MINISTERIO DE EDUCACIÓN PÚBLICA | GOBIERNO DE COSTA RICA

Universidad de Costa Rica | UNED | TEC Tecnológico de Costa Rica | UNA Universidad Nacional | UTN Universidad Técnica Nacional | OLCOMEP

Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Asesoría Nacional de Matemática

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria - OLCOMEP

Estrategias para el abordaje de

PROBLEMAS Y RETOS PARA OLIMPIADAS DE MATEMÁTICA EN PRIMARIA

2º

2025

372.7
AL457e

Alpízar Brenes, Geisel
Estrategias para el abordaje de problemas y retos para olimpiadas de matemática en primaria 2° / Ministerio de Educación Pública, Viceministerio Académico, Dirección de Desarrollo Curricular, Departamento de Primero y Segundo Ciclos; Geisel Alpízar Brenes, Adriana Monge Sánchez. – 1a. ed. -- San José, Costa Rica: Ministerio de Educación Pública, 2025.

97 páginas; 21 cm.; peso 1,5 megabytes.

ISBN: 978-9977-60-578-4 (digital)

1. ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS 2. EDUCACIÓN PRIMARIA
3. DIDÁCTICA 4. ENSEÑANZA-MÉTODOS 5. COSTA RICA. I. TÍTULO.

Créditos

Los ítems fueron tomados de las pruebas aplicadas en las diferentes etapas de la OLCOMEP 2024.

Personas autoras del cuadernillo:

Geisel Alpízar Brenes.

Escuela de Matemática. Instituto Tecnológico de Costa Rica.

Adriana Monge Sánchez.

Escuela de Formación Docente. Sección de Educación Primaria, Universidad de Costa Rica.

Persona revisora:

Yeri María Charpentier Díaz.

Asesora Nacional de Matemáticas, Ministerio de Educación Pública.

Diseño Gráfico:

Karla Guevara Murillo.

Dirección de Recursos Tecnológicos en Educación, MEP.

Esta obra es parte de los productos en el proyecto Olimpiada Costarricense de Matemáticas para la Educación Primaria del Ministerio de Educación Pública, con el apoyo de las universidades públicas de Costa Rica.

PRESENTACIÓN

Es fundamental que el sistema educativo fomente en la sociedad, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo matemático, científico y tecnológico, a efecto de formar personas críticas y analíticas, con habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

Las olimpiadas de matemáticas ponen a prueba las habilidades de los participantes para resolver problemas de forma creativa y original. No se trata de memorizar fórmulas o realizar cálculos complejos, sino de utilizar la lógica, el ingenio y la capacidad de análisis para encontrar soluciones ingeniosas.

Este cuadernillo se dirige a cualquier persona que quiera mejorar sus habilidades matemáticas y disfrutar del desafío de resolver problemas de forma creativa. Ofrece una gran oportunidad para:

- Desarrollar el talento matemático: a través de problemas desafiantes que ayudan a mejorar la comprensión de los conceptos matemáticos y la capacidad para aplicarlos en diferentes situaciones.
- Fortalecer el pensamiento crítico: al analizar problemas de forma lógica, identificar las variables relevantes y formular soluciones creativas.
- Aprender nuevas estrategias de resolución de problemas: por medio de diferentes técnicas para abordar problemas matemáticos de forma eficiente.

En este cuadernillo se encuentra:

- Una selección de problemas de diferentes niveles de dificultad, cuidadosamente seleccionados para estimular el pensamiento matemático.
- Estrategias de resolución para cada problema, explicadas paso a paso para su comprensión y aplicación en otros desafíos.
- Una oportunidad para poner a prueba habilidades y el potencial en el apasionante mundo de las matemáticas.

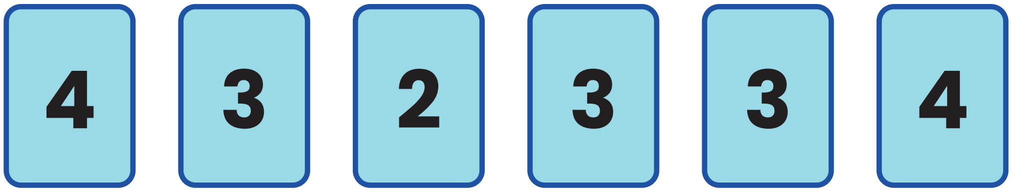
Confiamos en que este material será de gran utilidad para contribuir a la mejora de la educación matemática.

Comisión Central de OLCOMEP

Retos propuestos

Los problemas incluidos en OLCOMEP han sido elaborados con criterios pedagógicos que favorecen el desarrollo habilidades de pensamiento superior en la niñez. Para facilitar su análisis y orientación durante el proceso de acompañamiento al estudiantado, cada problema se presenta con un código visual que indica su nivel de complejidad de menor a mayor según la cantidad de estrellitas iniciando con una estrellita (★) que corresponde a problemas de complejidad básica.

1. (★★) La maestra de Carol le da 6 tarjetas con los dígitos 2, 3 y 4, como se muestra en la imagen. Carol debe escoger 3 tarjetas para formar el mayor número de 3 dígitos posible y luego debe sumarle su antecesor.



¿Cuál es el resultado de la suma que realizó Carol? (OLCOMEP, 2024a)

Solución:

La maestra le pidió a Carol que escogiera 3 tarjetas para formar el número **más grande posible** de tres cifras. Para eso, Carol debe pensar qué combinación de tres números le daría el número mayor.

Observemos las tarjetas que tenía.

4	3	2	3	3	4

Antes de ayudar a Carol, recordemos cuánto vale cada posición en un número de tres dígitos:

- El dígito que está en las centenas vale cien veces el dígito. Por ejemplo, un 3 en las centenas vale 300.
- El dígito que está en las decenas vale diez veces el dígito. Por ejemplo, un 3 en las decenas vale 30.
- El dígito que está en las unidades vale solo lo que dice. Un 3 en las unidades vale 3.

Como podemos ver, la posición más importante para formar un número grande de tres dígitos es la de las centenas, porque es el que más vale.

Por eso, Carol debe empezar colocando el dígito más grande en la posición de las centenas, porque esa es la que vale más. Luego, el segundo número más grande lo coloca en las decenas, y el más pequeño en las unidades. De esta forma, construye el número más grande posible con los tres dígitos.

Por ejemplo, si colocamos un 4 en las centenas, su valor es 400.

4		

Luego, pasamos a la posición de las decenas. De los números que quedan, buscamos el mayor que aún no hayamos usado. Como todavía queda otro 4, lo usamos en esta posición.

4	4	

Finalmente, para la posición de las unidades, elegimos el número mayor entre los que quedan. Aún hay varios treses disponibles, así que usamos un 3.

4	4	3

Por lo tanto, el número más grande que se puede formar con esos dígitos es 443.

Luego, la maestra le pidió que le sumara el **antecesor** de ese número, es decir, el número que se obtiene al **restarle 1**. En este caso, el antecesor de 443 es 442.

Finalmente, Carol hizo la suma:

443 + 442 = 885.

Para realizar esa suma podemos:

El antecesor de un número es el que va justo antes, si contamos de uno en uno.

1. Sumamos primero las centenas

400 + 400 = 800

2. Sumamos las decenas

40 + 40 = 80

3. Sumamos las unidades

3 + 2 = 5

4. Sumamos todo lo anterior

800 + 80 = 880 **880 + 5 = 885**

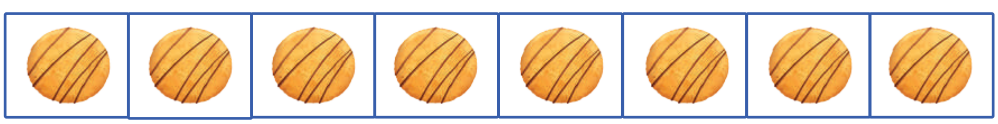
Respuesta: Por lo tanto, el resultado de la suma que realizó Carol es **885**.

2. (★) Roberto horneó 8 galletas y quiere guardarlas en bolsas de papel. Cada bolsa debe tener la misma cantidad de galletas, sin que sobre ninguna galleta sin guardar. ¿Si usa una o varias bolsas, de cuántas formas diferentes puede Roberto empacar sus galletas? (OLCOMEP, 2024a)

Solución:
Roberto tiene 8 galletas

Formemos grupos con igual cantidad de galletas y contemos la cantidad de grupos que se pueden formar.

1. Formemos grupos de 1 galleta



Podemos hacer 8 grupos de 1 galleta. Necesitamos 8 bolsas.

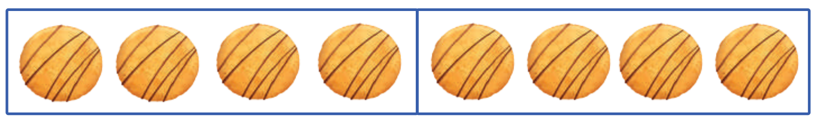
2. Formemos grupos de 2 galletas

Podemos hacer 4 grupos de 2 galletas. Necesitamos 4 bolsas.

3. Formemos grupos de 3 galletas

Podemos hacer 2 grupos de 3, pero sobran 2 galletas. No se pueden formar grupos iguales de 3 sin que sobre galletas.

4. Formemos grupos de 4 galletas

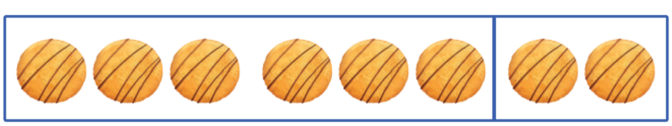


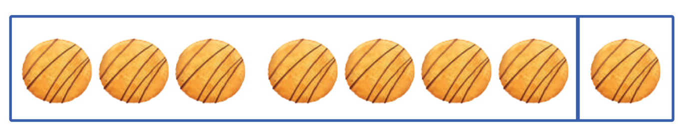
Podemos hacer 2 grupos de 4 galletas. Necesitamos 2 bolsas.

5. Formemos grupos de 5 galletas

Podemos hacer 1 grupo de 5, pero sobran 3 galletas. No se pueden formar grupos iguales de 5.

6. De forma muy parecido a lo que pasó con los grupos de 3 y 5, si intentamos formar grupos de 6 o 7 galletas, también sobrarían galletas y no se podrían hacer grupos iguales.





Por eso, no es posible formar grupos iguales de 6 o 7 galletas con 8 en total.

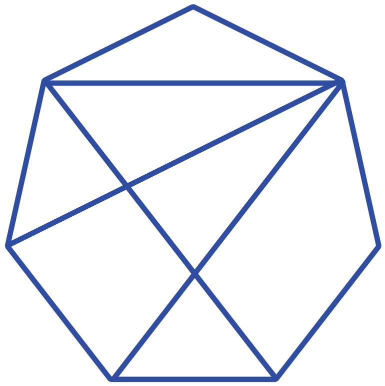
7. No podemos dejar por fuera el grupo completo de 8 galletas

Podemos hacer 1 grupo de 8 galletas. Necesitamos 1 bolsa.
Resumamos los casos en los que sí es posible formar grupos con igual cantidad de galletas en una tabla

Grupos de 1 galleta	8 bolsas
Grupos de 2 galleta	4 bolsas
Grupos de 4 galleta	2 bolsas
Grupo de 1 galleta	1 bolsa

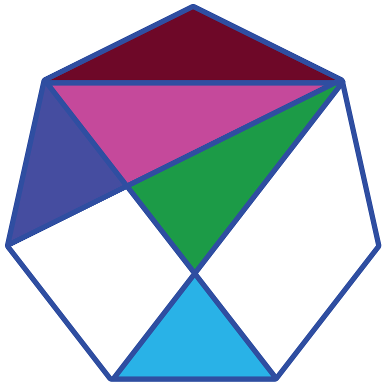
Respuesta: Por lo que Roberto tiene **4 formas diferentes** de guardar las galletas.

3. (★★) ¿Cuántos triángulos se forman en la figura? (OLCOMEP, 2024a)

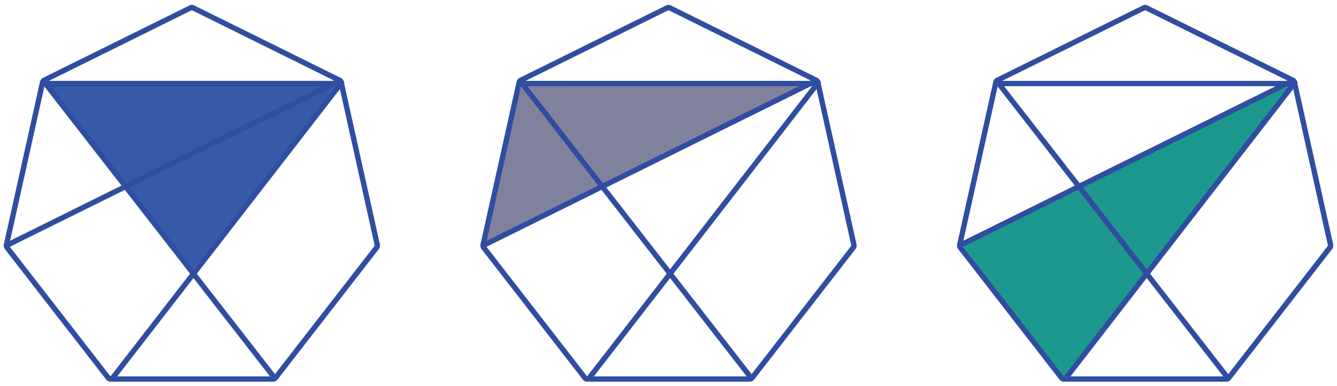


Solución:

Primero, vamos a identificar los triángulos pequeños que se forman dentro del hexágono. Para hacerlo más claro, podemos ir coloreando cada triángulo con un color diferente, de forma que nos ayude a distinguirlos fácilmente unos de otros. Se pueden ver claramente 5 triángulos pequeños que no se cruzan entre sí.



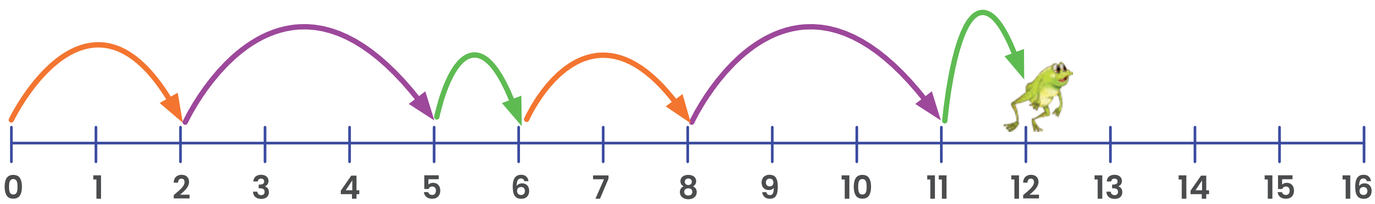
Luego, se pueden observar triángulos más grandes que se forman al combinar dos de las figuras pequeñas. Estas combinaciones crean triángulos nuevos que no se ven de inmediato, pero que están presentes al observar con más atención.



También podemos intentar combinar tres de las figuras pequeñas, pero al hacerlo no se forman triángulos. En su lugar, se crean figuras con más de tres lados, como cuadriláteros.

Respuesta: Por lo tanto, podemos identificar **8 triángulos** que se forman en esa figura.

4. (★) La ranita salta a partir del 0, siguiendo el patrón que se muestra en la imagen.



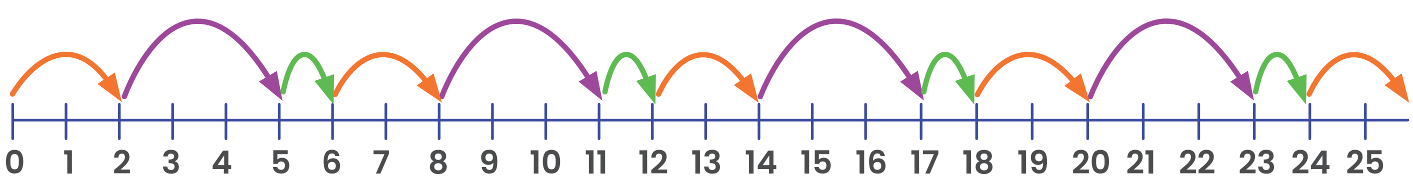
¿En cuál de los siguientes números: 16, 20, 22 o 25; saltará la ranita si continúa repitiendo el patrón? (OLCOMEP, 2024a)

Solución:

Estrategia 1:
Note que la ranita hace tres tipos de salto, en el siguiente orden:

- Salta dos unidades (salto naranja).
- Salta 3 unidades (salto rosado).
- Salta 1 unidad (salto verde).

Podemos continuar el dibujo según ese patrón para ver por cuáles números saltará la ranita.



Así que, de los números dados, la ranita salta en el **20**.

Estrategia 2:
Podemos ver los lugares donde cae la ranita como una sucesión o lista de números que sigue cierta regla:

0, 2, 5, 6, 8, 11, 12, ...

Ahora observamos cómo cambia la ranita de un número al siguiente:

$$0 \xrightarrow{+2} 2 \xrightarrow{+3} 5 \xrightarrow{+1} 6 \xrightarrow{+2} 8 \xrightarrow{+3} 11 \xrightarrow{+1} 12, \ldots$$

Continuando el patrón, para obtener el siguiente número se le suma 2 al último número

0, 2, 5, 6, 8, 11, 12, 14, ...

Luego se le suma 3 al último número

0, 2, 5, 6, 8, 11, 12, 14, 17, ...

Luego se le suma 1 al último número

0, 2, 5, 6, 8, 11, 12, 14, 17, 18, ...

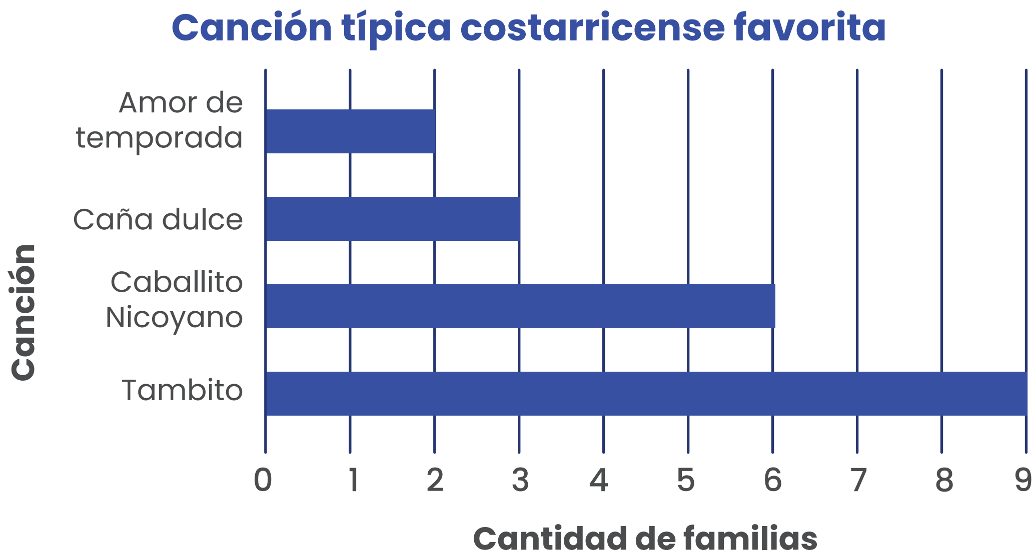
Y se vuelve a repetir. Así continuando la sucesión se tiene:

0, 2, 5, 6, 8, 11, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 26, ...

+2 +3 +1 +2 +3 +1 +2 +3 +1 +2 +3 +1 +2

Respuesta: Como 20 aparece en la sucesión, la ranita sí saltará en el número 20.

5. (★) Fausto llevó a cabo una encuesta para determinar la canción típica favorita entre sus familiares. Los resultados se presentan en el siguiente gráfico.



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera? (OLCOMEP, 2024a)

a. Fausto encuestó a 9 personas.
b. El número de personas que prefieren Caballito Nicoyano es el doble de las que prefieren Amor de Temporada.
c. La canción favorita es Tambito.
d. La canción menos favorita es Caña Dulce.

Solución

Analicemos con atención el gráfico. En él se puede ver cuántos familiares eligieron su canción típica costarricense favorita. Cada barra representa una canción distinta, y el número asociado al largo de cada barra nos muestra cuántas personas la eligieron.

Observando el gráfico, podemos ver lo siguiente:

- *Tambito* fue elegida por 9 personas.
- *Caballito Nicoyano* fue elegida por 4 personas.
- *Caña Dulce* fue elegida por 3 personas.
- *Amor de Temporada* fue elegida por 2 personas.

Podemos colocar los datos anteriores en una tabla:

Canción	Cantidad de familiares
Tambito	9
Caballito Nicoyano	5
Caña Dulce	3
Amor de Temporada	2

Analicemos cada una de las afirmaciones:

a. Fausto encuestó a 9 personas.

Si sumamos la cantidad de votos de cada canción, se obtiene el total de personas encuestadas.

$$9 + 5 + 3 + 2 = 19$$

Por lo tanto, Fausto encuestó a 19 personas, no a 9. La afirmación es falsa.

b. El número de personas que prefieren Caballito Nicoyano es el doble de las que prefieren Amor de Temporada.

Si observamos la tabla anterior, 5 personas eligieron Caballito Nicoyano y 2 personas eligieron Amor de Temporada. Si calculamos el doble de los que prefieren Amor de Temporada se tiene que:

$$2 \times 2 = 4$$

Por lo tanto, 5 no es el doble de 2, sino más del doble. La afirmación es falsa.

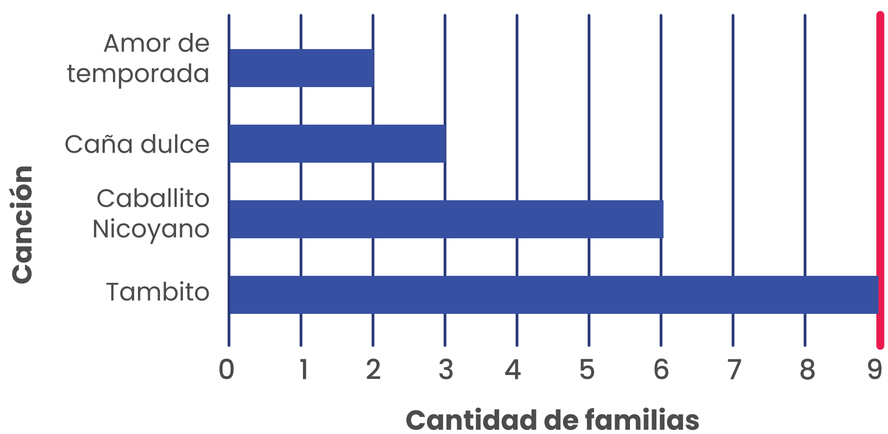
Recuerde que el doble de un número se obtiene al multiplicarlo por dos.

c. La canción favorita es Tambito.

Al observar la tabla, notamos que Tambito fue la canción que recibió más votos, con un total de 9 personas que la eligieron como su favorita. Ninguna otra canción obtuvo una cantidad mayor.

Además, en el gráfico se puede ver que la barra de mayor tamaño corresponde a Tambito, lo que confirma visualmente que fue la opción más elegida.

Canción típica costarrciense favorita

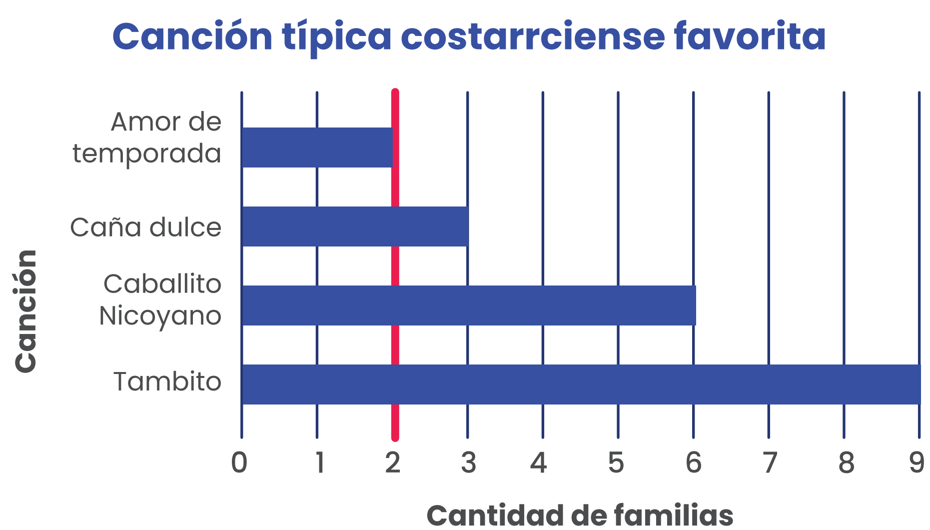


Por lo tanto, la afirmación es **verdadera**. Aunque ya encontramos la verdadera, analicemos la siguiente para saber porque es falsa.

d. La canción menos favorita es Caña Dulce.

Según la tabla, Caña Dulce fue elegida por 3 personas, mientras que Amor de Temporada recibió solo 2 votos.

Esto también se puede observar en el gráfico: la barra más corta corresponde a Amor de Temporada, lo que indica que fue la canción menos favorita.



Como 20 aparece en la sucesión, la ranita sí saltará en el número 20.

Respuesta: La afirmación verdadera es la c.

6. (★) Sandra guarda las monedas en una cajita. El mes pasado contó el dinero y tenía 485 colones. La semana pasada añadió 130 colones y esta semana 175 colones más. Ella desea ahorrar 900 colones para comprar un lapicero. ¿Cuánto dinero le falta para poder comprar el lapicero? (OLCOMEP, 2024a)

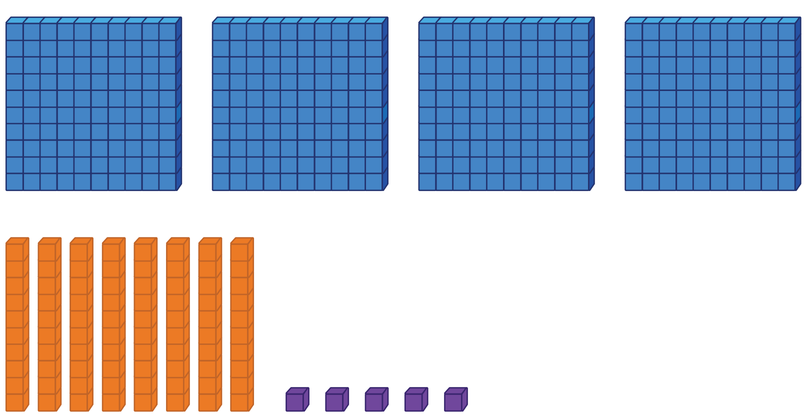
Solución

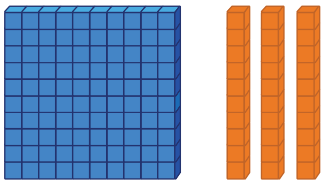
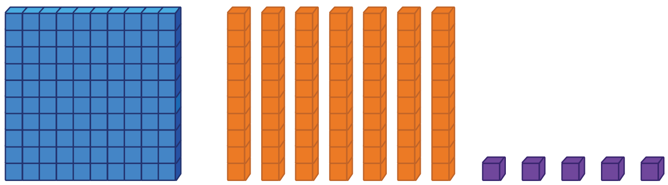
Estrategia 1:
Queremos saber: ¿cuánto le falta para llegar a los 900 colones para comprar un lapicero?

Primero sumamos el dinero que ya tiene:

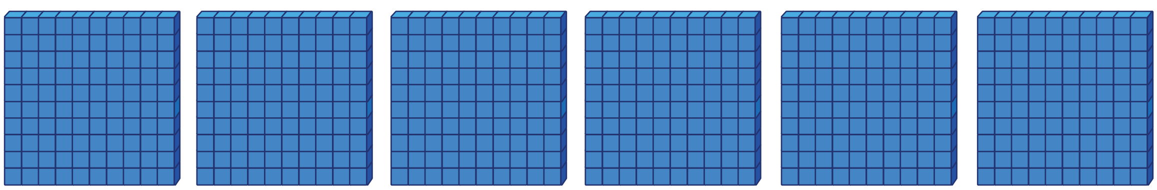
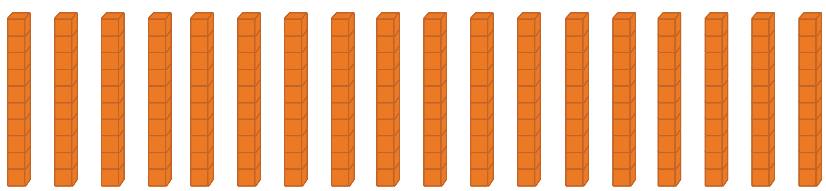
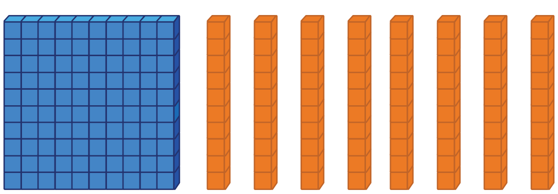
485 + 130 + 175

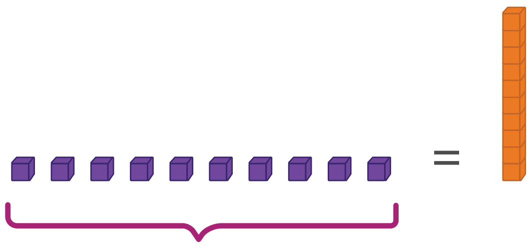
Para resolver esta suma, podemos descomponer cada número en centenas, decenas y unidades, y representarlos utilizando **bloques multibase**.

	485

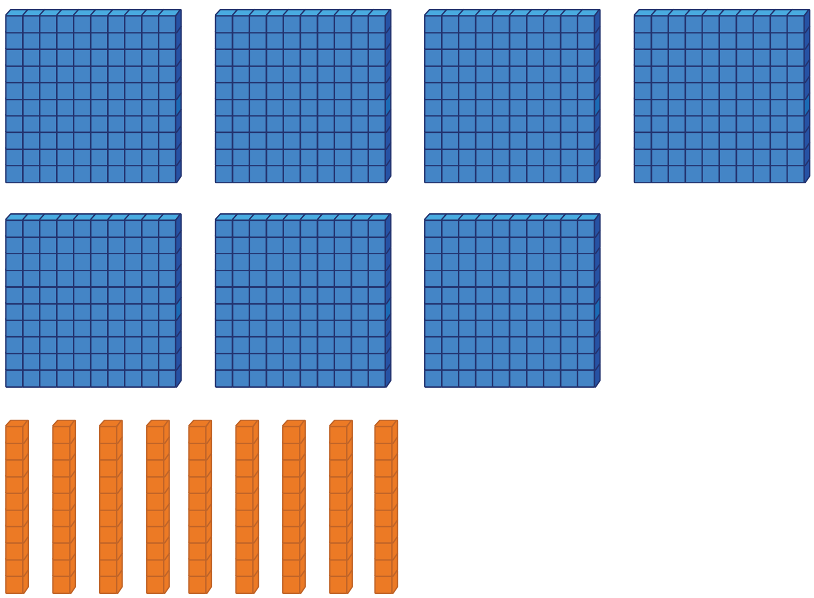
	130
	175

Juntemos los bloques iguales

 100 100 100 100 100 100	600
 = 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 veces 10 forman una centena 	100 + 80

 10 veces 1 forman una decena	10

Por lo que tenemos:

	790

Sandra tiene 790 colones en total.

Veamos cuánto le falta para llegar a 900 colones para lo cual debemos hacer la siguiente resta

$$900 - 790$$

Es decir, ¿cuánto le falta a 790 para llegar a 900?

Podemos hacerlo en dos pasos:

1. De 790 a 800 → faltan 10
2. De 800 a 900 → faltan 100

Ahora sumamos:

10 + 100 = 110

Por lo que, 900 – 790 = 110.

A Sandra le faltan **110 colones** para poder comprar el lapicero.

Estrategia 2:
Veamos cuánto le falta a Sandra para alcanzar su meta de 900 colones para poder comprar su lapicero. Vamos a ver cuánto dinero ha guardado y cuánto le falta, restando paso a paso.

Primero, sabemos que Sandra ya tenía 485 colones. Si el lapicero cuesta 900, vamos a ver cuánto le faltaba en ese momento, para lo cual debemos hacer la resta: 900 – 485

Podemos hacerlo mentalmente:

1. De 485 para llegar a 500 podemos contar de 5 en 5: 490, 495, 500. Contamos 3 veces 5, es decir faltan 15.

De 485 a 500 → faltan 15

2. De 500 para llegar a 900 podemos contar de 100 en 100: 600, 700, 800, 900. Contamos 4 veces 100, es decir faltan 400.

$$\text{De 500 a 900} \longrightarrow \text{faltan 400}$$

Ahora sumamos lo que falta:

$$15 + 400 = 415$$

Entonces, le faltaban 415 colones.

Después, Sandra guardó 130 colones más. Entonces, a la cantidad que le faltaba le restamos lo que acaba de ahorrar: 415 – 130. Veamos cuánto le faltaba ahora realizando la resta en columnas:

$$\begin{array}{rccc} & \overset{3}{\cancel{4}} & {}^{1}1 & 5 \\ - & 1 & 3 & 0 \\ \hline & 2 & 8 & 5 \end{array}$$

Ahora le faltan 285 colones para llegar a su meta.

Esta semana, Sandra guardó 175 colones más. Entonces, al monto que todavía le faltaba, le restamos lo que acaba de guardar: 285 – 175. Hacemos la última resta:

$$\begin{array}{rccc} & 2 & 8 & 5 \\ - & 1 & 7 & 5 \\ \hline & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

Respuesta: A Sandra le faltan **110 colones** para poder comprar el lapicero.

7. (★★★) Pedro observó que en el parqueo del supermercado había algunos carros con números de placas de tres dígitos. Cada placa era diferente y en cada una los dígitos 0, 1 y 2 no se repetían; tal como se muestra la imagen.

Si Pedro sumó todos los posibles números de esas placas, ¿qué resultado obtuvo? (OLCOMEP, 2024a)

Solución

Estrategia 1:
Vamos a buscar todas las combinaciones posibles de tres cifras que no repitan dígitos, usando los dígitos 0, 1 y 2.

Empezamos probando con cada dígito en la posición de las centenas.

Si colocamos el 0 en la posición de las centenas, los dígitos que quedan disponibles para las otras dos posiciones son el 1 y el 2. Las combinaciones posibles serían:

012 y 021

Como se trata de una placa de carro, el número puede iniciar con cero y sigue considerándose una cifra válida.

Por lo tanto, combinaciones como 012 o 021 sí cuentan como números de tres cifras.

Si colocamos el 1 en la posición de las centenas, los dígitos que quedan disponibles para las otras dos posiciones son el 0 y el 2. Las combinaciones posibles serían:

102 y 120

Si colocamos el 2 en la posición de las centenas, quedan disponibles el 0 y el 1. Las combinaciones posibles serían:

201 y 210

Entonces, los números válidos que Pedro pudo ver en las placas son: **012, 021, 102, 120, 201** y **210**.

Ahora sumamos:
012 + 021 + 102 + 120 + 201 + 210

Recuerda que un 0 a la izquierda no tiene valor, por eso no cambia el número, aunque esté escrito.

Para realizar esa suma podemos:

1. Sumamos primero las centenas, los 4 últimos números tienen centenas

$$\boxed{100 + 100 + 200 + 200 = 600}$$

2. Sumamos las decenas, hay dos números que tienen 0 decenas: 102 y 201.

$$\boxed{10 + 20 + 20 + 10 = 60}$$

3. Sumamos las unidades, hay dos números que tienen 0 unidades: 120 y 210.

$$\boxed{2 + 1 + 2 + 1 = 6}$$

4. Sumamos todo lo anterior

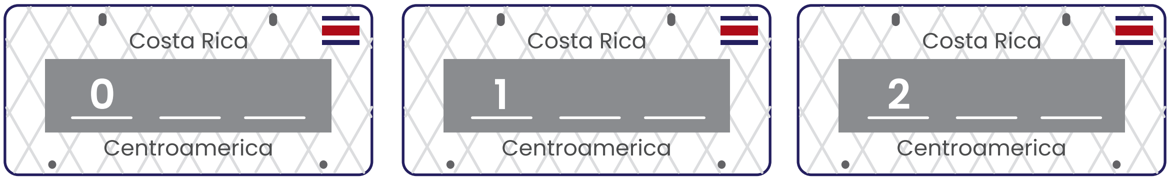
$$\boxed{600 + 60 = 660} \qquad \boxed{660 + 6 = 666}$$

Concluimos que Pedro obtuvo un total de **666** al sumar todas las placas posibles.

Estrategia 2:
Tenemos 3 dígitos disponibles: 0, 1 y 2, y no se pueden repetir.

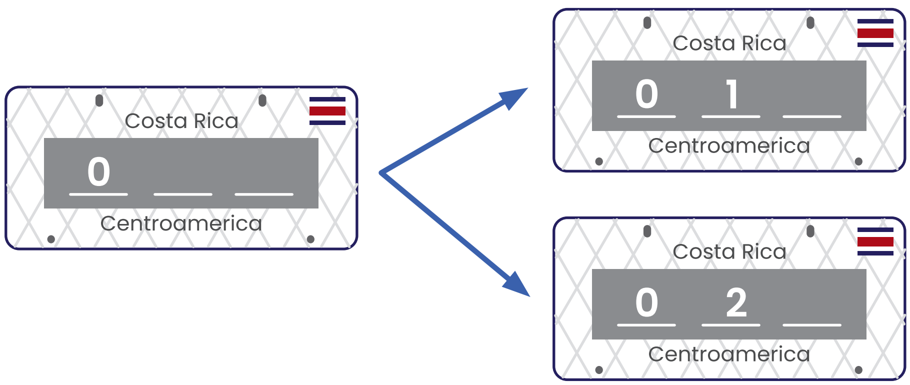
Para formar un número de tres dígitos:

- En la primera posición (dígito de las centenas) podemos colocar 3 opciones: 0, 1 o 2.

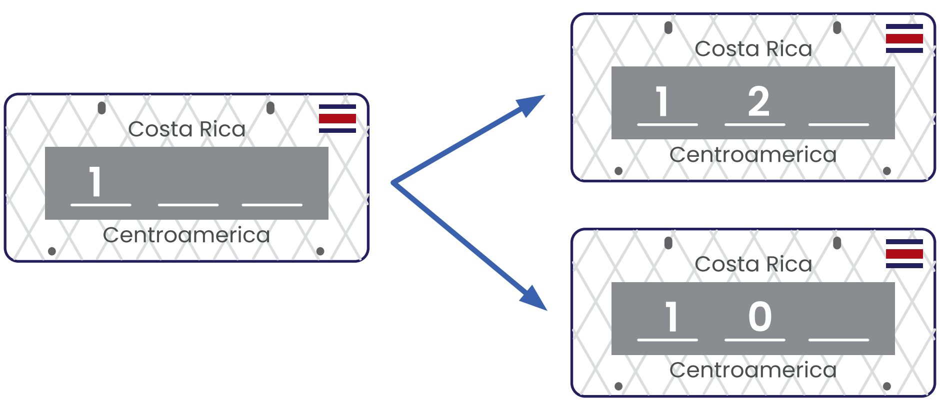


• Luego, en la segunda posición (decenas), ya usamos un número, así que quedan 2 opciones.

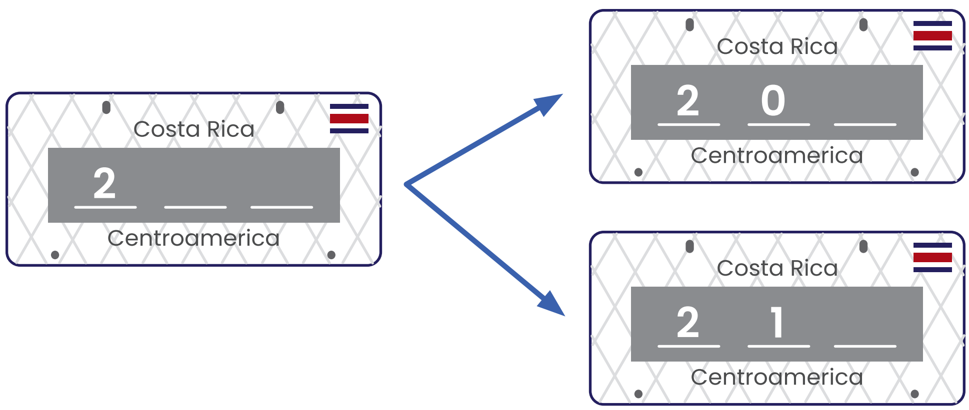
- Si se usó el 0 en la primera posición (centenas) solo quedaría el 1 y 2 para la segunda posición.



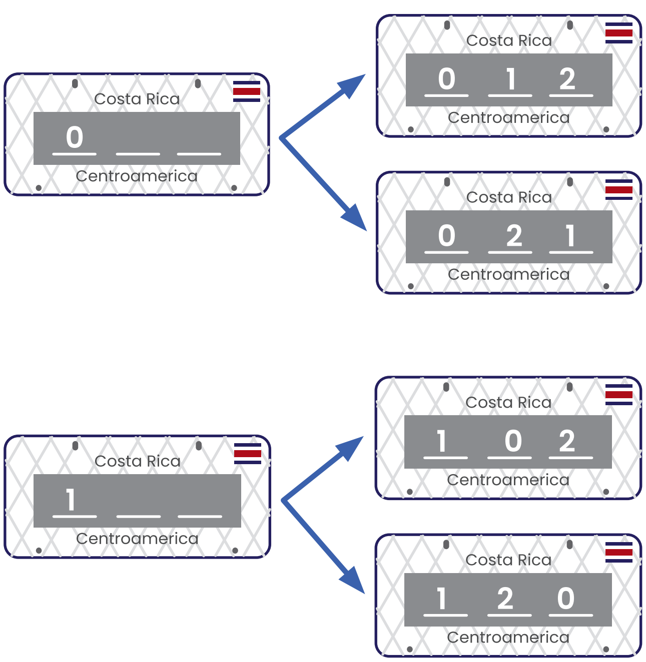
- Si se usó el 1 en la primera posición (centenas) solo quedaría el 0 y 2 para la segunda posición.

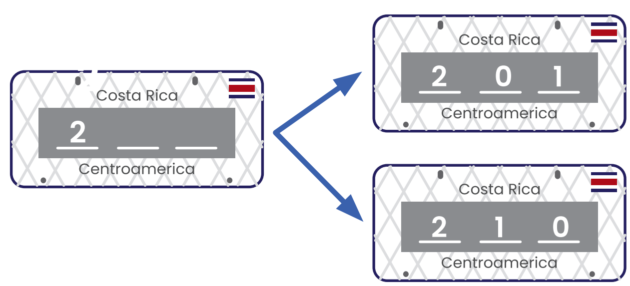


- Si se usó el 2 en la primera posición (centenas) solo quedaría el 0 y 1 para la segunda posición.



• Finalmente, una vez que ya hemos colocado los dos primeros dígitos, para la tercera posición (las unidades) solo queda un número disponible, que es el que aún no hemos usado.





Entonces, el total de combinaciones es:

Números disponibles para primera posición	x	Números disponibles para segunda posición (si ya se colocó el primero)	x	Números disponibles para tercera posición (si ya se colocaron los dos primeros)
3	**x**	**2**	**x**	**1**

$3 \times 2 \times 1 = 6$ números distintos

Ahora sumamos todos los números:

$$012 + 021 + 102 + 120 + 201 + 210 = 666$$

Podemos sumar en columna

$$\begin{array}{cccc} & & 1 & 2 \\ & & 2 & 1 \\ & 1 & 0 & 2 \\ & 1 & 2 & 0 \\ & 2 & 0 & 1 \\ + & 2 & 1 & 0 \\ \hline & 6 & 6 & 6 \end{array}$$

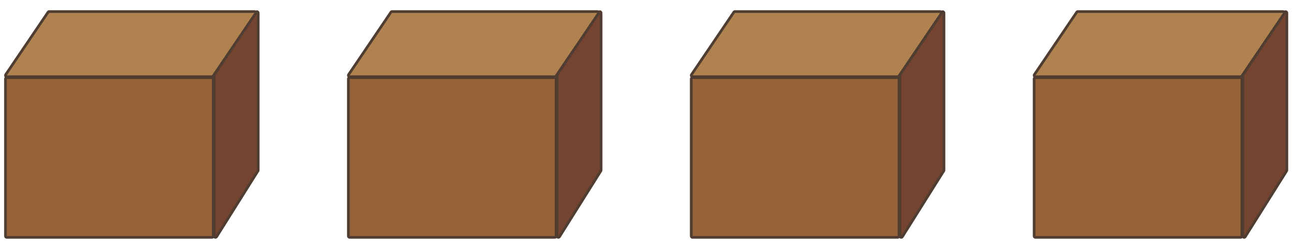
Respuesta: Pedro sumó todos los números posibles de placas y obtuvo **666**.

8. (★★) Daniela tiene 4 cajas grandes. Dentro de cada una de ellas hay 3 cajas medianas, y dentro de cada caja mediana hay 2 pequeñas. ¿Cuántas cajas tiene Daniela en total? (OLCOMEP, 2024a)

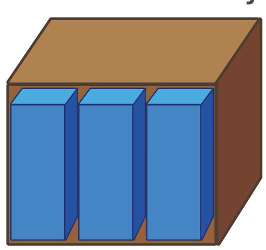
Solución

Estrategia 1:
Según el enunciado del problema Daniela tiene:

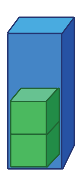
- 4 cajas grandes



- Dentro de cada caja grande, hay 3 cajas medianas



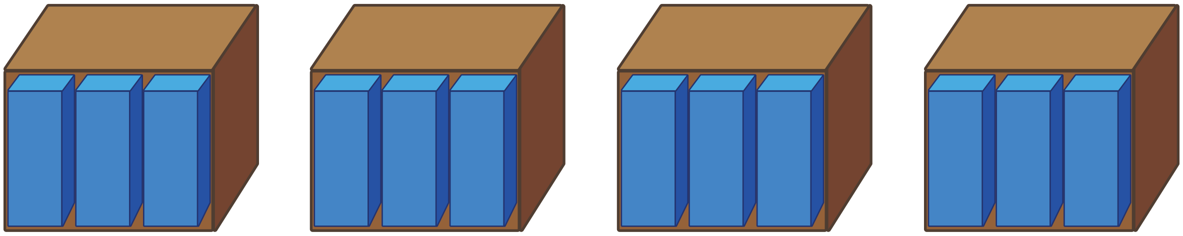
- Y dentro de cada caja mediana, hay 2 cajas pequeñas



Queremos saber: ¿cuántas cajas tiene Daniela en total? (grandes, medianas y pequeñas)

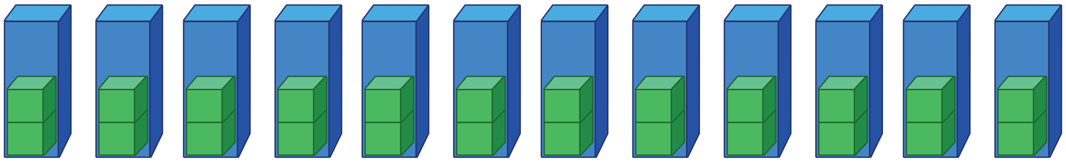
Para empezar, sabemos que tiene **4 cajas grandes**.

Ahora, contemos las cajas medianas. Cada caja grande tiene 3 medianas, y Daniela tiene 4 cajas grandes:



Así que tenemos 3 + 3 + 3 + 3 = **12 cajas medianas**.

Por último, contemos las cajas pequeñas. Cada caja mediana tiene 2 pequeñas, y ya sabemos que Daniela tiene 12 cajas medianas:



Si contamos de 2 en 2, doce veces, obtendremos un total de **24 cajas pequeñas**.

Para tener el total de cajas, sumamos todas las cajas que tiene Daniela:

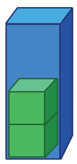
4 grandes + 12 medianas + 24 pequeñas

4 + 12 + 24 = 40

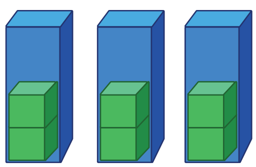
Daniela tiene **40 cajas en total.**

Estrategia 2:
Esta vez no vamos a empezar por las cajas grandes. Vamos a hacerlo al revés: pensemos primero en las cajas pequeñas y construyamos paso a paso hasta llegar a las más grandes.

Una caja mediana tiene 2 pequeñas

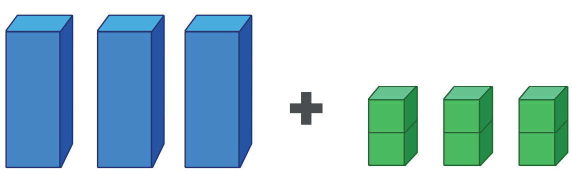


Cada caja grande tiene 3 cajas medianas, así el contenido de cada caja grande sería



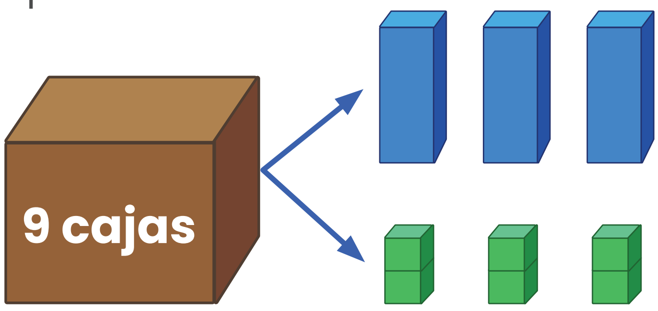
Podemos observar que cada caja grande tiene 3 cajas medianas y 6 cajas pequeñas. Entonces, una caja grande contiene en total:

3 medianas + 6 pequeñas

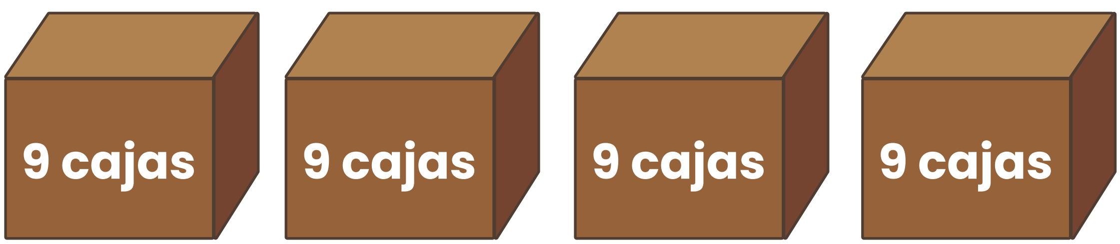


Es decir, cada caja grande tiene **9 cajas** de menor tamaño.

Ahora bien, Daniela tiene 4 cajas grandes y cada una de ellas contiene 9 cajas pequeñas



Así, por las 4 cajas grandes hay en total



$$9 + 9 + 9 + 9 = 36 \text{ cajas}$$

En total se tienen **36 cajas medianas y pequeñas**. Nos falta de contar las cajas grandes.

Tomando en cuenta las cajas grandes, medianas y pequeñas hay en total

$$36 + 4 = 40 \text{ cajas}$$

Respuesta: Por lo tanto, Daniela tiene **40 cajas.**

9. (★) Daniela Miriam tiene un total de ₡ 115 en su bolsillo, compuesto por monedas. ¿Cuál es la menor cantidad de monedas que podría tener para sumar esa cantidad exacta? (OLCOMEP, 2024a)

Solución

Estrategia 1:
Para usar la **menor cantidad** de monedas, vamos a comenzar con las monedas de más valor que podamos usar y luego usamos las más pequeñas para completar la cantidad exacta.

- Usamos monedas de ₡ 100. ¿Cabe una moneda de ₡100 en ₡115?

¡Sí!
Usamos ₡ 100 → Miriam ha usado 1 moneda.
Queda por completar: ₡ 115 - ₡ 100 = ₡ 15.

- Usamos moneda de ₡ 10. ¿Cabe una moneda de ₡ 10 en ₡ 15?

¡Sí!
Usamos ₡ 10 → Llevamos 2 monedas en total.
Queda por completar: ₡15 - ₡ 10 = ₡ 5

- Usamos moneda de ₡ 5. Exactamente lo que falta.

Usamos ₡ 5 → Ahora llevamos 3 monedas en total.

La menor cantidad de monedas que podría tener Miriam es 3 monedas.

Estrategia 2:
En lugar de empezar restando desde ₡ 115, vamos a ir sumando desde cero, usando las monedas más grandes que podamos y buscando llegar a ₡ 115 con la menor cantidad posible.

Sabemos que ₡ 100 es la moneda más grande disponible. Si usamos ₡ 100, ya estamos muy cerca del total.

• La siguiente moneda más grande que podemos usar sin pasarnos del total es ₡ 10.

₡ 100 + ₡ 10 = ₡ 110

• Ahora estamos en ₡ 110 y necesitamos llegar a ₡ 115, así que usamos una moneda de ₡ 5.

₡ 100 + ₡ 10 + ₡ 5 = ₡ 110

• Monedas usadas:

₡ 100 → 1 moneda
₡ 10 → 1 moneda
₡ 5 → 1 moneda

Respuesta: Miriam puede tener exactamente ₡ 115 usando solo 3 monedas.

10. (★★★) Marta le pide a sus amigas que encuentren el número que cumple las siguientes condiciones.

- Es un número de tres dígitos.
- El dígito de las centenas es la mitad del dígito de las unidades.
- La cantidad de decenas que se puede formar con ese número es el sucesor del doble de 21.

¿Cuál es el número que cumple las condiciones? (OLCOMEP, 2024a)

Solución

Queremos encontrar un número de tres cifras que cumpla con tres condiciones:

- Es un número de tres dígitos.

- El dígito de las centenas es la mitad del dígito de las unidades. Recordemos que cuando tenemos un número de tres dígitos, cada dígito tiene un valor diferente según su posición.

Ejemplo: el número 438

- El dígito que está en las centenas vale cien veces el dígito. Un 4 en las centenas vale 400.
- El dígito que está en las decenas vale diez veces el dígito. Un 3 en las decenas vale 30.
- El dígito que está en las unidades vale solo lo que dice. Un 8 en las unidades vale 8.

Si el dígito de las centenas es la mitad del dígito de las unidades, entonces, el dígito de las unidades debe tener una mitad exacta. Recordemos que los dígitos son números del 0 al 9, vamos a ver cuáles de ellos sí tienen mitad exacta:

Dígito	¿Tiene mitad exacta?	Mitad exacta
0	Sí	0
1	No	
2	Sí	1
3	No	
4	Sí	2
5	No	
6	Sí	3
7	No	
8	Sí	4
9	No	

Los dígitos que sí tienen mitad exacta son: 0, 2, 4, 6 y 8. Con esta información, ya podemos comenzar a formar los números que cumplen las dos primeras condiciones. Para hacerlo, colocamos en la posición de las unidades un dígito que tenga mitad exacta, y en la posición de las centenas colocamos su mitad correspondiente.

0		0	1		2
2		4	3		6
4		8			

Observe que el 0 se descarta pues no sería un número de 3 dígitos. Por lo que nos quedan.

1		2	2		4
3		6	4		8

Por lo tanto, de entre todos los posibles números de tres cifras, hemos reducido las opciones, ya que solo 4 dígitos pueden ocupar la posición de las unidades para cumplir la condición de tener una mitad exacta. Además, esa mitad debe coincidir con el dígito que aparece en la posición de las centenas.

- La cantidad de decenas que se puede formar con ese número es el sucesor del doble de 21.

Primero calculamos el doble de 21:

$$21 \times 2 = 42$$

El sucesor de 42 (el número que sigue después de 42) es 43. Entonces, el número buscado tiene 43 decenas.

Recordemos que: 1 decena = 10
Por lo que: 43 decenas = 430

Entonces, si tenemos 43 decenas, eso quiere decir que tenemos 43 grupos de 10. Contando de 10 en 10, después de 10 veces llegamos a 100.

10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
1 vez	2 veces	3 veces	4 veces	5 veces	6 veces	7 veces	8 veces	9 veces	10 veces

Así, 10 decenas forman 100. Entonces, podemos pensar de la siguiente forma:

- Otras 10 decenas hacen 100 más, y ya llevamos 200.
- Si sumamos otras 10 decenas, llegamos a 300.
- Y con 10 decenas más, alcanzamos 400.

Así, con 40 decenas tenemos 400.

Luego, si contamos tres veces más, llegamos a: 410, 420, 430.

Ahora sí, 43 decenas son 430, porque hemos contado 43 veces 10.

Ahora bien, el número no tiene que ser exactamente 430, ya que, por ejemplo, el número 431 también tiene 43 decenas. Esto se debe a que cualquier número entre 430 y 439 sigue teniendo 43 decenas completas.

Analizando las opciones que tenemos con las dos primeras condiciones:

1		2	2		4
3		6	4		8

Se descartan las tres primeras opciones (los números que comienzan con 1, 2 o 3), ya que no pueden tener 43 decenas. Esto se debe a que cualquier número que empiece por 1, 2 o 3 es menor que 430, y por lo tanto tiene menos de 43 decenas. Al revisar las opciones, vemos que solo hay una posibilidad que cumple con todas las condiciones.

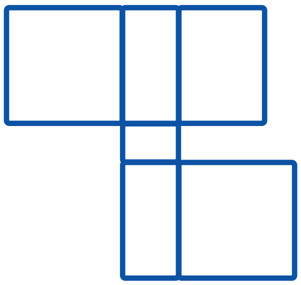
4		8

Para que se puedan formar 43 decenas el número debe tener un 3 en las decenas.

4	3	8

Respuesta: Así que el número que cumple las condiciones dadas es **438**.

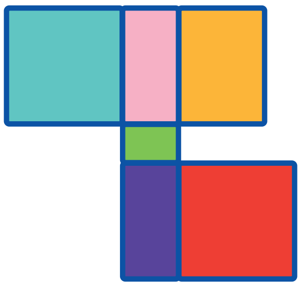
11. (★★) Carlos realizó el siguiente dibujo con figuras geométricas. ¿Cuál es el máximo número de cuadriláteros que hay en la figura realizada por Carlos? (OLCOMEP, 2024a)



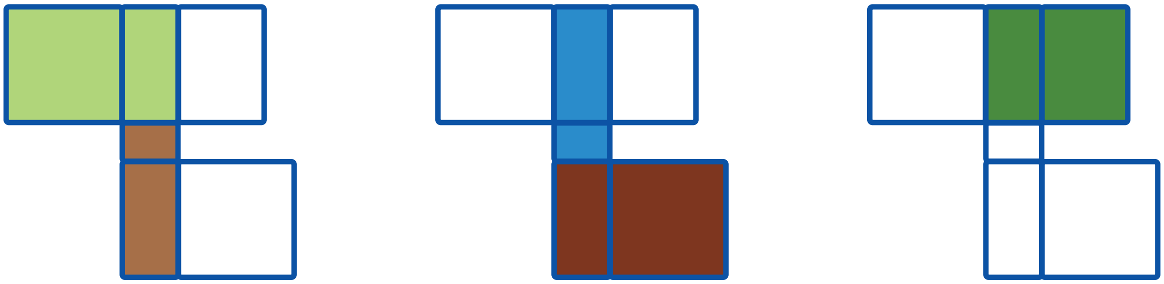
Solución

Debemos contar el máximo número de cuadriláteros que aparecen en la figura hecha por Carlos. Es importante recordar que, un cuadrilátero es una figura geométrica que tiene 4 lados, como un cuadrado o un rectángulo, entre otras figuras geométricas.

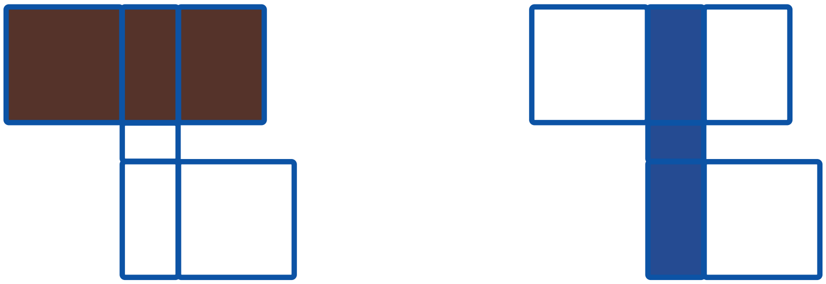
Empecemos por los cuadriláteros que no se cruzan entre sí



Tenemos **6 cuadriláteros**. Luego, se pueden observar cuadriláteros más grandes que se forman al combinar dos de los pequeños.



Ahora hemos identificado **5 cuadriláteros** adicionales. A continuación, vamos a buscar aquellos cuadriláteros que se forman al unir 3 de los más pequeños.

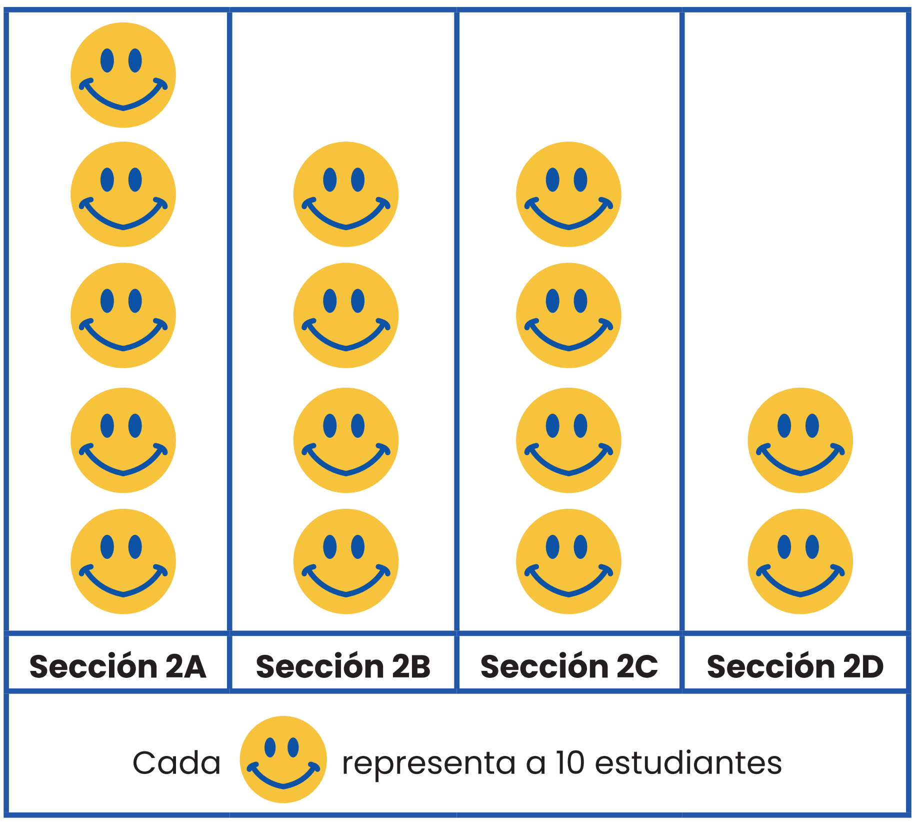


Obteniendo **2 cuadriláteros** más. Así en total tenemos

$$6 + 5 + 2 = 13$$

Respuesta: Así, tenemos que, se puede identificar 13 cuadriláteros en la figura que dibujó Carlos.

12. (★) La imagen muestra el número de estudiantes de las secciones 2A, 2B, 2C y 2D de la Escuela La Paz. ¿Cuántos estudiantes de la sección 2C se deben pasar a la sección 2D para que estas dos secciones tengan igual número de estudiantes? (OLCOMEP, 2024b)



Solución

Estrategia 1:
Tenemos que la sección 2C aparecen cuatro símbolos de carita feliz y en la sección 2D aparecen dos símbolos. Además, se tiene la información que cada carita feliz representa 10 estudiantes.

Encontremos cuántos estudiantes tiene cada sección,

Sección 2C

10 + 10 + 10 + 10 = 40

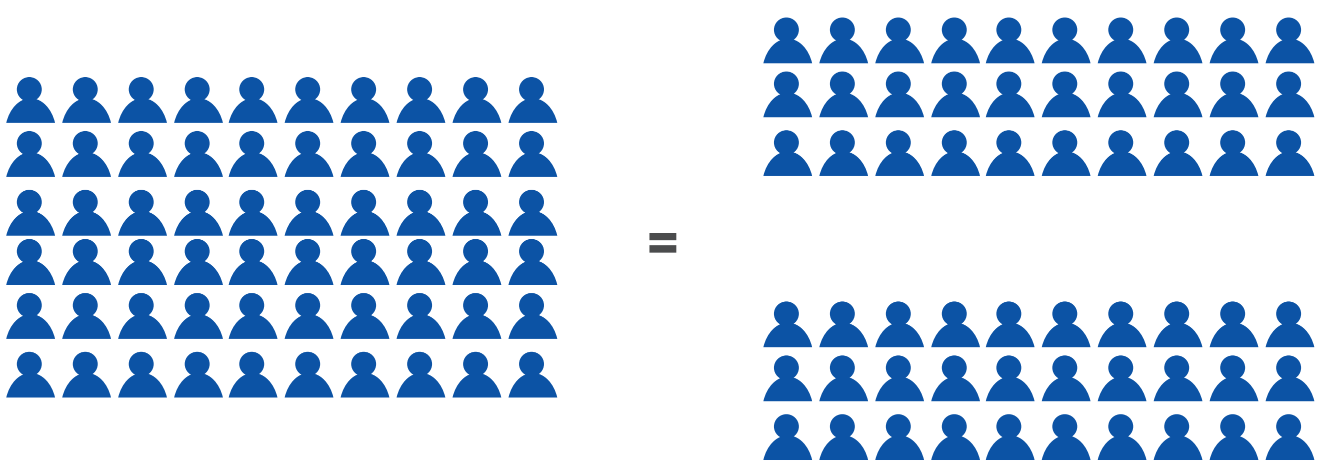
Sección 2D

10 + 10 = 20

Ahora, podemos sumar la cantidad de estudiantes de las dos secciones, para saber cuántos estudiantes hay en total.

$$40 + 20 = 60$$

Ahora, debemos separar esta cantidad en los dos grupos de forma equitativa.



Para que la Sección 2D tenga la misma cantidad de estudiantes que la Sección 2C, tenemos restarle a 30 la cantidad de estudiantes actuales que sería 20.

$$30 - 20 = 10$$

Por lo tanto, se concluye que se deben pasar 10 estudiantes.

Estrategia 2:
Tenemos que la sección 2C aparecen cuatro símbolos de carita feliz y en la sección 2D aparecen dos símbolos. Además, se tiene la información que cada carita feliz representa 10 estudiantes.

Observamos la cantidad de caritas que tiene cada sección:

Sección 2C

Sección 2D

Ahora comparamos la sección 2C tiene 4 caritas y la sección 2D tiene 2 caritas.

Si trasladamos una carita de la sección 2C a la sección 2D, entonces ambas quedarían con 3 caritas:

Sección 2C

Sección 2D

Como cada carita representa 10 estudiantes, trasladar una carita significa trasladar 10 estudiantes.

Respuesta: Por lo tanto, se concluye que se deben pasar 10 estudiantes.

13. (★★) Roberto anda en bicicleta y recorre 3 metros en 2 segundos. Si mantiene la misma velocidad durante todo el recorrido, ¿cuántos metros puede recorrer en 12 segundos? (OLCOMEP, 2024b)

Solución

Estrategia 1:
Sabemos que Roberto recorre 3 metros en 2 segundos, esta relación entre metros y segundos la podemos representar así:

3 m
2 s

Ahora, para representar 12 segundos, vamos a usar tantos rectángulos rojos como sean necesarios

2 s	**2 s**	**2 s**	**2 s**	**2 s**	**2 s**

Tenemos 6 rectángulos, ahora coloquemos un rectángulo azul por cada anaranjado.

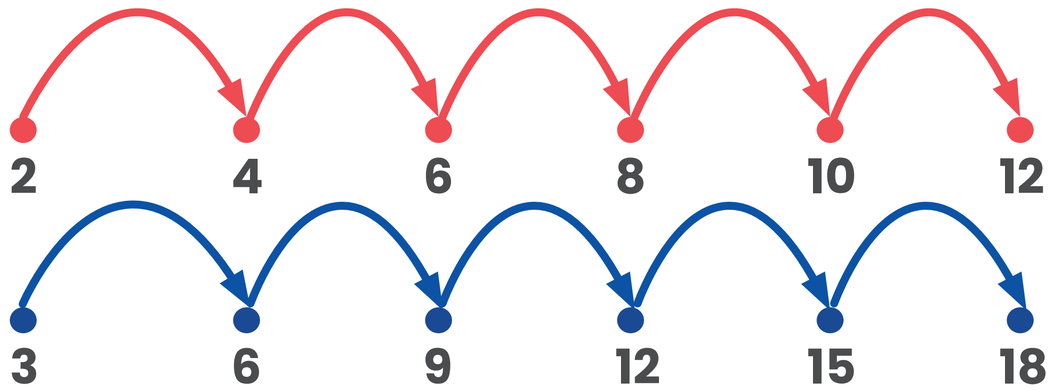
3 m	**3 m**	**3 m**	**3 m**	**3 m**	**3 m**
2 s	**2 s**	**2 s**	**2 s**	**2 s**	**2 s**

Ahora sumemos las cantidades de los rectángulos azules

$$3\,m + 3\,m + 3\,m + 3\,m + 3\,m + 3\,m = 18\,m$$

Por lo tanto, Roberto puede recorrer 18 metros en 12 segundos.

Estrategia 2:
Sabemos que cada 2 segundos, Roberto recorre 3 metros, vamos a representar esta relación en forma de dos series que crecen juntas:



Observamos que, por cada 2 segundos, se suman 3 metros más. Ambas cantidades crecen al mismo ritmo.

Cuando llegamos a 12 segundos, en la misma fila tenemos que Roberto ha recorrido 18 metros.

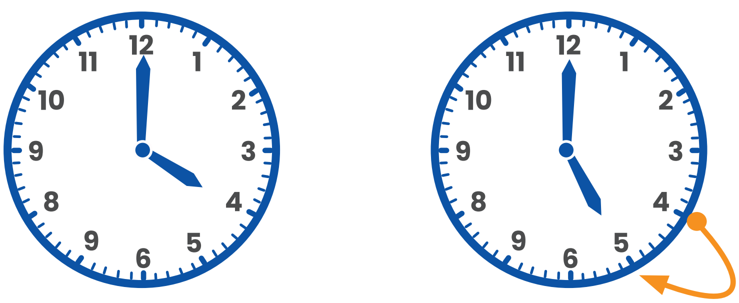
Respuesta: Por lo tanto, Roberto puede recorrer 18 metros en 12 segundos.

14. (★★) Jimena asiste a clases de natación durante una hora a partir de las 4:00 p.m. Luego, tarda 15 minutos en llegar de la clase de natación a su clase de guitarra, la cual dura 50 minutos. Al salir de la clase de guitarra, le toma 20 minutos regresar a su casa. ¿A qué hora regresa a su casa? (OLCOMEP, 2024b)

Solución

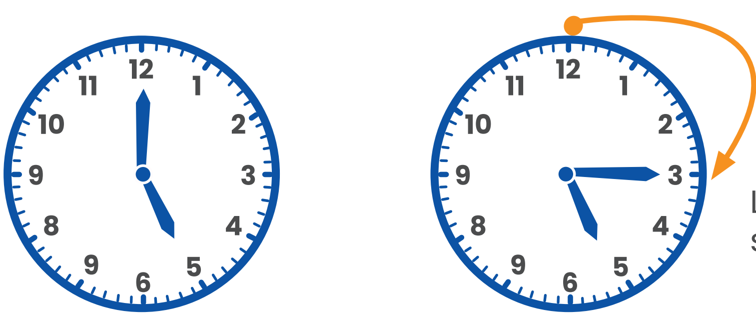
Estrategia 1:
Para resolver el problema vamos a dividirlo en partes:

1. La clase de natación dura una hora e inicia a las 4:00 p.m., esto quiere decir, que termina a las 5:00 p.m.



La aguja de las horas se movió una hora.

2. Para llegar a la clase de guitarra dura 15 minutos, esto quiere decir, que llega a las 5:15 p.m.



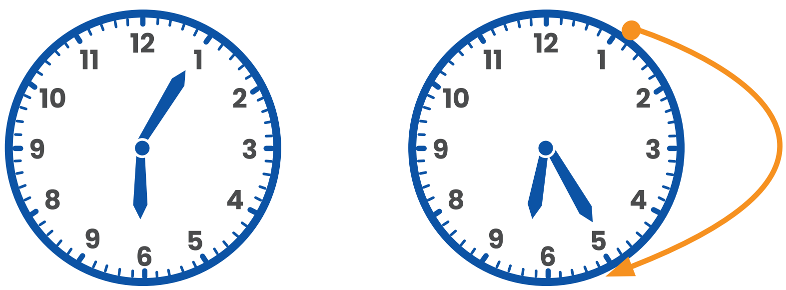
La aguja de los minutos se movió 15 minutos.

3. La clase de guitarra dura 50 minutos, por lo que, termina a las 6:05 p.m., como muestra el dibujo.

La aguja de los minutos al moverse 45 minutos, hace que se cumpla una hora más, es decir, son las 6:00 p.m.

Para que se cumplan los 50 minutos solo falta que pase 5 minutos más, son las 6:05 p.m.

4. Le toma 20 minutos regresar a su casa, sumamos 20 minutos más, por ello, regresa a su casa a las 6:25 p.m.



La aguja de los minutos se mueve 20 minutos más.

Respuesta: Jimena regresa a su casa a las 6:25 p.m.

15. (★★) Para una actividad deportiva, se repartirán frutas: manzanas, bananos y naranjas. Se sabe que:

- La cantidad de manzanas es la mitad de la cantidad de naranjas.
- La cantidad de bananos es el doble de la cantidad de manzanas.

Si se compraron 36 naranjas y se repartirán todas las frutas entre los participantes, de modo que cada uno reciba exactamente dos frutas y no sobre ninguna, ¿cuántos participantes hay en la actividad? (OLCOMEP, 2024b)

Solución

Estrategia 1:
Necesitamos encontrar el número total de frutas que se repartieron en el evento. Para ello, representemos la cantidad de manzanas con este cuadrito

Dice que "La cantidad de manzanas es la mitad de la cantidad de naranjas", entonces la cantidad de naranjas tiene que ser el doble de las manzanas, se necesitan dos cuadritos para representar la cantidad de naranjas.

Cantidad de naranjas:

También el problema dice que "La cantidad de bananos es el doble de la cantidad de manzanas", entonces también se necesitas dos cuadritos para representar la cantidad de bananos.

Cantidad de bananos:

Cantidad de bananos:

En resumen:

- Cantidad de manzanas $\blacksquare$
- Cantidad de naranjas $\blacksquare \ \blacksquare$
- Cantidad de bananos $\blacksquare \ \blacksquare$

Sabemos que se compraron 36 naranjas, partamos 36 en dos grupos, para saber el valor de un cuadrito. Para ello, descompongamos el número 36

$$36 = 20 + 10 + 6$$

Ahora, saquemos la mitad de cada número de la descomposición y formemos el nuevo número.

$$10 + 5 + 3 = 18$$

Cada cuadrito equivale a 18 frutas, entonces

- Cantidad de manzanas: $\boxed{18}$
- Cantidad de naranjas: $\boxed{18} + \boxed{18} = 36$
- Cantidad de bananos $\boxed{18} + \boxed{18} = 36$

Para saber el total de frutas, sumamos

$$18 + 36 + 36 = 90$$

Además, el problema señala a cada participante se le dio dos frutas y no sobró ninguna, por ello, debemos repartir 90 entre dos. Usamos la misma técnica de descomponer el número y luego sacar la mitad

$$90 = 80 + 10$$

y entonces

$$40 + 5 = 45$$

En la actividad hay 45 personas.

Estrategia 2:
Sabemos que se compraron 36 naranjas.

Como el problema dice que la cantidad de manzanas es la mitad de la cantidad de naranjas, vamos a contar de dos en dos hasta llegar a 36, para saber cuántos grupos iguales se pueden formar.
Contamos así:

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36.

Contamos 18 veces, entonces hay 18 manzanas.

Ahora, el problema dice que la cantidad de bananos es el doble de la cantidad de manzanas.

Entonces, vamos a repetir 18 dos veces:

Primero contamos 18:

Después contamos otros 18:

En total hay 36 bananos.

Ahora sumamos todas las frutas:

- 36 naranjas
- 18 manzanas
- 36 bananos

Vamos a sumar poco a poco para saber cuántas frutas hay en total.

Primero, sumamos las 36 naranjas con las 18 manzanas.
Lo haremos en dos partes:

$$36 + 10 = 46$$

$$46 + 8 = 54$$

Ahora sumamos las 36 bananas también en partes:

$$54 + 10 = 64$$

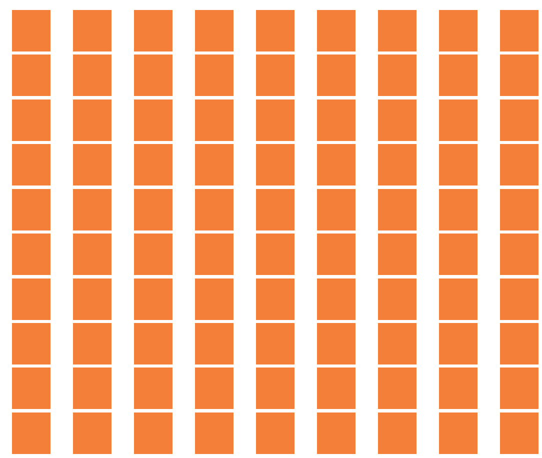
$$64 + 10 = 74$$

$$74 + 10 = 84$$

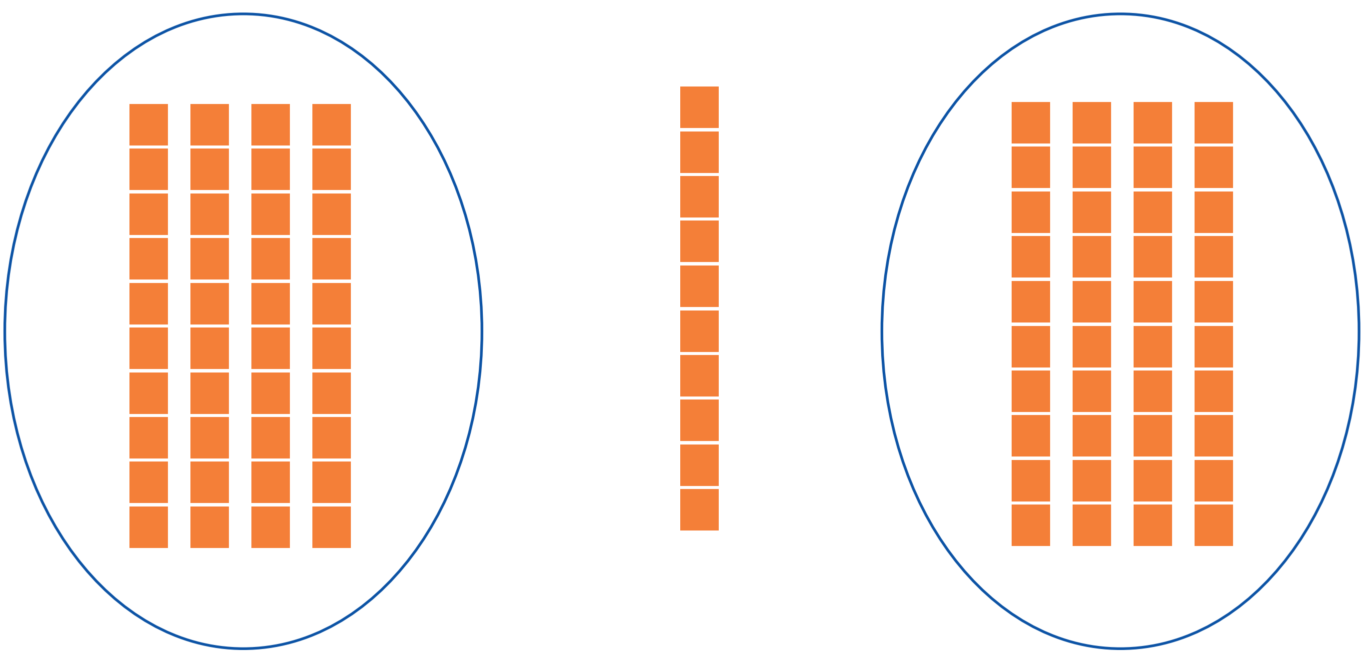
$$84 + 6 = 90$$

Entonces, en total hay 90 frutas.

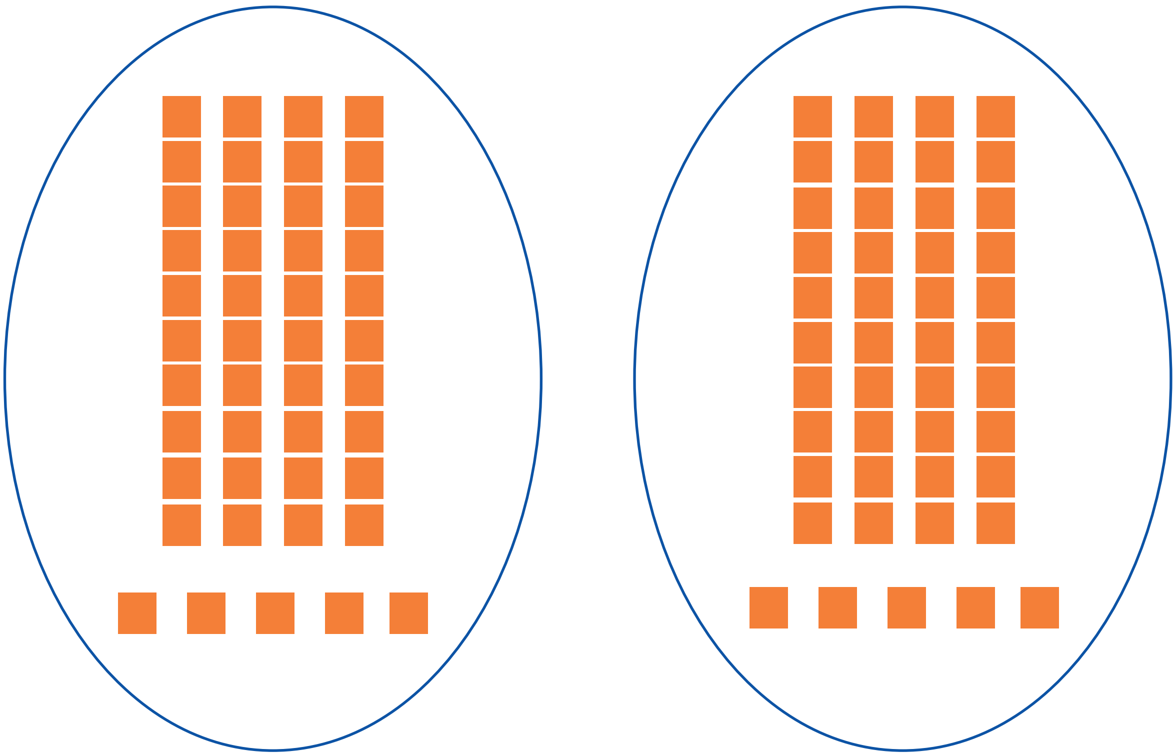
Ahora, el problema dice que cada participante recibe 2 frutas, partamos 90 en dos grupos, para encontrar el número de participantes. Para ello, representemos el número 90 con bloques multibase. Necesitamos 9 bloques de diez, es decir, 9 decenas.



Ahora, descompongamos lo en dos grupos:



Se logró colocar 4 bloques en cada grupo, ahora tenemos que repartir el bloque que nos sobró, para ello, la cambiaremos por 10 bloques de uno (10 unidades) y la separamos de nuevo.

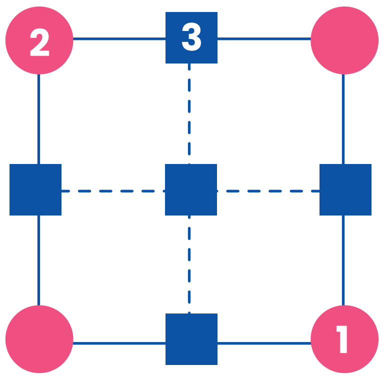


Podemos notar que en cada grupo hya 4 bloques de 10 y 5 bloques de uno, así que podemos concluir que asistieron 45 participantes.

Respuesta: En la actividad hay 45 participantes.

16. (★) Ana debe completar la figura, completando los círculos y cuadrados pequeños que aparecen sin número, cumpliendo las siguientes reglas:

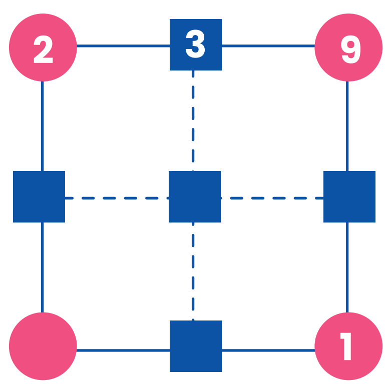
- Debe escribir los números del 4 al 9.
- Ningún número se repite.
- La suma en cada lado del cuadrado grande es igual a 14.



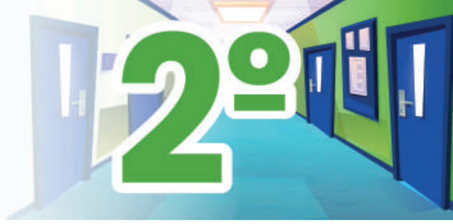
¿Cuál es la suma de los números en los 3 cuadrados pequeños alineados verticalmente? (OLCOMEP, 2024b)

Solución

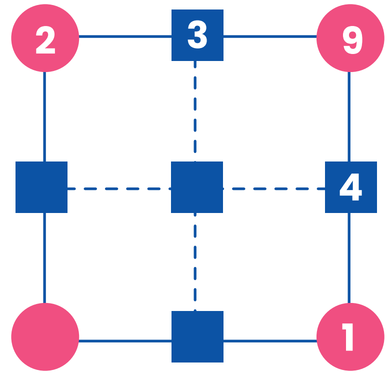
Estrategia 1:
Iniciemos por el lado del cuadrado donde hay dos números,
2 + 3 = 5 y 14 -5 = 9.

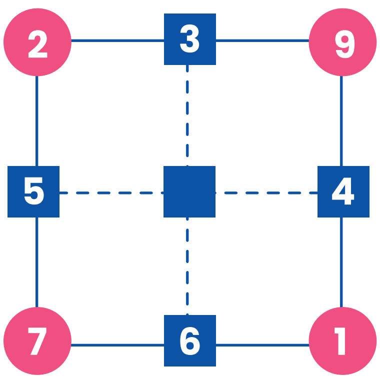


Ahora, podemos completar el cuadrito azul del lado derecha, ya que, hay dos círculos completos:
9 + 1 = 10 y 14 – 10 = 4.



Ahora, debemos de cambiar la estrategia, porque en los otros dos lados nos faltan dos números. Nos falta por usar el 5, 6, 7 y 8, en el lado izquierdo debo colocar dos números que sumados me den 12, estos tienen que ser 5 y 7; y en lado de abajo dos números sumados que me den 13 y estos deben ser 6 y 7. Como el 7 se repite en ambos casos, lo debo colocar en el círculo rosado faltante, y luego los otros números (5 y 6).

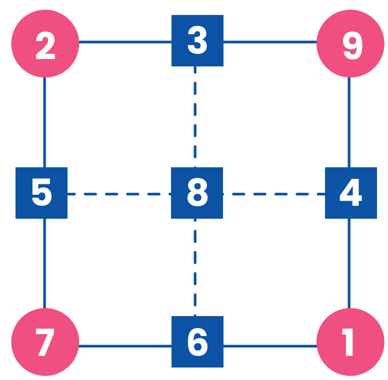




Revisemos las sumas de los lados del cuadrado

- 2 + 3 + 9 = 14
- 9 + 4 + 1 = 14
- 7 + 6 + 1 = 14
- 2 + 5 + 7 = 14

Sólo nos falta completar el centro del cuadrado con el único número que nos sobró, el 8, para esta posición no había ninguna condición extra, sólo que fuera un número del 4 al 9 que no se haya repetido.



Ahora, se suma los números en los 3 cuadrados pequeños alineados verticalmente

$$3 + 8 + 6 = 17$$

Por lo tanto, la respuesta es 17.

Estrategia 2:
Primero, anotamos los números que se pueden usar:

4, 5, 6, 7, 8, 9

Recordemos que no se puede repetir ningún número y cada lado del cuadrado debe sumar 14.

Vamos a usar tablas para anotar combinaciones posibles de tres números que sumen 14 sin repetir:

Tabla del lado superior

Combinación	Suma
2 + 3 + 4 = 9	X
2 + 3 + 5 = 10	X
2 + 3 + 6 = 11	X
2 + 3 + 7 = 12	X
2 + 3 + 8 = 13	X
2 + 3 + 9 = 14	√

Colocamos el 9 en la esquina superior derecha.

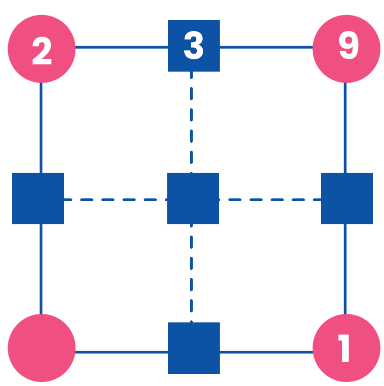
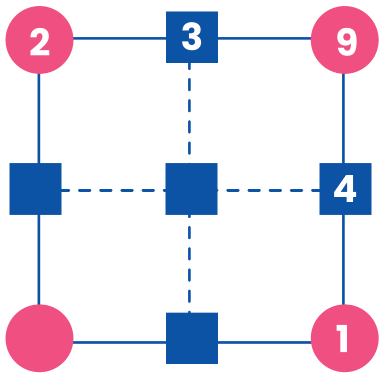


Tabla del lado superior

Combinación	Suma
9 + 1 + 4 = 14	√
9 + 1 + 5 = 15	X
9 + 1 + 6 = 16	X
9 + 1 + 7 = 17	X
9 + 1 + 8 = 18	X
9 + 1 + 9 = 19	X

Colocamos el 4 en el cuadro azul del centro derecho.

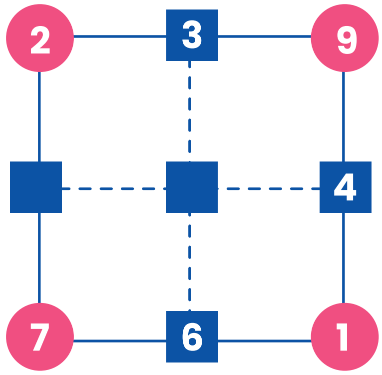


Ya sabemos que no se puede utilizar nuevamente el 4 y 9.

Tabla del lado inferior

Combinación	Suma
5 + 6 + 1 = 12	X
5 + 7 + 1 = 13	X
5 + 8 + 1 = 14	√
6 + 7 + 1 = 14	√
6 + 8 + 1 = 15	X
7 + 8 + 1 = 16	X

Colocamos el 6 en el cuadro azul del centro inferior y el 7 en el cuadro rosado de la esquina inferior izquierda.

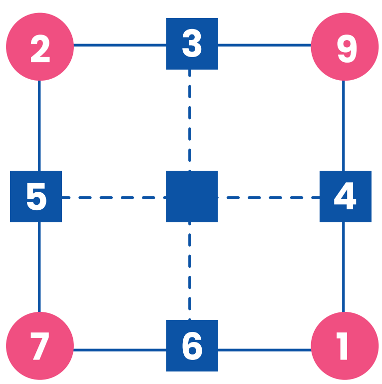


Ya tenemos tres lados completos, y nos falta por utilizar los números 5 y 8.

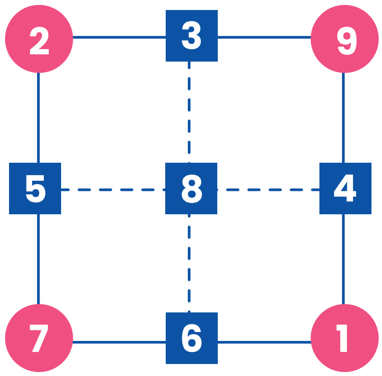
Tabla del lado izquierdo

Combinación	Suma
2 + 5 + 7 = 14	√
2 + 8 + 7 = 17	X

Colocamos el 5 en el cuadro azul del centro de la izquierda.



Colocamos el 8 en el centro del cuadrado (es el único número restante).



Ahora, sumamos los cuadros alineados verticalmente+

- Cuadro azul arriba: 3
- Cuadro azul del centro: 8
- Cuadro azul abajo: 6

Sumamos: 3 + 8 + 6 = 17

Respuesta: Por lo tanto, la respuesta es 17.

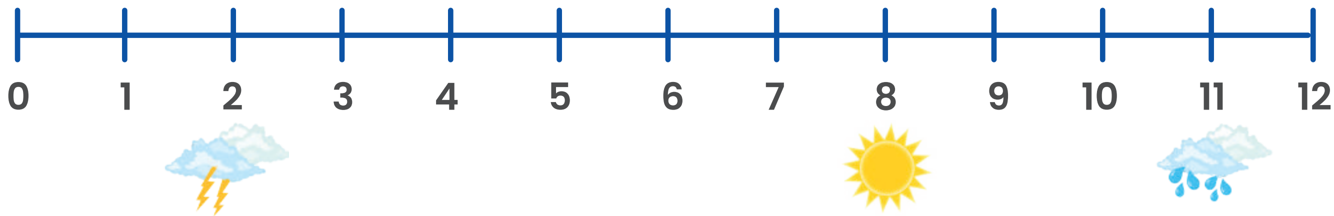
17. (★) La siguiente tabla muestra el tiempo meteorológico en una ciudad durante 30 días en la primera hora de la tarde.

Si se elige un día cualquiera para considerar el tiempo, ¿cuál tiempo es menos probable obtener que el tiempo soleado, pero más probable que nublado? (OLCOMEP, 2024b)

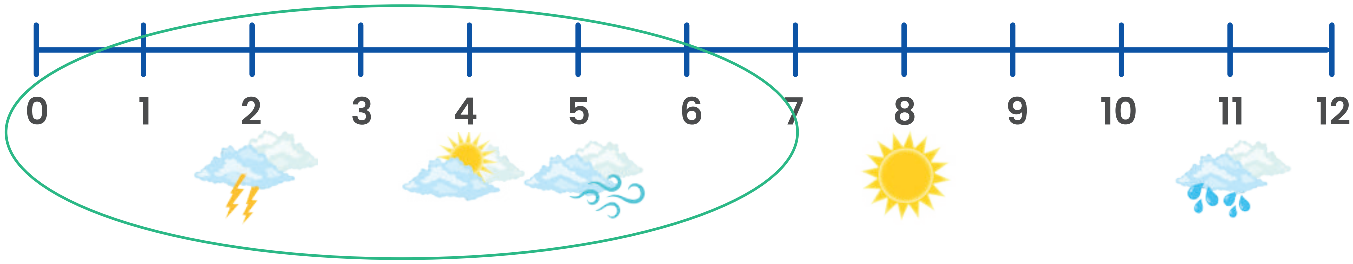
Tiempo	Cantidad de días
 Lluvioso	11
 Con tormenta	2
Soleado	8
 Ventoso	5
 Nublado	4

Solución

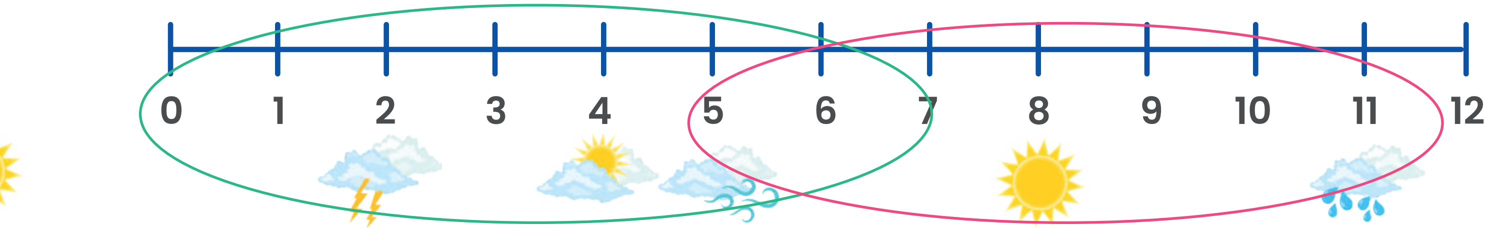
Estrategia 1:
Sabemos que un evento es menos probable si sucede menos veces entonces vamos a ordenar los eventos en una recta numérica.



Así que, podemos notar que los tiempos que son menos probables que obtener el tiempo soleado, son el ventoso, nublado y con gran tormenta.



Y los tiempos que son más probables que el nublado son ventoso, soleado y lluvioso.

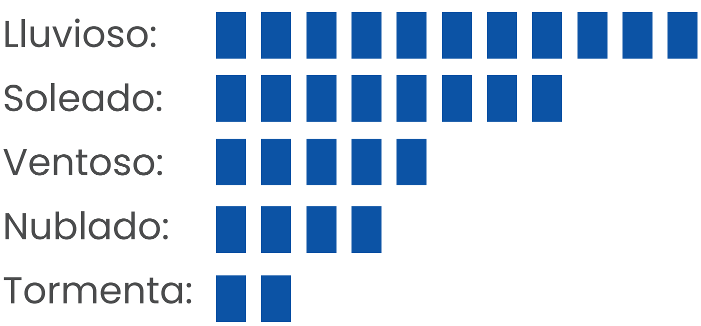


Así, que el tiempo que es menos probable que el tiempo soleado y más probable que el tiempo nublado es el tiempo ventoso.

Estrategia 2:
Vamos a usar fichas para representar cuántos días ocurrió cada tipo de clima:

- Lluvioso: 11 fichas
- Soleado: 8 fichas
- Ventoso: 5 fichas
- Nublado: 4 fichas
- Con tormenta: 2 fichas

Colocamos las fichas en columnas y las comparamos:



Ahora, buscamos un clima que tenga:

- Menos fichas que soleado (menos que 8)
- Más fichas que nublado (más que 4)

El clima ventoso es el que está justo entre soleado (8) y nublado (4).

Respuesta: Por lo tanto, el tiempo menos probable de obtener que el tiempo soleado, pero más probable que nublado es el ventoso.

18. (★★) Doña Inés tiene 35 años. La edad de doña Inés y la de su hija Andrea suman 46 años. ¿Dentro de cuántos años las edades de madre e hija sumarán 52 años? (OLCOMEP, 2024b)

Solución

Estrategia 1:
Queremos saber en cuántos años ambas edades de madre e hija sumen 52 años. Entonces, restamos para saber cuántos años faltan para llegar a 52 años.

$$52 - 46 = 6$$

Faltan 6 años para llegar a la suma de 52 años.

Ahora bien, por cada año que transcurra, se acumulan dos años, uno por doña Inés y otro por Andrea.

$$46 + 2 = 48$$
$$48 + 2 = 50$$
$$50 + 2 = 52$$

Por lo tanto, sólo se necesitan que pasen 3 años para que la suma de ambas edades de por resultado 52 años.

Estrategia 2:
Iniciemos con que la suma de las edades de doña Inés y su hija Andrea suman 46 años. Representamos las edades con un dibujo de cada una de ellas. Tenemos que:

 +  = 46

También sabemos que doña Inés tiene 35 años, esto corresponde de manera gráfica a:

 = 35

Obteniendo: 35 +  = 46

Ahora, necesitamos encontrar un número que sumado a 35 me dé 46, si le sumamos 10, tendríamos 45, así que falta sumar uno más, es decir, Andrea debe tener 11 años actualmente.

Necesitamos que las edades sumen 52 años, vamos a construir una tabla:

Años	Mamá	Andrea	Total
Actualmente	35	11	46
Un año	36	12	48
Dos años	37	13	50
Tres años	38	14	52

Por lo tanto, de esta tabla podemos concluir que será dentro de 3 años.

Respuesta: dentro de 3 años las edades de ambas sumarán 52.

19. (★★) Mario compró 10 lápices con la intención de venderlos a sus amigos. Vendió la mitad de ellos a ₡ 85 cada uno, luego vendió 3 lápices a ₡70 cada uno. ¿A qué precio, en colones, debe vender cada uno de los lápices restantes para obtener un total de ₡785? (OLCOMEP, 2024b)

Estrategia 1:
Obtengamos cuánto ha ganado Mario

1. Se señala que vendió la mitad de los lápices a ₡85 cada uno. Como son 10 lápices, eso quiere decir, que vendió 5 lápices a ese precio. Multipliquemos 85 por 5 para saber cuánto gano en esas ventas.

Calculo Mental

$$\begin{aligned} 85 \times 5 &= 85 \times 10 \div 2 \\ &= 850 \div 2 \end{aligned}$$

Descompongamos 850, para calcular la mitad de la siguiente forma:

800 → 400, 400
50 → 25, 25
400 + 25 → 425
400 + 25 → 425

Obtenemos 425.

Multiplicación en columna

$$\begin{array}{r} {}^{2} \\ 85 \\ \times\ 5 \\ \hline 425 \end{array}$$

Multiplicación como suma repetida

$$\begin{array}{r} 85 \\ 85 \\ 85 \\ 85 \\ +\ 85 \\ \hline 425 \end{array}$$

Esto quiere decir que ganó ₡ 425.

2. Luego vendió 3 lápices a ₡ 70 cada uno, es decir, 70×3=210. Ganó ₡ 210.

3. En total ha ganado ₡ 425 + ₡ 210 = ₡ 635.

4. Si quiere ganar ₡785, realicemos una resta para ver cuánto dinero le falta

$$\begin{array}{r} 7\ 8\ 5 \\ -\ 6\ 3\ 5 \\ \hline 1\ 5\ 0 \end{array}$$

Le falta ₡ 150 por ganar.

5. Ha vendido 8 lápices, así que sólo le quedan dos lápices. Vamos a partir ₡ 150 entre dos, para ver en cuánto debe vender cada lápiz.

Dinero que le falta		
Partido en dos		
Precio de cada lápiz		

Mario debe vender cada lápiz en ₡75 según lo realizado.

Estrategia 2:
Vamos a ir resolviendo paso a paso cuánto dinero ha ganado Mario con las ventas que ya hizo, y cuánto le falta para llegar a ₡785.

Primero, Mario tenía 10 lápices y vendió la mitad, es decir:

$$10 \div 2 = 5 \text{ lápices}$$

Los vendió a ₡85 cada uno.

Vamos a sumar:

$$85 + 85 = 170$$
$$170 + 85 = 255$$
$$255 + 85 = 340$$
$$340 + 85 = 425$$

Mario ganó ₡425 por esos 5 lápices.

Luego vendió 3 lápices a ₡70 cada uno.
Sumamos:

$$70 + 70 = 140$$
$$140 + 70 = 210$$

Ganó ₡210 más.

Ahora sumamos todo lo que ha ganado hasta ahora:

$$425 + 210 = 635$$

Mario ha ganado ₡ 635

Como quiere ganar en total ₡ 785, vamos a ver cuánto le falta.

Restamos:

$$785 - 635 = 150$$

Le falta ganar ₡ 150

Ya vendió 5 + 3 = 8 lápices, le quedan 2 lápices

Vamos a repartir ₡ 150 entre esos 2 lápices:

$$150 \div 2 = 75$$

Entonces, cada lápiz debe venderlo a ₡ 75

Respuesta: Mario debe vender cada uno de los lápices restantes a ₡ 75.

20. (★★) Un helado y una galleta cuesta 145 colones. El helado cuesta 45 colones más que la galleta. ¿Cuánto cuesta, en colones, la galleta? (OLCOMEP, 2024b)

Solución

Estrategia 1:
Sabemos que:

 +  = 145

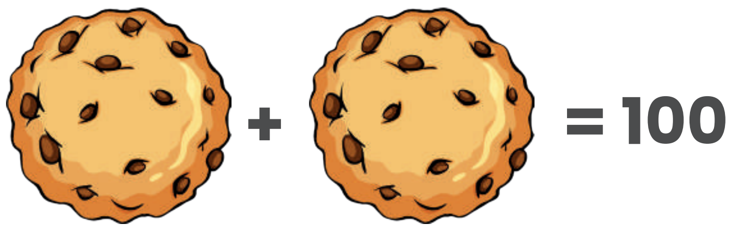
Y que un helado cuesta 45 colones más que la galleta:

 + 45 = 

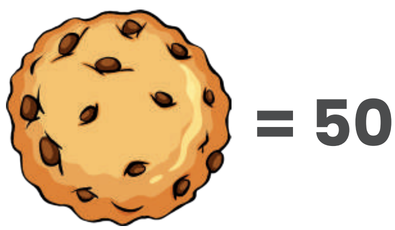
y usando la segunda idea, cambiemos el helado por la galleta más 45 colones. Obtenemos un nuevo resultado.

 + 45 +  = 145

Es decir que dos galletas más 45 colones es lo mismo que 145 colones, de aquí se puede deducir que:



Por lo tanto, cada galleta cuesta 50 colones.



Estrategia 2:
Al saber que el helado cuesta 45 colones más, significa que los 145 colones incluyen esos 45 colones extra del helado.

Entonces, si quitamos esos 45 colones al total, quedamos con el precio de los dos productos si fueran iguales:

$$145 - 45 = 100$$

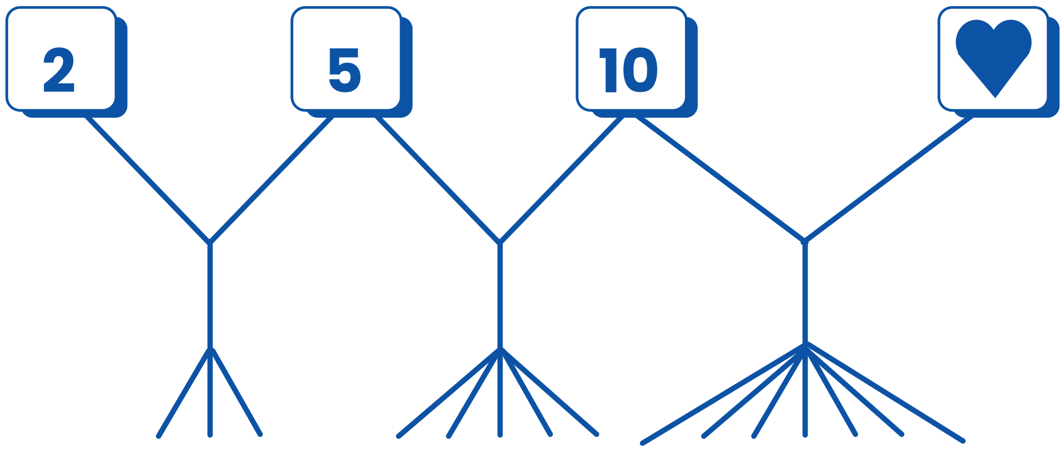
Ahora sí, si el helado y la galleta costaran lo mismo, cada uno valdría:

$$100 \div 2 = 50$$

Entonces, la galleta cuesta 50 colones, y el helado (que vale 45 más) cuesta 95 colones.

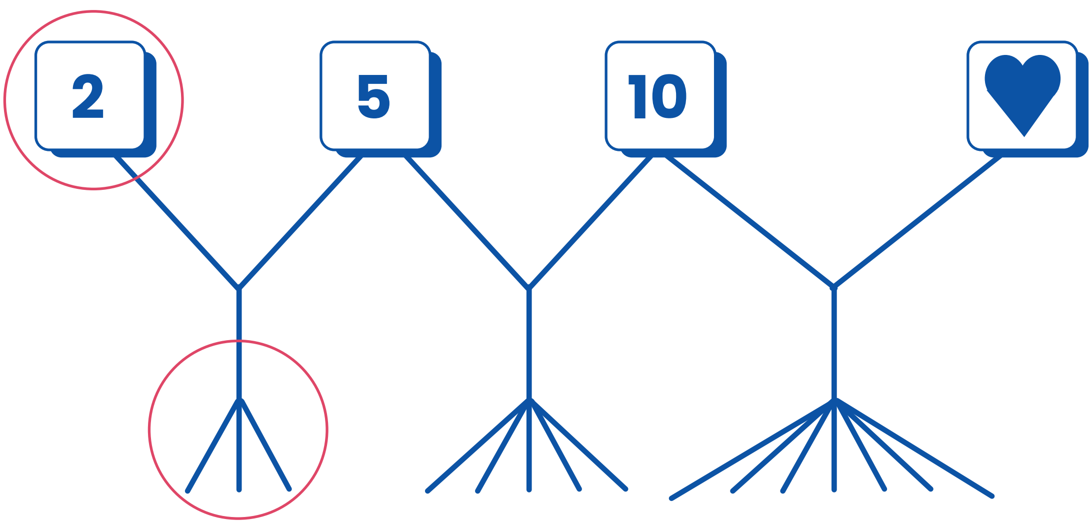
Respuesta: la galleta cuesta 50 colones.

21. (★★) En la figura adjunta se observan tarjetas marcadas con los números 2, 5, 10 y un corazón. Siguiendo el patrón que hay en dicha figura, ¿cuál número debe colocarse en la tarjeta que tiene el corazón? (OLCOMEP, 2024b)

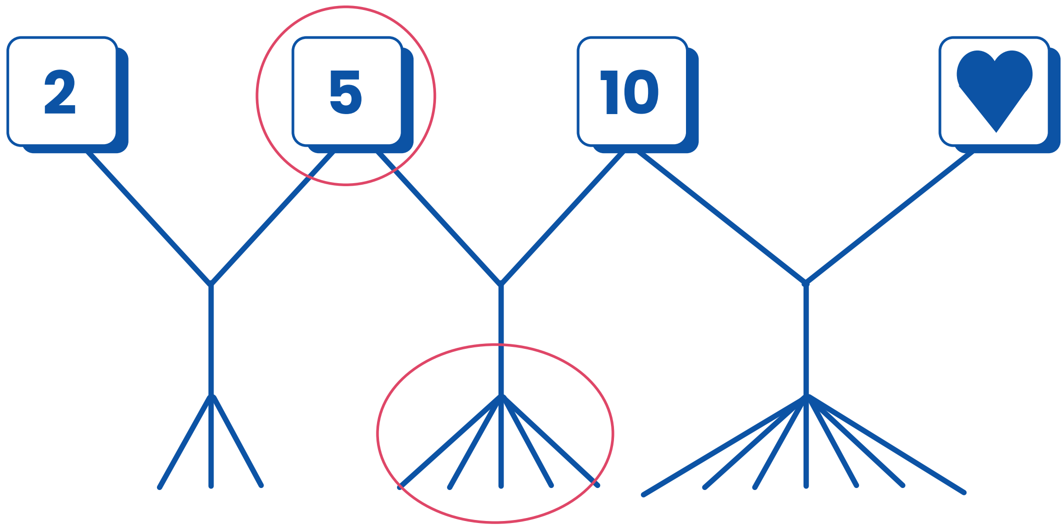


Solución

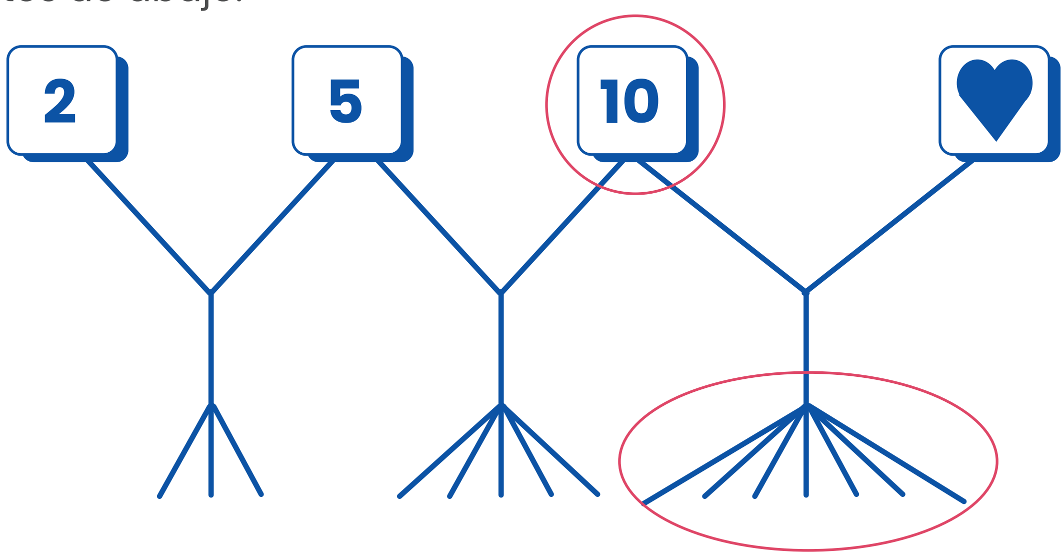
Estrategia 1:
Al analizar la figura anterior, se puede notar, que 5 es el resultado de sumar la tarjeta de la izquierda (2), más la cantidad de líneas que hay en la parte de abajo.



Siguiendo este patrón 10 es el resultado de la tarjera que está a su izquierda y los 5 segmentos de abajo.



Así, el corazón equivale a 17 que corresponde a la tarjeta de 10 más 7 segmentos de abajo.



Por lo tanto, el número que debe colocarse es el 17.

Estrategia 2:
Si solo observamos los números (2, 5, 10) se puede decir que se van sumando los **números impares** a 2, iniciando con el 3.

Entonces, tenemos que:

2,

2 + 3 = 5,

2 + 3 + 5 = 10,

Y el siguiente número será:

2 + 3 + 5 + 7 = 17

Números pares e impares

Los números naturales se pueden separar en dos grupos: los **pares** y los **impares**.

- **Los números pares** son aquellos que se pueden dividir exactamente entre **2**. Ejemplos: 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...
- **Los números impares** son los que no se pueden dividir exactamente entre **2**. Ejemplos: 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

Respuesta: el número que corresponde es el 17.

22. (★★★) Un autobús sale de Paso Canoas a las 9:45 de la mañana y llega a San José a las 6:00 de la tarde. El bus realizó una parada de 35 minutos en Garabito y otra de 10 minutos en Atenas.

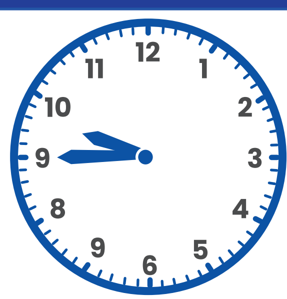
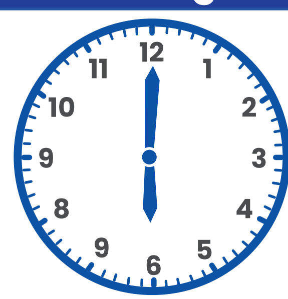
Si la parada en Garabito hubiera sido de 10 minutos y la parada en Atenas hubiese sido de 5 minutos, responda:

- **a.** ¿Cuánto tiempo hubiese gastado el autobús en el viaje?
- **b.** ¿A qué hora hubiese llegado el bus a San José?

(OLCOMEP, 2024c)

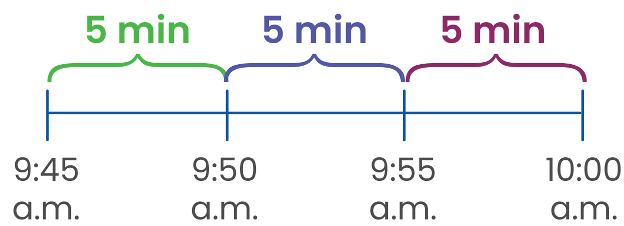
Solución

Estrategia 1:
El autobús salió de Paso Canoas a las 9:45 a.m. y llegó a San José a las 6:00 p.m.

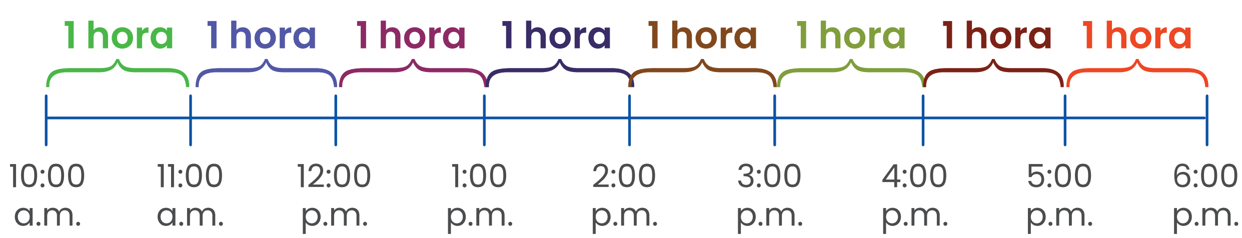
Hora de salida	Hora de llegada
	

Calculemos el tiempo transcurrido entre la hora de salida y la de llegada:

- De 9:45 a 10:00 → 15 minutos

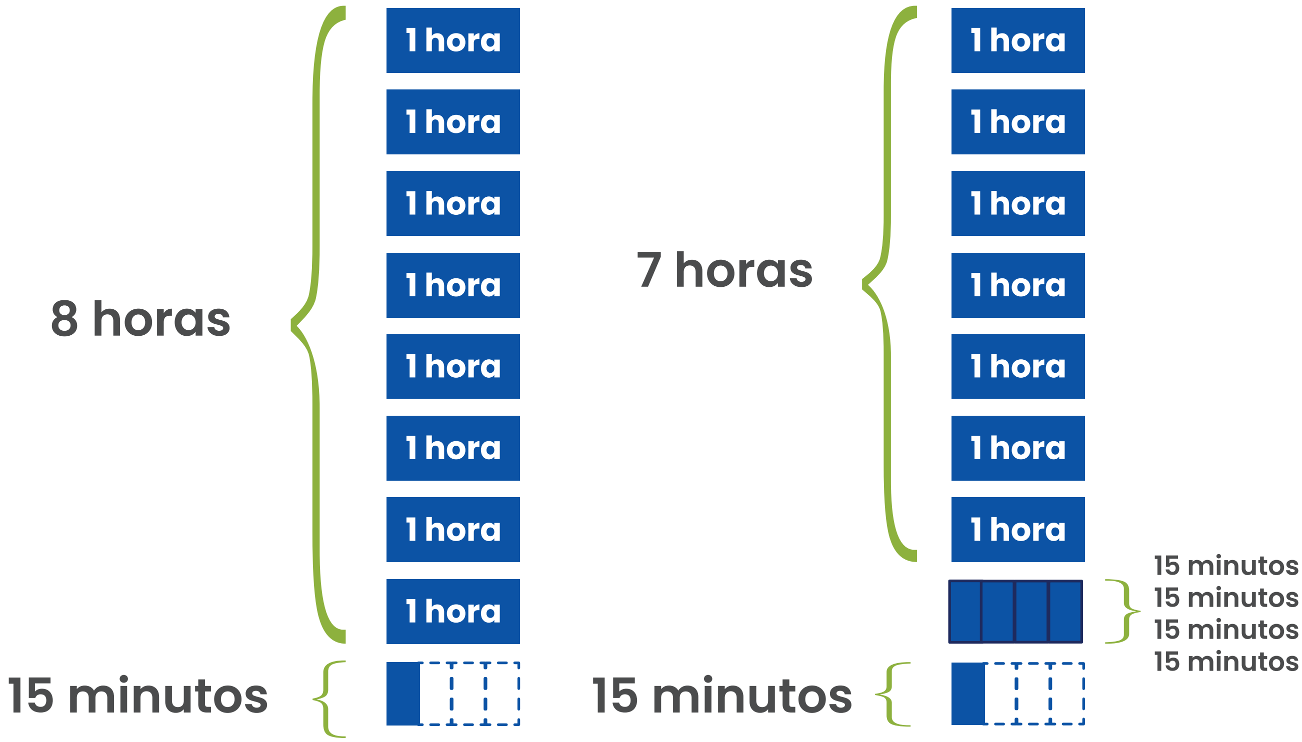


- De 10:00 a 6:00 → 8 horas



Un total de 8 horas y 15 minutos. Note que podemos hacer la siguiente descomposición:

Recordemos que: una hora son 60 minutos y que 15 min + 15 min + 15 min + 15 min = 60min



Durante el recorrido, el autobús hizo dos paradas:

- Una de 35 minutos en Garabito
- Otra de 10 minutos en Atenas

Tiempo total de paradas largas: 35 + 10 = 45 minutos.

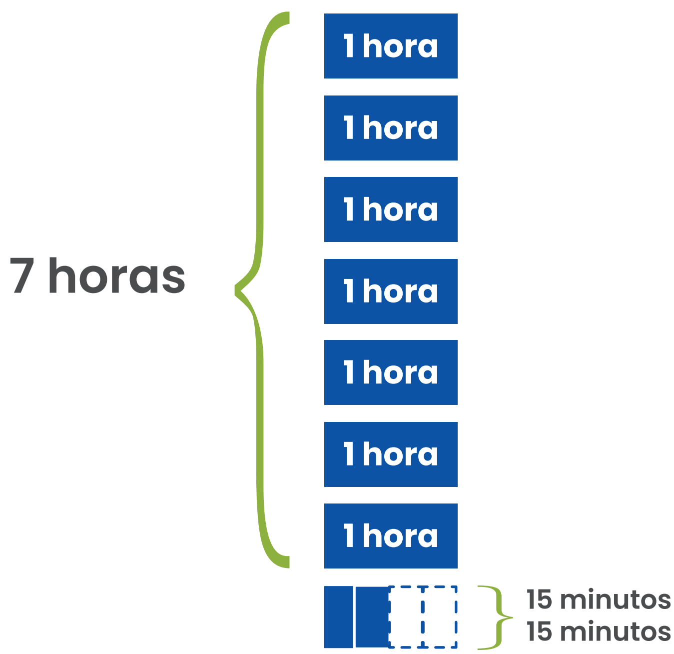
Esos 45 minutos los podemos descomponer de la siguiente forma

45 minutos = 15 minutos + 15 minutos + 15 minutos

Quitamos esos 45 minutos al tiempo total


7 horas
1 hora
1 hora
1 hora
1 hora
1 hora
1 hora
1 hora
15 minutos
15 minutos
15 minutos
15 minutos
15 minutos

Quedando

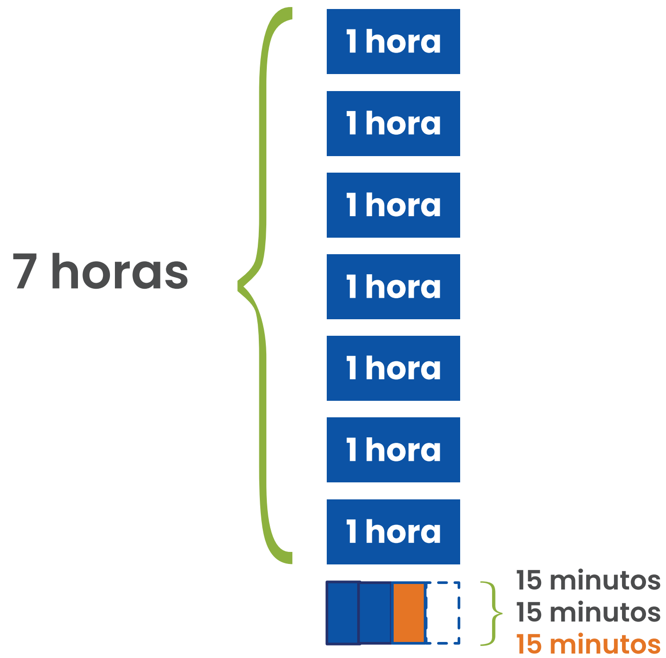

7 horas
1 hora
1 hora
1 hora
1 hora
1 hora
1 hora
1 hora
15 minutos
15 minutos

Ahora imaginemos que las paradas hubieran sido más cortas, como indica el enunciado:

- Garabito: 10 minutos
- Atenas: 5 minutos

Total de paradas cortas: 10 + 5 = 15 minutos.

Agregamos esos 15 minutos al tiempo sin paradas



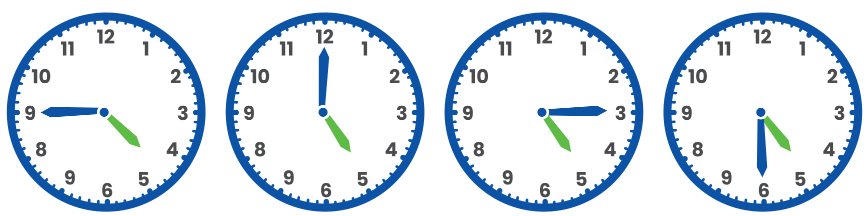
el viaje habría durado:

7 horas

15 minutos + 15 minutos + 15 minutos

Por lo que podemos responder la primera pregunta, el viaje hubiera durado 7 horas y 45 minutos.

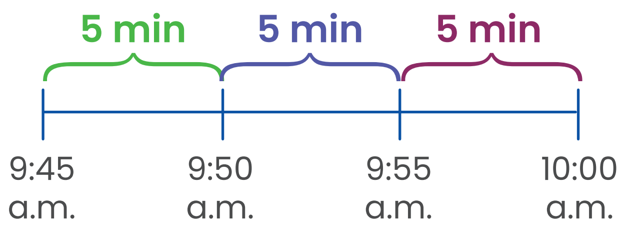
Para responder la segunda pregunta, sabemos que el bus salió a las 9:45 a.m., y con este nuevo tiempo de viaje habría llegado:

7 horas	9:45 a.m. 10:45 a.m. 11:45 a.m. 12:45 p.m. 1:45 p.m. 2:45 p.m. 3:45 p.m. 4:45 p.m. 	**4:45 p.m.**
45 minutos	4:45 p.m. 5:00 p.m. 5:15 p.m. 5:30 p.m.  +15 minutos +15 minutos +15 minutos +45 minutos	**5:30 p.m.**

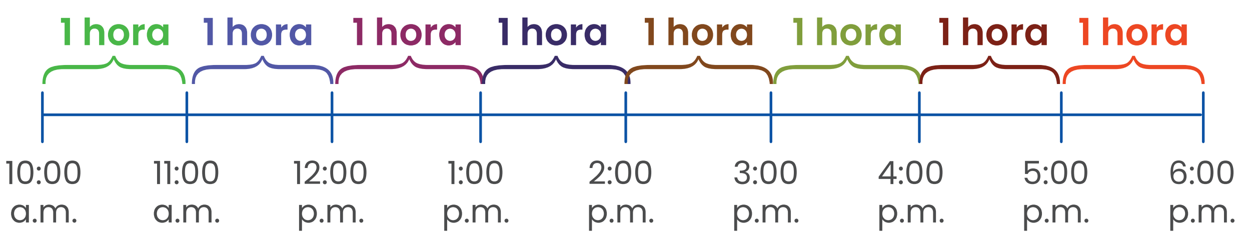
El bus habría llegado a San José a las 5:30 de la tarde.

Estrategia 2:
El autobús salió de Paso Canoas a las 9:45 a.m. y llegó a San José a las 6:00 p.m. Desde que la hora de salida a la hora de llegada tardó:

- De 9:45 a 10:00 → 15 minutos



- De 10:00 a 8:00 → 8 horas



En total, el viaje duró 8 horas y 15 minutos.

Durante el camino hizo dos paradas:

- Una de 35 minutos en Garabito
- Otra de 10 minutos en Atenas

Total de paradas: 35 + 10 = 45 minutos.

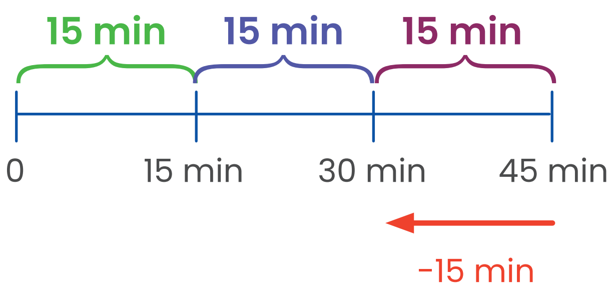
Ahora, imaginemos que las paradas hubieran sido más cortas, como indica el enunciado:

- Garabito: 10 minutos
- Atenas: 5 minutos

Total de paradas cortas: 10 + 5 = 15 minutos.

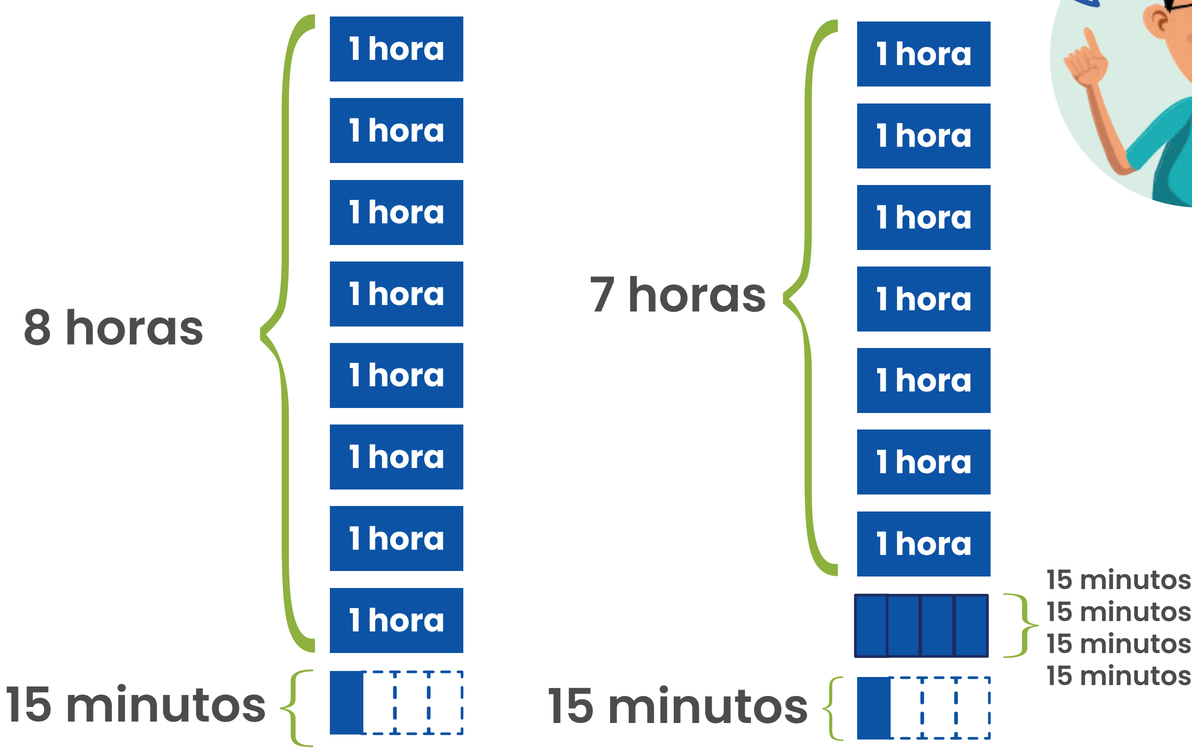
La diferencia entre las paradas largas y las cortas es:

45 minutos – 15 minutos = 30 minutos.



El viaje original fue de 8 horas y 15 minutos, que lo podemos descomponer de la siguiente forma:

Recordemos que: una hora son 60 minutos y que 15 min + 15 min + 15 min + 15 min = 60min



le restamos esos 30 minutos de diferencia entre las paradas largas y las cortas nos queda.

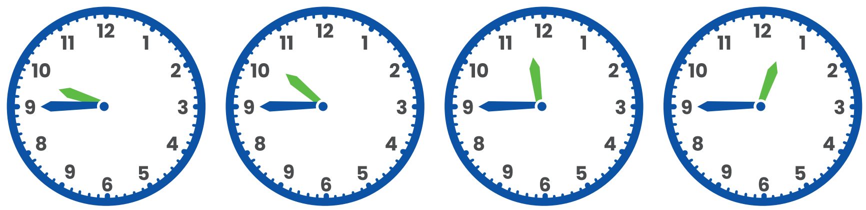
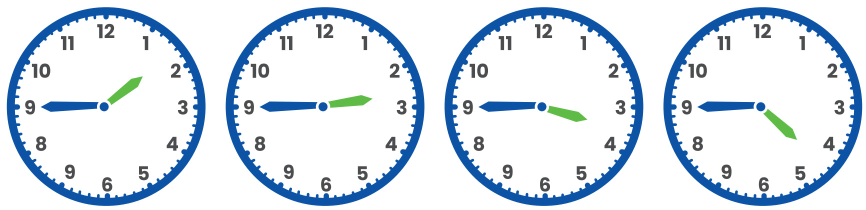
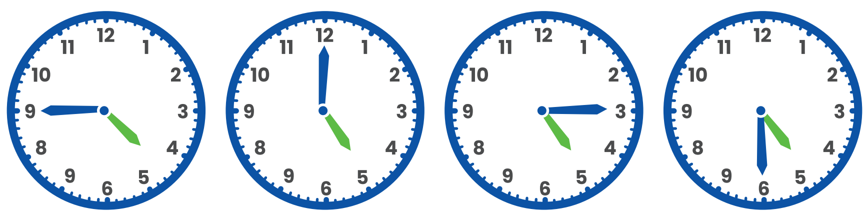
Quedando

7 horas

15 minutos + 15 minutos + 15 minutos

Por lo tanto, el viaje hubiera durado 7 horas y 45 minutos.

Para saber la nueva hora de llegada, recordemos que el bus salió a las 9:45 de la mañana. Si el viaje hubiera durado 7 horas y 45 minutos, vamos a sumar ese tiempo a la hora de salida para ver a qué hora habría llegado.

7 horas	9:45 a.m. 10:45 a.m. 11:45 a.m. 12:45 p.m.  1:45 p.m. 2:45 p.m. 3:45 p.m. 4:45 p.m. 	**4:45 p.m.**
45 minutos	4:45 p.m. 5:00 p.m. 5:15 p.m. 5:30 p.m.  +15 minutos +15 minutos +15 minutos +45 minutos	**5:30 p.m.**

[**Respuesta:** El bus habría llegado a San José a las 5:30 de la tarde.]

23. (★★) El número 114 tiene la característica de que la suma de los dígitos de las centenas y decenas es la mitad del dígito de las unidades. ¿Cuáles números mayores a 100 y menores a 500 cumplen esa misma característica? (OLCOMEP, 2024c)

Solución

Para comprender el problema recordemos el nombre de las posiciones del número 114.

Centenas	Decenas	Unidades
1	1	4

La característica que muestra el enunciado del problema señala que:

- Centenas (1) + Decenas (1) = 2
- La mitad de las Unidades (4) es 2 y esto debe ser igual a la suma anterior.

Debemos buscar todos los números entre 100 y 500 que cumplan esta misma condición:

> "La suma de las centenas y decenas debe ser igual a la mitad de las unidades."

Característica de los dígitos según su posición:

- Las centenas tienen que ser 1, 2, 3 o 4, porque el número debe ser menor a 500.

• Las unidades deben ser un número que se pueda dividir entre dos de forma exacta: 2, 4, 6, 8.

• Lo máximo que puede valer la suma de las centenas y decenas es la mitad de 8, que sería 4.

Pasos para construir los números:

Paso 1: Iniciemos con el dígito de la centenas fijo con valor de 1

Paso 2: Iniciamos el dígito de la decena con valor de 0

Paso 3: Sumamos el dígito de las centenas con el de las unidades, y luego lo multiplicamos por 2.

Paso 4: Vamos aumentando el dígito de las decenas y calculamos el de las unidades como en el Paso 3. Paramos el proceso hasta llegar a que el dígito de las unidades valga 8.

Paso 5: Cambiamos el dígito de las centenas, lo fijamos en dos, y aplicamos el mismo procedimiento (Paso 2 hasta el Paso 4).

Paso 6: Se continúa cambiando el dígito de las centenas por tres y luego por 4.

Para más facilidad se construyó la siguiente tabla.

Centenas	Decenas	Unidades
1	0	2
1	1	4
1	2	6
1	3	8
2	0	4
2	1	6
2	2	8
3	0	6
3	1	8
4	0	8

Y ya no habría más números, la lista de los números son:

1. 102
2. 114
3. 126
4. 138
5. 204
6. 216
7. 228
8. 306
9. 318
10. 408

Respuesta: los números que cumplen las condiciones son 102, 114, 126, 138, 204, 216, 228, 306, 318 y 408.

24. (★★★) Lucía está leyendo una serie de libros y anota cada día el total de páginas que ha leído en días anteriores más las que leyó ese día.

Días	Día 1	Día 2	Día 3	Día 4	Día 5	Día 6
Cantidad total de páginas leídas	6	8	12	20	36	68

Lucía inicia cada libro leyendo 6 páginas y la cantidad de páginas leídas aumenta cada día según el patrón que se muestra en la tabla anterior.

a. Si el primer libro tiene 240 páginas, ¿cuántos días tarda Lucía en leer el libro completo?

b. Si Lucía se lee el segundo libro en 9 días, ¿cuántas páginas podría tener el segundo libro?

c. Explique cómo se puede saber la cantidad de páginas leídas por Lucía en un día cualquiera. (OLCOMEP, 2024c)

Solución

Primero vamos a descifrar el patrón de Lucía, anotando el aumento de páginas que tiene cada día.

Días	Día 1	Día 2	Día 3	Día 4	Día 5	Día 6
Cantidad total de páginas leídas	6	8	12	20	36	68
Aumento de páginas		2	4	8	16	32

Podemos notar que el aumento de páginas va aumentando en el doble del día anterior. Para contestar la pregunta: a. Si el primer libro tiene 240 páginas, ¿cuántos días tarda Lucía en leer el libro completo? Continuemos las filas de la tabla, hasta alcanzar 240 páginas.

Días	Día 1	Día 2	Día 3	Día 4	Día 5	Día 6	Día 7	Día 8
Aumento de páginas		2	4	8	16	32	64	128
Cantidad total de páginas leídas	6	8	12	20	36	68	132	260

Lucía tarda en leer un libro de 240 páginas, 8 días, ya que, en día 7, sólo habría llevado leídas 132 páginas y el día 8 pudo haber llegado a 260 páginas, si el libro hubiese tenido esa cantidad, pero sólo tenía 240 páginas.

Para contestar la pregunta B: Si Lucía se lee el segundo libro en 9 días, ¿cuántas páginas podría tener el segundo libro? Vamos aumentar la tabla en un día más.

Días	Día 1	Día 2	Día 3	Día 4	Día 5	Día 6	Día 7	Día 8	Día 9
Aumento de páginas		2	4	8	16	32	64	128	256
Cantidad total de páginas leídas	6	8	12	20	36	68	132	260	516

Según la tabla confeccionada el segundo libro debe tener más de 260 páginas pero menos o igual a 516 páginas.

Para la pregunta C: Explique cómo se puede saber la cantidad de páginas leídas por Lucía en un día cualquiera.

Sabemos que el primer día lee 6 páginas, el segundo día 2, y a partir del día 3 el aumento es el doble del día anterior.

Día 1: 6

Día 2: 2

Día 3: 2 x 2

Día 4: 2 x 2 x 2

Día 5: 2 x 2 x 2 x 2

A partir del Día 2, la cantidad de veces que se multiplica el número 2 por sí mismo es igual al número del día menos uno.

Respuesta:
a. Lucía tardó 8 días en leer el libro completo.
b. El segundo libro tiene más de 260 páginas, pero menos o igual que 516 páginas.
c. Para saber cuántas páginas lee en un día cualquiera, se debe multiplicar el número 2 por sí mismo tantas veces como el número del día menos uno.

Referencias

Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programas de estudio de Matemáticas: I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de la Educación General Básica y Educación Diversificada*. San José, Costa Rica https://www.mep.go.cr/sites/default/files/media/matematica.pdf

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria. (2024a). *Prueba de la I Eliminatoria Segundo año, OLCOMEP 2024.* Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria. (2024b). *Prueba de la II Eliminatoria Segundo año, OLCOMEP 2024*. Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria. (2024c). *Prueba Final Segundo año I, OLCOMEP 2024*. Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN PÚBLICA | GOBIERNO DE COSTA RICA

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

45 ANIVERSARIO UNED DESDE 1977

TEC Tecnológico de Costa Rica

UNA UNIVERSIDAD NACIONAL COSTA RICA

UTN Universidad Técnica Nacional

OLCOMEP