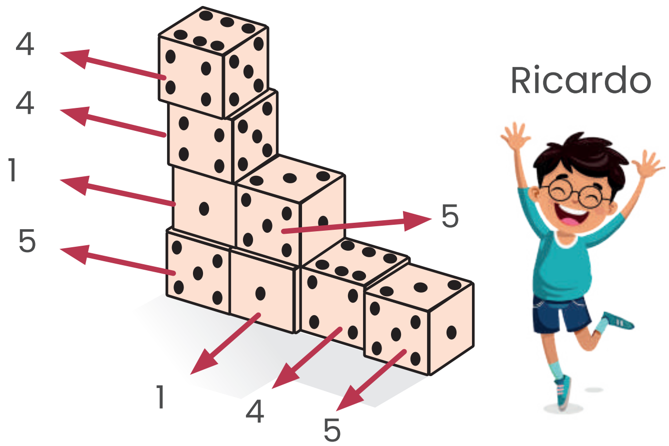
El opuesto del 1 es el 6 y el opuesto del 6 es el 1.







Contestemos ¿qué ve Ricardo?



Ve tres veces la cara opuesta del 4, es decir, 3 veces 3.
3 + 3 + 3
Ve tres veces la cara opuesta del 5, es decir, 3 veces 2.
2 + 2 + 2
Y ve dos veces la cara opuesta del 1, es decir, 2 veces el 6.
6 + 6

Uniendo todos los puntos que ve Ricardo tendríamos:

3 + 3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 6 + 6

Mentalmente o con los dedos de nuestras manos, podemos ir sumando y obtener que Ricardo ve 27 puntos.

Respuesta: Ricardo ve 27 puntos.

24. Andrea tiene una bolsa con las monedas que se muestran en la imagen.

Ella debe sacar **nueve** monedas de la bolsa y echarlas en su alcancía, pero debe tomar en cuenta lo siguiente:

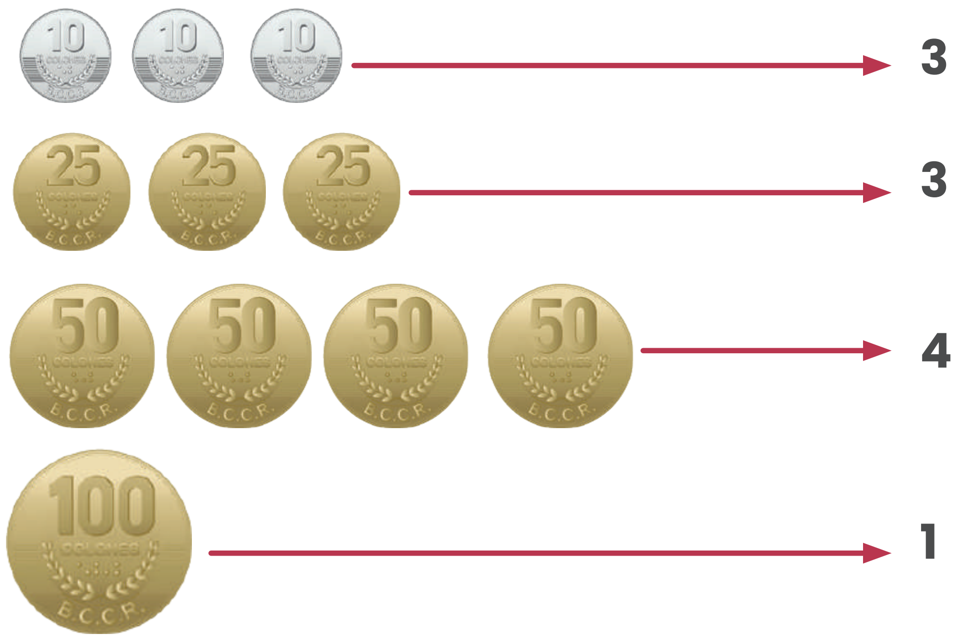
En la alcancía debe quedar por lo menos, una moneda de cada tipo.

a. ¿Cuál es el monto **mínimo** que puede quedar en la bolsa? (★★)

b. ¿Cuál es el monto **máximo** que puede quedar en la bolsa? (★★)

Estrategia de solución

Clasifiquemos las monedas que hay en la bolsa y escribamos cuántas hay de cada una.



Podemos ver que en la bolsa hay monedas de 4 tipos diferentes. Cada tipo tiene un valor distinto: algunas valen menos y otras valen más.

Vamos a ordenar las monedas empezando por la que vale más:

- La moneda de ₡100 es la que vale más.
- Después sigue la de ₡50.
- Luego la de ₡25.
- Y por último, la moneda de ₡10, que es la que vale menos.

Buscamos sacar 9 monedas de la bolsa y colocarlas en la alcancía.

Pero debemos cumplir la siguiente regla:

1) En la alcancía debe quedar por lo menos una moneda de cada tipo.

a. ¿Cuál es el monto **mínimo** que puede quedar en la bolsa?

Primero debemos sacar de la bolsa una moneda de cada tipo: una de ₡ 10, una de ₡ 25, una de ₡ 50 y por último una de ₡100. Esto para cumplir con la regla anterior.

Veámoslo en la bolsa o en la clasificación anterior:

Veámoslo en la bolsa o en la clasificación anterior:

Faltan 5 monedas por sacar. ¿Cuáles escogemos?

Debe quedar la **menor** cantidad posible de dinero en la bolsa. Para eso, vamos a sacar las monedas que valen más, es decir, las de mayor valor.

Vamos a sacar las 3 monedas de ₡50 que quedan en la bolsa. Y para completar las 5 monedas, sacamos 2 monedas de ₡25. Así, en la bolsa solo quedan monedas con el valor más pequeño.

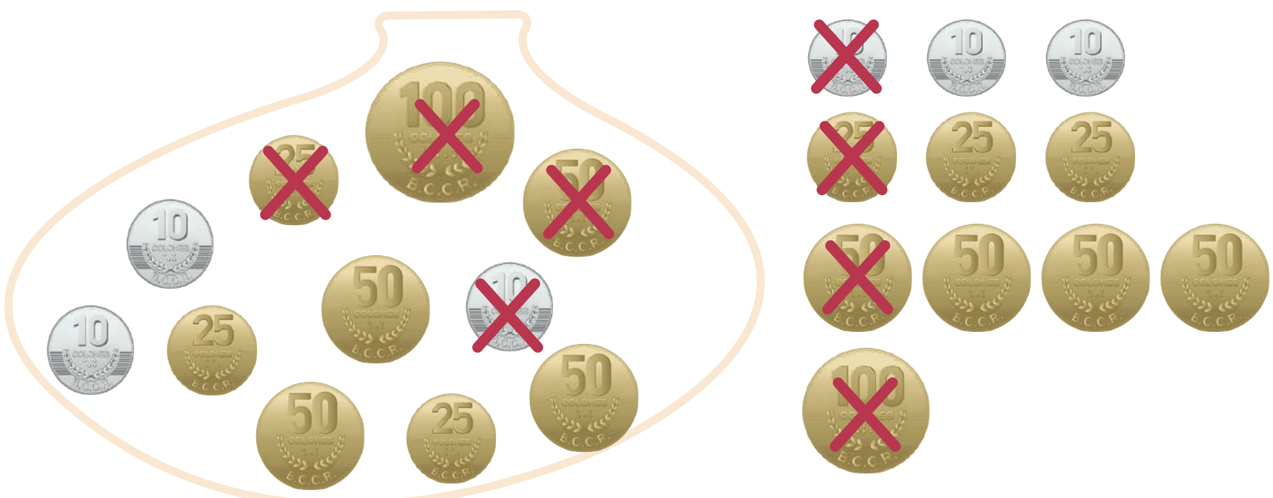
Dentro de la bolsa quedaron dos monedas de ₡ 10. Esto es:

Respuesta: El monto mínimo que puede quedar en la bolsa es ₡ 20

b. ¿Cuál es el monto **máximo** que puede quedar en la alcancía?

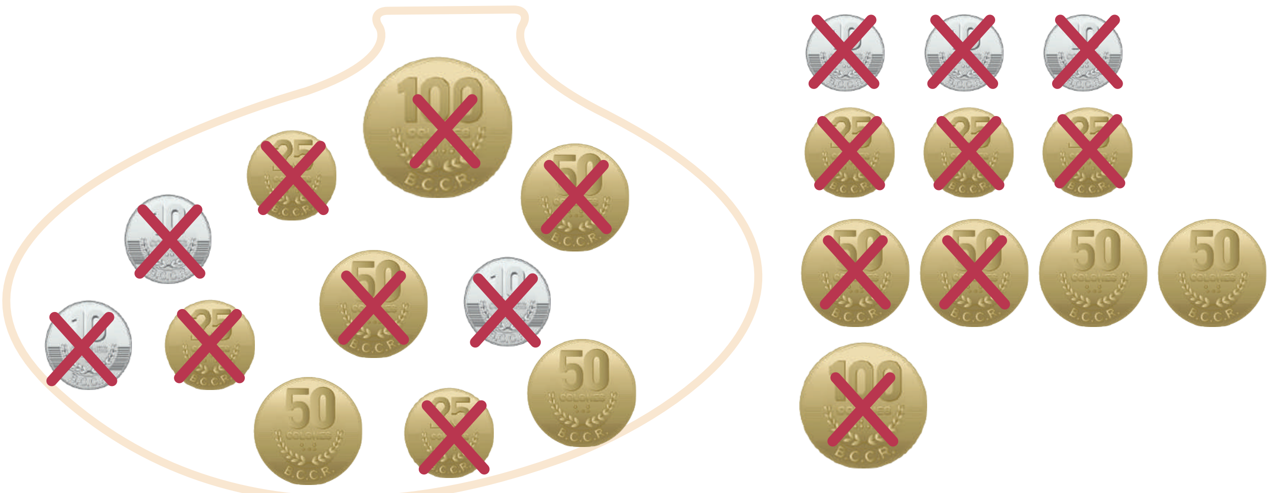
Al igual que el ejercicio anterior, primero debemos sacar de la bolsa una moneda de cada tipo, para asegurarnos de que en la alcancía quede al menos una de cada clase. Entonces, sacamos una de ₡ 10, una de ₡ 25, una de ₡ 50 y por último una de ₡ 100.

Veámoslo en la bolsa o en la clasificación anterior:



En este caso debe quedar la **mayor** cantidad posible de dinero en la bolsa. Para eso, empezamos sacando las monedas de menor valor.

Primero, sacamos las dos monedas de ₡10 que quedan en la bolsa. Después, seguimos con el siguiente tipo que vale un poquito más: sacamos las dos monedas de ₡25. Ya llevamos cuatro monedas. Para completar las cinco monedas que hay que sacar, quitamos una moneda de ₡50.



Dentro de la bolsa quedaron dos monedas de ₡50. Esto es:

 +  = **₡100**

[**Respuesta:** El monto mínimo que puede quedar en la bolsa es ₡100.]

Referencias

Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programas de estudio de Matemáticas: I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de la Educación General Básica y Educación Diversificada*. San José, Costa Rica https://www.mep.go.cr/sites/default/files/media/matematica.pdf

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria. (2024a). *Prueba de la I Eliminatoria Primer año, OLCOMEP 2024.* Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria. (2024b). *Prueba de la II Eliminatoria Primer año, OLCOMEP 2024.* Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria. (2024c). *Prueba Final Primer año, OLCOMEP 2024.* Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

Polya, G. (2004). Cómo resolverlo: Un nuevo aspecto del método matemático. Princeton University Press.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2016). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (9th ed.). Pearson Education.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN PÚBLICA | GOBIERNO DE COSTA RICA

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

45 ANIVERSARIO UNED DESDE 1977

TEC | Tecnológico de Costa Rica

UNA UNIVERSIDAD NACIONAL COSTA RICA

UTN Universidad Técnica Nacional

OLCOMEP