Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Asesoría Nacional de Matemática

Olimpiada Costarricense de Matemática
para Educación Primaria - OLCOMEP

Estrategias para el abordaje de PROBLEMAS Y RETOS PARA OLIMPIADAS DE MATEMÁTICA EN PRIMARIA

3º

2025

372.7
M827e

Mora Badilla, Mónica
Estrategias para el abordaje de problemas y retos para olimpiadas de matemática en primaria 3° / Ministerio de Educación Pública, Viceministerio Académico, Dirección de Desarrollo Curricular, Departamento de Primero y Segundo Ciclos; Mónica Mora Badilla, Yeri María Charpentier Díaz. – 1a. ed. -- San José, Costa Rica: Ministerio de Educación Pública, 2025.

94 páginas; 21 cm.; peso 1,41 megabytes.

ISBN: 978-9977-60-581-4 (digital)

1. ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS 2. EDUCACIÓN PRIMARIA
3. DIDÁCTICA 4. ENSEÑANZA-MÉTODOS 5. COSTA RICA. I. TÍTULO.

Créditos

Los ítems fueron tomados de las pruebas aplicadas en las diferentes etapas de la OLCOMEP 2024.

Persona autora del cuadernillo:
Mónica Mora Badilla.
Cátedra Didáctica de la Matemática, UNED.

Persona revisora:
Yeri María Charpentier Díaz.
Asesora nacional de Matemáticas, Ministerio de Educación Pública.
Marvin Abarca Fuentes
Profesor, Escuela de la Matemática.
Instituto Tecnológico de Costa Rica.

Diseño Gráfico:
Karla Guevara Murillo.
Dirección de Recursos Tecnológicos en Educación, MEP.

Esta obra es parte de los productos en el proyecto Olimpiada Costarricense de Matemáticas para la Educación Primaria del Ministerio de Educación Pública, con el apoyo de las universidades públicas de Costa Rica.

PRESENTACIÓN

Es fundamental que el sistema educativo fomente en la sociedad, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo matemático, científico y tecnológico, a efecto de formar personas críticas y analíticas, con habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

Las olimpiadas de matemáticas ponen a prueba las habilidades de los participantes para resolver problemas de forma creativa y original. No se trata de memorizar fórmulas o realizar cálculos complejos, sino de utilizar la lógica, el ingenio y la capacidad de análisis para encontrar soluciones ingeniosas.

Este cuadernillo se dirige a cualquier persona que quiera mejorar sus habilidades matemáticas y disfrutar del desafío de resolver problemas de forma creativa. Ofrece una gran oportunidad para:

- Desarrollar el talento matemático: a través de problemas desafiantes que ayudan a mejorar la comprensión de los conceptos matemáticos y la capacidad para aplicarlos en diferentes situaciones.
- Fortalecer el pensamiento crítico: al analizar problemas de forma lógica, identificar las variables relevantes y formular soluciones creativas.
- Aprender nuevas estrategias de resolución de problemas: por medio de diferentes técnicas para abordar problemas matemáticos de forma eficiente.

En este cuadernillo se encuentra:

- Una selección de problemas de diferentes niveles de dificultad, cuidadosamente seleccionados para estimular el pensamiento matemático.
- Estrategias de resolución para cada problema, explicadas paso a paso para su comprensión y aplicación en otros desafíos.

- Una oportunidad para poner a prueba habilidades y el potencial en el apasionante mundo de las matemáticas.

Confiamos en que este material será de gran utilidad para contribuir a la mejora de la educación matemática.

Comisión Central de OLCOMEP

Retos propuestos

Los problemas incluidos en OLCOMEP han sido elaborados con criterios pedagógicos que favorecen el desarrollo habilidades de pensamiento superior en la niñez. Para facilitar su análisis y orientación durante el proceso de acompañamiento al estudiantado, cada problema se presenta con un código visual que indica su nivel de complejidad de menor a mayor según la cantidad de estrellitas iniciando con una estrellita (★) que corresponde a problemas de complejidad básica.

1. (★) Keyla está jugando a descomponer números en la suma de dos números naturales de un dígito. Por ejemplo, el 4 lo escribe de cinco formas diferentes: 4+0, 3+1, 2+2, 1+3, 0+4. Siguiendo las reglas de Keyla, ¿de cuántas formas diferentes podrá descomponer el número 12? (OLCOMEP, 2024a)

Solución

Estrategia 1. Organizar las posibles descomposiciones en una tabla
Se realiza una tabla en la que se van organizando todas las posibles descomposiciones del número 12, como suma de dos números naturales para determinar su cantidad y asegurarse que no hay más alternativas.

0	**+**	12
1	**+**	11
2	**+**	10
3	**+**	9
4	**+**	8
5	**+**	7
6	**+**	6
7	**+**	5
8	**+**	4
9	**+**	3
10	**+**	2
11	**+**	1
12	**+**	0

Como se indica que la regla de Keyla solo considera números naturales **de un dígito** eliminamos las opciones que incluyan números de dos dígitos.

3	**+**	9
4	**+**	8
5	**+**	7
6	**+**	6
7	**+**	5
8	**+**	4
9	**+**	3

Se inicia con 0 en la primera columna y se va aumentando hasta 12.

Al eliminar los que no cumplen la regla de Keyla nos quedarían solo 7 **formas diferentes** de descomponer el número 12.

Respuesta: Puede descomponerse el número 12 de 7 formas diferentes.

2. (★★) Luis escribe números de cuatro dígitos considerando las siguientes reglas:

- El valor posicional del dígito de las centenas es 500.
- Puede utilizar los dígitos: 1, 4, 5 y 8.
- Ningún dígito se repite.

¿Cuál es diferencia entre el número mayor y el número menor que escribe Luis? (OLCOMEP, 2024a)

Solución

Estrategia 1. Valor posicional
Vamos a dibujar una tabla con cuatro columnas, cada columna representa unidades, decenas, centenas, unidad de millar.

UM	C	D	U

Recuerda:
Cada unidad de millar es equivalente a 1000 unidades, cada centena 100 unidades y cada decena 10 unidades.

Entonces, para obtener el número mayor debemos tener la mayor cantidad posible de unidades de millar.

Por lo tanto, para obtener el número mayor, comenzamos con el dígito mayor en las posiciones de mayor valor posicional.

UM	C	D	U
8			

Al tener el 8 en las unidades de millar, representa 8 mil. Y es la mayor cantidad de unidades de millar (miles) posible.

Ahora ¿Qué número deberíamos usar para tener la mayor cantidad de centenas posible?

Entonces, como nos quedan los dígitos **1**, **4**, **5**; para obtener la mayor cantidad de centenas, utilizamos el 5.

UM	C	D	U
8	**5**		

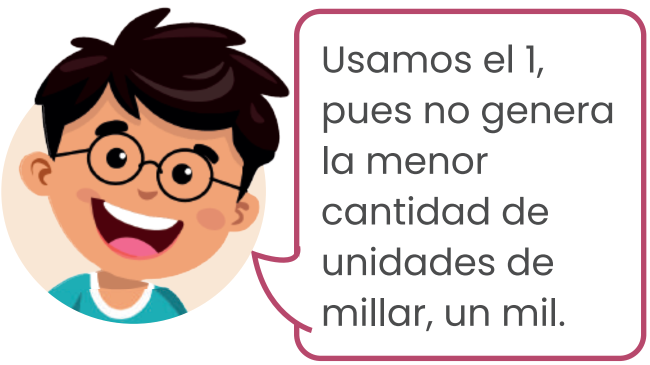
Siguiendo esta forma, con los dígitos restantes, vamos a formar el mayor número posible. Luego, vamos a formar el menor número posible:

UM	C	D	U
8	**5**	**4**	**1**

Por lo tanto, **el número mayor que se puede formar es 8541**.

Según lo que conocemos sobre cómo influye el lugar donde ponemos los dígitos, ahora pensemos en el menor número que podemos formar con esos dígitos. De esta forma para obtener el número menor debemos tener la menor cantidad posible de unidades de millar, ¿Cuál de los dígitos pondríamos en las unidades de millar?

UM	C	D	U
1			



Luego continuamos con los demás dígitos, ahora que ya pusimos el número que debe ir en las unidades de millar, vamos a seguir con los demás lugares: la centena (que ya tendría al 5), la decena y la unidad.

La regla para formar el número más pequeño posible es que mientras más grande es el lugar (valor posicional), más pequeño debe ser el número que pongamos ahí.

UM	C	D	U
1	**5**	**4**	**8**

Entonces, **el número menor que se puede formar es 1548**.

Ahora que ya tenemos el número más grande y el número más pequeño que se pueden formar, vamos a buscar cuánta diferencia hay entre ellos.

Para eso usamos la resta, porque la resta nos ayuda a saber cuánto le falta al más pequeño para alcanzar al más grande.

8541 - 1548 - 6993

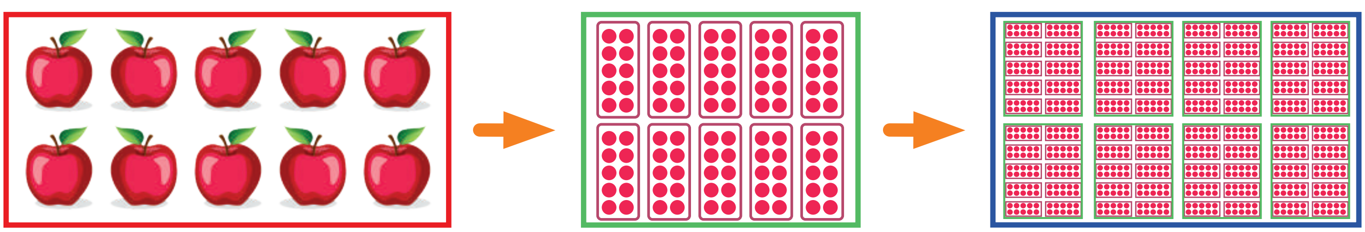
Respuesta: La diferencia entre el número mayor y el menor es 6993.

3. (★★) En la granja de Víctor cada grupo de diez manzanas lo colocan en una caja roja, cuando tienen diez grupos de cajas rojas las empacan en una caja más grande de color verde y cada diez grupos de cajas de color verde las meten en un contenedor azul. Si por la mañana recolectaron 368 manzanas y por la tarde 547, ¿cuántas cajas verdes necesitarán para empacar todas las manzanas recolectadas en el día? (OLCOMEP, 2024a)

Solución

Estrategia 1. Representación con modelo cardinal

Se representan los diferentes grupos de manzanas que se realizan en la granja para tener una idea gráfica de la organización de las manzanas.



Cada **10 manzanas** las colocan en una caja roja.	Cada **10 cajas rojas** las colocan en una caja verde.	Cada **10 cajas verdes** las colocan en una caja azul.

Asociamos esa organización con la cantidad de manzanas que se tendrían en cada tipo de caja.

10 veces una manzana 10 x 1 Cada **caja roja** contiene **10 manzanas**.	10 veces 10 manzanas 10 x 10 Cada **caja verde** contiene **100 manzanas**.	10 veces 100 manzanas 10 x 100 Cada **caja azul** contiene **1000 manzanas**.

Luego, siguiendo esa organización de las manzanas asociamos la cantidad de manzanas recolectadas con las cajas necesarias para colocarlas.

- En la mañana se recolectaron **368 manzanas** para las cuales se necesitarían:

368 = 300 + 60 + 8

368 = 3 x 100 + 6 x 10 + 8

- En la tarde se recolectaron 547 manzanas para las cuales se necesitarían:

547 = 500 + 40 + 7

547 = 5 x 100 + 4 x 10 + 7

En la total en el día se necesitarían:

3 x 100 + 6 x 10 + 8 + 5 x 100 + 4 x 10 + 7

3 x 100 + 5 x 100 + 6 x 10 + 4 x 10 + 7 + 8

8 x 100 + 10 x 10 + 10 + 5

Como un grupo de 10 cajas rojas pasarían a convertirse en una caja verde y un grupo de diez manzanas pasarían a formar una caja roja, se tendría:

$$9 \times 100 \quad + \quad 1 \times 10 \quad + \quad 5$$

Se necesitan 9 cajas verdes, 1 caja roja y quedan 5 manzanas sueltas.

Respuesta: Necesitan 9 cajas verdes para empacar las manzanas recolectadas durante el día.

Estrategia 2. Operaciones aritméticas

Se inicia identificando la cantidad de manzanas que se han recolectado a lo largo del día.

- En la mañana se recolectaron **368 manzanas**.
- En la tarde se recolectaron **547 manzanas**.

Para saber cuántas se recolectaron, sumamos:

$$\begin{array}{cccc} & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & \\ & 3 & 6 & 8 \\ + & 5 & 4 & 7 \\ \hline & 9 & 1 & 5 \end{array}$$

Por lo que en total en el día se recolectaron 915 manzanas.
Ahora bien, vamos a pensar en cómo se organizarían esas manzanas en las cajas correspondientes.

- Sabemos que cada 10 manzanas se colocan en **una caja roja**.

Con lo cual, de las 15 manzanas se colocarían 10 en una caja roja y quedarían **5 manzanas sueltas**, que no llegan a completar una caja.

Nos quedarían 900 manzanas por empacar, con las cuales podríamos hacer 90 grupos de 10 manzanas, porque 90 x 10 = 900. Tendríamos entonces 90 cajas rojas.

- Sabemos que cada 10 cajas rojas se empacan en una caja verde.

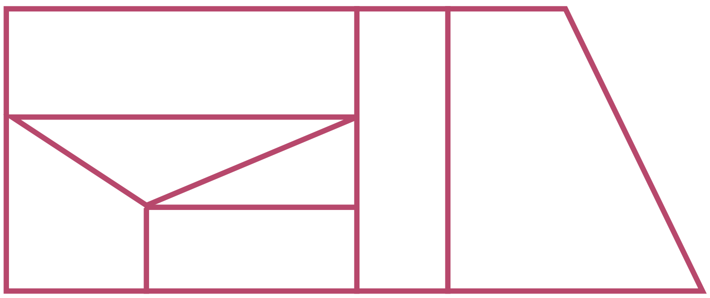
Por lo que con las 90 cajas rojas se podrían hacer 9 cajas verdes porque 9x10 = 90. Tendríamos entonces **9 cajas verdes**.

Para un total de 9 cajas verdes, 1 caja roja y 5 manzanas sueltas.

Respuesta: Necesitan 9 cajas verdes para empacar las manzanas recolectadas durante el día.

4. (★) Adriana tiene la figura adjunta. Ella identifica todos los polígonos que cumplen las tres condiciones siguientes:

- Tiene algún ángulo obtuso
- Tiene un par de lados paralelos
- No tiene más de cuatro lados.



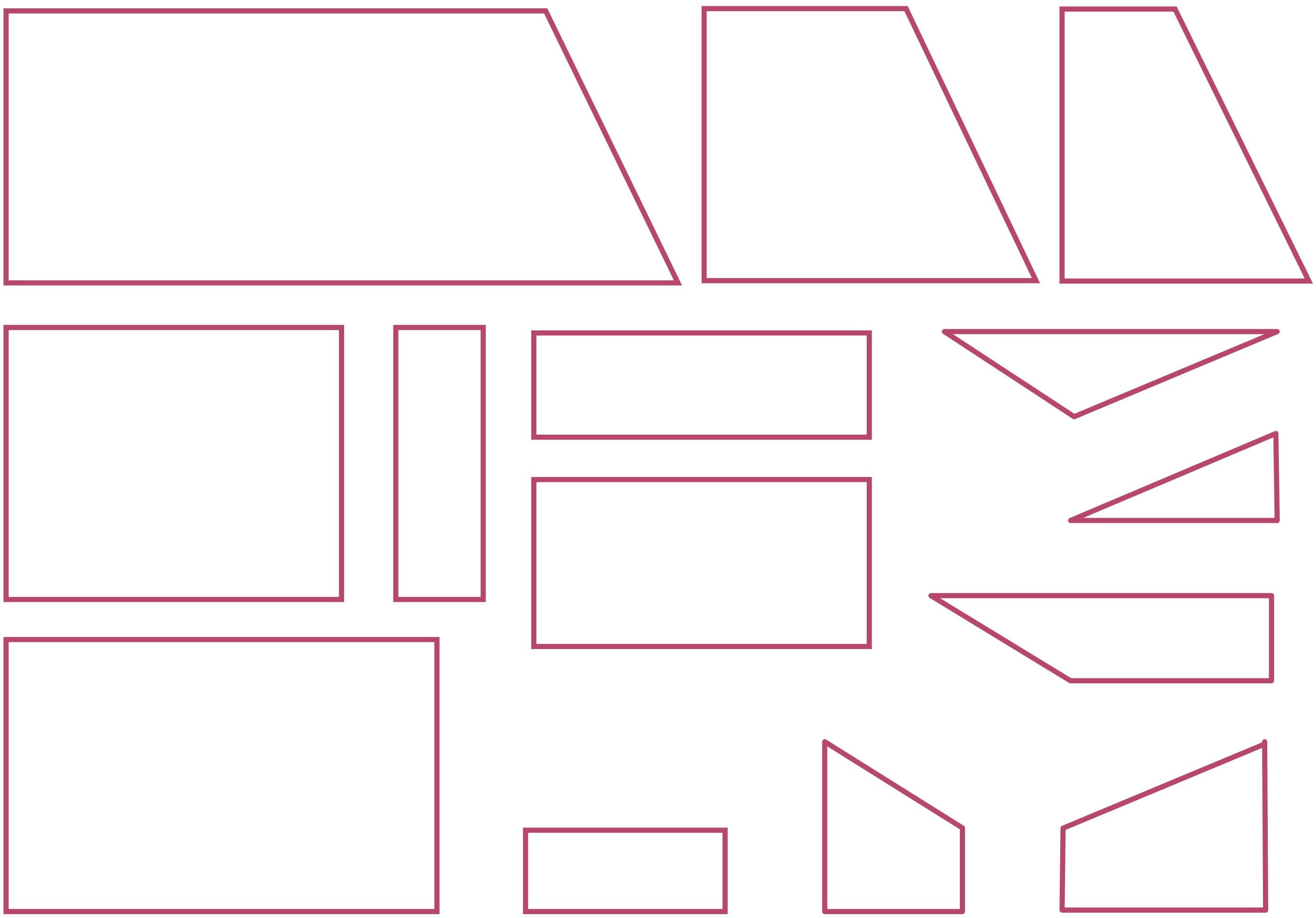
*Nota: Imagen tomada de los programas de estudio. Página 112.

¿Cuántos polígonos, en total, identifica Adriana? (OLCOMEP, 2024a)

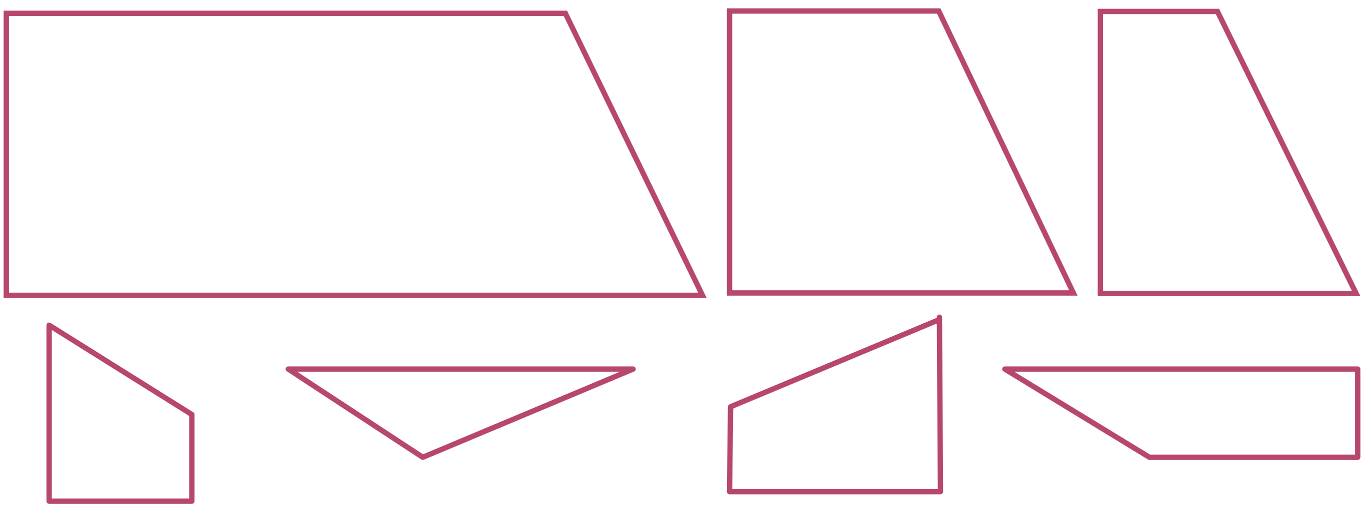
Solución

Estrategia 1. Identificar todos los polígonos y descartar por las condiciones. Iniciando por la tercera

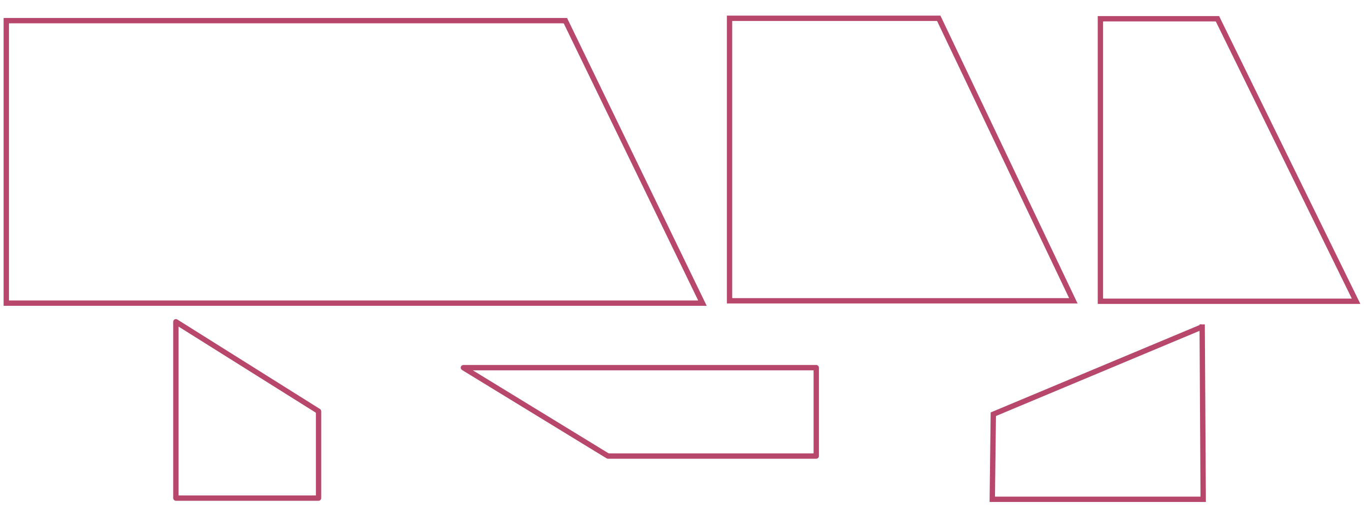
Una opción es iniciar identificando todos los polígonos que se pueden obtener de la figura dada, iniciando con una de las condiciones, e ir extrayéndolos de la figura compuesta. En este caso iniciaremos extrayendo todos los polígonos que cumplen la tercera condición, **no tienen más de cuatro lados**, es decir los triángulos y cuadriláteros:



Luego vamos a eliminar las que no cumplen la primera condición, **tiene algún ángulo obtuso**. Para ello eliminamos aquellos polígonos que no tienen ningún ángulo obtuso, con lo cual nos quedarían los siguientes:

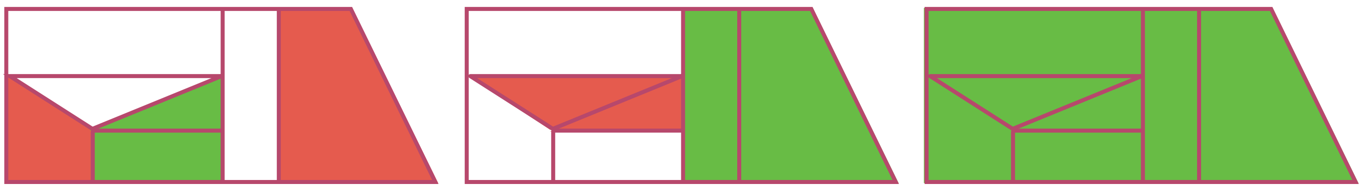


Finalmente, vamos a eliminar las que no cumplen la segunda condición, **tiene un par de lados paralelos**, es decir, eliminando aquellos polígonos que no tienen ningún par de lados paralelos, con lo cual nos quedarían los siguientes:



Con lo cual observamos que nos quedan un total de seis polígonos que cumplen las tres condiciones dadas.

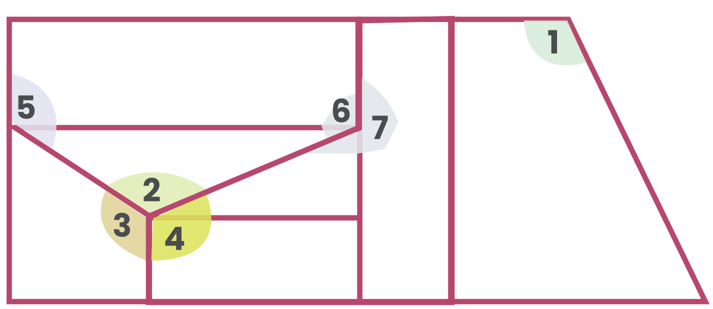
Se señalan los seis polígonos identificados, pintados, en la figura completa:



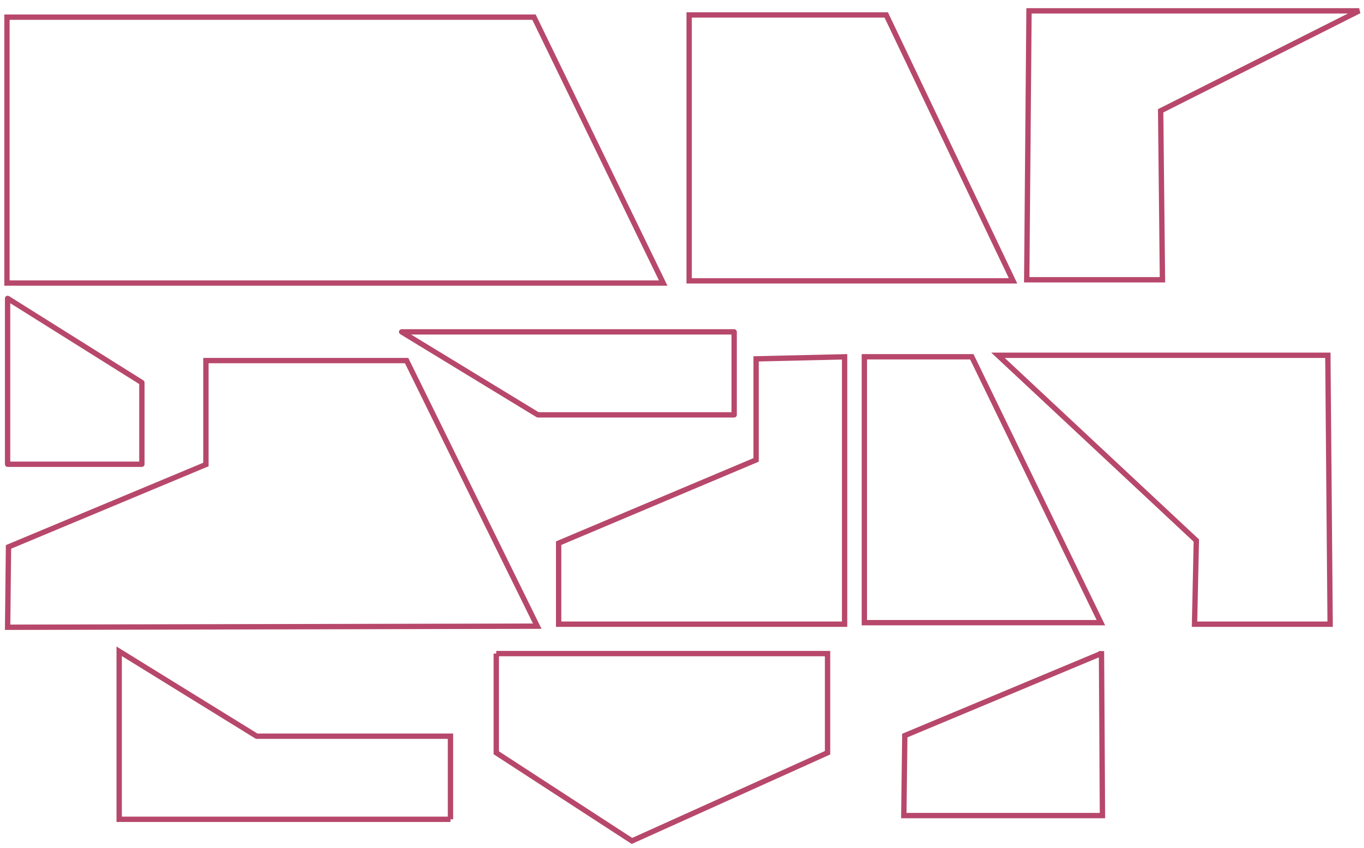
Respuesta: Adriana identifica 6 polígonos.

Estrategia 2. Identificar los polígonos reduciendo el conjunto condición por condición. Iniciando con la primera condición.

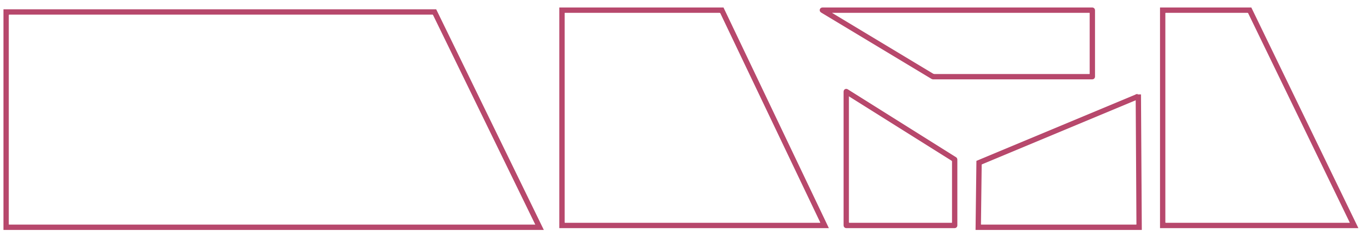
En la figura se van identificando los polígonos que cumplen esas tres condiciones, iniciando por la primera de ellas: **tiene algún ángulo obtuso**. Para lo cual nos enfocamos en buscar ángulos agudos en la figura compuesta:



Se identifican 7 ángulos obtusos, sin embargo, con combinaciones de los ángulos 2, 3 y 4 se pueden obtener otros posibles ángulos obtusos. Por los que identificamos todos los polígonos que pueden formarse con algún ángulo agudo, pero restringiendo con la segunda condición: **tiene un par de lados paralelos**. De lo que obtenemos los siguientes:

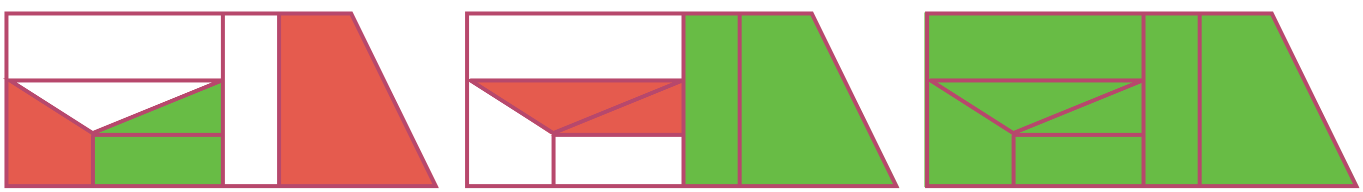


Ahora restringimos el conjunto de polígonos utilizando la tercera condición: **“no tiene más de cuatro lados”**, descartamos la posibilidad de que sean pentágonos o hexágonos, con lo cual nos quedarían seis polígonos:



Con lo cual observamos que nos quedan un total de seis polígonos que cumplen las tres condiciones dadas.

Se señalan los seis polígonos identificados, pintados, en la figura completa:

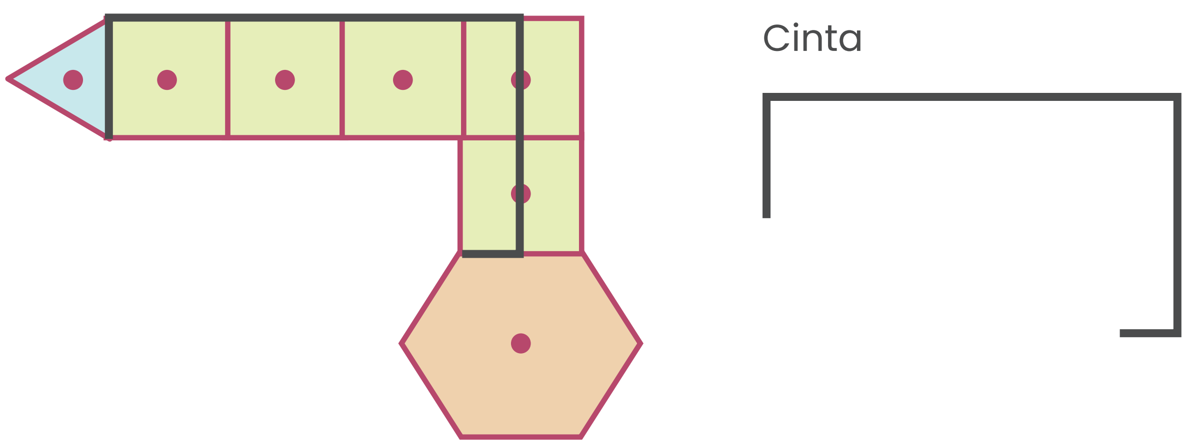


Respuesta: Adriana identifica 6 polígonos.

5. (★★) Un grupo de amigos hizo una figura con varias piezas. Cada pieza tiene marcado el punto que está a la misma distancia de todos sus vértices.

Además, todos los lados de la pieza hexagonal miden 10 centímetros.

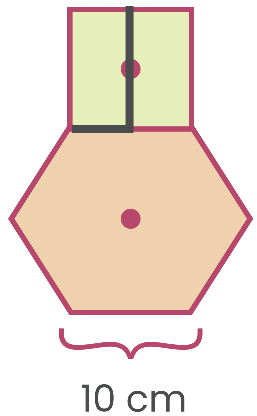
Al construirla, unieron las piezas que encajan entre sí por sus lados y uno de ellos colocó cinta delgada, como se observa en la figura adjunta. Si la cinta se tomó de un rollo de 1m de largo ¿Cuántos centímetros sobraron en el rollo, después de colocar la cinta en la figura?



Nota: Fuente (OLCOMEP, 2024a)

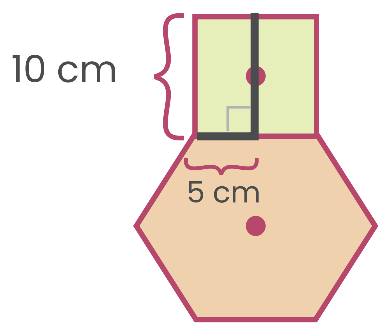
Solución

Estrategia
Observemos esta parte de la construcción



Como podemos ver, el lado de un cuadrado coincide de forma exacta con el lado del hexágono, por lo que miden igual. Entonces cada lado del cuadrado mide 10 cm.

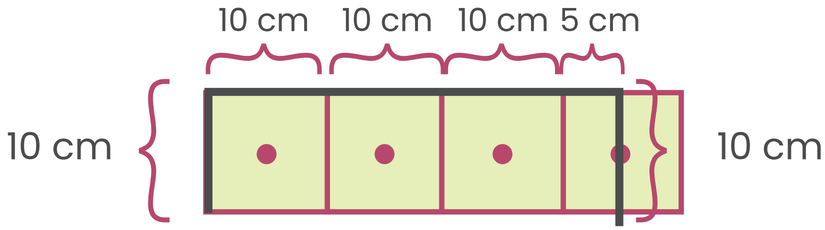
Además, veamos que la cita cubre la mitad del lado del hexágono, y pasa de forma recta con el centro del cuadrado, así:



Llevamos **15 cm** de cinta pegada, ahora calculemos la longitud del resto de cinta pegada.

Para ello, recordemos que cada cuadrado tiene sus lados de igual medida.

Además, los cuadrados tienen lados iguales.



Entonces, de la cinta en esta parte, tenemos un largo de 10 + 10 + 10 + 10 + 5 + 10 = **55 cm**

Así que, en total tenemos que la parte de la cinta utilizada al pegar en en la figura: **15 cm + 55 cm= 70 cm**

Ahora bien, la cinta medía un metro, y debemos obtener el sobrante. Recordemos que 1 m = 100 cm

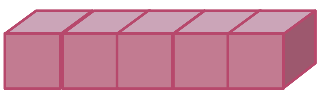
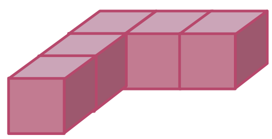
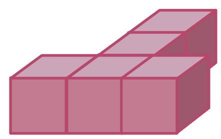
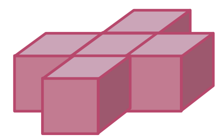
Para obtener el sobrante a la cantidad original de cinta, le debemos restar el largo de cinta usada:

100 cm + 70 cm= 30 cm

Respuesta: La cinta sobrante mide 30 cm.

6. (★★) Sara tiene las dos piezas que se muestran en la figura adjunta.

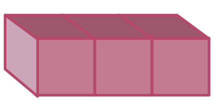
¿Cuál de las siguientes figuras **no** se puede construir con esas dos piezas?

Figura A	Figura B	Figura C	Figura D
			

Solución

Estrategia 1. Visualización espacial
Llamemos a las piezas

Pieza A



Pieza B

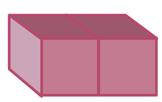


Figura A

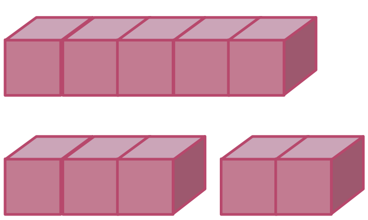
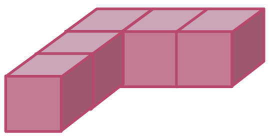
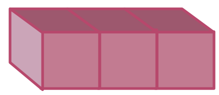


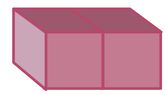
Figura B



Pieza A

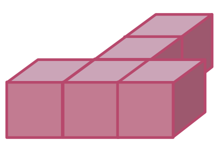


Pieza B

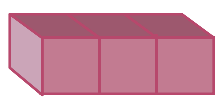


Entonces la Figura B también la podemos hacer, veamos la Figura C:

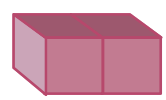
Figura C



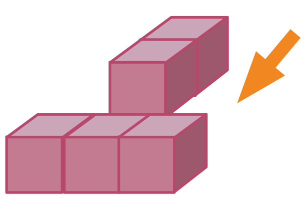
Pieza A



Pieza B



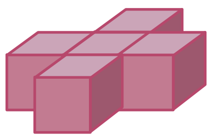
Y las unimos así:



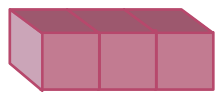
Por lo que, con las dos piezas, también podemos hacer la Figura C.

Ahora, continuemos con la Figura D.

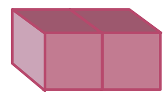
Figura D



Pieza A



Pieza B



Para este caso, las piezas, aunque las giremos y volteemos, no podremos acomodarlas para formar la Figura D sin cortar alguna de las piezas.

Estrategia 2. Modelación con material concreto

Si tienes este tipo de piezas lo puedes comprobar manualmente armando cada Figura con las dos piezas.

7. (★★) Se desean acomodar 50 estudiantes en 13 mesas separadas, en las que únicamente se pueden colocar 3 o 4 sillas en cada una. ¿Sin que sobre ni falten sillas, cuántas mesas quedarán con exactamente 3 sillas? (OLCOMEP, 2024a)

Solución

Estrategia 1. Método heurístico de ensayo-error

Vamos a imaginar que tenemos 13 mesas y queremos sentar a 50 estudiantes.
Pero solo podemos poner 3 o 4 sillas por mesa.

- Probemos primero si todas las mesas tienen 4 sillas:

- $13 \times 4 = 52$ estudiantes → ¡Eso es demasiado!

- Probemos si todas tienen 3 sillas:

- $13 \times 3 = 39$ estudiantes → Muy pocos

Entonces necesitamos mezclar: algunas con 4 sillas y algunas con 3. Probemos con 12 mesas de 4 sillas y 1 mesa de 3:

$$12 \times 4 = 48$$
$$1 \times 3 = 3$$
Total = 51 ❌ (un estudiante de más)

Probemos con 11 mesas de 4 sillas y 2 de 3:

$$11 \times 4 = 44$$
$$2 \times 3 = 6$$
Total = 44 + 6 = **50** ✅

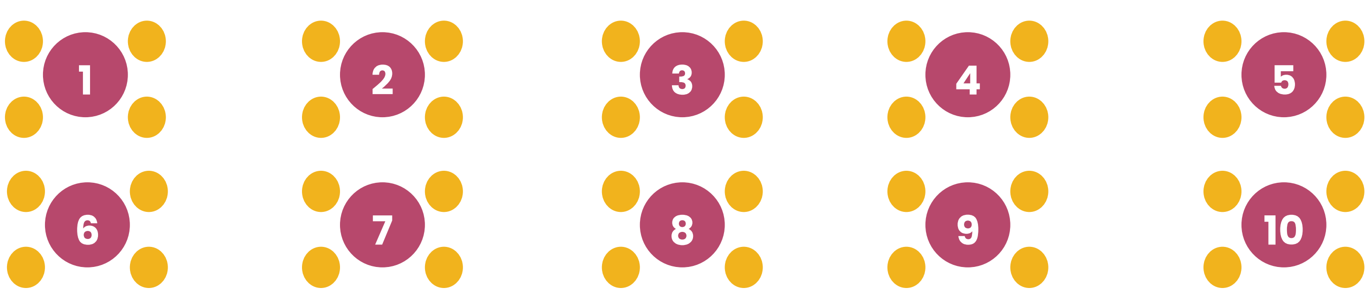
¡Sí funciona! Entonces podemos acomodar 50 estudiantes en 11 mesas con 4 sillas y 2 mesas con 3 sillas.

[**Respuesta:** Quedan 2 mesas con con exactamente 3 sillas]

Estrategia 2. Representación pictórica.

Tenemos 13 mesas, vamos a representarlas con círculos, y a sus sillas con círculos más pequeños.

Comenzaremos por asignarle a las 13 mesas, 4 sillas a cada una:



Al contar las sillas, tenemos 52, pero son 50 estudiantes y no pueden sobrar sillas, por lo que comenzaremos a retirar sillas, comenzamos por una de las mesas:

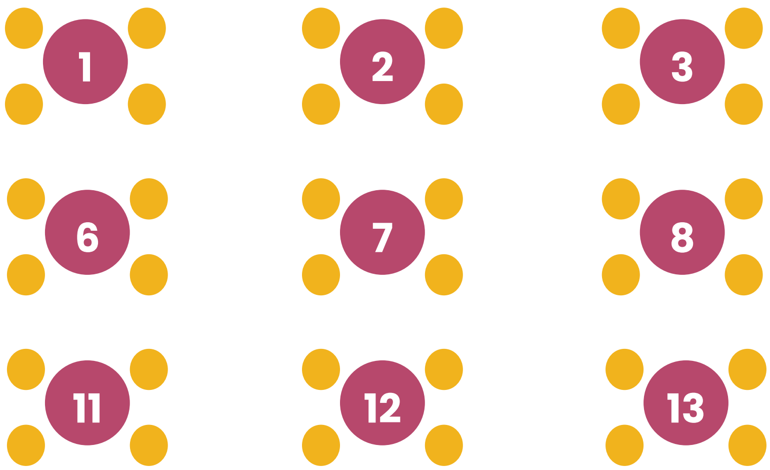
Tenemos 52 sillas, comenzaremos a retirar:

Ahora tenemos 52 -1 = 51 sillas, si retiramos otra, nos quedarán 50 sillas. Sin embargo, no podemos retirar la silla de la mesa número 13 porque todas las mesas deben tener 3 o 4 sillas.

Entonces retiraremos la silla de otra mesa:

Ya nos quedan las 50 sillas asignadas a las 13 mesas, de la siguiente forma:

Comenzaremos por asignarle a las 13 mesas, 4 sillas a cada una:

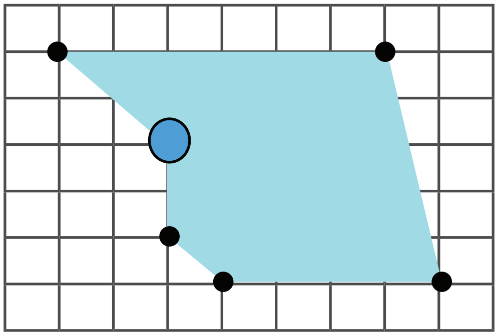


De donde podemos ver, que quedan dos mesas con tres sillas.

Respuesta: Quedan 2 mesas con con exactamente 3 sillas.

8. (★) Alejandra tiene en su casa una piscina con la forma que se observa en la imagen adjunta. Ella se encuentra en el vértice indicado dentro de la piscina y juega a tirar una pelota hacia los otros vértices, los cuales determinan ciertos ángulos, de forma que:

- Por cada ángulo agudo ganará dos puntos.
- Por cada ángulo recto ganará cuatro puntos.
- Por cada ángulo obtuso ganará tres puntos



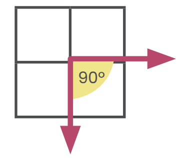
Si no puede repetir ningún vértice y cada vez que lanza el balón vuelve al vértice inicial. ¿Cuál es el máximo puntaje que puede obtener Alejandra? (OLCOMEP, 2024a)

Solución

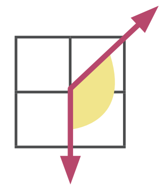
Estrategia 1. Utilizar las cuadrículas de la imagen para clasificar los ángulos.

En la imagen de la piscina se observa una cuadrícula de fondo, que puede servir de guía para la clasificación de los ángulos que se forman en cada vértice de la piscina, tomando en cuenta que cada cuadrado de la cuadricula tiene cuatro ángulos rectos, con lo cual podemos afirmar que:

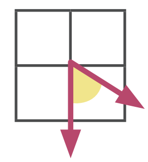
- Cada ángulo de la cuadricula mide exactamente 90º, es un ángulo recto.



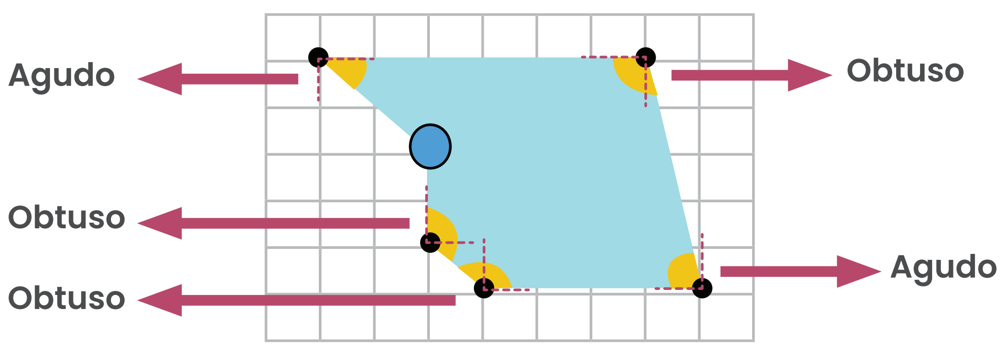
- Cada ángulo mayor que un ángulo de la cuadrícula mide más de 90º, es un ángulo obtuso.



- Cada ángulo menor que un ángulo de la cuadrícula mide menos de 90º, es un ángulo agudo.



Con base en eso, podemos analizar los ángulos de la piscina de la imagen para clasificarlos como agudos, obtusos o rectos. Utilizaremos unas líneas punteadas para visualizar de forma más clara los ángulos rectos:



De esta forma determinamos que se tienen dos ángulos agudos y tres obtusos, como por cada ángulo agudo gana dos puntos:

2 x 2 = 4 puntos

Como por cada ángulo obtuso gana tres puntos:

$$3 \times 3 = 9 \text{ puntos}$$

Para un total de 4 + 9 = 13 puntos.

Respuesta: Alejandra puede obtener un máximo de 13 puntos.

9. (★★) El peso recomendado de la mochila de un niño o niña no debe sobrepasar 4 kg.

Para llevar sus provisiones en una caminata, un niño utiliza una mochila que vacía pesa 1 kg.

Si le va a echar: 4 barras de granola que pesan $\frac{1}{4}$ kg cada una, una botella con agua que pesa $\frac{1}{2}$ kg, una linterna que pesa $\frac{1}{4}$ kg, una bolsa de fruta que pesa $\frac{1}{2}$ kg y un parlante que pesa $\frac{1}{4}$ kg ¿Cuál es la cantidad máxima de barras de granola que puede agregar, sin superar el peso máximo recomendado? (OLCOMEP, 2024a)

Solución

Estrategia 1. Método gráfico

Vamos a representar cada kilogramo con una barra, de la siguiente forma:

Tenemos que:

→ | 1 kg |

Ahora vamos a considerar los artículos en la mochila que pesan cuartos de kilogramo, pues sabemos que

= | $\frac{1}{4}$ kg | $\frac{1}{4}$ kg | $\frac{1}{4}$ kg | $\frac{1}{4}$ kg |

Veamos lo que se le va a echar a la mochila, y marcaremos las que tienen peso de $\mathbf{\frac{1}{4}}$ **kg** :

4 barras de granola que pesan $\frac{1}{4}$ kg cada una,

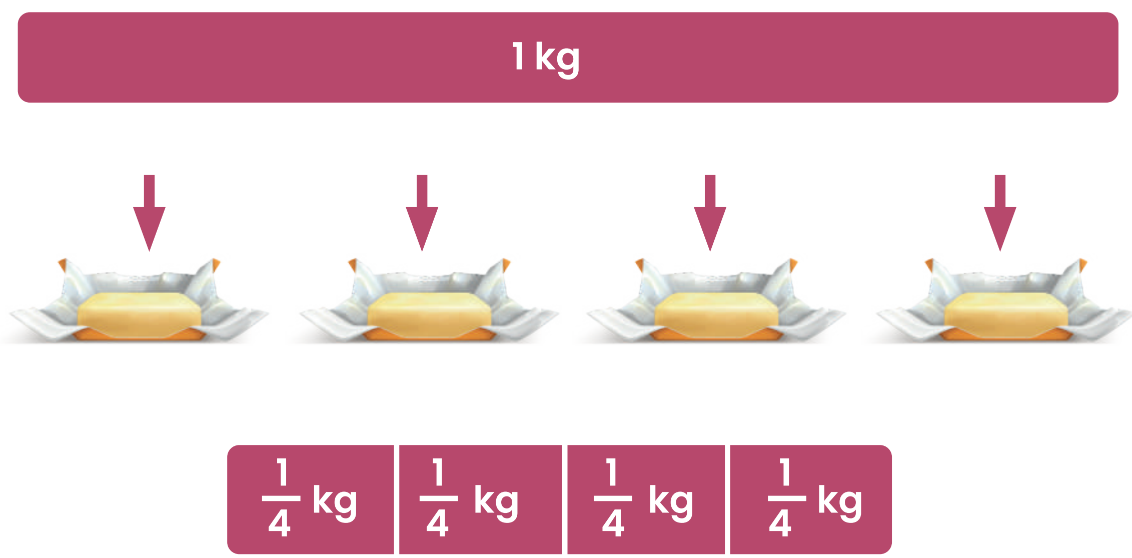
una botella con agua que pesa $\frac{1}{2}$ kg,

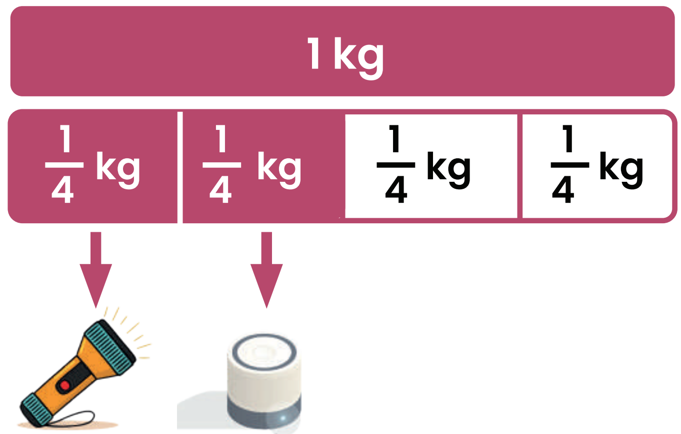
una linterna que pesa $\frac{1}{4}$ kg,

una bolsa de fruta que pesa $\frac{1}{2}$ kg

un parlante que pesa $\frac{1}{4}$ kg

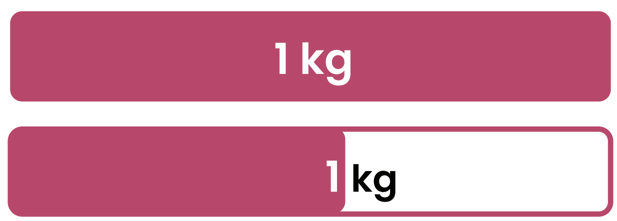
Las 4 barras de mantequilla juntas pesan:



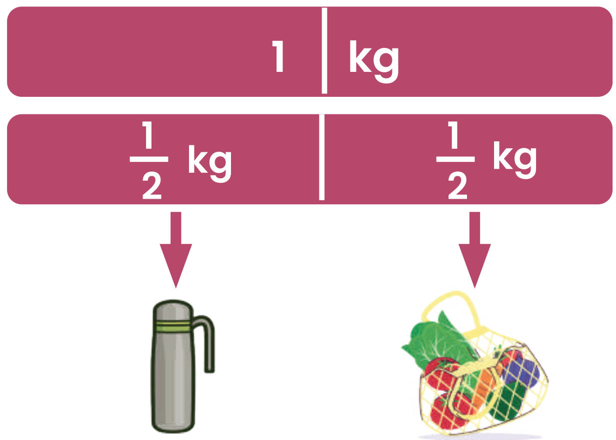


Como podemos ver, entre todos los artículos que pesan $\frac{1}{4}$ kg, tenemos 1 kilogramo completo, y otro hasta la mitad.

Por lo tanto, el peso de los artículos de $\frac{1}{4}$ kg, en total, es:

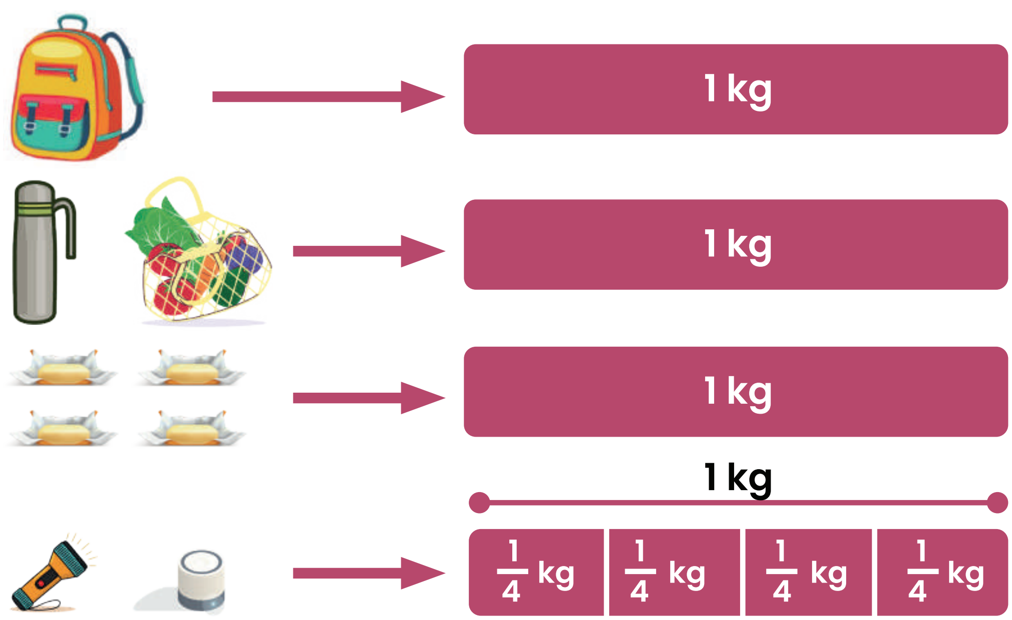


Ahora continuemos, con los dos artículos que pesan $\frac{1}{2}$ kg



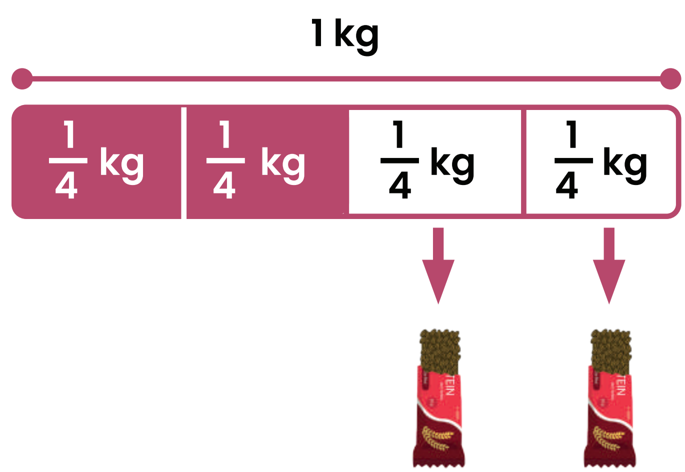
Por lo tanto, en total, pesan 1 kg.

Con esto, ya tenemos el peso completo de los artículos que tiene que llevar el niño, como lo máximo que debe cargar son 4 kg, veamos cuánto lleva en total, para ver si puede llevar, además, barras de granola:



Tenemos ya completas 3 barras que representan 1 kg cada una, por lo que representan 3 kilos, además, del cuarto kilogramo tenemos ya la mitad, que corresponde a dos cuartas partes, y nos sobran otras dos cuartas partes, ¡eso lo podemos completar con barras de granola!

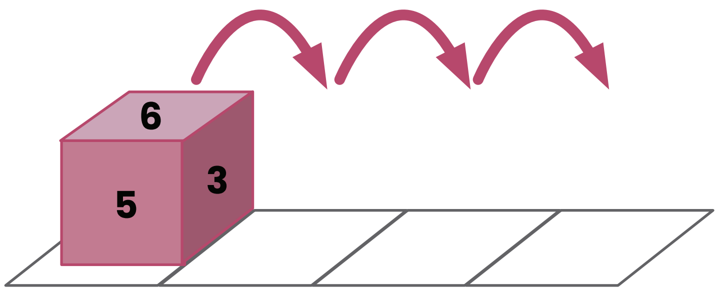
Recordemos que cada una pesa $\frac{1}{4}$ kg.



Entonces, puede agregar hasta dos barras de granola.

Respuesta: Como máximo, puede llevar 2 barras de granola.

10. (★★) En un dado la suma de los números de dos caras opuestas es 7. El dado se coloca como se muestra en la figura adjunta. Si se rueda hacia la derecha tres veces, de forma que cada vez cae en el cuadro siguiente, ¿cuál es la suma de los números de las tres caras visibles, según la figura, cuando el dado se ha rodado las tres veces? (OLCOMEP, 2024a)



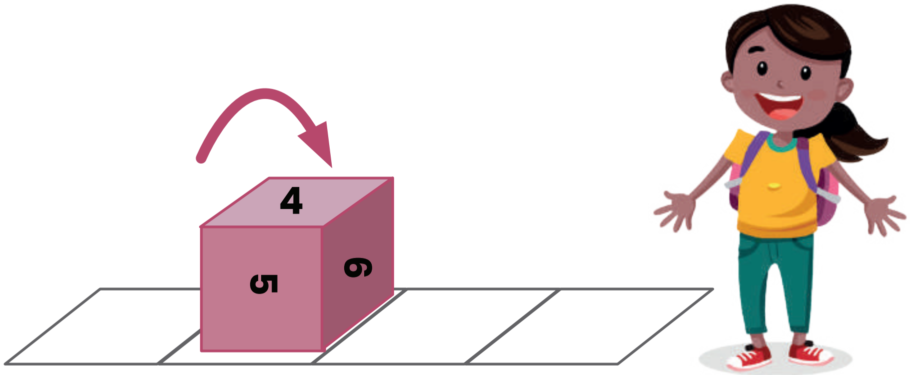
Solución

Estrategia 1. Dibujando cada movimiento siguiente hasta llegar al tercero.

Como las caras opuestas del dado suman 7, a partir de las caras observadas se puede determinar que:

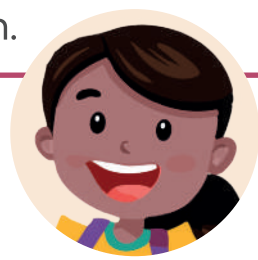
- La cara opuesta a 3 es el 4, pues 4 + 3 = 7
- La cara opuesta a 5 es el 2, pues 5 + 2 = 7
- La cara opuesta a 6 es el 1, pues 6 +1 = 7

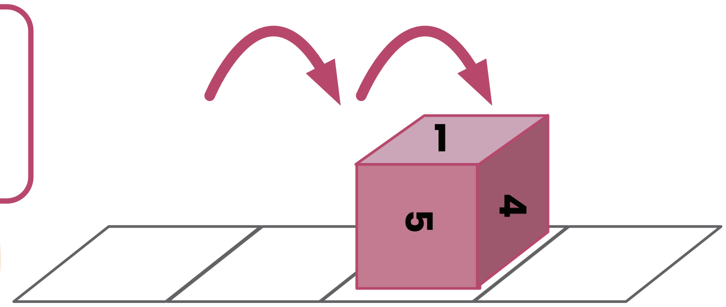
De esta forma, si giramos el dado una primera vez hacia la derecha, el dado caería sobre la cara con el número 3, por lo que el 3 quedaría oculto, y su opuesto, el 4, quedaría ahora hacia arriba. Mientras el 5 quedaría en la misma cara, pero girado hacia la derecha:



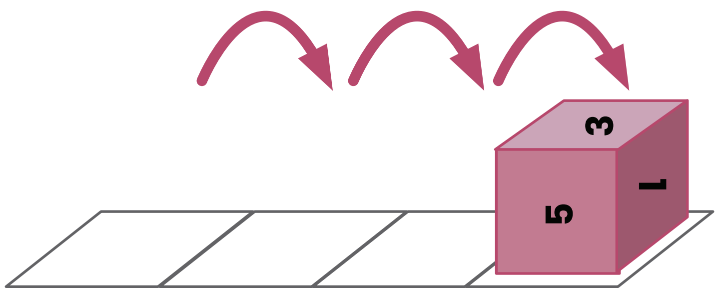
Con base en la posición anterior adquirida por el cubo, realizamos el segundo giro hacia la derecha. De forma que ahora, el dado caería sobre la cara con el número 6, por lo que el 6 quedaría oculto, y su opuesto, el 1, quedaría ahora hacia arriba. Mientras el 5 quedaría en la misma cara, pero girado una vez más hacia la derecha:

Observa que con cada giro el 5 queda en la misma cara pero cambia su posición.





Finalmente, partiendo de la posición anterior del cubo, realizamos el tercer giro hacia la derecha. De forma que ahora, el dado caería sobre la cara con el número 4, por lo que el 4 quedaría oculto, y su opuesto, el 3, quedaría hacia arriba. El 5 quedaría en la misma cara, pero girado una vez más hacia la derecha:



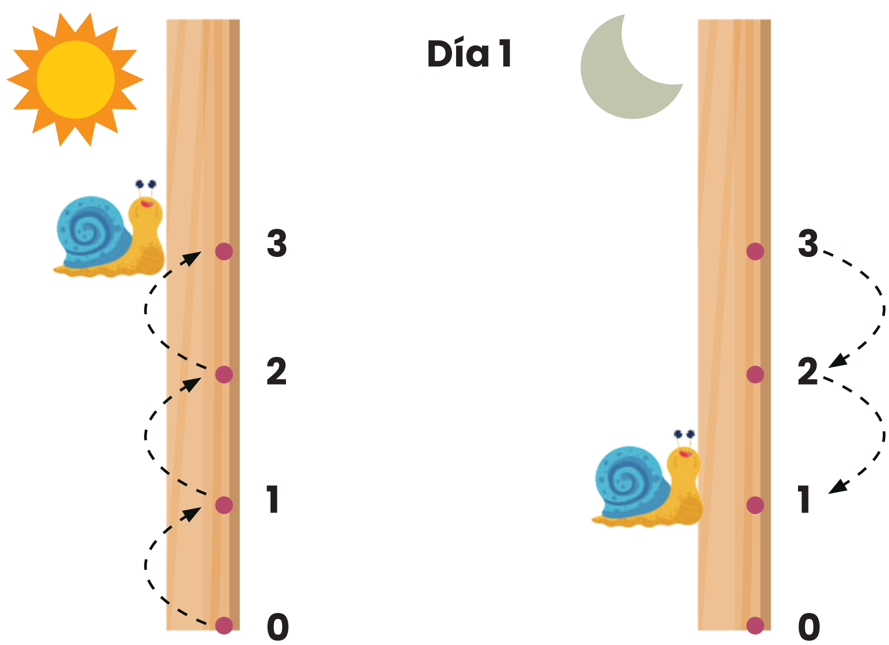
De esta forma observamos que, después de rodar tres veces hacia la derecha las caras que quedan visibles tienen a los números: 5, 1 y 3. Con lo que la suma $(5 + 1 + 3 = 9)$ de los números de las caras visibles es 9.

Respuesta: La suma de los números de las caras visibles es 9.

11. (★★) Un caracol debe subir por un poste de 10 metros de altura. Si el caracol se encuentra en la base del poste y cada día sube 3 metros, pero por la noche resbala 2 metros hacia abajo. ¿Cuántos días tardará en llegar a la cima del poste? (OLCOMEP, 2024b)

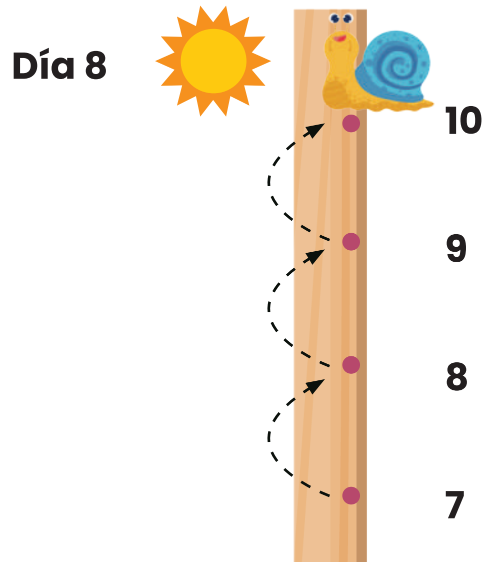
Solución

Estrategia 1. Razonamiento con apoyo pictórico
Tenemos que el caracol cada día sube 3 m pero en la noche resbala 2m.



Por lo que, al final de cada día sólo logra avanzar un metro. Con ese avance en los primeros 7 días habría avanzado 7 metros.

Durante el día 8, puede avanzar tres metros, por lo que llega a la cima del poste que es de 10 m:



Respuesta: El caracol tarda 8 días en llegar a la cima.

Estrategia 2. Uso de operaciones aritméticas.

Número de día	Altura del poste, en metros, donde llega durante el día	Altura del poste, en metros, donde queda durante la noche
1	3	3 - 2 = 1
2	1 + 3 = 4	4 - 2 = 2
3	2 + 3 = 5	5 - 2 = 3
4	3 + 3 = 6	6 - 2 = 4
5	4 + 3 = 7	7 - 2 = 5
6	5 + 3 = 8	8 - 2 = 6
7	6 + 3 = 9	9 - 2 = 7
8	**7 + 3 = 10**	

¡Ha llegado a los 10 metros! Es la cima

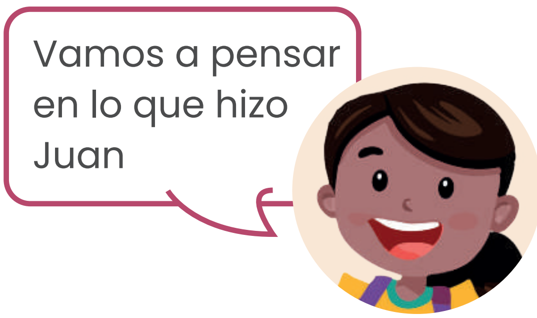
Respuesta: El caracol tarda 8 días en llegar a la cima.

12. (★) A Juan le gusta aplicarles a los números lo que él llama: “el gran salto”, que consiste en duplicar el número y luego restarle 5.
Juan elige un número y le aplica “el gran salto”.

Si el resultado después de aplicar “el gran salto” es 95, ¿cuál es el número elegido por Juan originalmente?

Solución

Estrategia 1. Resolución inversa



- Tomó un número
- Lo duplicó (eso significa que lo **multiplicó por 2** o que lo **sumó dos veces**)
- Luego le restó 5
- Y obtuvo como resultado **95**

¿Qué pasa si intentamos devolvernos ese proceso?

1. Sabemos que el resultado final es 95

2. Como al final le restó 5, vamos a **devolverle esos 5**:

$$\mathbf{95 + 5 = 100}$$

Ahora, ese número **100** es el doble del número original de Juan.
Eso quiere decir que fue como hacer:

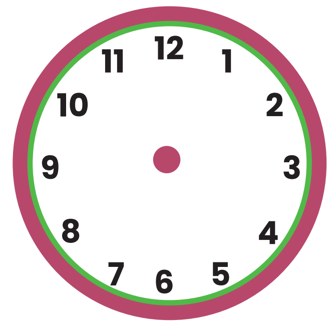
Número de Juan + Número de Juan = 100
¿Qué número más sí mismo da 100?

✅ **50 + 50 = 100**

Entonces Juan comenzó con el número **50.**

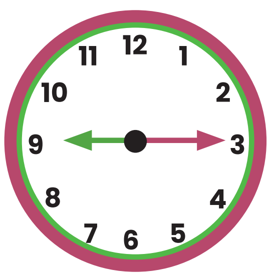
[**Respuesta:** Juan eligió originalmente al número 50.]

13. (★) Mónica entra a la escuela a las 9:15 am, pero programa su despertador 45 minutos antes para poder ducharse, desayunar y llegar a la escuela a tiempo. A la hora que suena el despertador, ¿qué nombre recibe el ángulo que forman las manecillas del reloj despertador de Mónica? (OLCOMEP, 2024b)



Solución

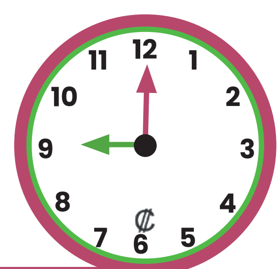
Estrategia 1. Dibujando cada posición de las manecillas del reloj



Mónica entra a la escuela a las 9:15 am, iniciamos colocando el reloj en esa hora exacta.

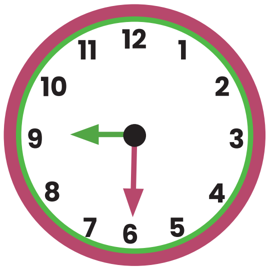
Sabemos que el despertador suena 45 minutos antes, por lo que vamos a cambiar la hora en el reloj hasta ese momento.

Como 45 = 15 + 30, primero regresamos el reloj 15 min, con lo que se ubicaría la hora a las 9:00am.



Recuerda que la manecilla más corta, señala las horas. Mientras que la más larga señala los minutos. Cada valor entero que avanza la manecilla de los minutos representa un grupo de 5 minutos.

Después debemos regresar la hora del reloj otros 30 minutos, con lo que se ubicaría la hora a las 8:30am.



Observamos que el ángulo formado por las manecillas del reloj es menor que un ángulo recto, pues era recto cuando fueron las 9:00am. Por lo cual, al ser menor a un ángulo de 90º, es un ángulo agudo.

Respuesta: El ángulo formado es un ángulo agudo.

14. (★★) En una carrera de ciclismo de montaña se tiene que:

- Ninguno de los competidores está en la misma posición.
- Entre Manuel y Dixon hay 8 competidores.
- Dixon ve hacia adelante 9 competidores, y sólo le falta ver a los tres primeros lugares.
- Manuel está después de Dixon y no es el último.

¿Cuál es la menor cantidad posible de competidores que podría estar compitiendo en la carrera? (OLCOMEP, 2024b)

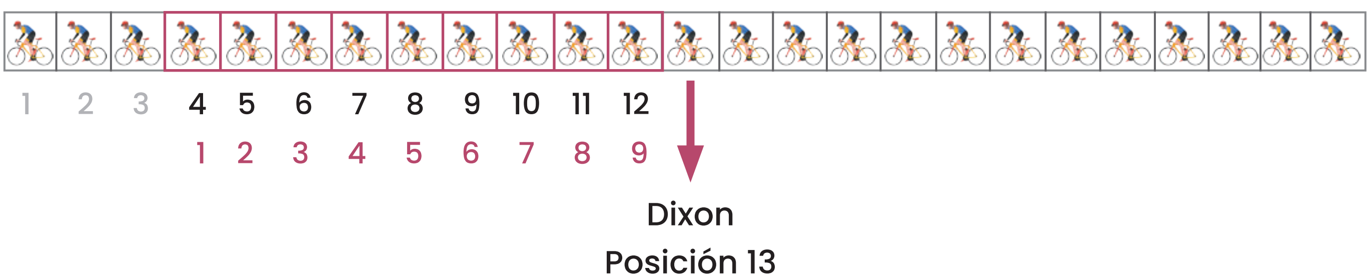
Solución

Estrategia 1. Hacer una representación de los competidores y sus posiciones

En este caso se puede empezar haciendo una representación de los competidores y sus posiciones, se puede hacer por medio de la recta numérica o de un objeto fraccionado en partes iguales. En este caso utilizaremos la segunda opción. Representaremos a cada competidor mediante una parte de un rectángulo fraccionado en 25 partes iguales, asumiendo en este caso un máximo de 25 competidores, aunque podrían ser más:

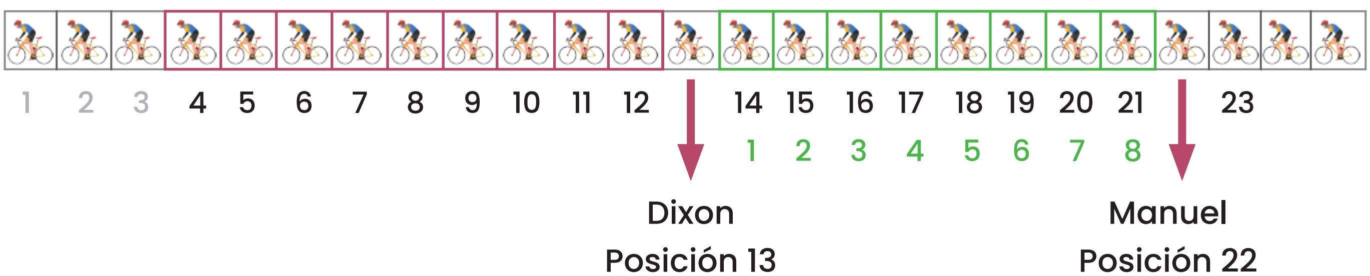
Esta representación es posible porque **ninguno de los competidores está en la misma posición**, por lo que cada uno de los competidores ocupa una posición diferente.

Ahora pasaremos a utilizar la tercera condición para ubicar a Dixon entre los competidores. Esta indica que: **Dixon ve hacia adelante 9 competidores, y sólo le falta ver a los tres primeros lugares**. Con esto entendemos que dadas las condiciones de la pista los tres primeros puestos no son visibles para Dixon, por lo cual los pondremos en un color más claro. También se nos indica que Dixon ve por delante suyo a nueve competidores (señalados en rojo), por lo que podemos ubicar a Dixon nueve puestos atrás de los tres primeros:



La información anterior nos permite saber que Dixon se ubica 9 posiciones atrás de los primeros tres, es decir, van 12 por delante de él. Así que se ubica en la posición 13.

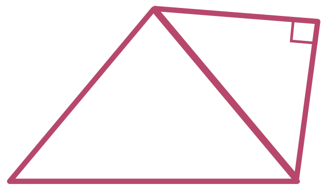
Al analizar la segunda condición: **entre Manuel y Dixon hay ocho competidores**, podríamos considerar que Manuel o bien se ubica ocho competidores por delante de Dixon o bien ocho competidores por detrás de Dixon. Pero al integrar la cuarta condición: **Manuel está después de Dixon y no es el último**, descartamos que esté ocho competidores por delante. Con lo cual podemos ubicar a Manuel en la carrera:



Como Manuel está en la posición 22 y no es el último, hay mínimo una persona más detrás de él. Por lo que el competidor 23 existe, aunque no sabemos si hay más o cuántos más, sabemos cual es la menor cantidad posible.

Respuesta: La menor cantidad posible de competidores es 23.

15. (★) Considera las siguientes afirmaciones relacionadas con la figura adjunta:



I. Se observan exactamente 2 cuadriláteros.
II. No se observan ángulos obtusos.
III. Se observa un par de segmentos perpendiculares.
IV. Se observa un par de segmentos paralelos.

De ellas, es verdadera la afirmación
a. I
b. II
c. III
d. IV

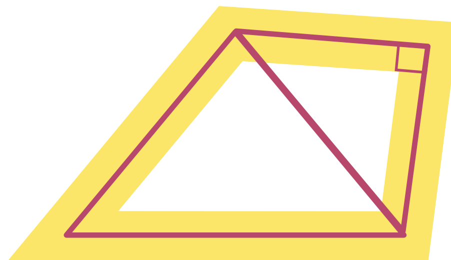
Nota: Fuente (OLCOMEP, 2024b)

Solución

Estrategia 1.
Vamos a analizar cada afirmación:

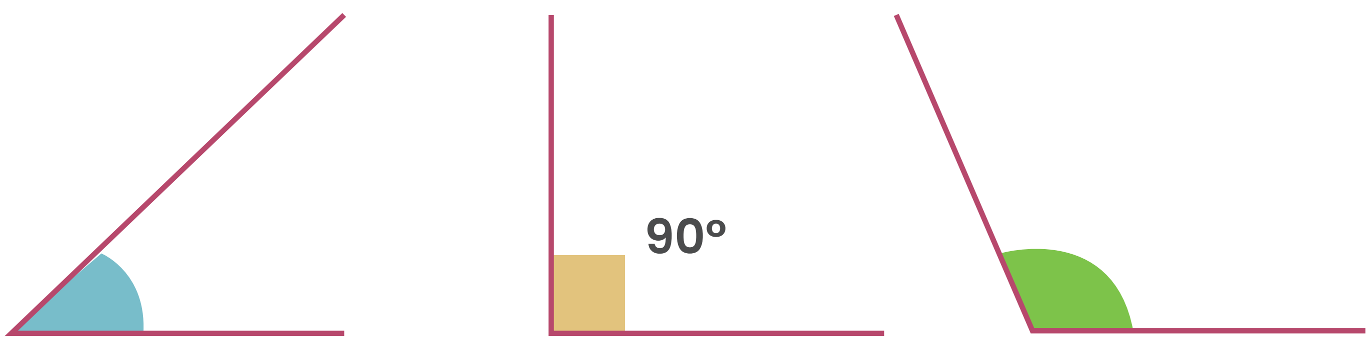
Afirmación I: Se observan exactamente 2 cuadriláteros
Encontramos un cuadrilátero es las figuras que tienen 4 lados.

¿Cuántas figuras con 4 lados ves? Vemos uno únicamente, resaltaremos sus lados:



Por lo que la **Afirmación I es falsa**.

Afirmación III: No hay ángulos obtusos
Un ángulo obtuso es más abierto que un ángulo recto.
Es como si una puerta estuviera muy abierta:

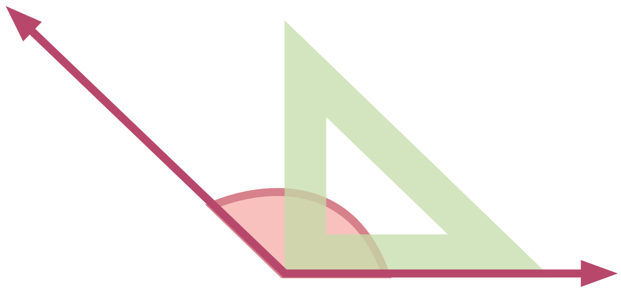


0 **Menos de 90º ángulo agudo**

0 **Ángulo Recto**

0 **Más de 90º ángulo obtuso**

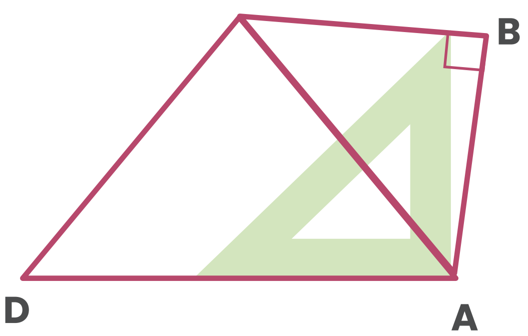
El ángulo obtuso tiene una apertura mayor que el recto, por tanto, mayor que la escuadra:



Mira cada ángulo en la figura:

- ¿Hay alguno que se vea más abierto que un ángulo recto?

El ángulo señalado con A, corresponde a un ángulo obtuso:

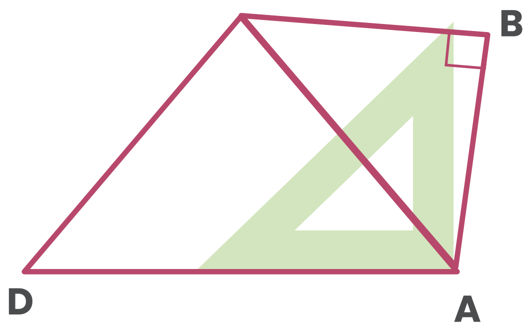


Entonces, la afirmación B es falsa.

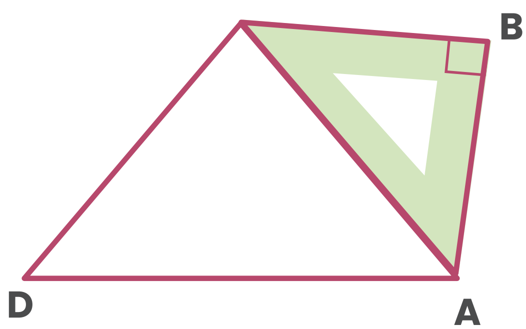
Afirmación III: Hay un par de segmentos perpendiculares
Los segmentos perpendiculares se cruzan formando una esquina recta (como la esquina de una hoja).

Podemos usar una hoja o un cuaderno para ver si alguna esquina forma un ángulo recto (90°), o una regla con forma de escuadra.

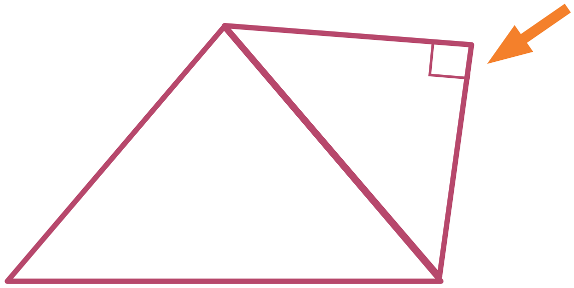
Por ejemplo, la esquina que señalamos con la letra A, no corresponde a un ángulo de 90°, pues uno de los dos lados del ángulo no coincide con los dos lados de la escuadra que forman su ángulo recto:



¿Viste alguno que forme una "L" perfecta? Pues es sería un ángulo recto. ¡Tenemos uno!, el señalado con una B:



Otra forma de reconocerlo es a través de la representación de un ángulo recto en una figura: dentro de la figura si una esquina tiene con un "cuadrito", allí se encuentra el vértice de un ángulo recto, tal como se muestra en este caso.



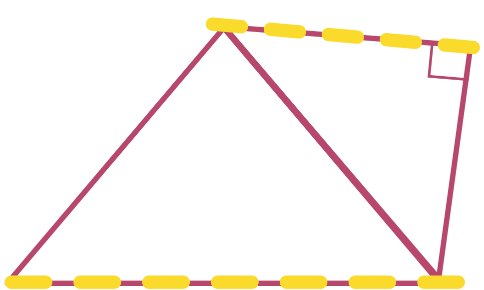
Por lo anterior, sabemos que **la Afirmación III es correcta**.

Afirmación IV: Hay un par de segmentos paralelos
Los segmentos paralelos van en la misma dirección y nunca se cruzan, como los rieles de un tren.

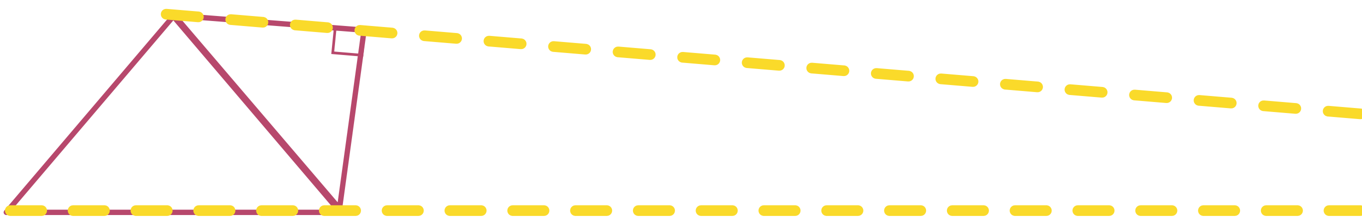
Usa una regla o pon dos lápices sobre la figura:
¿Ves líneas que siempre están a la misma distancia y no se tocan?

✔ Si hay al menos un par, esta afirmación es verdadera
✘ Si no hay, es falsa

Los dos segmentos resaltados en amarillo no tienen la misma dirección:

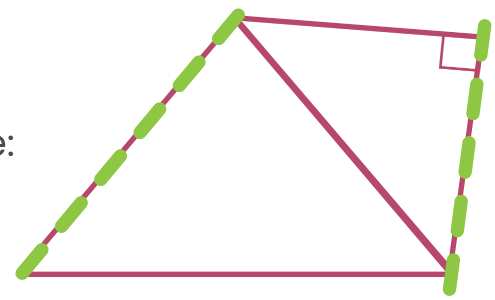


Por lo tanto, si siguiéramos su camino, más adelante se encontrarían:

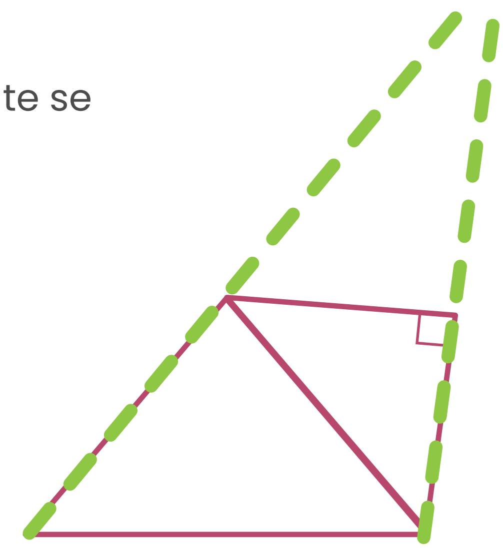


No son paralelos.

Lo mismo sucede con los marcados con verde:



Si continuamos su camino, más adelante se encontrarían:

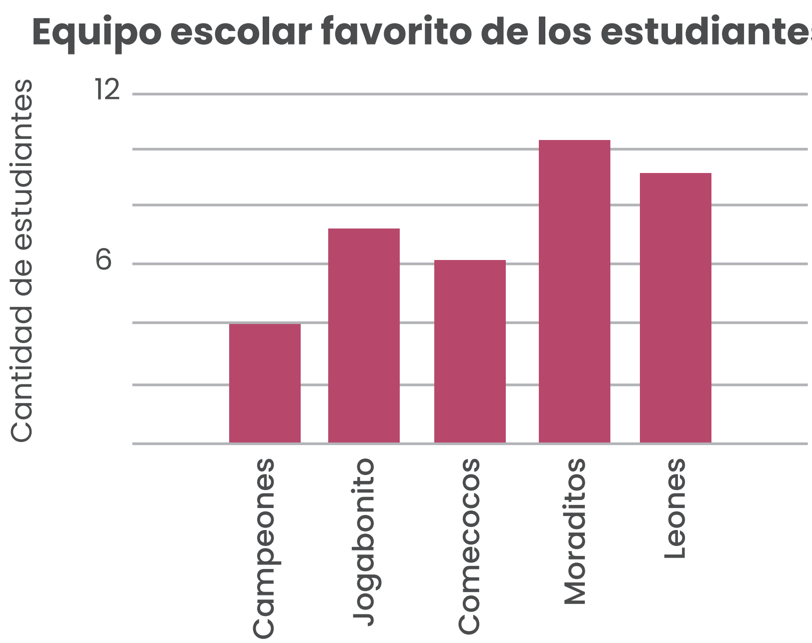


Entonces, no encontramos pares de segmentos paralelos.

Respuesta: La afirmación correcta es la III.

16. (★) La maestra Lucía realizó un gráfico de barras en la pizarra representando la cantidad de estudiantes que apoya a cada uno de los equipos de fútbol escolar: Leones, Campeones, Comecocos, Moraditos y Jogabonito.

En el recreo Martín sin querer borró la parte inferior del gráfico y quiere arreglarlo antes que vuelva la maestra, pero solo recuerda que los preferidos eran los Moraditos y los menos apoyados eran los Campeones.



¿Cuántos estudiantes apoyan a los Leones? (OLCOMEP, 2024b)

Solución

Estrategia 1. Completar la información faltante del gráfico
Como podemos observar en la parte inferior de la gráfica, aunque

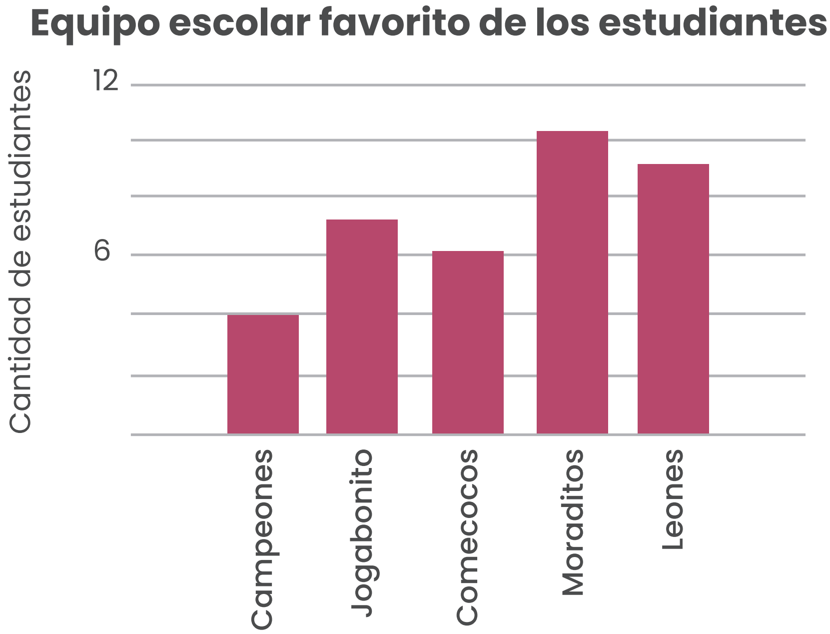
algunas etiquetas están tapadas puede observarse el final de las mismas. De lo cual podemos distinguir que:

- La etiqueta de la segunda barra finaliza en “ito”, por lo que corresponde a Jogabonito.
- Las etiquetas de la primera y la última barra finaliza con “es” por lo que podría ser Leones o Campeones.
- Las etiquetas de la tercera y cuarta barra finaliza con “os” por lo que podría ser Comecocos o Moraditos.

Se indica que los **Moraditos son los preferidos**, por lo que corresponden al equipo con **mayor** frecuencia, es decir, la cuarta barra. De esto se puede deducir que la tercera barra corresponde a los Comecocos.

Se indica que los **menos apoyados eran los Campeones**, por lo que corresponden al equipo con **menor** frecuencia, es decir, la primera barra. De esto se puede deducir que la última barra corresponde a los Leones.

Al identificar el nombre de cada una de las etiquetas de las barras, ya tenemos la información de la gráfica completa. Con eso podemos determinar que los Leones, correspondientes a la última barra, son apoyados por nueve estudiantes.



Respuesta: 9 estudiantes apoyan a los Leones.

17. (★★) Mariana tiene el doble de la cantidad de dinero que tiene Luis. Si Mariana gasta 200 colones y Luis gasta 50 colones, entonces ambos tendrán la misma cantidad de dinero. ¿Cuánto dinero, en colones, tenía Luis inicialmente? (OLCOMEP, 2024b)

Solución

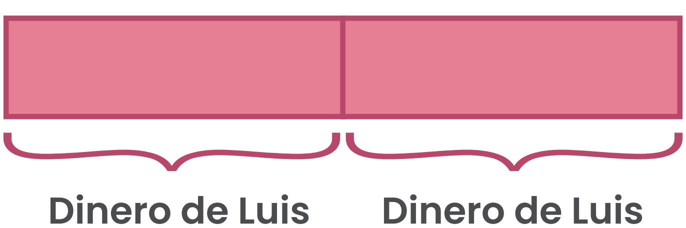
Estrategia 1. Método gráfico
Vamos a imaginar cuánto dinero tenían Mariana y Luis con dibujos de barras.

Dibujamos una barra para Luis.
Ahora, como Mariana tenía el doble, dibujamos dos barras iguales para ella.

Así se ve:

Luis:

María:



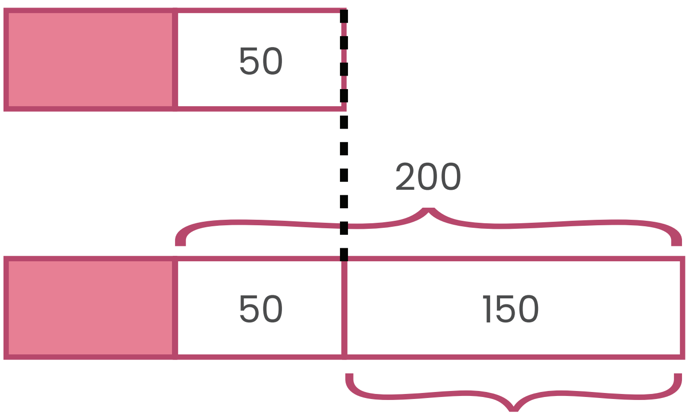
Luego, cada uno gasta dinero:

- Mariana gasta ₡200
- Luis gasta ₡50

Después de eso, ¡quedan con el mismo dinero!

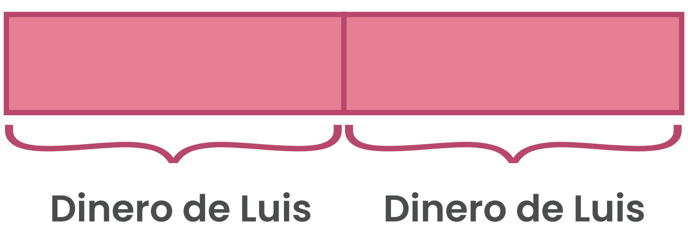
Luis:

María:



Recordemos:

María:



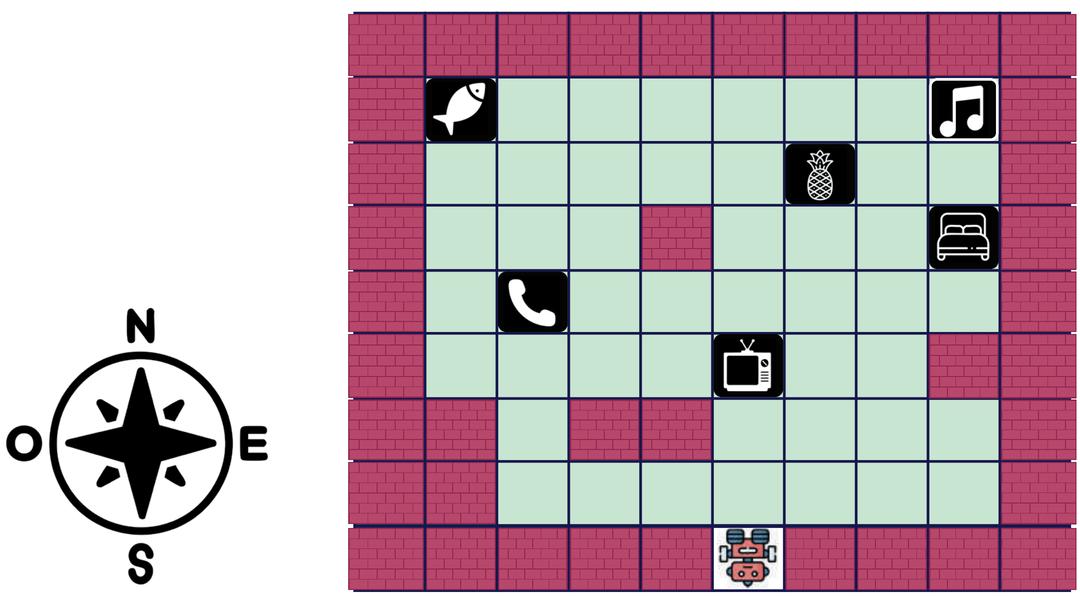
Como María tenía el doble de dinero que Luis, y esta parte, corresponde al dinero de Luis, entonces Luis tenía 150 colones inicialmente.

Respuesta: Inicialmente Luis tenía 150 colones.

18. (★★★) Pedro programa su robot para indicarle a qué casilla del tablero caminar. El robot con cada movimiento avanza una casilla sólo con estos movimientos: al frente, a la derecha o a la izquierda, según se le indique. No puede caminar por las casillas bloqueadas con ladrillo. Para llegar de la entrada a la casilla del teléfono, Pedro le indicó 9 movimientos, con la siguiente combinación:

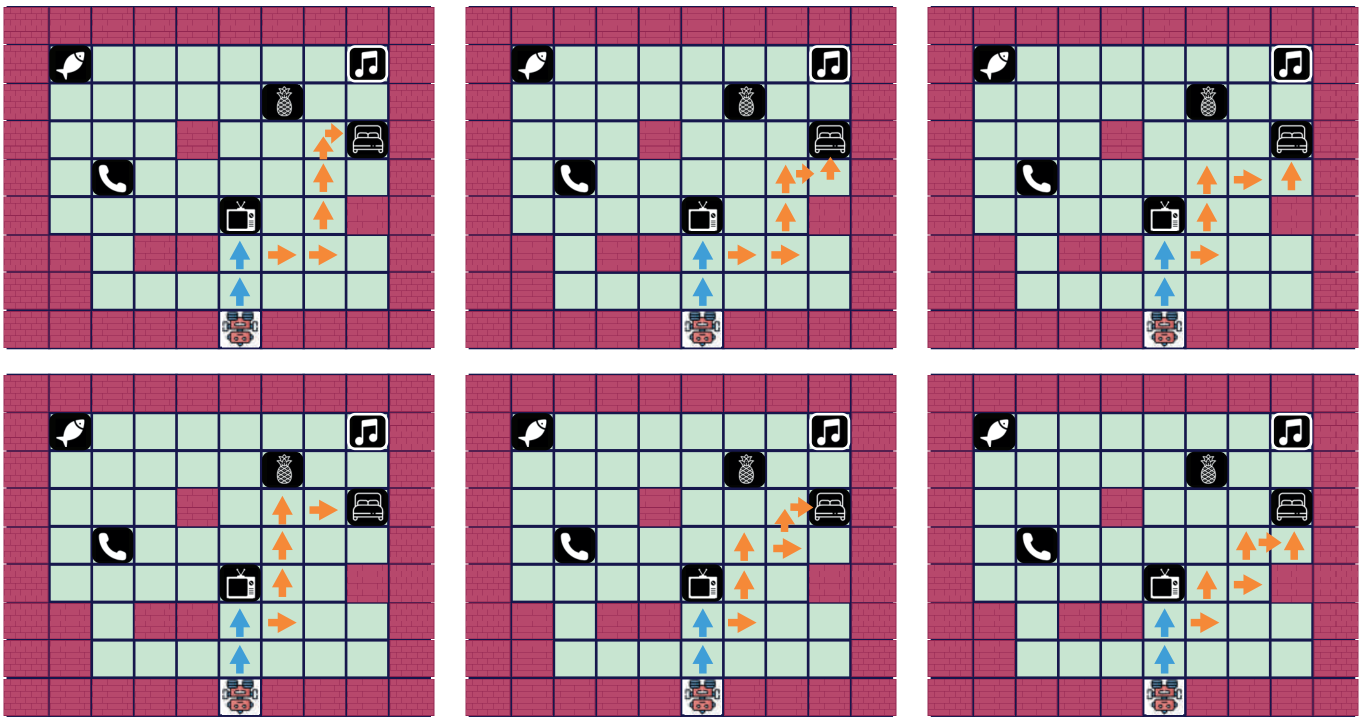
- 2 casillas al norte
- 1 casilla al este
- 2 casillas al norte
- 4 casillas al oeste

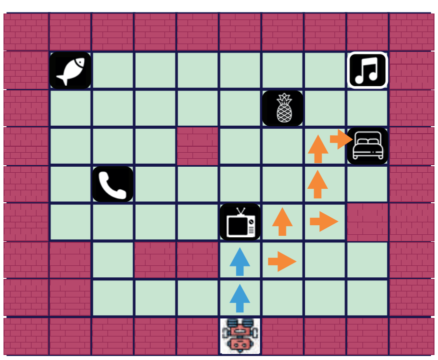
Si debemos indicarle al robot el camino más corto para llegar de la entrada a la cama, iniciando con dos casillas al norte, ¿cuántas diferentes combinaciones de movimientos podemos darle? (OLCOMEP, 2024b)



Solución

Estrategia 1. Realizar todos los caminos sobre el tablero
Vamos a imaginar que el robot realiza el camino y lo marcamos sobre el dibujo del tablero. Sabemos que inicia con dos casillas hacia el norte así que esos dos movimientos siempre son fijos, partiremos de ahí en adelante con las opciones, trazando cada una de ella sobre el tablero:



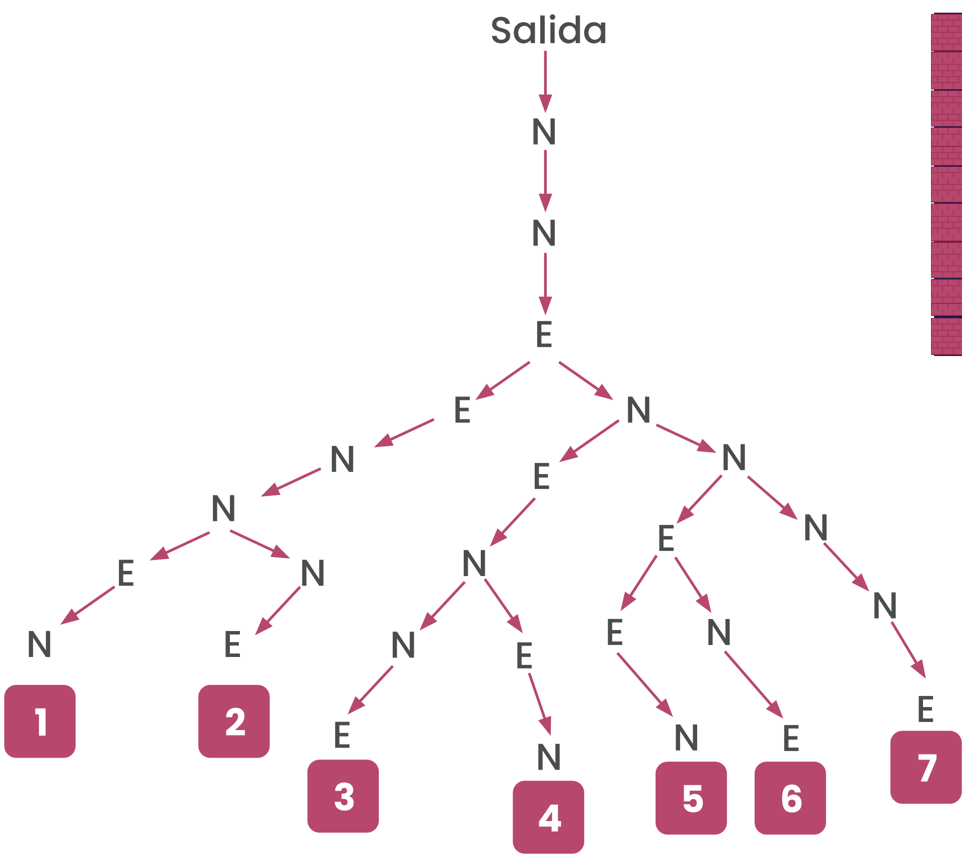


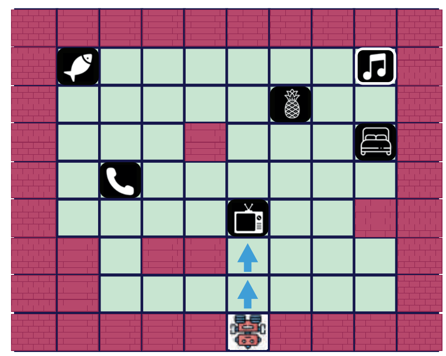
Con lo cual podemos identificar ocho posibles caminos distintos, todos considerando el camino más corto que corresponde a 8 movimientos. Porque hay más posibles caminos, pero todos ellos con más de ocho movimientos.

Respuesta: Podemos darle 7 combinaciones de movimientos distintas.

Estrategia 2. Hacer una representación de los posibles caminos mediante un diagrama de árbol.

Vamos a realizar una representación de las posibles decisiones que puede tomar el robot para desviarse. Para ello representaremos en un diagrama de árbol las posibilidades o decisiones, representando las direcciones con N, S, E, O.





Con el diagrama de árbol vemos que hay un total de 7 caminos, todos ellos de 8 pasos, por lo que están considerando la distancia más corta posible para llegar de la entrada a la cama.

Respuesta: Podemos darle 7 combinaciones de movimientos distintas.

19. (★★) Los estudiantes de tercero están recolectando dinero para realizar una fiesta con un gran pastel, frutas y una piñata. Cada persona lleva diariamente una cuota fija de acuerdo con sus posibilidades y la coloca en la alcancía de la clase. La tabla siguiente muestra lo recolectado en algunas semanas, si todas las personas siempre cumplen con la cuota ¿en cuál alcanzan los ₡90 825? (OLCOMEP, 2024b)

Semana	1ra	2da	3ra	4ta	5ta	6ta	7ma
Dinero acumulado			₡ 12 975	₡ 17 300	₡ 21 625		₡ 30 275

Solución

Estrategia 1. Determinar la cuota fija semanal para continuar sumándola

Vamos a determinar la cantidad que aporta el grupo de personas estudiantes semanalmente, a partir de la diferencia entre la cantidad de dinero recolectada en una semana y la cantidad recolectada la semana siguiente. Puesto que esa cantidad es fija.

Como se observa en la tabla, la tercera semana recolectan ₡ 12 975 y la cuarta semana ₡ 17300. Por lo que la calculo la diferencia entre la cantidad de dinero recolectada de una semana a la siguiente:

$$\begin{array}{rccccc} & & {}^{6} & {}^{12} & {}^{9} & {}^{1} \\ & 1 & \cancel{7} & \cancel{3} & \cancel{0} & 0 \\ - & 1 & 2 & 9 & 7 & 5 \\ \hline & 0 & 4 & 3 & 2 & 5 \end{array}$$

Comprobamos que la diferencia es correcta por lo que con esa información puedo completar los valores faltantes de la tabla, realizando sumas o restas de esa cantidad fija, como se muestra en la siguiente tabla:

Semana	1ra	2da	3ra	4ta	5ta	6ta	7ma
Dinero acumulado		12 975 − 4 325	₡ 12 975	₡ 17 300	₡ 21 625	21 625 + 4 325	₡ 30 275
		₡ 9 650	₡ 12 975	₡ 17 300	₡ 21 625	₡ 25 950	₡ 30 275
	9 650 − 4 325						
	₡ 5 325	₡ 9 650	₡ 12 975	₡ 17 300	₡ 21 625	₡ 25 950	₡ 30 275

Con esta información, podemos seguir sumando la misma diferencia, partiendo de la séptima, para obtener la cantidad que tendrán recolectada cada semana hasta llegar a la suma de dinero solicitada: ₡ 90 825. Para ello podemos utilizar la siguiente tabla:

7ma		₡ 30 275
8va	30 275 + 4 325	₡ 34 600
9na	34 600 + 4 325	₡ 38 925
10ma	38 925 + 4 325	₡ 43 250
11va	43 250 + 4 325	₡ 47 575

12na	47 575 + 4 325	₡ 51 900
13ma	51 900 + 4 325	₡ 56 225
14va	56 225 + 4 325	₡ 60 550
15na	60 550 + 4 325	₡ 64 875
16ma	43 250 + 4 325	₡ 69 200

17na	69 200 + 4 325	₡ 73 525
18ma	73 525 + 4 325	₡ 77 850
19va	77 850 + 4 325	₡ 82 175

20na	82 175 + 4 325	₡ 86 500
21ma	86 500 + 4 325	₡ 90 825

Con lo cual se determina que en la semana 21 se logrará recolectar la suma de ₡ 90825.

[**Respuesta:** Alcanzan en la semana 21.]

Estrategia 2. Determinar la cuota fija semanal y determinar cuántas cuotas hacen falta para la cantidad buscada.
En esta estrategia se determina que la cantidad recolectada cada semana es fija, por lo que se aprovecha ese dato para, conociendo las sumas de dinero de dos semanas sucesivas, determinar la cantidad fija que aumenta.

En la tabla se observa que la tercera semana recolectan ₡ 12 975 y la cuarta semana ₡ 17 300, por lo que la diferencia entre la cantidad de dinero recolectada de una semana a la siguiente es:

$$\begin{array}{rccccc} & & 6 & 12 & 9 & 1 \\ & 1 & \cancel{7} & \cancel{3} & \cancel{0} & 0 \\ - & 1 & 2 & 9 & 7 & 5 \\ \hline & 0 & 4 & 3 & 2 & 5 \end{array}$$

Si cada semana se agregan ₡ 4 325 a la alcancía. Vamos a determinar cuántas veces debo agregar ₡ 4 325 para llegar a la cantidad deseada.

La última semana conocida es la semana 7, en la que hay ₡30 275, vamos a determinar cuánto nos haría falta para llegar a la meta de ₡ 90 825.

$$
\begin{array}{cccccc}
 & & & \scriptstyle 7 & \scriptstyle 1 & \\
 & 9 & 0 & \cancel{8} & 2 & 5 \\
- & 3 & 0 & 2 & 7 & 5 \\
\hline
 & 6 & 0 & 5 & 5 & 0
\end{array}
$$

Podemos realizar un tipo de tanteo y error para determinar, cuántas veces debo sumar 4 325 para completar 60 550, que sería equivalente a determinar cuántas semanas más a partir de la siete deben pasar para recolectar el dinero que me falta para llegar a la meta.

Si se empieza a hacer el tanteo y error de forma razonada, veríamos que el multiplicador debería ser mayor que 10, porque al multiplicar 4 325 x 10, aún estaríamos en 43 250 y falta para llegar a 60 550:

Si pasaran doce semanas, 4 325 x 12

Habría recolectado ₡ 51 000 más, aún falta.

$$
\begin{array}{ccccc}
 & & & \scriptstyle 1 & \\
 & 4 & 3 & 2 & 5 \\
\times & & & 1 & 2 \\
\hline
 & 8 & 6 & 5 & 0 \\
4 & 3 & 2 & 5 & - \\
\hline
5 & 1 & 9 & 0 & 0
\end{array}
$$

Si pasaran doce semanas, 4 325 x 15

Habría recolectado ₡ 64 855 más, me pasé.

$$\begin{array}{ccccc}
 & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 2} & \\
 & 4 & 3 & 2 & 5 \\
\times & & & 1 & 5 \\
\hline
2 & 1 & 6 & 0 & 5 \\
4 & 3 & 2 & 5 & - \\
\hline
6 & 4 & 8 & 5 & 5
\end{array}$$

Si pasaran doce semanas, 4 325 x 14

Habría recolectado ₡ 64 855 más, me pasé.

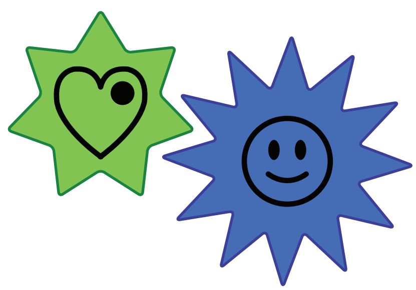
$$\begin{array}{ccccc}
 & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 2} & \\
 & 4 & 3 & 2 & 5 \\
\times & & & 1 & 4 \\
\hline
1 & 7 & 3 & 0 & 0 \\
4 & 3 & 2 & 5 & - \\
\hline
6 & 0 & 5 & 5 & 5
\end{array}$$

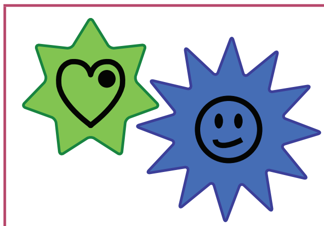
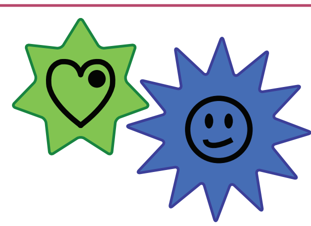
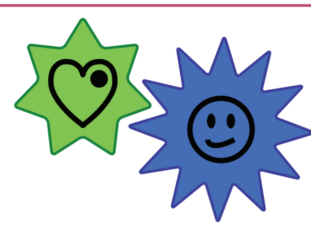
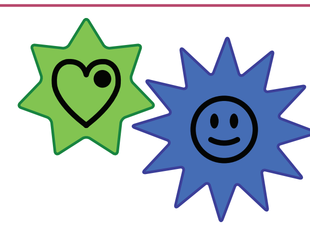
Con esta, podemos afirmar que después de la semana siete deben pasar catorce semanas más. Si a la semana 7 le sumo 14, estaría en la semana 21. Por lo que, en la semana 21 se logrará recolectar la suma de ₡ 90 825.

Respuesta: Alcanzan en la semana 21.

20. (★★) Los dos engranajes de la figura giran simultáneamente. El engranaje pequeño va a ser girado una vuelta completa hacia la derecha, tal como se muestra:

Los estudiantes intentan averiguar la posición en la que va a quedar la carita feliz del engranaje grande al final de realizar el giro completo del pequeño. Cuatro estudiantes dan sus siguientes predicciones, ¿cuál de ellos tiene razón? (OLCOMEP, 2024b)

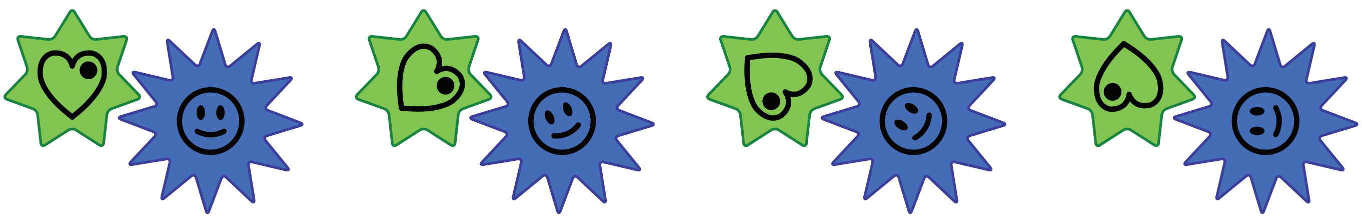


			
Paula	**Luis**	**Tatiana**	**Roberto**

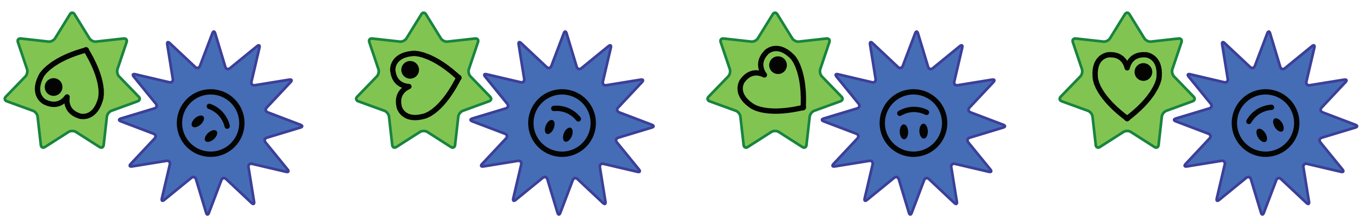
Solución

Estrategia 1. Estrategia visual, realizar los movimientos
Vamos a realizar cada uno de los movimientos que implica un giro completo del engranaje verde, para observar lo que va sucediendo con el engranaje azul.

Observa que el engranaje verde tiene siete puntas, por lo que tendría que hacer siete movimientos para quedar nuevamente en la misma posición, completando así un giro completo. Representamos cada movimiento:



Posición inicial **Movimiento 1** **Movimiento 2** **Movimiento 3**



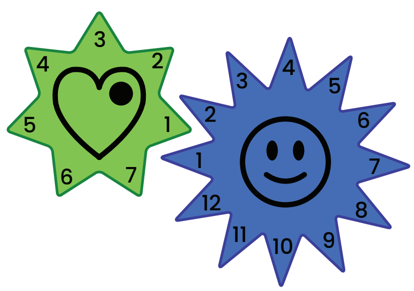
Movimiento 4 **Movimiento 5** **Movimiento 6** **Movimiento 7**

Con los movimientos realizados observamos que el engranaje verde da un giro completo y que con ello el engranaje verde también realiza siete movimientos, pero en la dirección contraria. Resultando la imagen de la posición final de la misma forma que ha indicado Tatiana.

Respuesta: Tatiana tiene la razón.

Estrategia 2. Estrategia analítica, pensar los movimientos
Esta estrategia se basa en un análisis aritmético, por lo cual no vamos a realizar cada uno de los movimientos que implica un giro completo del engranaje verde para observar lo que va sucediendo con el engranaje azul. Sino que pondremos valores a cada una de las puntas de los engranajes y contaremos los movimientos para determinar las posiciones finales.

Observa que el engranaje verde tiene siete puntas, por lo que tendría que hacer siete movimientos para quedar nuevamente en la misma posición, completando así un giro completo. Por su parte el engranaje azul tiene doce puntas, pondremos una número a cada una de ellas, en su posición inicial:



Basándonos en los valores de las puntas de los engranajes, sabemos que:

- Al realizar un giro completo del **verde** avanzaran los valores siete posiciones, en el primer movimiento el 2 quedaría en la posición de 1, en el segundo movimiento el 3 quedaría en la posición del 1, y así sucesivamente, hasta que en el sexto movimiento el 7 quedaría en la posición del 1. Finalmente, en el séptimo movimiento el 1 quedaría nuevamente en su posición inicial. Completando un giro completo.

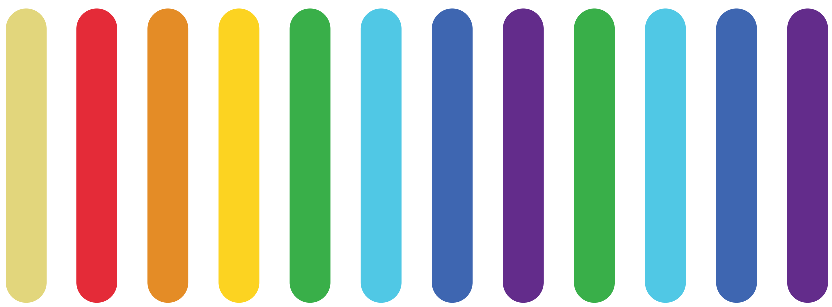
- Pero, en el caso del **azul**, al girar el engranaje verde hacia la derecha el azul giraría en la dirección opuesta. Así en el primer movimiento el 2 quedaría en la posición de 1, en el segundo movimiento el 3 quedaría en la posición del 1, y así sucesivamente, hasta que en el séptimo movimiento el 8 quedaría en la posición del 1.

Al final del movimiento determinamos que el engranaje azul quedaría con las puntas 8 y 9 entre la punta 1 del engranaje verde. Esto nos permite conocer la posición final del mismo. Como la parte de la boca de la carita está justo encima de las puntas 9 y 10. Determinamos que la boca de la carita quedaría en la posición en la que actualmente están las puntas 2 y 3 del engranaje verde, con lo cual la imagen que coincide es la de Tatiana.

Respuesta: Tatiana tiene la razón.

21. (★★★) La maestra de la sección 3-B reparte una cantidad diferente de paletas a cada estudiante para que construyan figuras.

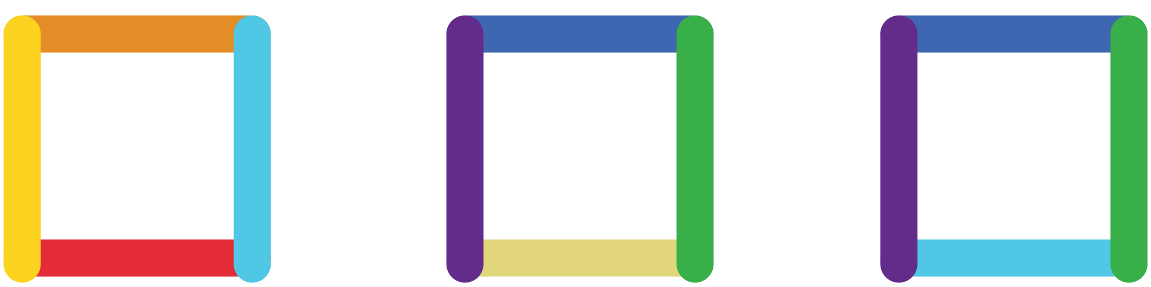
Mario tiene la cantidad de paletas mostrada en la imagen. Si colocó las paletas, sin romper ninguna, para formar una figura que contenga la mayor cantidad de cuadrados posibles, ¿cuál es la cantidad de cuadrados que contiene la figura realizada con las paletas? Justifique su respuesta con palabras, dibujos o ambas. (OLCOMEP, 2024c)



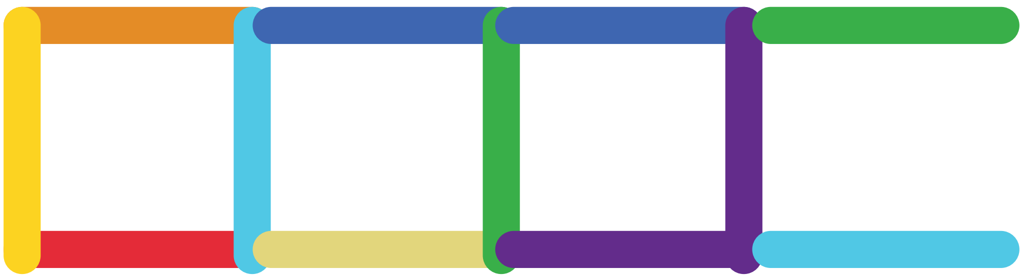
Solución

Estrategia. Realizar las diferentes posibilidades con dibujos de las paletas

Para formar la mayor cantidad de cuadrados posibles con esas 12 paletas la primera opción que pensamos es formar cuadrados separados, como estos:

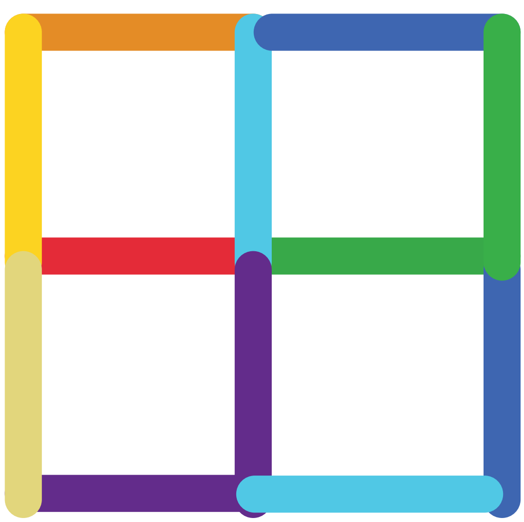


Con lo cual podríamos pensar que la mayor cantidad de cuadrados posibles son tres. Pero, si ponemos un poco más de creatividad y análisis, podemos identificar que para obtener aún más cuadrados una mejor opción sería aprovechar lados comunes. Por ejemplo:



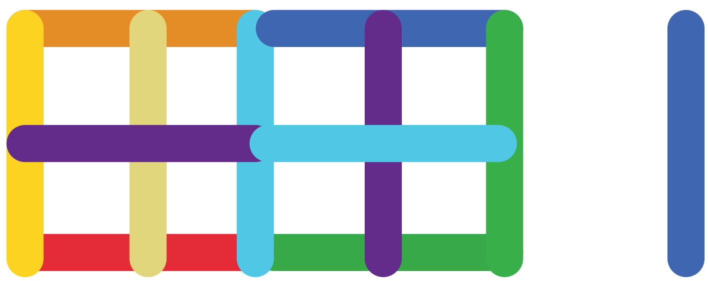
Sin embargo, aunque parecía una buena idea, vemos que no logramos tener un cuadrado más, porque nos falta una paleta para cerrar el cuarto cuadrado, seguiríamos teniendo solo tres cuadrados.

Una buena idea que puede surgir en este punto es observar que podría haber más lados comunes si no solo se aprovechan los laterales, sino también los inferiores o superiores, de esta forma:

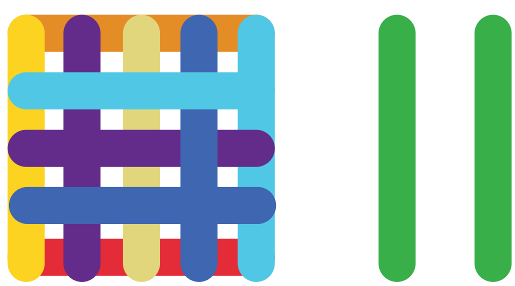


Con lo cual sí que logramos avanzar a obtener ahora un máximo de cinco cuadrados, cuatro pequeños interiores y uno grande del borde. Vamos mejorando.

Al observar en la anterior que hay unos cuadrados más pequeños dentro de otro mayor, Mario se da cuenta que una forma de obtener más cuadrados es hacer cuadrados más pequeños, sin romper las paletas sino que poniendo unas dentro de otras:



De esta forma obtenemos diez cuadrados: ocho cuadrados pequeños interiores y dos cuadrados grandes con los bordes. Un gran avance. Mario podría obtener aún más cuadrados colocando más paletas interiores para tener cuadrados más pequeños dentro de los que actualmente ha realizado:

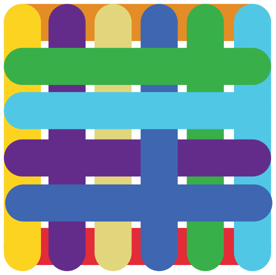


De esta forma obtenemos 30 cuadrados:

- 16 cuadrados pequeños, que contienen un cuadrito blanco en el centro.
- 9 cuadrados medianos, que contienen cuatro cuadritos blancos.
- 4 cuadrados medianos, que contienen nueve cuadritos blancos.
- 1 cuadrado grande, que contiene dieciséis cuadritos blancos.

Por lo que la figura anterior contiene 30 cuadrados.

Sin embargo, podría pensar en una forma de obtener aún más cuadrados colocando las dos paletas restantes, una horizontal y una vertical, para tener aún más cuadrados pequeños dentro de los que actualmente ha realizado:



De esta forma obtenemos 55 cuadrados:

- 25 cuadrados pequeños, con un cuadrito blanco en el centro.
- 16 cuadrados medianos, que contienen cuatro cuadritos blancos.
- 9 cuadrados medianos, que contienen nueve cuadritos blancos.
- 4 cuadrado grande, que contiene dieciséis cuadritos blancos.
- 1 cuadrado grande que contiene 25 cuadritos blancos.

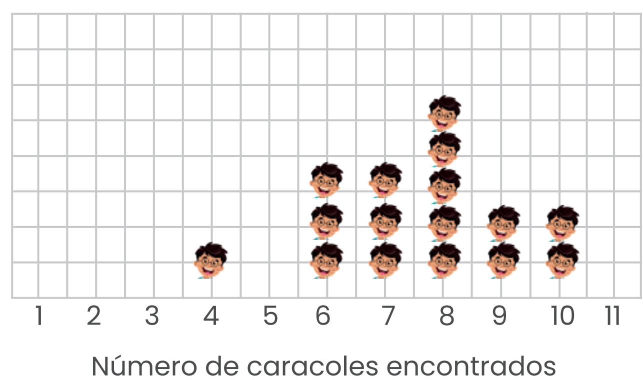
Por lo que la figura que contiene la mayor cantidad de cuadrados posibles, contiene 55 cuadrados.

Respuesta: Contiene 55 cuadrados.

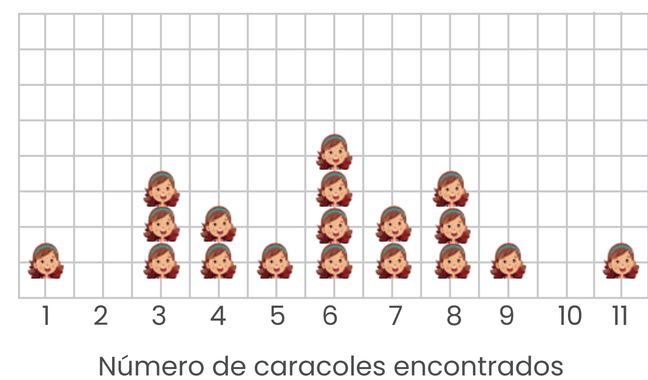
22. (★★) El estudiantado de tercero aprendió que los caracoles pueden ser una plaga en los cultivos, por lo que salieron a buscar caracoles en la huerta de la escuela.

Al finalizar la actividad, la persona docente mostró los siguientes resultados:

Cantidad de caracoles que encontraron los niños de la sección 3-C



Cantidad de caracoles que encontraron las niñas de la sección 3-C



De acuerdo con la información anterior:

- ¿Cuáles cantidades de caracoles son más variables, las contadas por las niñas o las contadas por los niños? Justifique su respuesta.

- ¿Qué grupo tiene la mayor moda, los niños o las niñas? Justifique su respuesta.

- Según lo observado, ¿quiénes encontraron más caracoles en la sección 3-C? ¿por qué? (OLCOMEP, 2024c)

Solución

Situación a) cantidad de caracoles más variable.

En la gráfica de los **niños** se observa que:

- La menor cantidad de caracoles que encontró un niño fue de 4.
- La mayor cantidad encontrada fue de 10 caracoles.

En la gráfica de las **niñas** se observa que:

- La menor cantidad de caracoles que encontró una niña fue de 1.
- La mayor cantidad encontrada fue de 11 caracoles.

Por lo que se puede observar que la cantidad de caracoles de los niños está entre un conjunto de números más pequeño, con menos opciones: 4, 6, 7, 8, 9, 10, un total de **seis posibles resultados**. Mientras que la cantidad de caracoles de las niñas está entre un conjunto de números más grande, con más opciones: 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, un total de **nueve posibles resultados**.

Respuesta: Las cantidades de las niñas son más variables.

Situación b) grupo con mayor moda.

La moda es el dato que es favorito o preferido, el que se repite más veces. Por lo que en la gráfica sería la cantidad de caracoles que tenga más niños o más niñas que coincidieron en esa misma cantidad. En este caso se observa que, para los niños, la cantidad de caracoles que se repitió por más niños fue **ocho caracoles**, pues cinco niños encontraron ocho caracoles. Para las niñas, la cantidad de caracoles que se repitió por más fue **seis caracoles**, pues cuatro niñas encontraron seis caracoles.

Así que la moda de la cantidad de caracoles recolectada por los niños es mayor que la de las niñas, pues ocho caracoles es mayor que seis caracoles.

Respuesta: Los niños tienen una moda mayor.

Situación c) quienes encontraron más caracoles.

En la gráfica se observa que para los niños:

→ 1 niño encontró 4 caracoles	=	4 caracoles
→ 3 niños encontraron 6 caracoles	=	18 caracoles
→ 3 niños encontraron 7 caracoles	=	21 caracoles
→ 5 niños encontraron 8 caracoles	=	40 caracoles
→ 2 niños encontraron 9 caracoles	=	18 caracoles
→ 2 niños encontraron 10 caracoles	=	20 caracoles

Para un total de 121 caracoles.

En el caso de las niñas se observa que:

→ 1 niña encontró 1 caracol	=	1 caracoles
→ 3 niñas encontraron 3 caracoles	=	9 caracoles
→ 2 niñas encontraron 4 caracoles	=	8 caracoles
→ 1 niña encontró 5 caracoles	=	5 caracoles
→ 4 niñas encontraron 6 caracoles	=	24 caracoles
→ 2 niñas encontraron 7 caracoles	=	14 caracoles
→ 3 niñas encontraron 8 caracoles	=	24 caracoles
→ 1 niña encontró 9 caracoles	=	9 caracoles
→ 1 niña encontró 11 caracoles	=	11 caracoles

Para un total de 105 caracoles.

Se determina que los **niños recolectaron un total de 121 caracoles** mientras que las **niñas un total de 105 caracoles**, por lo que los niños encontraron más.

[**Respuesta:** Los niños encontraron más caracoles.]

23. (★★) Un grupo de amigos está ordenado en fila para comprar helados. Además, se conoce la siguiente información:

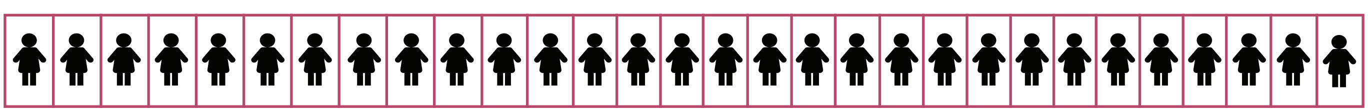
- Pablo es el décimo en la fila.
- Marta no es la última en la fila y está cinco lugares detrás de Pablo.
- Luis está después de Pablo y antes que Marta
- Si se retiran de la fila la mitad de las personas detrás de Luis, quedarían, en total, 14 personas en la fila.

a. ¿En qué posición de la fila está Luis?

b. Si Marta cambia su campo con la última persona en la fila, ¿Cuántos lugares retrocede Marta? (OLCOMEP, 2024c)

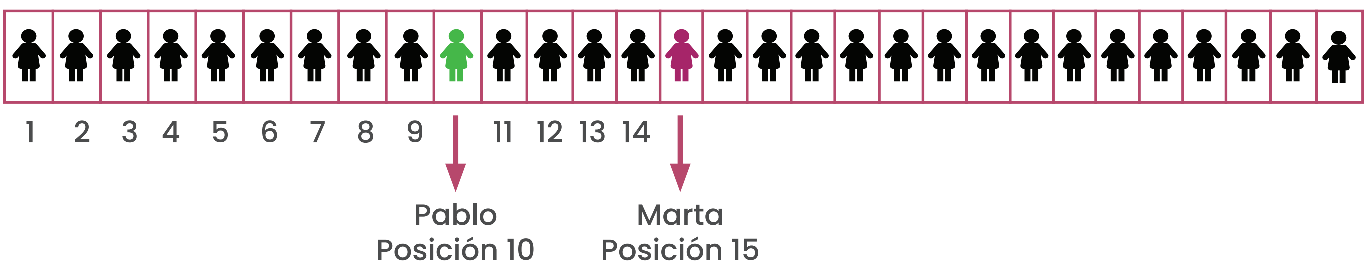
Solución

Situación a) ¿en qué posición de la fila está Luis?
En este caso se puede empezar haciendo una representación de las competidores y sus posiciones, se puede hacer por medio de la recta numérica o de un objeto fraccionado en partes iguales. En este caso utilizaremos la segunda opción. Representaremos a cada persona mediante una parte de un rectángulo fraccionado en 30 partes iguales, asumiendo en este caso un máximo de 30 personas, aunque podrían ser más:

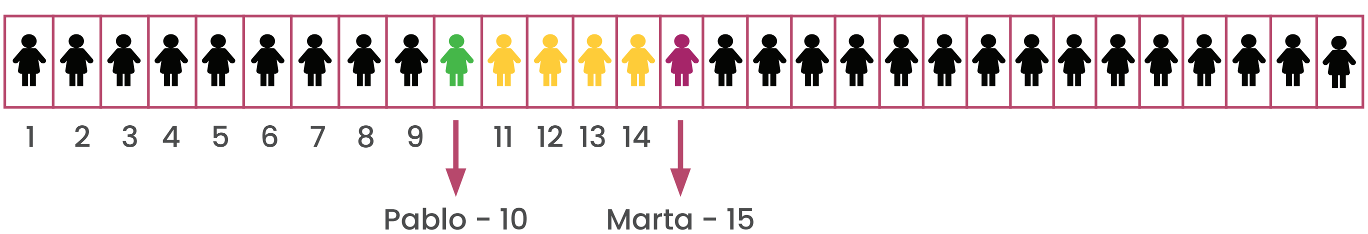


Luego, guiándonos por la primera condición sabemos que **Pablo es el décimo en la fila**, por lo que podemos ubicarlo directamente.

Ahora pasaremos a utilizar la segunda condición para ubicar a Marta. Si sabemos que **Marta no es la última en la fila y está cinco lugares detrás de Pablo**, con esto podemos ubicar a Marta cinco lugares atrás de Pablo:



Al analizar la tercera condición: **Luis está después de Pablo y antes que Marta**, podríamos considerar que Luis podría ubicarse en las posiciones 11, 12, 13 o 14. Pero no tenemos certeza aún de su ubicación exacta.



Para saber exactamente dónde está Luis vamos a integrar la información de la cuarta condición: si se retiran de la fila la mitad de las personas detrás de Luis, quedarían, en total, 14 personas en la fila.

- Si Luis está en la posición 14: para que queden 14 en la fila, es decir, Luis de último. Tendrían que haber cero personas detrás de Luis, pero se sabe que al menos está Marta. Por lo que no puede ubicarse en la posición 14.

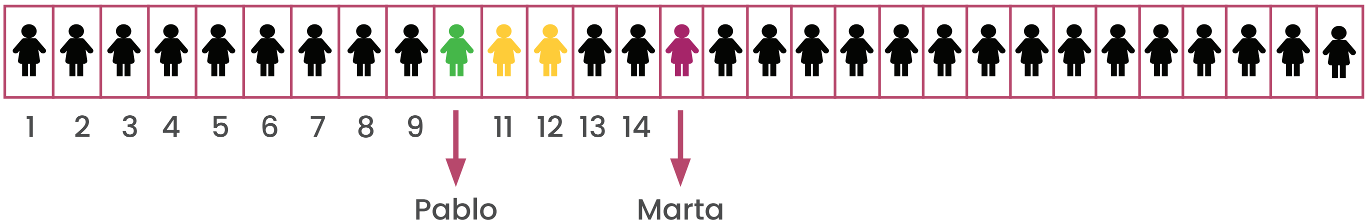
- Si Luis está en la posición 13: para que queden 14 en la fila, Luis de ante penúltimo. Tendrían que haber dos personas detrás de Luis, para que se retire una (Marta). Pero sabemos que Marta no es la última de la fila, por lo que Luis no puede ubicarse en la posición 13.

- Si Luis está en la posición 12: para que queden 14 en la fila, tendrían que haber cuatro personas detrás de Luis, para que se retiren dos. Por lo que Luis podría ubicarse en la posición 12.

- Si Luis está en la posición 11: para que queden 14 en la fila, tendrían que haber seis personas detrás de Luis, para que se retiren tres. Por lo que Luis podría ubicarse en la posición 11.

Respuesta: Luis podría estar en la posición 11 o en la posición 12.

Situación b) Si Marta cambia su campo con la última persona en la fila, ¿Cuántos lugares retrocede Marta?



En el análisis anterior observamos que Luis podría ocupar dos posibles posiciones, pero no podíamos asegurar ninguna de ellas. Por lo que para responder a la pregunta b, realizaremos las dos posibles respuestas:

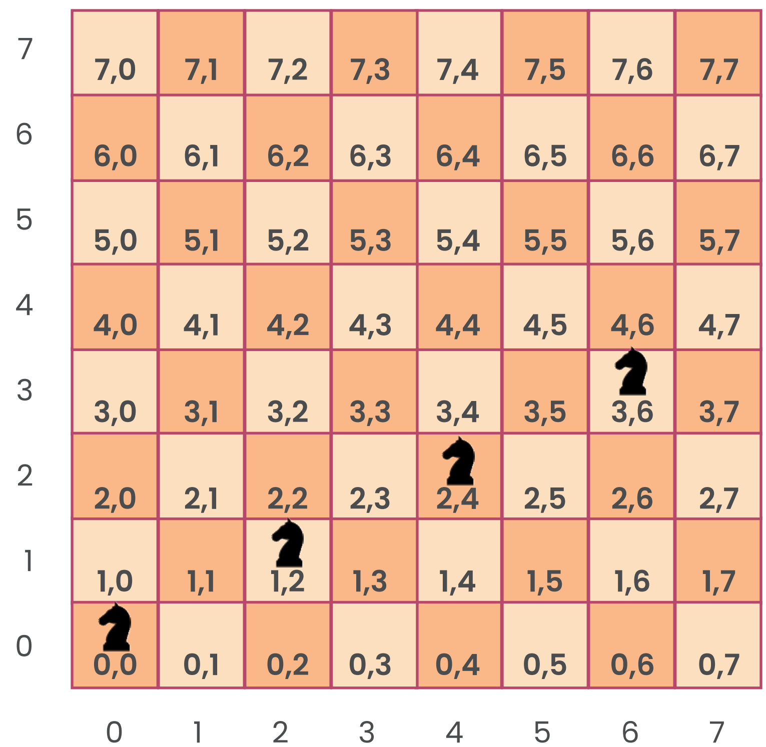
- Si Luis está en la posición 12: habría 16 personas en la fila, como Marta está en la posición 15, retrocede un campo al cambiar su campo con la última persona.

- Si Luis está en la posición 11: habría 17 personas en la fila, como Marta está en la posición 15, retrocede dos campos al cambiar su campo con la última persona.

Respuesta: Podría retroceder una o dos posiciones, según donde se ubique Luis.

24. Nina tiene un tablero de 8x8 (8 filas y 8 columnas), como se muestra en la figura, donde cada casilla está etiquetada con los números de su fila y su columna.

Ella tiene una pieza de caballo, la cual utiliza con un movimiento que consiste en: saltar dos casillas a la derecha y una casilla hacia arriba. Por ejemplo, si parte desde la casilla (0,0) y llega a la casilla (1,2).



Si Nina decide continuar expandiendo el tablero a una cuadrícula de **20x20** (20 filas y 20 columnas):

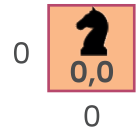
a. ¿En qué casilla estará el caballo después del **séptimo** movimiento?

b. ¿Es posible que el caballo llegue a la casilla (19,19)? Si es así, ¿en cuántos movimientos lo haría? Si no es posible, explica tu razonamiento. (OLCOMEP, 2024c)

Solución

Pregunta a.
¿En qué casilla estará el caballo después del séptimo movimiento?

Si Niña parte de la casilla (0,0)



Tenemos que:
El caballo comienza en la casilla (0,0)
Cada vez que se mueve, **avanza 2 columnas y sube 1 fila**.
Eso es como decir:

- Movimiento 1: (1, 2)
- Movimiento 2: (2, 4)
- Movimiento 3: (3, 6)
- Movimiento 4: (4, 8)
- Movimiento 5: (5, 10)
- Movimiento 6: (6, 12)
- Movimiento 7: (7, 14)

El caballo estará en la casilla (**7, 14**) después del séptimo salto.
Sin embargo, esta es una de las posibles respuestas correctas, ya que depende de dónde sale el caballo. El caballo estará 7 casillas a la derecha y 14 casillas más arriba de su posición inicial.

Pregunta b.
¿Es posible que el caballo llegue a la casilla (19,19)? Si es así, ¿en cuántos movimientos lo haría? Si no es posible, explica tu razonamiento

Consideremos dos casos:
Primero, supongamos que sale de la casilla (0,0)

Vamos a anotar adónde va el caballo cada vez que salta. Comienza en la casilla (0, 0).

Cada vez que se mueve, el caballo:

- sube 1 fila
- avanza 2 columnas

Vamos a escribir qué casilla toca en cada salto:

Salto	Fila	Columna
0	0	0
1	1	2
2	2	4
3	3	6
4	4	8
5	5	10
6	6	12
7	7	14
8	8	16
9	9	18
10	10	20

¿Ves lo que pasa? Cada vez:

- La fila sube de uno en uno: 0, 1, 2, 3...
- Las columnas suben de dos en dos: 0, 2, 4, 6...

Entonces:

- Si el caballo está en la fila 19, habrá hecho 19 saltos
- Y estará en la columna 38 (porque 2×19 = 38)

Miremos bien:

- En cada salto, la columna aumenta en 2 en 2
- Eso quiere decir que solo puede caer en columnas pares: 0, 2, 4, 6, 8...
- Pero 19 es impar

Entonces, **desde la casilla (0,0) el caballo no puede llegar a la casilla (19,19)**.

Caso 2:
Ahora, veamos qué sucede si el caballo parte de otra casilla:

Queremos que el caballo llegue a la casilla **(19,19)**.
Sabemos que el caballo se mueve así:
Salta dos casillas a la derecha (columna)
Y una casilla hacia arriba (fila)

Entonces, suponiendo que el caballo llega a la casilla(19,19), si vamos hacia atrás, su movimiento se invierte:
Se devuelve dos casillas a la izquierda

Y una casilla hacia abajo

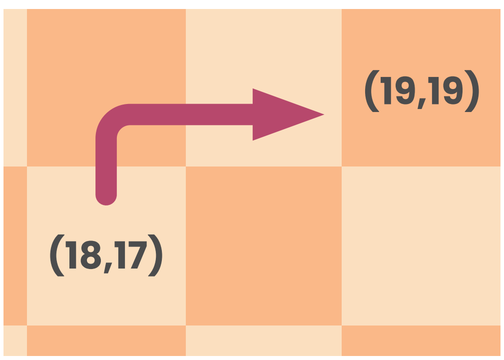
Ahora pensemos:

Si el caballo está en (19,19), ¿desde qué casilla pudo haber venido?

Si vamos un salto hacia atrás:

- Fila: 19 - 1 = **18**
- Columna: 19 - 2 = **17**

Entonces, justo antes de estar en (19,19), el caballo tuvo que estar en **(18,17)**.



Y antes de eso:

- Fila: 18 - 1 = 17
- Columna: 17 - 2 = 15

Entonces estaba en **(17,15)**

Continuamos así:

Regreso hacia atrás	Fila	Columna	¿Cuántos saltos falta para que esté en (19,19)
0	19	19	faltan 0
1	18	17	faltan 1
2	17	15	faltan 2
3	16	13	faltan 3
4	15	11	faltan 4
5	14	9	faltan 5
6	13	7	faltan 6
7	12	5	faltan 7
8	11	3	faltan 8
9	10	1	faltan 9

Llegamos a la columna 1, y el caballo no puede retroceder más dentro del tablero, por lo que estas son las únicas casillas desde donde el caballo puede comenzar si queremos que llegue a (19,19):

(10,1) → en 9 saltos
(11,3) → en 8 saltos
(12,5) → en 7 saltos
(13,7) → en 6 saltos
(14,9) → en 5 saltos
(15,11) → en 4 saltos
(16,13) → en 3 saltos
(17,15) → en 2 saltos
(18,17) → en 1 salto

Respuesta: El caballo puede llegar a la casilla (19,19) si empieza desde cualquiera de estas casillas:

- (10,1)
- (11,3)
- (12,5)
- (13,7)
- (14,9)
- (15,11)
- (16,13)
- (17,15)
- (18,17)

Referencias

Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programas de estudio de Matemáticas: I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de la Educación General Básica y Educación Diversificada*. San José, Costa Rica https://www.mep.go.cr/sites/default/files/media/matematica.pdf

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria. (2024a). *Prueba de la I Eliminatoria Segundo año, OLCOMEP 2024.* Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria. (2024b). *Prueba de la II Eliminatoria Segundo año, OLCOMEP 2024*. Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria. (2024c). *Prueba Final Segundo año I, OLCOMEP 2024*. Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

Polya, G. (2004). *Cómo resolverlo: Un nuevo aspecto del método matemático*. Princeton University Press.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2016). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (9th ed.). Pearson Education.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN PÚBLICA | GOBIERNO DE COSTA RICA

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

UNED

TEC Tecnológico de Costa Rica

UNA UNIVERSIDAD NACIONAL COSTA RICA

UTN Universidad Técnica Nacional

OLCOMEP