Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Asesoría Nacional de Matemática

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria - OLCOMEP

Estrategias para el abordaje de PROBLEMAS Y RETOS PARA OLIMPIADAS DE MATEMÁTICA EN PRIMARIA 4º

2025

372.7
M337e

Marín Sánchez, Julio Iván
Estrategias para el abordaje de problemas y retos para olimpiadas de matemática en primaria 4° / Ministerio de Educación Pública, Viceministerio Académico, Dirección de Desarrollo Curricular, Departamento de Primero y Segundo Ciclos; Julio Iván Marín Sánchez, Luis Manuel Montero Hernández. – 1a. ed. -- San José, Costa Rica: Ministerio de Educación Pública, 2025.

93 páginas; 21 cm.; peso 1,4 megabytes.

ISBN: 978-9977-60-584-5 (digital)

1. ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS 2. EDUCACIÓN PRIMARIA
3. DIDÁCTICA 4. ENSEÑANZA-MÉTODOS 5. COSTA RICA. I. TÍTULO.

Créditos

Los ítems fueron tomados de las pruebas aplicadas en las diferentes etapas de la OLCOMEP 2024.

Personas autoras del cuadernillo:

Julio Iván Marín Sánchez.
Académico, Universidad Nacional de Costa Rica.

Luis Manuel Montero Hernández.
Estudiante, Universidad Nacional de Costa Rica.

Marvin Abarca Fuentes.
Profesor, Escuela de la Matemática. Instituto Tecnológico de Costa Rica.

Persona revisora:

Adriana Monge Sánchez.
Profesora, Escuela de Formación Docente. Sección de Educación Primaria, Universidad de Costa Rica.

Diseño Gráfico:

Karla Guevara Murillo.
Dirección de Recursos Tecnológicos en Educación, MEP.

Esta obra es parte de los productos en el proyecto Olimpiada Costarricense de Matemáticas para la Educación Primaria del Ministerio de Educación Pública, con el apoyo de las universidades públicas de Costa Rica.

PRESENTACIÓN

Es fundamental que el sistema educativo fomente en la sociedad, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo matemático, científico y tecnológico, a efecto de formar personas críticas y analíticas, con habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

Las olimpiadas de matemáticas ponen a prueba las habilidades de los participantes para resolver problemas de forma creativa y original. No se trata de memorizar fórmulas o realizar cálculos complejos, sino de utilizar la lógica, el ingenio y la capacidad de análisis para encontrar soluciones ingeniosas.

Este cuadernillo se dirige a cualquier persona que quiera mejorar sus habilidades matemáticas y disfrutar del desafío de resolver problemas de forma creativa. Ofrece una gran oportunidad para:

- Desarrollar el talento matemático: a través de problemas desafiantes que ayudan a mejorar la comprensión de los conceptos matemáticos y la capacidad para aplicarlos en diferentes situaciones.
- Fortalecer el pensamiento crítico: al analizar problemas de forma lógica, identificar las variables relevantes y formular soluciones creativas.
- Aprender nuevas estrategias de resolución de problemas: por medio de diferentes técnicas para abordar problemas matemáticos de forma eficiente.

En este cuadernillo se encuentra:

- Una selección de problemas de diferentes niveles de dificultad, cuidadosamente seleccionados para estimular el pensamiento matemático.
- Estrategias de resolución para cada problema, explicadas paso a paso para su comprensión y aplicación en otros desafíos.

- Una oportunidad para poner a prueba habilidades y el potencial en el apasionante mundo de las matemáticas.

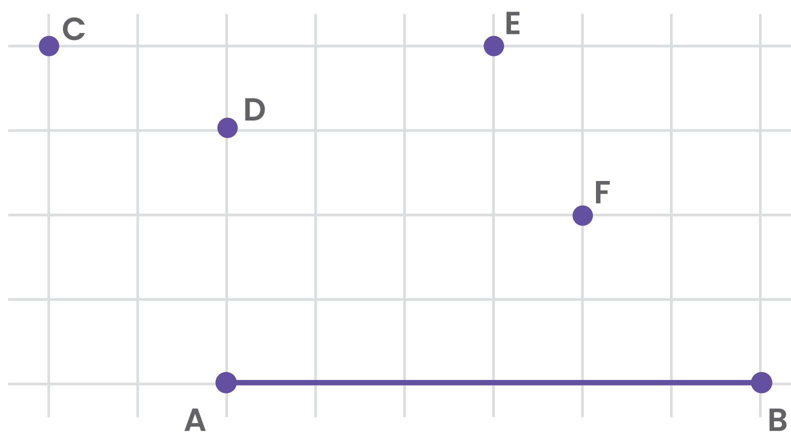
Confiamos en que este material será de gran utilidad para contribuir a la mejora de la educación matemática.

Comisión Central de OLCOMEP

Retos propuestos

Los problemas incluidos en OLCOMEP han sido elaborados con criterios pedagógicos que favorecen el desarrollo habilidades de pensamiento superior en la niñez. Para facilitar su análisis y orientación durante el proceso de acompañamiento al estudiantado, cada problema se presenta con un código visual que indica su nivel de complejidad de menor a mayor según la cantidad de estrellitas iniciando con una estrellita (★) que corresponde a problemas de complejidad básica.

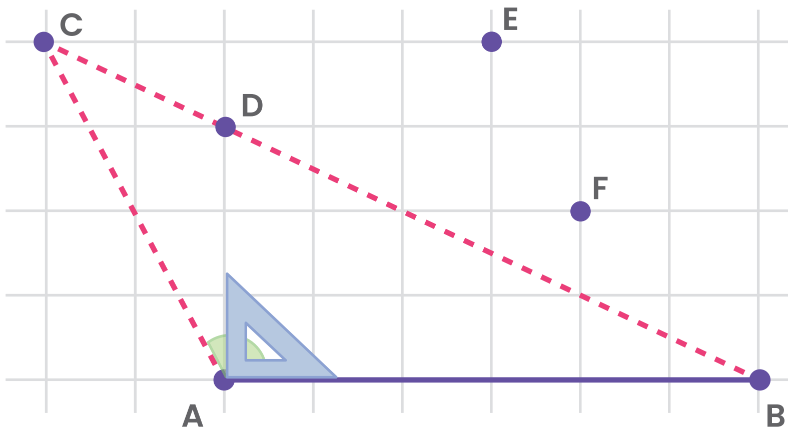
1. (★) En la figura adjunta, Ana debe unir mediante segmentos los puntos A y B con otro punto, de tal forma que se construya un triángulo acutángulo.



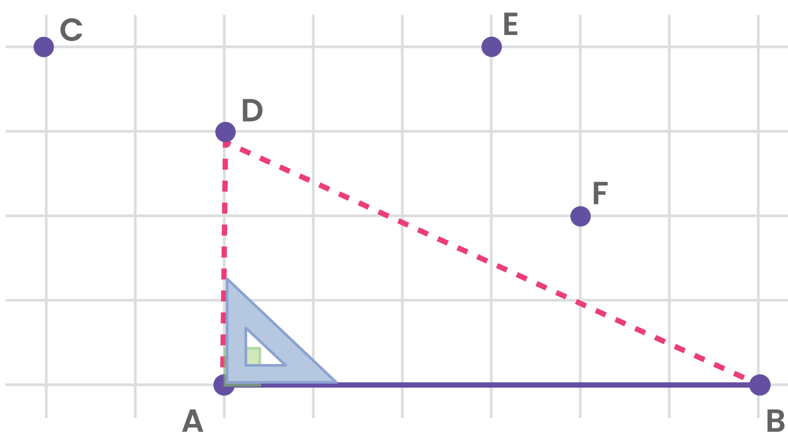
¿Cuál punto debe escoger Ana?
(OLCOMEP, 2024a)

Solución

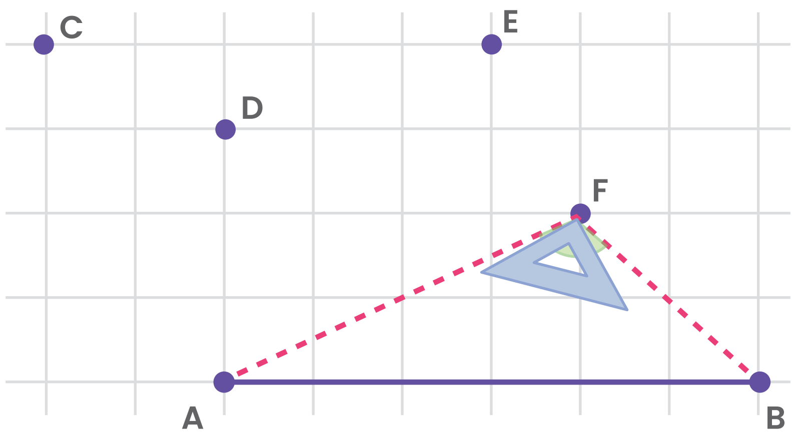
Vamos a analizar cada caso por separado:
Si Ana escoge el punto C, obtiene un **triángulo obtusángulo** dado que el ángulo en el punto A es un **ángulo obtuso**.



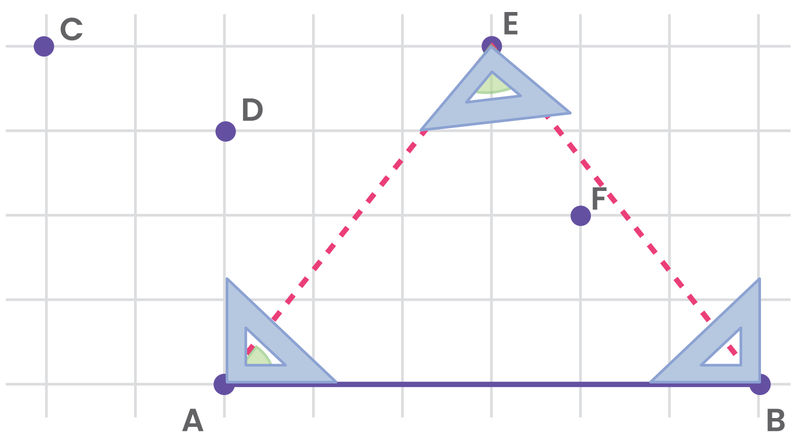
Si escoge el punto D obtiene un **triángulo rectángulo**, como se aprecia en el dibujo, ya que el ángulo en A es **recto**.



Si Ana escoge el punto F, obtiene un **triángulo obtusángulo** dado que el ángulo en el punto F es un **ángulo obtuso**.

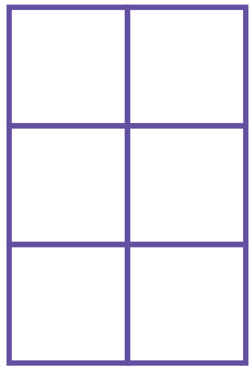


Finalmente, si Ana escoger el punto E, como se aprecia en la figura, todos los ángulos del triángulo **son agudos** y por lo tanto el triángulo se dice que es **acutángulo**.



Respuesta: Por lo tanto, Ana debe escoger el punto E.

2. (★★) Observe la figura adjunta, que representa la ventana de una habitación.

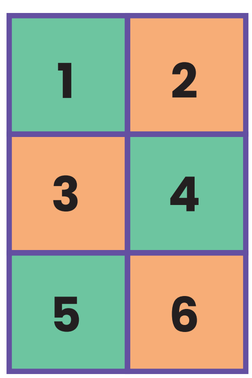


¿Cuántos rectángulos hay en total? (OLCOMEP, 2024a)

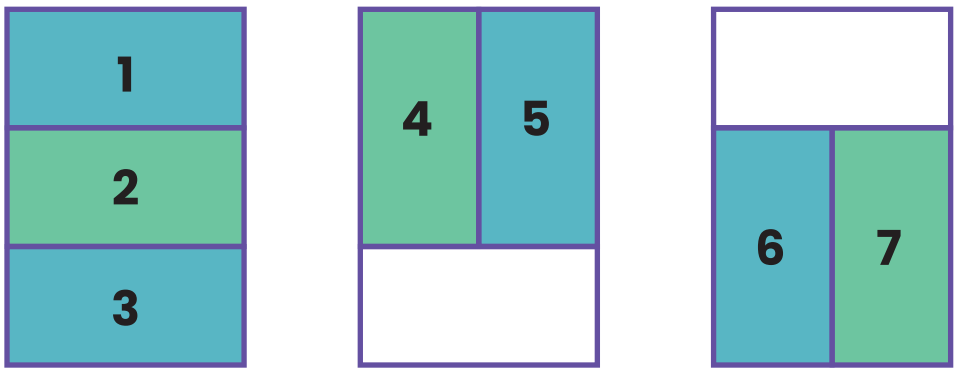
Solución

La estrategia para contar todos los rectángulos es considerar casos según el tamaño de los rectángulos y **recordar que los cuadrados también son rectángulos**.

Caso I: Los cuadrados pequeños
Como se observa en la figura, **hay 6 cuadrados pequeños**.

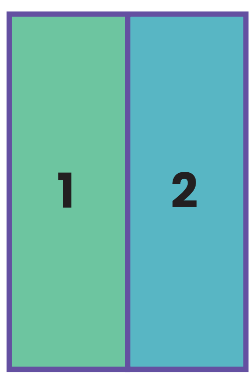


Caso II: Rectángulos formados por dos cuadrados pequeños.



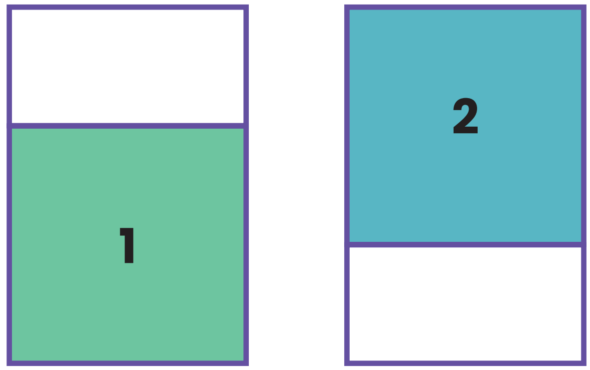
En este caso, **hay 7 rectángulos** formados por dos cuadrados pequeños.

Caso III: Rectángulos formados por tres cuadrados pequeños.

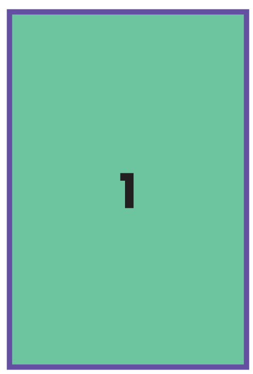


En este caso, **hay 2 rectángulos** formados por tres cuadrados pequeños.

Caso IV: Cuadrados formados por cuatro cuadrados pequeños.



Caso V: Rectángulo formado por todos los cuadrados pequeños.



En este caso, solo **hay un rectángulo** formado por todos los cuadrados.

[**Respuesta:** Por lo tanto, se forman en **total 6 + 7 + 2 + 2 + 1 = 18 rectángulos**.]

3. (★★★) Los resultados de 50 estudiantes matriculados en tres cursos de idiomas extranjeros: inglés, francés y portugués, son los siguientes:

1. 10 aprobaron los tres idiomas
2. 18 inglés y francés
3. 19 inglés y portugués
4. 20 francés y portugués
5. 30 francés
6. 30 inglés
7. 35 portugués

¿Cuál es la cantidad de estudiantes que no aprobaron ninguno de los tres cursos de idiomas? (OLCOMEP, 2024a)

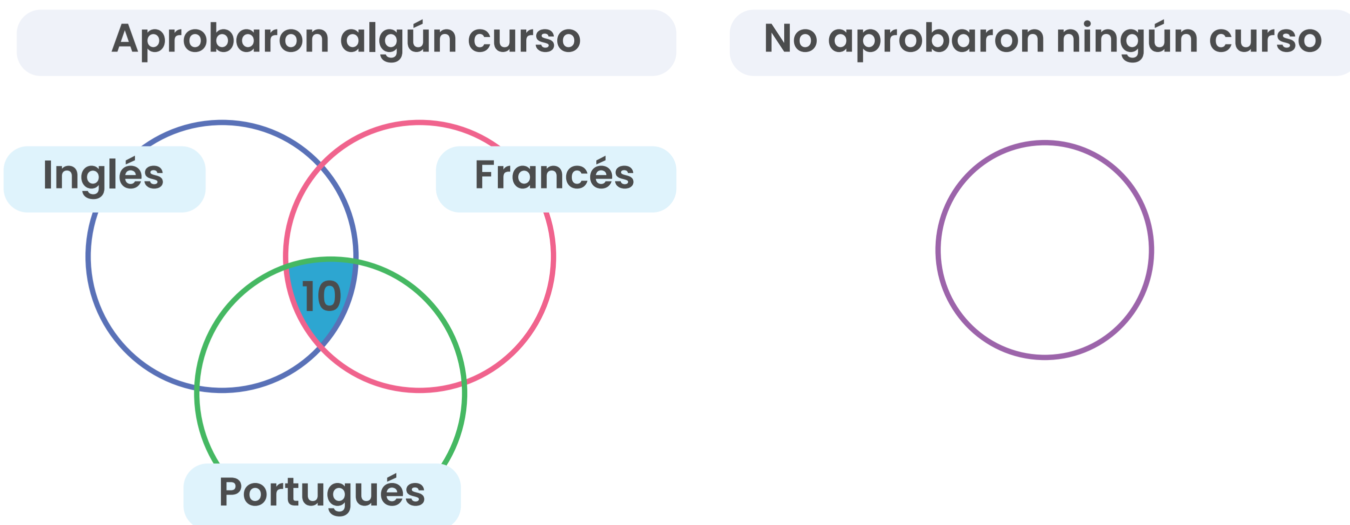
Solución

Para resolver este problema, utilizaremos un enfoque basado en diagramas. Esto nos permitirá visualizar y calcular la cantidad de estudiantes que aprobaron los tres idiomas, únicamente dos idiomas, y solo un idioma. Finalmente, podremos determinar cuántos estudiantes no aprobaron ninguno de los cursos.

I. Estudiantes que aprobaron los tres idiomas
Según el primer dato proporcionado:

- **10 estudiantes** aprobaron los **tres idiomas** (inglés, francés y portugués).

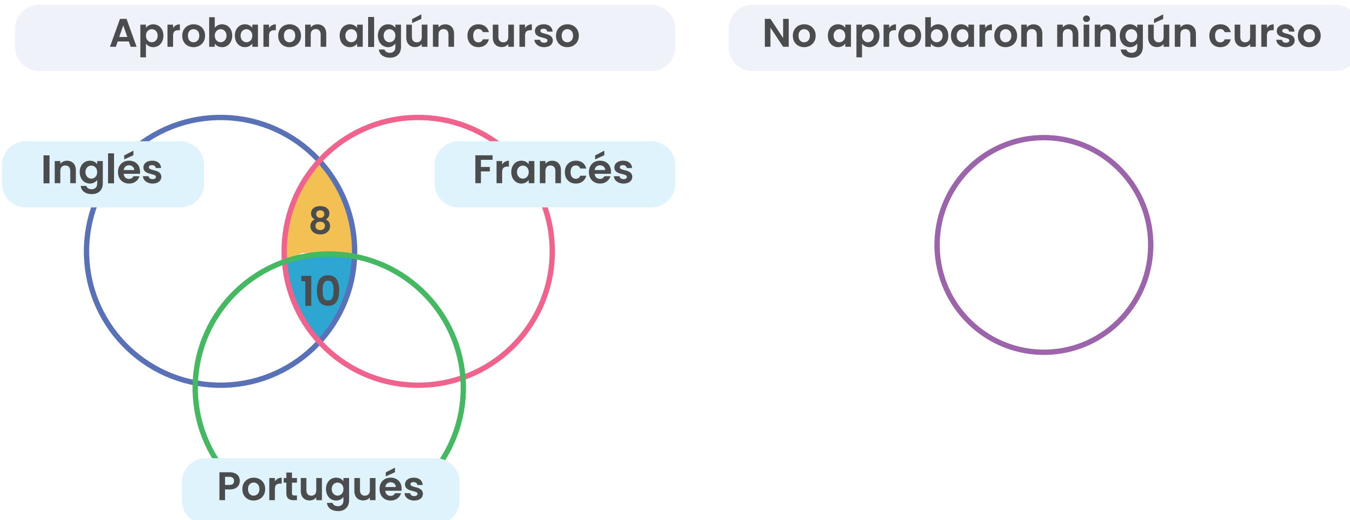
Estudiantes matriculados (50)



II. Estudiantes que aprobaron únicamente dos idiomas
A continuación, calcularemos cuántos estudiantes aprobaron solo dos idiomas, restando aquellos que aprobaron los tres.

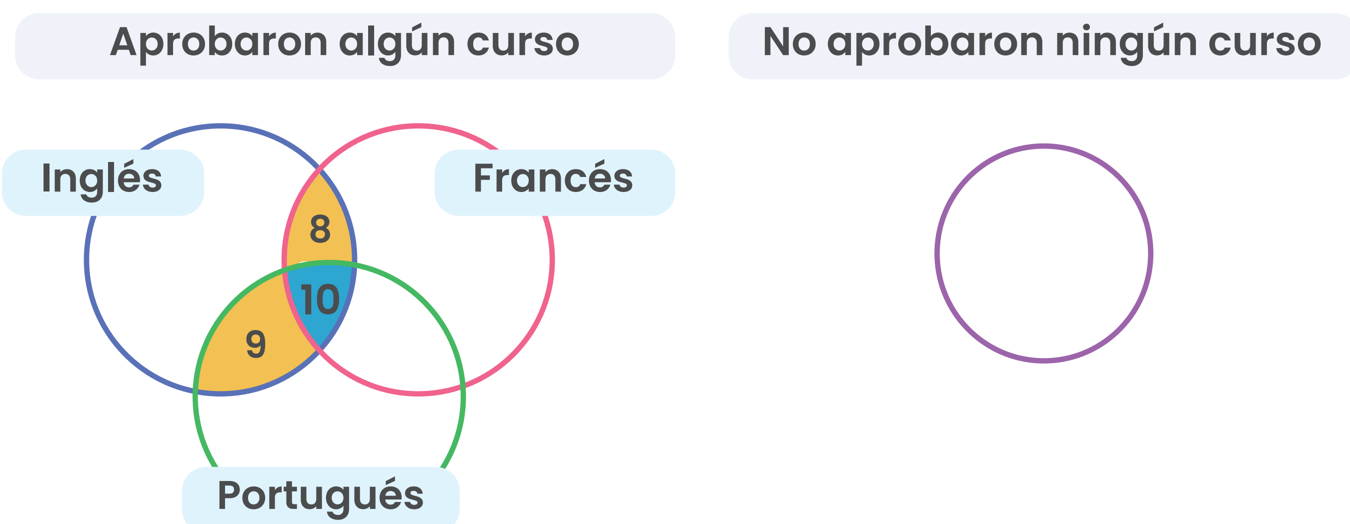
Inglés y francés: 18 estudiantes aprobaron inglés y francés. Dado que 10 de ellos también aprobaron portugués, significa que 18 - 10 = 8
8 estudiantes aprobaron únicamente inglés y francés (pero no portugués).

Estudiantes matriculados (50)



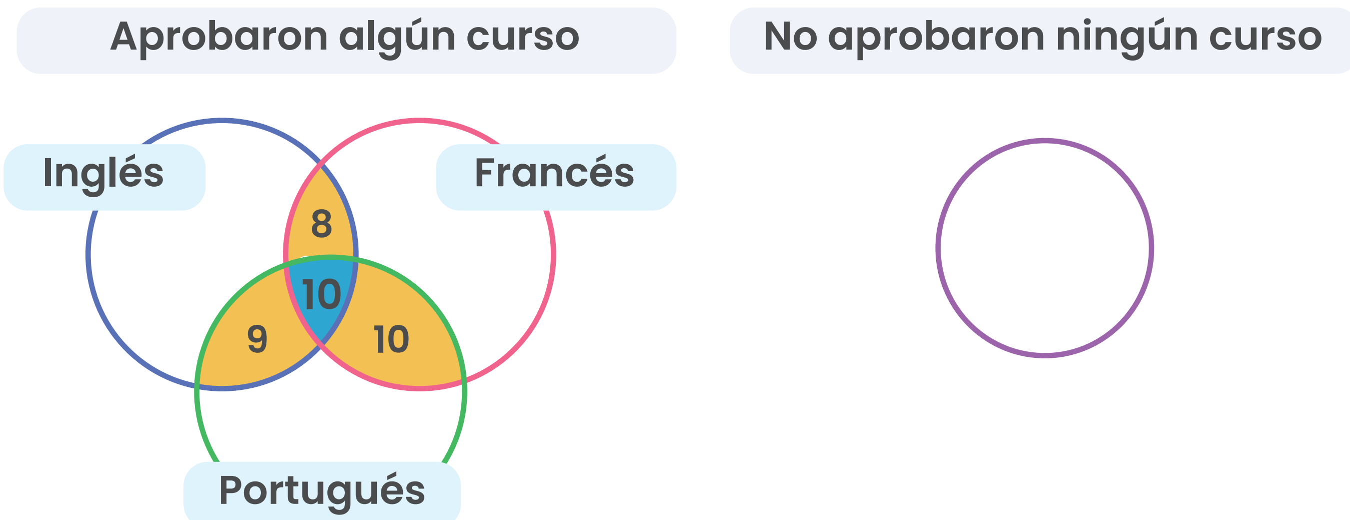
Inglés y portugués: 19 estudiantes aprobaron inglés y portugués. Restando los 10 que aprobaron los tres idiomas, obtenemos que 19-10 = 9 estudiantes aprobaron únicamente inglés y portugués (pero no francés).

Estudiantes matriculados (50)



Francés y portugués: de manera similar, 20 estudiantes aprobaron francés y portugués. Al restar los 10 que aprobaron los tres idiomas, encontramos que 20 -10=10 estudiantes aprobaron únicamente francés y portugués (pero no inglés).

Estudiantes matriculados (50)



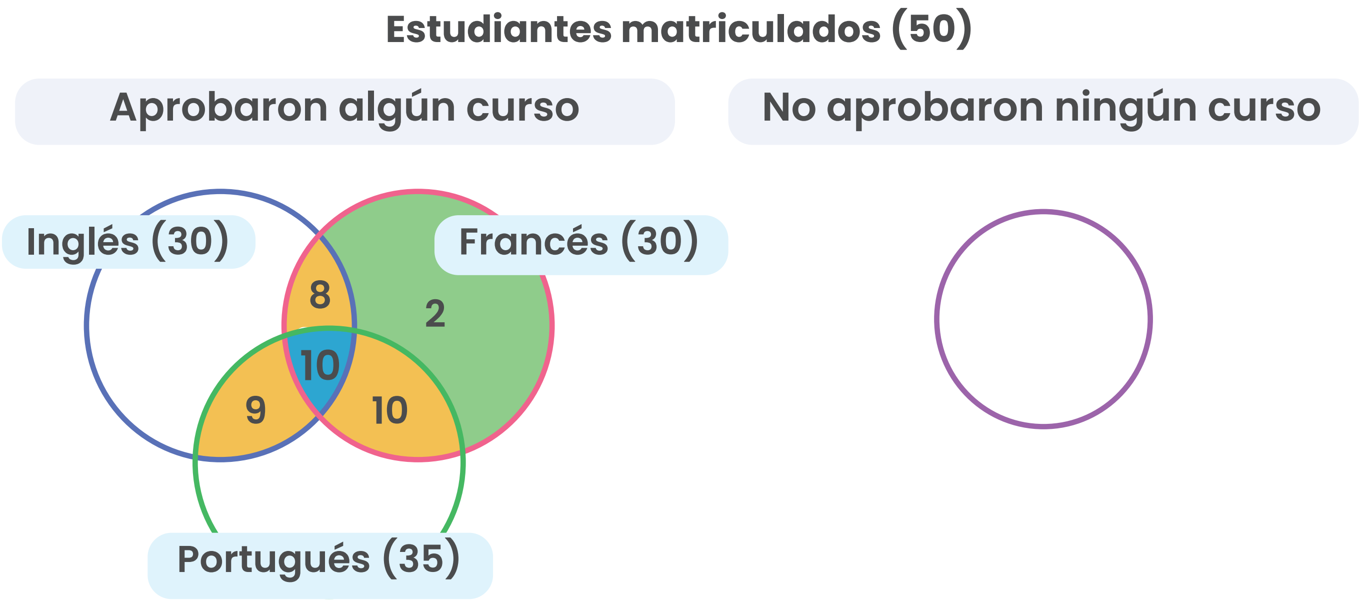
En total, 8 + 9 +10 = 27 estudiantes aprobaron únicamente dos idiomas.

III. Estudiantes que aprobaron únicamente un idioma
Ahora, determinaremos la cantidad de estudiantes que aprobaron un solo idioma, deduciendo de quienes aprobaron dos o tres idiomas.

Únicamente francés: 30 estudiantes aprobaron francés en total. Para encontrar cuántos aprobaron solo francés, restamos los que aprobaron francés con otros idiomas:

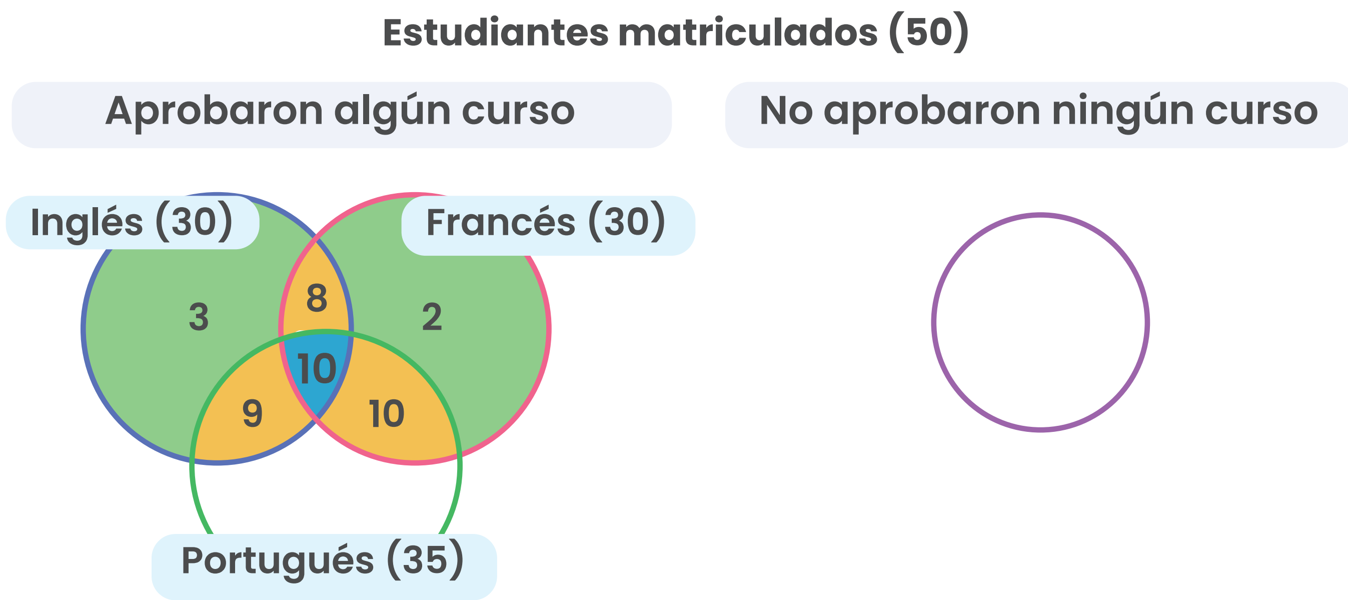
- Aprobaron los tres idiomas: 10

- Aprobaron inglés y francés (solo esos dos): 8
- Aprobaron francés y portugués (solo esos dos): 10
- Por lo tanto, los estudiantes que aprobaron únicamente francés son 30-(10+8+10) = 30-28 = 2 estudiantes.



Únicamente inglés: 30 estudiantes aprobaron inglés en total. Restamos los que aprobaron inglés con otros idiomas:

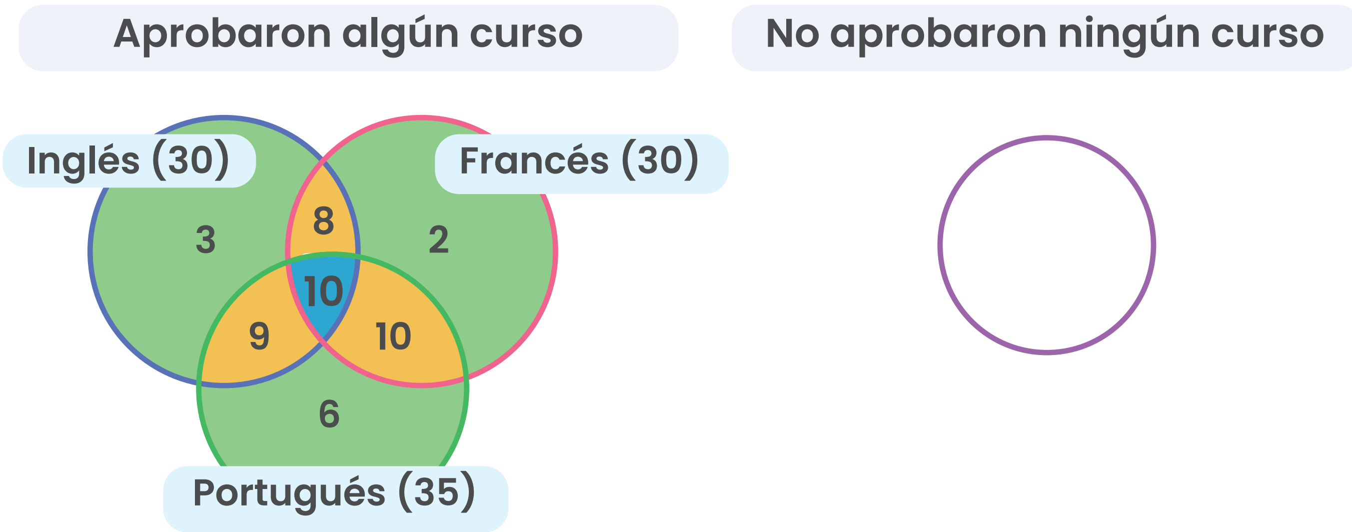
- Aprobaron los tres idiomas: 10
- Aprobaron inglés y francés (solo esos dos): 8
- Aprobaron inglés y portugués (solo esos dos): 9
- Así, los estudiantes que aprobaron únicamente inglés son 30-(10+8+9) = 30-27 = 3 estudiantes.



Únicamente portugués: 35 estudiantes aprobaron portugués en total. Con un razonamiento similar, restamos los que aprobaron portugués con otros idiomas:

- Aprobaron los tres idiomas: 10
- Aprobaron inglés y portugués (solo esos dos): 9
- Aprobaron francés y portugués (solo esos dos): 10
- Los estudiantes que aprobaron únicamente portugués son 35 - (10 + 9 +10) = 35-29 = 6 estudiantes.

Estudiantes matriculados (50)

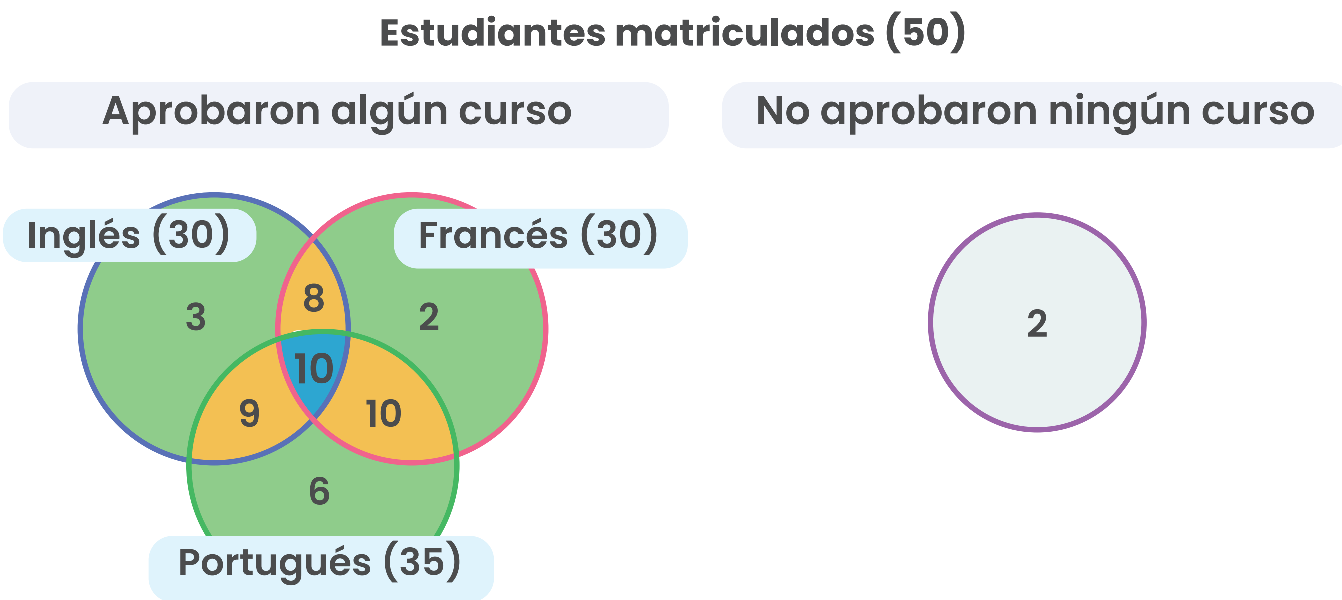


En total, 2 + 3 + 6=11 estudiantes aprobaron únicamente un idioma.

IV. Estudiantes que no aprobaron ningún idioma
Para determinar cuántos estudiantes no aprobaron ninguno de los cursos, sumamos la cantidad de estudiantes que sí aprobaron al menos un idioma y restamos este total del número global de estudiantes.

- Estudiantes que aprobaron los tres idiomas: 10
- Estudiantes que aprobaron únicamente dos idiomas: 27
- Estudiantes que aprobaron únicamente un idioma: 11
- El número total de estudiantes que aprobaron al menos un curso es 10+27+11 = 48 estudiantes.

Dado que hay un total de 50 estudiantes, la cantidad de estudiantes que no aprobaron ninguno de los tres cursos es 50 - 48 = 2 estudiantes.


Estudiantes matriculados (50)
Aprobaron algún curso
No aprobaron ningún curso
Inglés (30)
Francés (30)
Portugués (35)
3
8
2
10
9
10
6
2

4. (★★) La bibliotecaria de la Escuela Santo Tomás organizó un concurso, para que los estudiantes adivinaran la cantidad de libros de matemáticas que hay en ese lugar. Ella les indicó las siguientes pistas:

- El número total de libros es par.
- Hay más de 50 libros, pero menos de 100.
- El número total de libros es múltiplo de 7 y múltiplo de 3.

¿Cuántos libros de matemáticas tiene la biblioteca de la Escuela Santo Tomás en este momento? (OLCOMEP, 2024a)

Solución

Pista número 1: El número total de libros es un número par.
Esto significa que, si contamos los libros de matemáticas, el número debe terminar en 0, 2, 4, 6 u 8.

Pista número 2: Hay más de 50 libros, pero menos de 100.
Así que el número de libros no puede ser 10, ni 20, ni 30, ni 40, ni 50. Tiene que ser un número más grande que 50. Pero tampoco puede ser 100, ni 110. Tiene que ser un número más pequeño que 100.

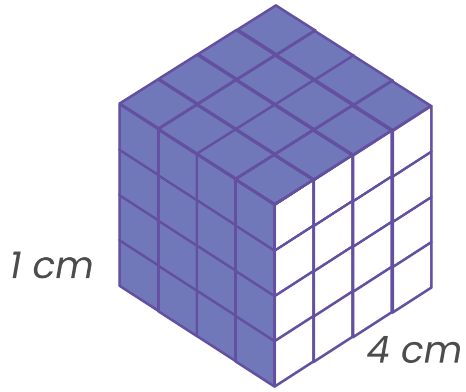
Pista número 3: El número de libros es múltiplo de 7 y múltiplo de 3.
Esto es como decir que, si agrupamos los libros de 7 en 7, no sobra ninguno ya que la cantidad de libros es múltiplo de 7. Del mismo modo si los agrupamos de 3 en 3, tampoco sobra ninguno. Ahora bien, si un número es múltiplo de 7 y de 3, también es múltiplo de 21.

Finalmente necesitamos encontrar un número que cumpla con las tres condiciones a la vez: Vamos a hacer una lista de los números múltiplos de 21 y hasta el primero que sobrepase los 100, para ver cuál de ellos cumple las otras pistas:

21 x 1 = 21
21 x 2 = 42
21 x 3 = 63
21 x 4 = 84
21 x 5 = 105

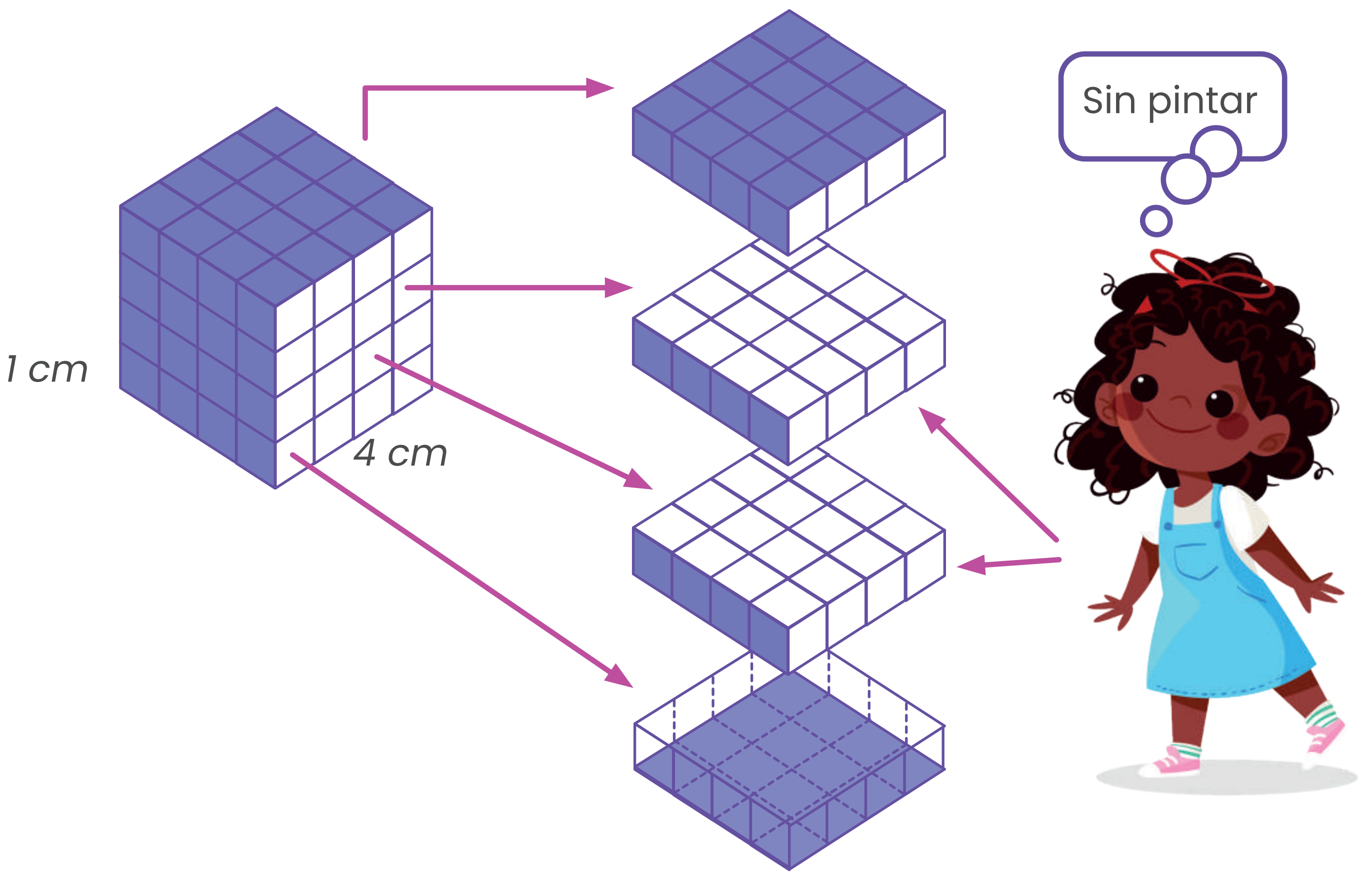
Respuesta: De estos cinco números, los números 42 y 84, cumplen la primera pista, por ser números pares, y de estos el número 84 ser mayor a 50 y menor a 100. Así que, la biblioteca de la Escuela Santo Tomás **tiene 84 libros de matemáticas**.

5. (★★) Con cubitos pequeños de 1 cm de arista, Berta construye un cubo más grande de 4cm de arista, pinta dos caras opuestas y una lateral. Si desarma el cubo grande, ¿cuántos cubitos pequeños quedan sin pintar? (OLCOMEP, 2024b)



Solución 1:

Supongamos que Berta pinta la cara superior e inferior del cubo y una de las caras laterales del frente, si **desarmamos el cubo en capas** como se muestra en la figura.



Se aprecia que todos los cubitos pequeños de la **primera** capa y la **última** capa tiene alguna cara pintada, mientras que en la **segunda** y **tercera** capa solo 4 cubitos tiene una cara pinta y los restantes 12 cubitos no están pintados, es decir hay en total 24 cubitos que no tienen caras pintadas.

6. (★★) Ana, Mario y Carla coleccionan diferentes tipos de vehículos de juguete y actualmente tienen la misma cantidad. Carla colecciona motocicletas de dos ruedas, Mario colecciona autos de cuatro ruedas, y Ana colecciona camiones de seis ruedas. Si se suman todas las ruedas de los tres tipos de juguetes que han coleccionado, el total es de 672 ruedas.

¿Cuántas ruedas de motocicletas hay en total? (OLCOMEP, 2024b)

Solución:

Dado que Ana, Mario y Carla tienen la misma cantidad de juguetes, podemos establecer un patrón. **Una motocicleta tiene 2 ruedas**, un **auto tiene 4 ruedas**, y un camión tiene 6 ruedas. Si cada uno tuviera solo un juguete, la suma total de ruedas sería 2 + 4 + 6 = **12 ruedas**.

Este patrón se mantiene: por cada juguete adicional que cada uno colecciona, se suman 12 ruedas al total general. Esto significa que el número total de ruedas siempre será un múltiplo de 12. Como se aprecia en la tabla.

Cantidad de juguetes	Cantidad de ruedas			Total
	Carla	Mario	Ana	
				
1	2	4	6	12 =12 x 1
2	4	8	12	24 =12 x 2
3	6	12	18	36 =12 x 3
4	8	16	24	48 = 12 x 4

El problema indica que el total de ruedas es 672. Para encontrar cuántos juguetes tiene cada persona, dividimos el total de ruedas entre 12:

672 ÷ 12 = 56 juguetes.

Esto significa que cada uno tiene 56 juguetes. Como Carla colecciona motocicletas de dos ruedas, el número total de ruedas de motocicletas es:

56 motocicletas × 2 ruedas = 112 ruedas.

Por lo tanto, hay un total de 112 ruedas de motocicletas.

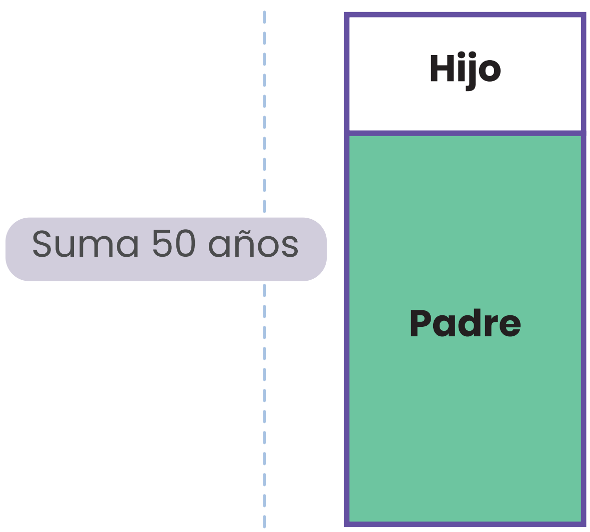
Cantidad de juguetes	Cantidad de ruedas			
	Carla	Mario	Ana	Total
				
56	112	224	336	672 =12 x 56

7. (★★) La suma de las edades de un padre y su hijo es 50 años. Dentro de 5 años, el padre tendrá el triple de la edad de su hijo. ¿Qué edad tiene el padre actualmente? (OLCOMEP, 2024b)

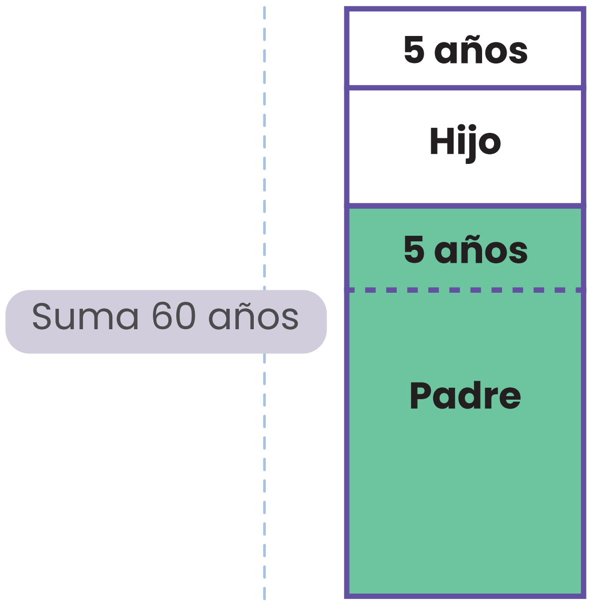
Solución

Estrategia 1. Método gráfico

Una forma de representar la información de un problema es por medio de diagramas, en este caso vamos a usar dos rectángulos para representar respectivamente las edades del padre y de su hijo, sabemos que la **edad actual del padre y la del hijo suman 50 años**.



Ahora, pensemos en lo que pasará **dentro de 5 años**. Ambos, el padre y el hijo serán 5 años mayores. Esto significa que la suma de sus edades aumentará en 5+5=10 años. Así que, dentro de 5 años, la suma de sus edades será 50+10=60 años. Eso lo representamos alargando un poco los rectángulos de ambos.



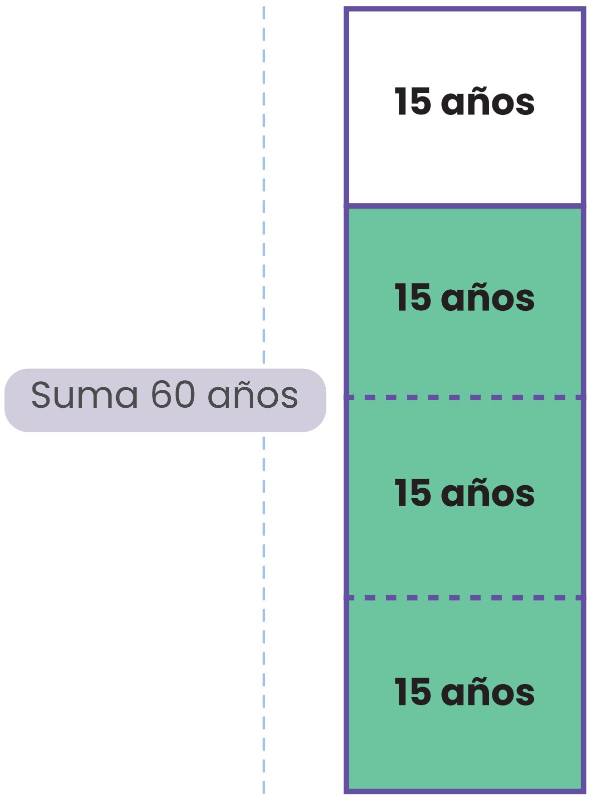
La clave del problema está en la siguiente pista: **“Dentro de 5 años, el padre tendrá el triple de la edad de su hijo”**. Esto nos dice algo muy importante. Si imaginamos la edad futura del hijo como una “parte”, la edad futura del padre será “tres partes” iguales a la del hijo. En total, tendríamos **1 parte + 3 partes = 4 partes**.

Como la suma de sus edades dentro de 5 años es 60 años, podemos dividir esos 60 años entre las 4 partes para saber cuánto vale cada parte:

60 años ÷ 4 partes =15 años por parte.

Esto significa que:

- Dentro de 5 años, la edad del hijo será 15 años (una parte).
- Dentro de 5 años, la edad del padre será 15 × 3 partes = 45 años.



Finalmente, para saber la edad actual del padre, le restamos los 5 años que han pasado desde ahora hasta ese futuro:

45 años (futuro) - 5 años = 40 años (actual).

[**Respuesta:** Así que, el padre tiene **40 años** actualmente.]

Estrategia 2: Prueba y Error
A veces, para resolver un problema, podemos probar diferentes respuestas hasta encontrar la correcta. ¡Es como un juego de adivinanzas donde vamos ajustando nuestras suposiciones! **Este método se llama prueba y error.**

Sabemos dos cosas importantes:

1. La edad actual del padre y la de su hijo suman 50 años.
2. Dentro de 5 años, el padre tendrá el triple de la edad de su hijo.

Vamos a empezar a probar con algunas edades que sumen 50, y luego vemos si cumplen la segunda condición.

- **Intento 1:** Si el hijo tiene 1 año, entonces el padre tendría 49 años (porque 1+49=50).
  - Dentro de 5 años: El hijo tendrá 1+5=6 años. El padre tendrá 49+5=54 años.
  - Pero 54 no es el triple de 6, puesto que 6×3=18, así que esta no es la respuesta.

- **Intento 2:** Pensemos en otras edades. ¿Qué tal si el hijo tiene 5 años? Entonces el padre tendría 45 años (porque 5+45=50).
  - Dentro de 5 años: El hijo tendrá 5+5=10 años. El padre tendrá 45+5=50 años.
  - Pero 50 no es el triple de 10, 10×3=30. Todavía no es la respuesta.

- **Intento 3:** ¡Acerquémonos más! ¿Y si el hijo tiene 10 años? Entonces el padre tendría 40 años (porque 10+40=50).

- Dentro de 5 años: El hijo tendrá 10+5=15 años. El padre tendrá 40+5=45 años.
- Ahora, 45 sí es el triple de 15, ya que 15×3=45.

Hemos encontrado las edades que cumplen ambas condiciones. El padre tiene actualmente 40 años y su hijo tiene 10 años.

Estrategia 3: Prueba y Error estructurada
Este método se puede usar de una manera más estructurada por medio de una tabla como esta:

Padre + Hijo = 50		**Edades dentro de 5 años**		**Condición**	
Edad del hijo	**Edad del padre**	**Edad del hijo**	**Edad del padre**	**El padre tendrá el triple de la edad de su hijo**	**¿Cumple?**
1	49	1+5=6	49+5=54	El triple de 6 es 18 y no 54	No
2	48	2+5=7	48+5=53	El triple de 7 es 21 y no 53	No
3	47	3+5=8	47+5=52	El triple de 8 es 24 y no 52	No
4	46	4+5=9	46+5=51	El triple de 9 es 27 y no 51	No
5	45	5+5=10	45+5=50	El triple de 10 es 30 y no 50	No
10	40	10+5=15	40+5=45	El triple de 15 es 45	Si

La tabla se hace hasta encontrar los números que nos funcione, así se concluye que el padre tiene 40 años y su hijo 10 años.

8. (★★★) Se realiza el siguiente experimento: se lanzan dos dados tradicionales y se multiplican los números obtenidos.

Evento A: El resultado es número múltiplo de 4
Evento B: El resultado es número múltiplo de 5
Evento C: El resultado es número impar
Evento D: El resultado es número mayor o igual a 16

a. ¿Cuál de los eventos anteriores es más probable que suceda?
b. ¿Cuáles de los eventos anteriores son igualmente probables? (OLCOMEP, 2024c)

Solución

Imaginen que tenemos dos dados. Cada dado tiene números del 1 al 6. Cuando lanzamos los dos dados, vamos a **multiplicar** los números que salgan. Por ejemplo, si **un dado cae en 4 y el otro en 3**, ¡multiplicamos

4 × 3 = 12 (ver tabla)

Para eso, primero necesitamos saber todos los resultados posibles cuando multiplicamos los números de los dos dados. ¡Vamos a hacer una tabla que muestre esos resultados!

En total, hay 36 resultados posibles cuando lanzamos dos dados y multiplicamos los números. ¡Cada cuadrito de la tabla es un resultado!

Multiplicar		Dado 1					
		1	2	3	4	5	6
Dado 2	1	1	2	3	4	5	6
	2	2	4	6	8	10	12
	3	3	6	9	12	15	18
	4	4	8	12	16	20	24
	5	5	10	15	20	25	30
	6	6	12	18	24	30	36

Si **un dado cae en 4** y el **otro en 3**, multiplicamos **4 × 3** para obtener **12**.

Ahora, vamos a ver algunos **eventos** (que son como "cosas que pueden pasar") y descubrir cuál es más probable.

Vamos a ver cada Evento:

Evento A: El resultado es un número múltiplo de 4.

Un múltiplo de 4 es un número que puedes obtener multiplicando 4 por otro número (como 4×1=4, 4×2=8, 4×3=12).

Si miramos nuestra tabla, los resultados que son múltiplos de 4 son: 4**, 8, 12, 16, 20, 24, 36**.

Si contamos cuántos de estos números aparecen en la tabla, vemos que el 4 aparece 3 veces, el 8 aparece 2 veces, el 12 aparece 4 veces, el 16 aparece 1 vez, el 20 aparece 2 veces, el 24 aparece 2 veces, y el 36 aparece 1 vez.

En total, el Evento A puede ocurrir de **15 maneras** diferentes.

Multiplicar		Dado 1					
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Dado 2	1	1	2	3	4	5	6
	2	2	4	6	8	10	12
	3	3	6	9	12	15	18
	4	4	8	12	16	20	24
	5	5	10	15	20	25	30
	6	6	12	18	24	30	36

Evento B: El resultado es un número múltiplo de 5.

Un múltiplo de 5 es un número que puedes obtener multiplicando 5 por otro número (como 5×1=5, 5×2=10, 5×3=15, etc.).
Mirando la tabla, los resultados que son múltiplos de 5 son: **5, 10, 15, 20, 25, 30**.

El 5 aparece 2 veces, el 10 aparece 2 veces, el 15 aparece 2 veces, el 20 aparece 2 veces, el 25 aparece 1 vez, y el 30 aparece 2 veces.

En total, el Evento B puede ocurrir de **11 maneras** diferentes.

Multiplicar		Dado 1					
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Dado 2	1	1	2	3	4	5	6
	2	2	4	6	8	10	12
	3	3	6	9	12	15	18
	4	4	8	12	16	20	24
	5	5	10	15	20	25	30
	6	6	12	18	24	30	36

Evento C: El resultado es un número impar.

Los números impares son los que no se pueden dividir exactamente entre 2 (como 1, 3, 5, 7...).

En nuestra tabla, los resultados impares son: **1, 3, 5, 9, 15, 25**.

Multiplicar		Dado 1					
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Dado 2	1	1	2	3	4	5	6
	2	2	4	6	8	10	12
	3	3	6	9	12	15	18
	4	4	8	12	16	20	24
	5	5	10	15	20	25	30
	6	6	12	18	24	30	36

El 1 aparece 1 vez, el 3 aparece 2 veces, el 5 aparece 2 veces, el 9 aparece 1 vez, el 15 aparece 2 veces, y el 25 aparece 1 vez.
En total, el Evento C puede ocurrir de **9 maneras** diferentes.

Evento D: El resultado es un número mayor o igual a 16.
Esto significa que el número debe ser 16 o más grande que 16.
En nuestra tabla, los resultados mayores o iguales a 16 son: **16, 18, 20, 24, 25, 30, 36**.

El 16 aparece 1 vez, el 18 aparece 2 veces, el 20 aparece 2 veces, el 24 aparece 2 veces, el 25 aparece 1 vez, el 30 aparece 2 veces, y el 36 aparece 1 vez.

En total, el Evento D puede ocurrir de **11 maneras** diferentes.

Multiplicar		**Dado 1**					
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Dado 2	1	1	2	3	4	5	6
	2	2	4	6	8	10	12
	3	3	6	9	12	15	18
	4	4	8	12	16	20	24
	5	5	10	15	20	25	30
	6	6	12	18	24	30	36

¡Vamos a Responder las Preguntas!

a. ¿Cuál de los eventos anteriores es más probable que suceda?
Para saber cuál es el más probable, tenemos que ver cuál tiene más maneras de ocurrir:

- Evento A (múltiplo de 4): 15 maneras
- Evento B (múltiplo de 5): 11 maneras
- Evento C (impar): 9 maneras
- Evento D (mayor o igual a 16): 11 maneras

El Evento A tiene la mayor cantidad de maneras de suceder (15 maneras). Entonces, el Evento A es el más probable que suceda.

b. ¿Cuáles de los eventos anteriores son igualmente probables?
Para que sean igualmente probables, deben tener la misma cantidad de maneras de ocurrir. Si miramos nuestras cuentas:

- Evento A: 15 maneras
- Evento B: 11 maneras
- Evento C: 9 maneras
- Evento D: 11 maneras

Vemos que el **Evento B** y el **Evento D** tienen la misma cantidad de maneras de suceder (11 maneras).

Respuesta: Por lo tanto, el **Evento B y el Evento D son igualmente probables**.

9. (★★) El dígito de las centenas de un número natural de cuatro dígitos es 4 y la suma de los otros tres dígitos también es 4. ¿Cuántos números hay que cumplen esas condiciones? (OLCOMEP, 2024a)

Solución

Para resolver este problema, podemos representar lo que se solicita en una "cajita de valores" de la siguiente forma:

Unidades de Millar	Centenas	Decenas	Unidades
	4		

Tome en cuenta que los números naturales que buscamos tienen cuatro dígitos, por lo que en la "cajita de valores" deben aparecer, unidades, decenas, centenas y unidades de millar, además se no dice que el dígito de las centenas es el 4, por lo que este digito está fijo y no lo cambiaremos.

Luego, en las demás casillas debemos ir colocando combinaciones distintas de tres números que al sumarse se obtenga como resultado 4.

- 1 + 1 + 2 = 4
- 1 + 0 + 3 = 4
- 2 + 2 + 0 = 4
- 4 + 0 + 0 = 4

Aquí se puede notar que no debemos pensar en números que sean más grandes que 4 ya que al utilizar por ejemplo 5, no existe otro número natural que al sumarlos nos dé como resultado 4.

Si tomamos 1, 1 y 2 y lo colocamos en la tabla, obtenemos:

Unidades de Millar	Centenas	Decenas	Unidades
1	4	1	1

Note que las dos condiciones del ejercicio se cumplen por lo antes dicho para el numero 1412, así que se puede razonar que si cambiamos de posición algunos dígitos obtendremos otro número, como, por ejemplo, 1421 o el 2411.

Seguidamente y siguiendo estos razonamientos podemos construir la siguiente tabla, usando las combinaciones de tres números que dan 4.

Unidades de Millar	Centenas	Decenas	Unidades	
1	4	1	2	(1)
1	4	2	1	(2)
2	4	1	1	(3)
1	4	0	3	(4)
1	4	3	0	(5)
3	4	1	0	(6)
3	4	0	1	(7)
2	4	2	0	(8)
2	4	0	2	(9)
4	4	0	0	(10)

Respuesta: Note que los números del cuadro cumplen ambas condiciones del enunciado y se encontró un total de 10 números, por lo que la respuesta correcta es que existen 10 números que cumplen las condiciones.

10. (★) De acuerdo con el patrón que siguen las figuras de la imagen.

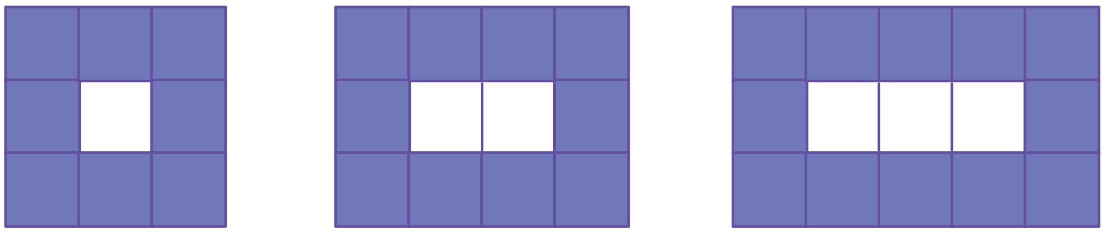


Figura 1 **Figura 2** **Figura 3**

¿Cuál es la cantidad de cuadros blancos que posee la figura que contiene 50 cuadros grises? (OLCOMEP, 2024a)

Solución

Para este tipo de ejercicios, es necesario encontrar un patrón, así que podemos hacer un análisis de cada figura para poder encontrarlo;

En la Figura 1 se puede observar que tenemos un cuadro blanco y 8 grises.

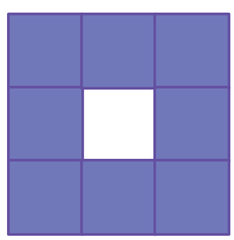


Figura 1

En la Figura 2 se puede observar que tenemos 2 cuadros blanco y 10 grises.

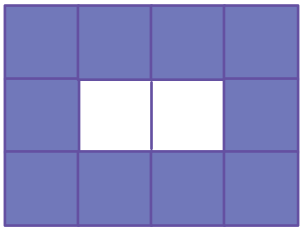


Figura 2

En la Figura 3 se puede observar que tenemos 3 cuadros blanco y 12 grises.

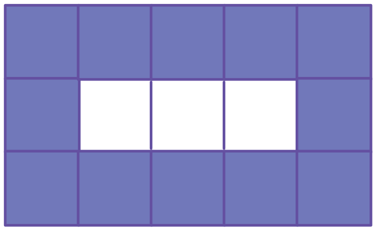


Figura 3

Así, note que se puede intuir que en la figura cuatro debería haber 4 cuadros blancos y 14 grises, ya que cada vez que agregamos 2 cuadrados grises, también se debe agregar un cuadrado blanco a los que ya se tenían. Por lo que podemos hacer una tabla siguiendo lo antes dicho, hasta que lleguemos a los 50 cuadrados grises.

Cuadrados Blancos	Centenas Grises
1	8
2	10
3	12
4	14
5	16
6	18
7	20
8	22
9	24
10	26
11	28

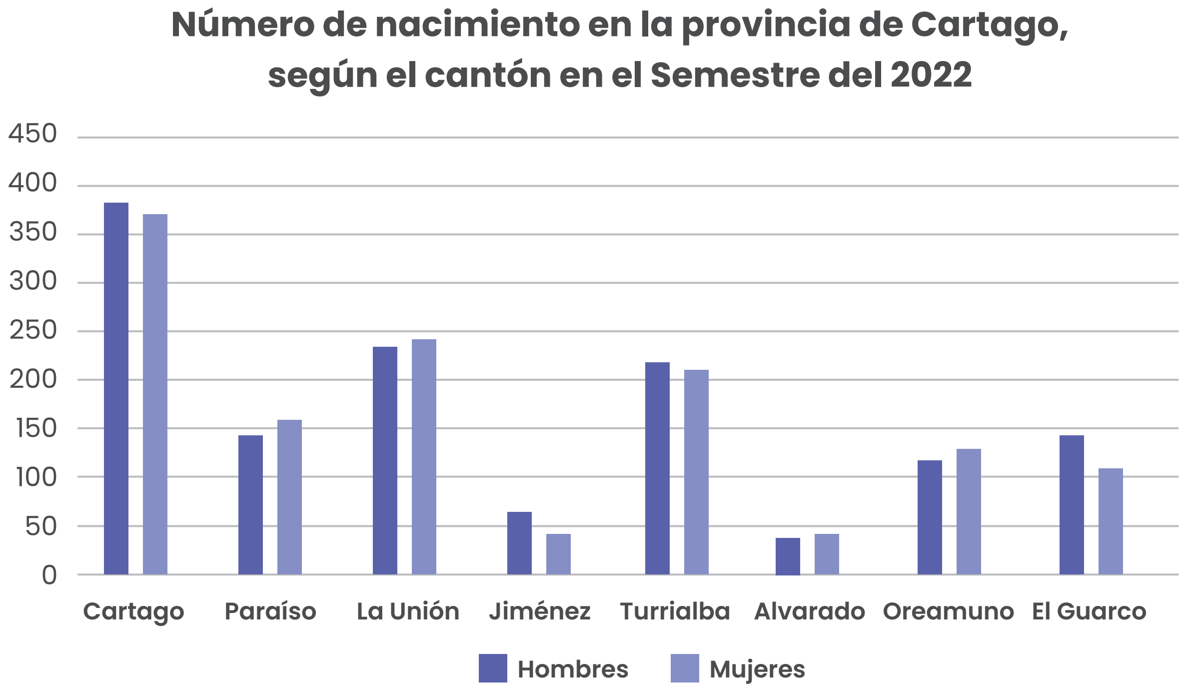
Cuadrados Blancos	Cuadrados Grises
12	30
13	32
14	34
15	36
16	38
17	40
18	42
19	44
20	46
21	48
22	50

Así, se obtiene que si la figura tiene 50 cuadros grises tendrá 22 cuadros blancos.

Estrategia 2

Si notamos en las figuras dadas, los cuadros grises de los lados laterales siempre son 6, mientas que si sumamos los cuadros grises superiores e inferiores a los cuadros blancos son el doble de ellos. Por lo tanto, si queremos tener 50 cuadrados grises, podemos restar los laterales (6), es decir 50 – 6 = 44, y ahora sabemos que los cuadrados grises inferiores y superiores son 44, pero como ya habíamos comentado, estos son el doble de los cuadrados blancos de la figura, así que podemos obtener este número buscando la mitad de 44, que es 22, pues 22 x 2 = 44. La respuesta correcta es 22 cuadros blancos.

11. (★) Considere la información del gráfico adjunto.



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera? (OLCOMEP, 2024a)

a. Jiménez es el cantón con la menor cantidad de nacimientos de hombres.

b. Si sumamos la cantidad de mujeres que nacieron en los cantones de Alvarado y El Guarco, son más que las mujeres que nacieron en el cantón de La Unión.

c. Nacieron más mujeres en Turrialba que hombres en Jiménez y Oreamuno juntos.

d. Si restamos la cantidad de hombres que nacieron en los cantones de Cartago y Paraíso, son menos que las mujeres que nacieron en el cantón de Turrialba.

Solución

En este tipo de ejercicios donde se mencionan afirmaciones y debemos determinar la opción correcta, la estrategia usual es analizar cada proposición y encontrar las falsas para descartarlas.

Para determinar la veracidad de las afirmaciones podemos construir una tabla con la cantidad **aproximada** de nacimientos de hombres y mujeres por cantón, como se muestra a continuación:

Cantón	Nacimientos Hombres	Nacimientos Mujeres
Cartago	380	370
Paraíso	145	150
La Unión	230	240
Jiménez	55	50
Turrialba	220	210
Alvarado	35	40
Oreamuno	110	120
El Guarco	110	140

Analizando la opción A, se tiene que: Jiménez es el cantón con la menor cantidad de nacimientos de hombres. Esto es **FALSO** ya que se puede observar que en Alvarado nacieron menos hombres.

Cantón	Nacimientos Hombres	Nacimientos Mujeres
Cartago	380	370
Paraíso	145	150
La Unión	230	240
Jiménez	55	50
Turrialba	220	210
Alvarado	35	40
Oreamuno	110	120
El Guarco	110	140

Analizando la opción B, se tiene que: si sumamos la cantidad de mujeres que nacieron en los cantones de Alvarado y El Guarco, son más que las mujeres que nacieron en el cantón de La Unión.

Cantón	Nacimientos Hombres	Nacimientos Mujeres
Cartago	380	370
Paraíso	145	150
La Unión	230	240
Jiménez	55	50
Turrialba	220	210
Alvarado	35	40
Oreamuno	110	120
El Guarco	110	140

Esto es **FALSO** ya que se puede observar que si sumamos la cantidad de nacimientos de mujeres en los cantones de Alvarado y El Guarco obtenemos 40 + 140 = 180, lo cual es menor a los 240 nacimientos de mueres que se registran en La Unión.

Analizando la opción C, se tiene que: Nacieron más mujeres en Turrialba que hombres en Jiménez y Oreamuno juntos.

Cantón	Nacimientos Hombres	Nacimientos Mujeres
Cartago	380	370
Paraíso	145	150
La Unión	230	240
Jiménez	55	50
Turrialba	220	210
Alvarado	35	40
Oreamuno	110	120
El Guarco	110	140

Esto es **VERDADERO** ya que se puede observar que se registran 210 nacimientos de mujeres en Turrialba, lo cual es mayor a que si sumamos la cantidad de nacimientos de hombres en los cantones de Jiménez y Oreamuno que es 55 + 110 = 165.

Finalmente analizando la opción D, se tiene que: Si restamos la cantidad de hombres que nacieron en los cantones de Cartago y Paraíso, son menos que las mujeres que nacieron en el cantón de Turrialba.

Cantón	Nacimientos Hombres	Nacimientos Mujeres
Cartago	380	370
Paraíso	145	150
La Unión	230	240
Jiménez	55	50
Turrialba	220	210
Alvarado	35	40
Oreamuno	110	120
El Guarco	110	140

Esto es **FALSO** ya que se puede observar que si restamos la cantidad de nacimientos de hombres en los cantones de Cartago y Paraíso obtenemos 380 - 145 = 235, lo cual es mayor a los 210 nacimientos de mueres que se registran en Turrialba.

12. (★) Juan necesita 24 kilos de harina para hacer 528 panes, si cada kilo de harina le cuesta mil colones, ¿cuánto dinero gasta Juan en la harina que necesita para hacer 770 panes? (OLCOMEP, 2024b)

Solución

Para resolver este ejercicio, primeramente, consideremos los datos que nos brinda el problema y su pregunta
Datos:

- Juan necesita 24 kilos de harina para hacer 528 panes.
- cada kilo de harina le cuesta mil colones.
- ¿cuánto dinero gasta Juan en la harina que necesita para hacer 770 panes?

Plantemos una posible solución:
Como Juan necesita 24 kilos de harina para hacer 528 panes, podemos realizar una división para saber cuántos panes puede hacer por cada kilo de harina, así tenemos que 528÷24=22, pues,

$$
\begin{array}{r|l}
52'8 & 24 \\ \cline{2-2}
-48 & 22 \\ \cline{1-1}
48 & \\
-48 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

por lo que por **cada kilo de harina se hacen 22 panes**.

Luego, Juan necesita realizar 770 panes, por lo que si dividimos los 770 panes entre 22 que es la cantidad de panes que se pueden hacer por kilo, se obtiene que:

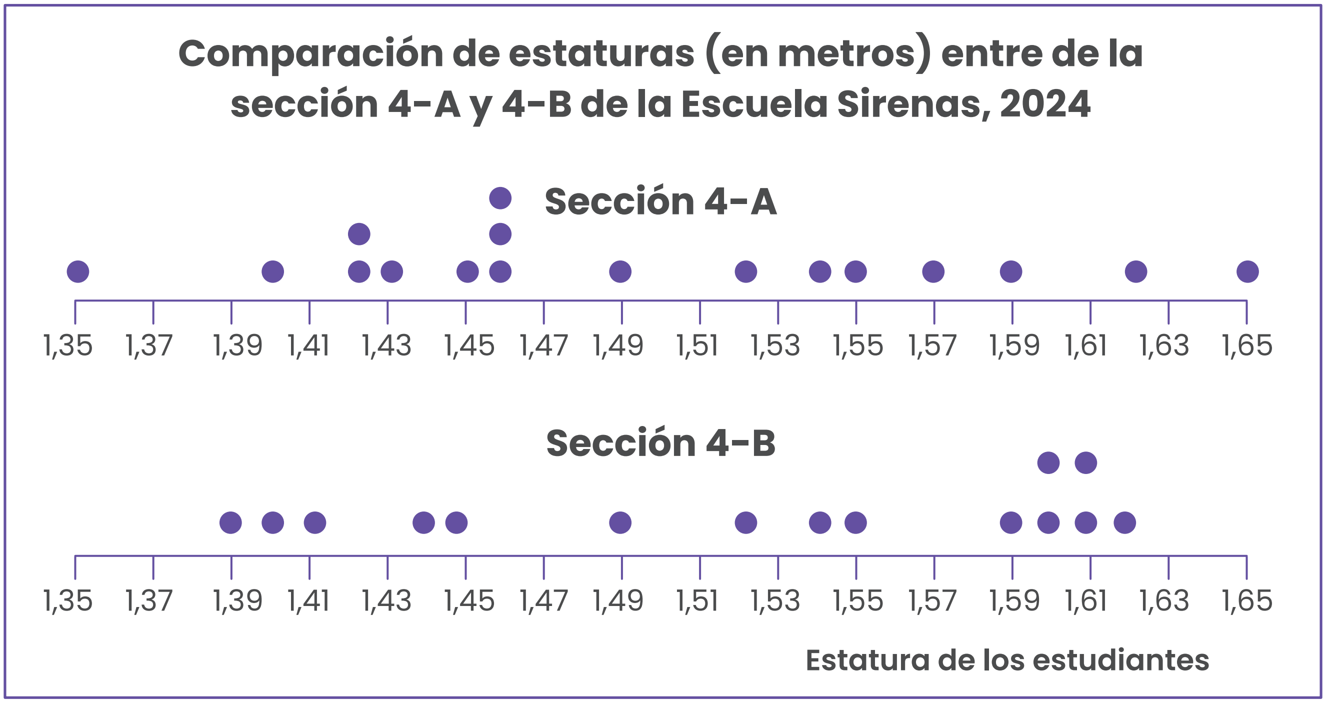
$$\begin{array}{r|l} 77'0 & 22 \\ \cline{2-2} -66 & 35 \\ \cline{1-1} 110 & \\ -110 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Por lo que Juan necesita 35 kilos de harina.

Finalmente, si Juan necesita 35 kilos de harina y cada kilo cuesta mil colones entonces, 35 x 1000 = 35000.

Respuesta: Por lo tanto, la respuesta es que Juan necesita **gastar 35 mil colones**.

13. (★) Considere la información del siguiente gráfico:



Fuente: Elaboración propia

¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

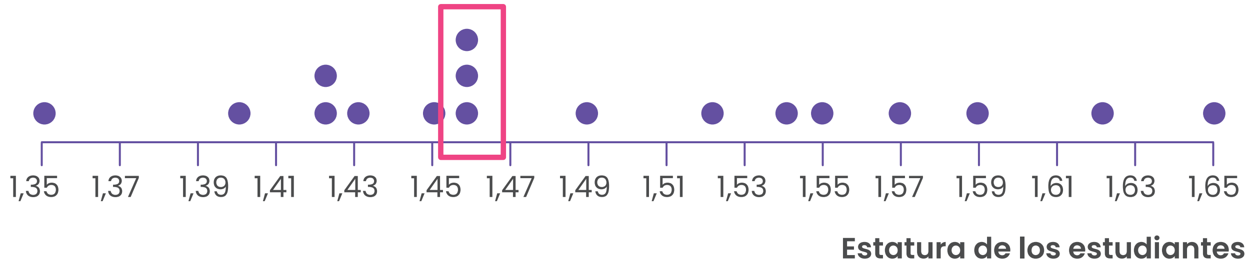
I. La moda en el caso de la sección 4-A es de 1,46m.
II. Hay dos modas en el caso de la sección 4-B.
III. Hay más estudiantes en la sección 4-B que en la 4-A.
(OLCOMEP, 2024b)

Estrategia de Solución

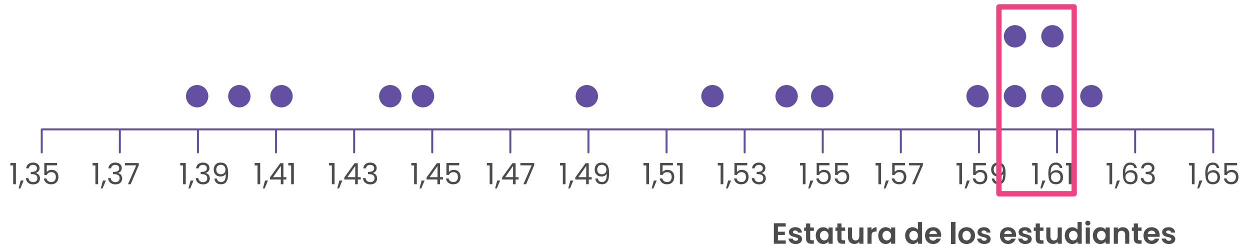
Como se ha mencionado con anterioridad, en este tipo de ejercicios donde se mencionan afirmaciones y debemos determinar la opción correcta, la estrategia usual es analizar cada proposición y encontrar las falsas para descartarlas.

Analizando la I afirmación, se tiene que: la moda en el caso de la **sección 4-A es de 1,46m**.

Recuerde que la moda es el dato con mayor frecuencia, lo que hace que la afirmación se verdadera pues como se nota en el gráfico de puntos, es el dato que presenta más puntos en la sección 4-A.



Analizando la II afirmación, se tiene que: hay dos modas en el caso de la sección 4-B. Esto verdadero pues, **las medidas 1,60m y 1,61m** tienen una frecuencia de 2 valores, mientras que los demás datos únicamente tienen un valor, así los datos con mayor frecuencia son 2.



Analizando la III afirmación, se tiene que: hay más estudiantes en la sección 4-B que en la 4-A. Para ellos podemos sumar los estudiantes de cada sección. Así, podemos observar que hay 17 estudiantes en la sección 4-A y 15 estudiantes en la sección 4-B. Haciendo la proposición falsa, pues hay menos estudiantes en la sección 4-B que en la 4-A.

Respuesta: Por lo tanto, solo la I y II son verdaderas.

14. (★★) El profesor Mario organiza un club de lectura para 5 semanas.

- La primera semana leen 30 páginas.
- La segunda semana leen hasta llegar a un cuarto del libro.
- La tercera semana leen el doble de lo que leyeron la primera semana.
- La cuarta semana leen un tercio de lo que leyeron la tercera semana.
- La quinta semana deben leer el resto para terminar el libro.

Si el libro tiene 180 páginas, ¿cuántas páginas leerán la quinta semana?
(OLCOMEP, 2024b)

Solución:

Para resolver esta pregunta, debemos ir analizando cada enunciado, pues cada uno indica paso a paso como podemos llegar a la respuesta

- La afirmación inicial dice:

- La afirmación 2, señala que:

La segunda semana leen hasta llegar a un cuarto del libro.

Es decir, si el libro tiene 180 páginas, la cuarta parte se obtiene al dividir 180 entre 4, lo que es 180÷4=45 es decir, se leyó hasta la página 45.

- Analizando la afirmación 3, se tiene que:

La tercera semana leen el doble de lo que leyeron la primera semana.

Es decir, el doble de lo que leyeron la primera semana corresponde a 2 x 30 = 60, por lo que leyeron 60 páginas más.

- Analizando la afirmación 4, observamos que:

La cuarta semana leen un tercio de lo que leyeron la tercera semana.

Recuerde que la tercera semana leyeron 60 páginas, por lo que, la tercera parte se obtiene al dividir 60 entre 3, lo que es 60÷3=20, es decir, se leyó un total de 20 páginas.

- Analizando la afirmación 5, se tiene que:

La quinta semana deben leer el resto para terminar el libro.

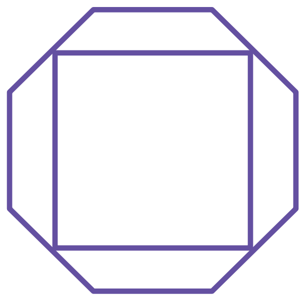
Considerando los resultados anteriores:

- Hasta la segunda semana se habían leídos 45 páginas.
- En la tercera semana se leyeron 60 páginas más
- En la cuarta semana se leyeron 20 páginas más.

Por lo que hasta la cuarta semana se habían leído 45 + 60 + 20 = 125 páginas, es decir quedan por leer 180 – 125 = 55 páginas.

Respuesta: Por lo tanto, en la quinta semana se **deben leer 55 páginas**.

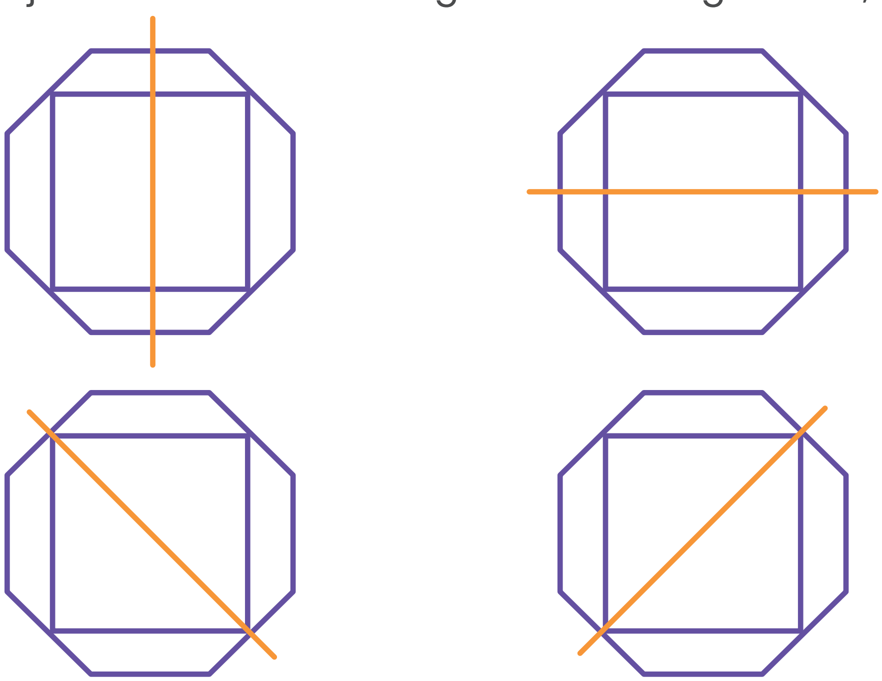
15. (★★★) Ana construye la siguiente figura y traza los ejes de simetría. Pedro dibuja la misma figura, pero sin el cuadrado y traza los ejes de simetría. ¿Cuántos ejes de simetría trazaron en total Ana y Pedro? (OLCOMEP, 2024b)



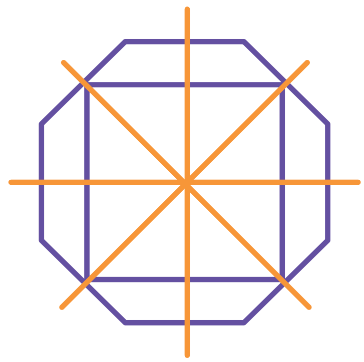
Solución:

Recuerde que un eje de simetría es una línea imaginaria que divide una figura en dos partes iguales y simétricas

Trazando los ejes de simetría de la figura son los siguientes;

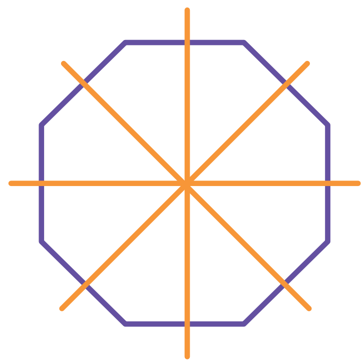


También, se pueden trazar todos estos ejes en el mismo dibujo:

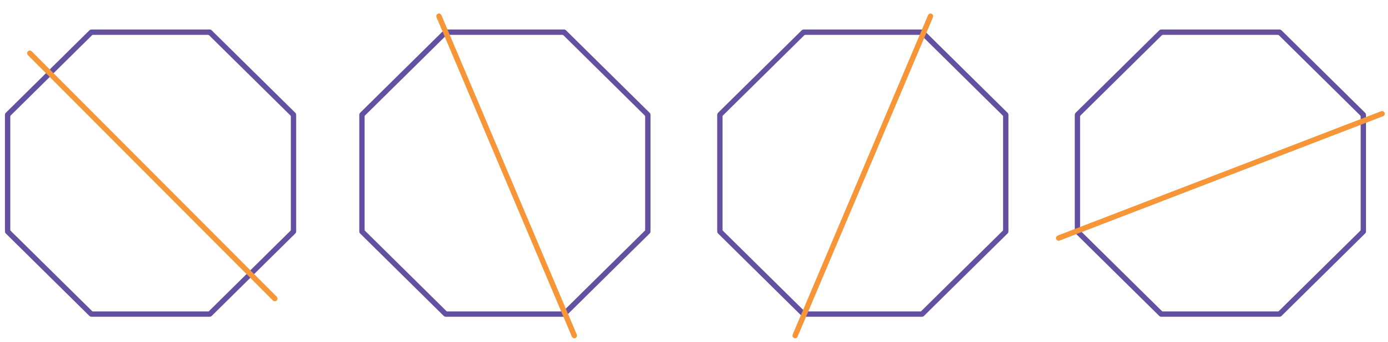


Por lo que Ana, **trazó 4 ejes de simetría**.

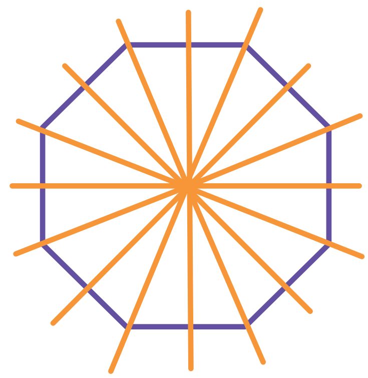
Luego, Pedro dibuja la misma figura, pero sin el cuadrado y traza los ejes de simetría, notamos que con el cuadrado o sin él cuadrado se pueden trazar los mismos ejes que antes.



Sin embargo, ahora se puede trazar algunos ejes más



También, se pueden trazar todos estos ejes en el mismo dibujo:



Por lo que Pedro, **trazó 8 ejes de simetría**.

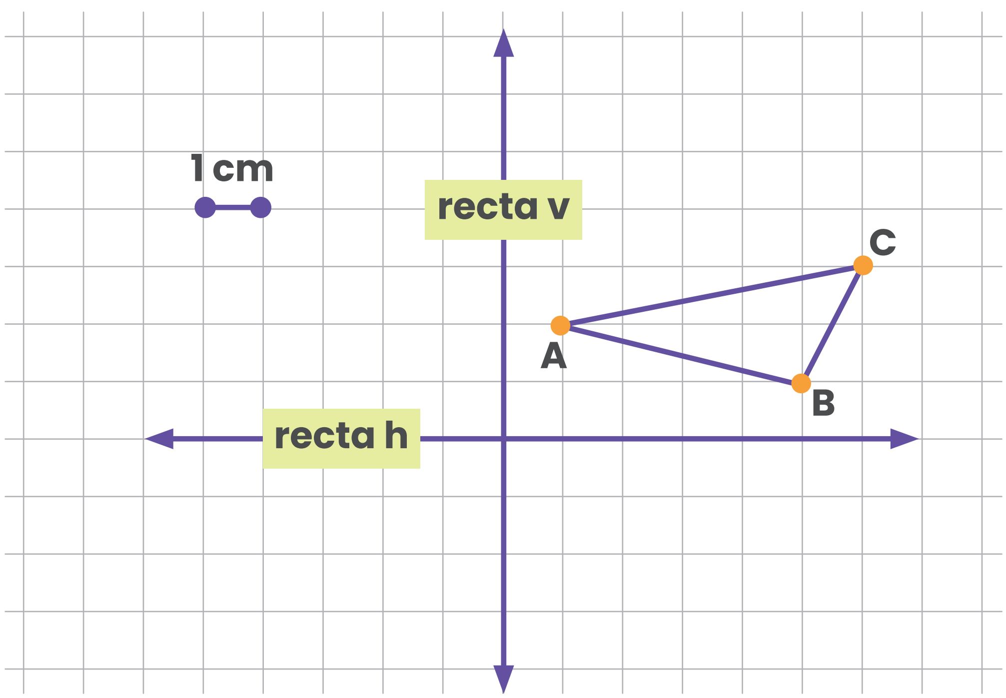
Finalmente, como Ana trazó 4 ejes de simetría y Pedro 8, entre los dos trazaron un total de **12 ejes de simetría**.

16. (★★★) Un triángulo con vértices A, B y C se denota como ΔABC.

En la siguiente figura cada cuadrado de la cuadrícula mide 1 cm. Ana debe construir el ΔPQR simétrico al ΔABC, con respecto a la **recta h**, donde el punto P sea el homólogo de A, Q el homólogo de B y R el homólogo de C.

Luego, ella debe construir el ΔXYZ simétrico al ΔPQR con respecto a la **recta v**, donde el punto X sea el homólogo de P, Y el homólogo de Q y R el homólogo de Z.

Determine las distancias de los puntos X, Y, Z a la **recta h**. (OLCOMEP, 2024c)

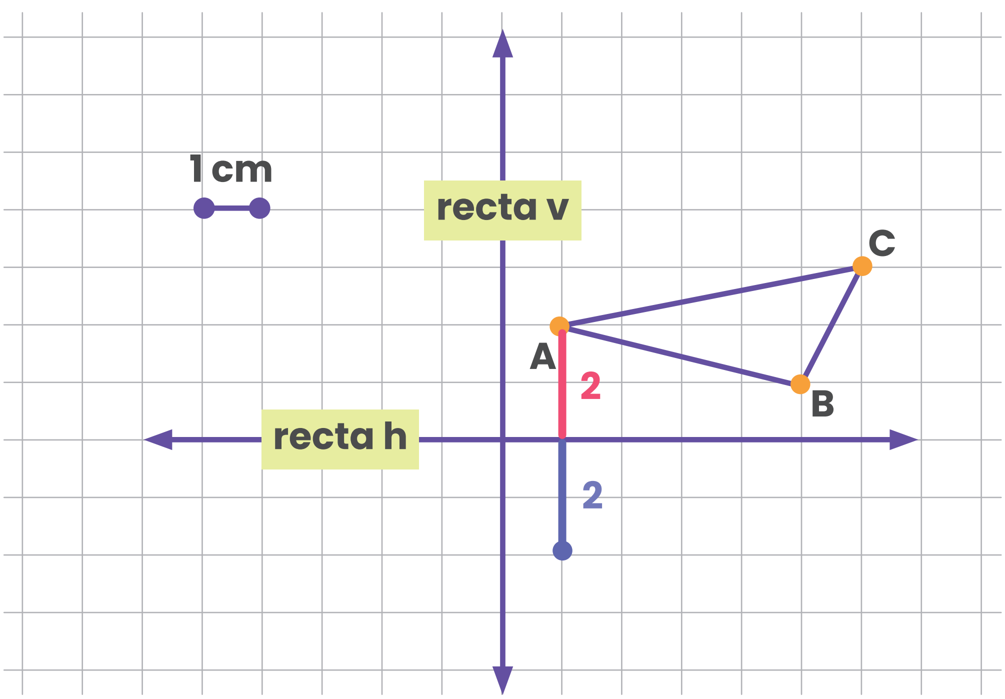


Solución:

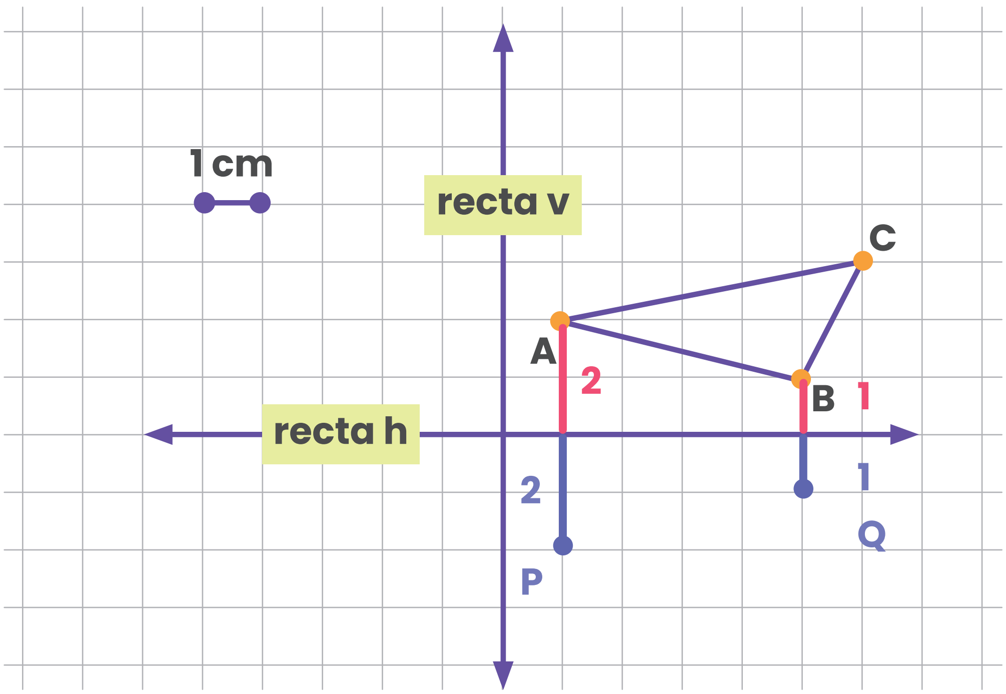
Para que Ana construya el triángulo ΔPQR simétrico al ΔABC con respecto a la recta h, primero debemos ubicar los puntos homólogos correspondientes, considere que:

- P el homólogo de A.
- Q el homólogo de B.
- R el homólogo de C.

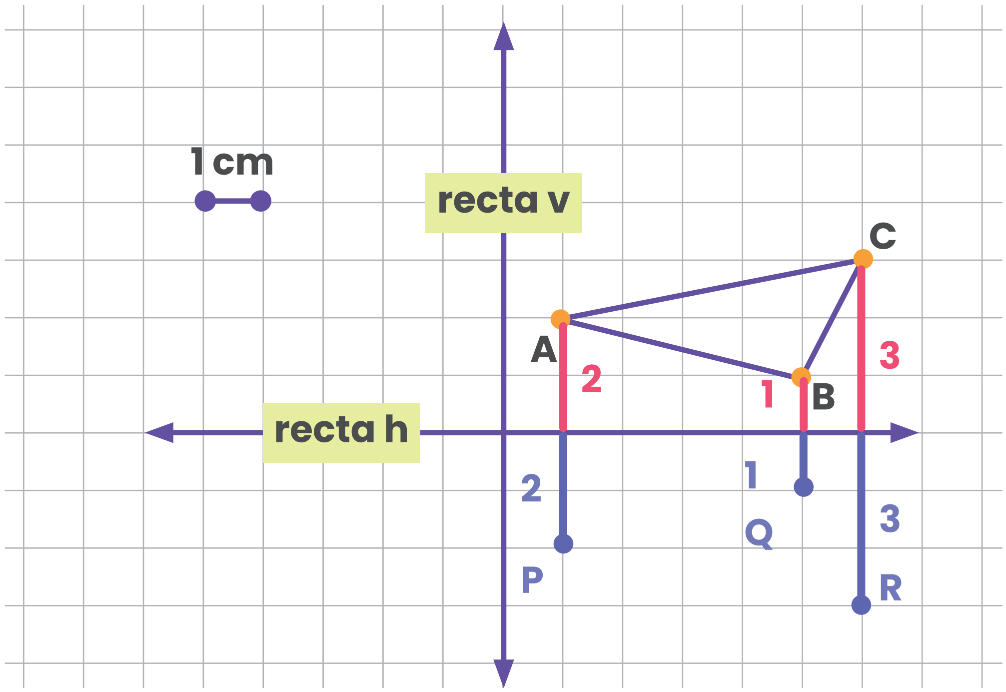
Así primero ubiquemos el punto P homologo al **punto A**. Note que la distancia del punto A a la recta h, debe ser la misma que la distancia del **punto P** a la recta h, en este caso de 2 cm.



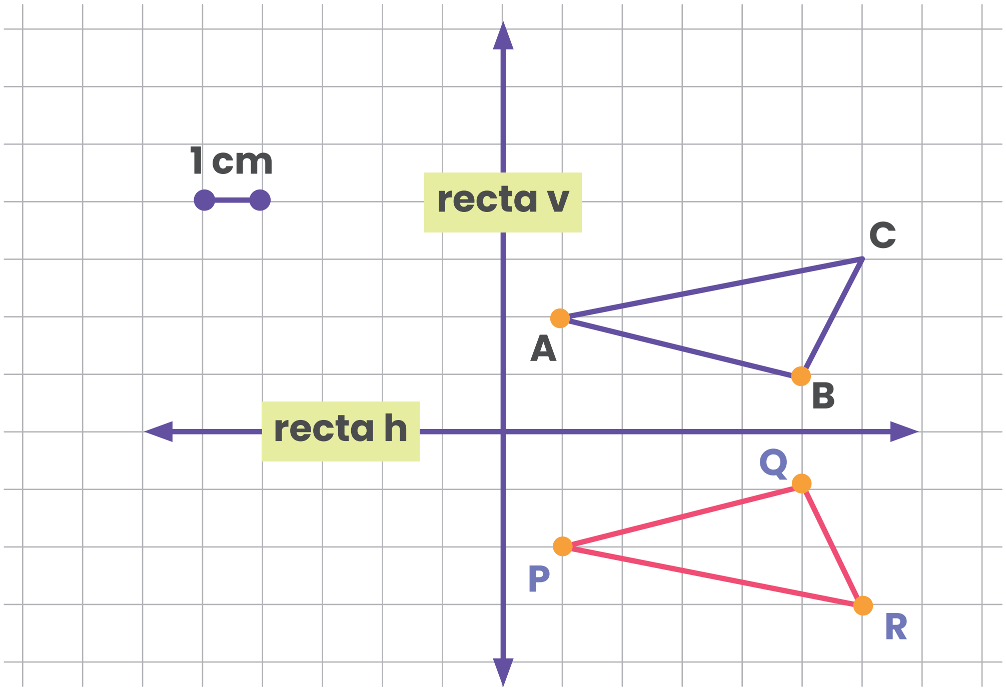
Luego, ubiquemos el **punto Q** homologo al **punto B**. Note que la distancia del punto B a la recta h, debe ser la misma que la distancia del **punto Q** a la recta h.



Luego, ubiquemos el **punto R** homologo al **punto C**. Note que la distancia del **punto C** a la recta h, debe ser la misma que la distancia del **punto R** a la recta h.



Finalmente unimos los puntos de los vértices P, Q, R que trazamos.

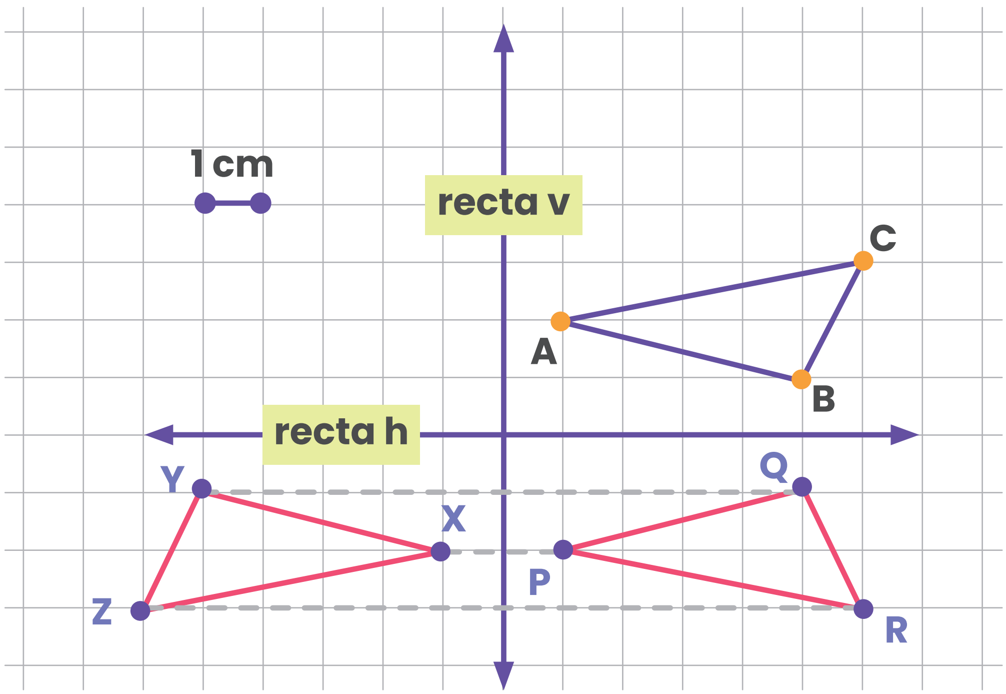


Luego, ella debe construir el ΔXYZ simétrico al ΔPQR con respecto a la **recta v**, donde:

- X sea el homólogo de P.
- Y el homólogo de Q.
- R el homólogo de Z.

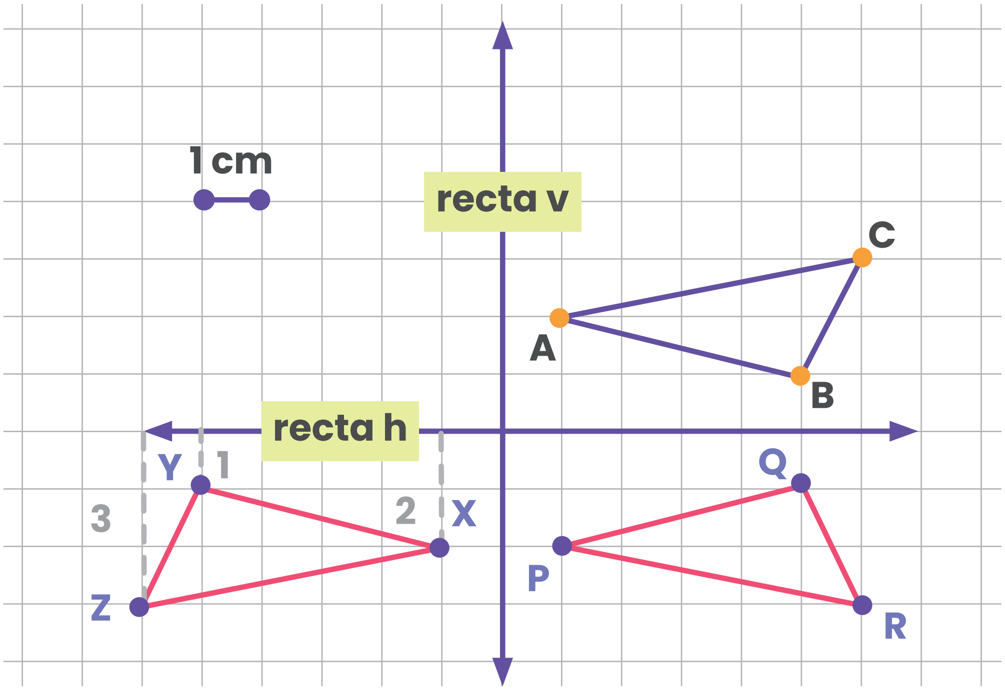
Siguiendo la idea anterior podemos construir el triangulo ΔXYZ

Es decir, en este caso el punto se debe ubicar a un cm de la recta v de forma horizontal, pues P que es homologo se ubica a un cm también, el punto y se ubica a 5 cm de la recta v en horizontal pues Q se ubica a 5 cm y este es el punto homologo, y finalmente también el punto R se ubica 6 cm en horizontal de la recta v, pues, Z se ubica a 6 cm también y este es su homólogo.



Finalmente, podemos trazar la distancia de los puntos X, Y, Z, a la recta h.

Para esto note que A es homologo a P y este homologo a X, por ello la distancia del vértice X con la recta h es de 2cm, igualmente B es homologo a Q y este homologo a Y, por ello la distancia del vértice Y con la recta h es de 1 cm, y luego, C es homologo a R y este homologo a Z por ello la distancia del vértice Z con la recta h es de 3cm,



Respuesta: Por lo tanto, la distancia de Y a h es de 1cm, la de X a h es de 2cm, la de Z a h es de 3cm.

17. (★★★) Al dividir por cuatro un número se obtiene residuo 1 y si se divide por seis se obtiene residuo 2. Determine, si existe, el menor número que cumple ambas condiciones. Justifique su respuesta. (OLCOMEP, 2024c)

Solución

En este caso note que es claro que debemos utilizar el algoritmo de la división para resolver este problema, que se puede expresar como **a = bq + r** , donde

"a" es el dividendo, "b" el divisor, "q" el cociente y "r"el residuo. Una forma de verlo es la clásica:

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ \cline{2-2} ---- & q \\ - & \\ \hline r & \end{array}$$

Note que se nos presentan 2 casos.

Primero: Al dividir por cuatro un número se obtiene residuo 1. $\begin{array}{r\|l} a & 4 \\ \cline{2-2} ---- & q \\ - & \\ \hline 1 & \end{array}$	**Segundo:** Si se divide por seis (el mismo número) se obtiene residuo 2. $\begin{array}{r\|l} a & 6 \\ \cline{2-2} ---- & q \\ - & \\ \hline 2 & \end{array}$

Así que debemos pensar en valores que pueda tomar el dividendo, para que el residuo sea 1 y 2 respectivamente, hasta que encontremos un número que cumpla ambos criterios.

Para que el resido sea 1 en el primer caso (divisor igual a 4), se pueden probar varios números en el dividendo desde el cero en adelante. Ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} 1 & 4 \\ \cline{2-2} -0 & 0 \\ \cline{1-1} 1 & \\ \cline{1-1} \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2 & 4 \\ \cline{2-2} -0 & 0 \\ \cline{1-1} 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 3 & 4 \\ \cline{2-2} -0 & 0 \\ \cline{1-1} 3 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4 & 4 \\ \cline{2-2} -0 & 0 \\ \cline{1-1} 4 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4 & 4 \\ \cline{2-2} -4 & 1 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Esto lo podemos seguir haciendo, sin embargo, solo nos interesan los que tengan como residuo 1, algunos de ellos son: 1, 5, 9, 13, 17, etc. Esto ya que al aplicar el algoritmo de la división con esto valores se tiene que:

$$\begin{array}{r|l} 1 & 4 \\ \hline -0 & 0 \\ 1 & \\ \cline{1-1} \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 5 & 4 \\ \cline{2-2} -4 & 1 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 9 & 4 \\ \cline{2-2} -8 & 2 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 13 & 4 \\ \cline{2-2} -12 & 3 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 17 & 4 \\ \cline{2-2} -16 & 4 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

Estos resultados los podemos ver en una tabla, considerando solo los tengan como residuo 1.

Luego, Para que el resido sea 2 en el segundo caso, se pueden probar varios números en el dividendo desde el cero en adelante, sin embargo, solo nos interesan los que tengan como residuo 2, alguno de ellos son 2, 8, 14, 20, 26, etc. Note que al aplicar el algoritmo de la división con algunos de estos valores y colocarlos en una tabla se tiene que:

Dividendo	Divisor	Cociente	Residuo
0	4	0	0
1	4	0	1
2	4	0	2
3	4	0	3
4	4	1	
5	4	1	1
6	4	1	2
7	4	1	3
8	4	2	0
9	4	2	1
10	4	2	2
11	4	2	3
12	4	3	0
13	4	3	1
14	4	3	2
15	4	3	3
16	4	4	0
17	4	4	1

Dividendo	Divisor	Cociente	Residuo
0	4	0	0
1	4	0	1
2	4	0	2
3	4	0	3
4	4	1	
5	4	1	1
6	4	1	2
7	4	1	3
8	4	2	0
9	4	2	1
10	4	2	2
11	4	2	3
12	4	3	0
13	4	3	1
14	4	3	2
15	4	3	3
16	4	4	0
17	4	4	1

Se puede notar que los números que cumplen la primera condición son un patrón que se obtiene al sumarle 4 al número anterior, y los de la segunda condición son un patrón que se obtiene al sumarle 6 al número anterior.

Por lo que podemos ver que los valores que se **dividen por 4 y poseen residuo 1** son: 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41... los cuales **son números impares**.

Y luego, podemos ver que los valores que se **dividen por 6 y poseen residuo 2** son: 2, 8, 14, 20, 26, 32, 38, 42... los cuales **son números pares**.

Sin embargo, note que si queremos que un número se dividida por 4 y 6 y se tenga como residuo 1 y 2 entonces este número debe ser par e impar al mismo tiempo, pero esto es imposible, ya que no existe un número que sea par e impar al mismo tiempo.

Respuesta: Por lo tanto, NO EXISTE el menor número que cumple ambas condiciones.

18. (★) Karla quiere determinar qué fracción del azulejo cuadrado, mostrado en la figura 1, está coloreada. Su maestra le aconseja trazar líneas paralelas a los lados del cuadrado para ayudarla en su tarea, como se muestra en la figura.

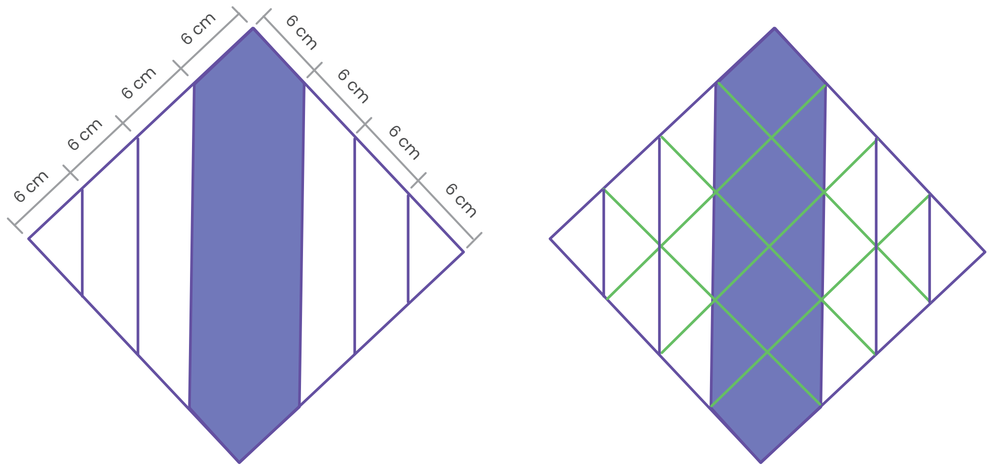


Figura 1 **Figura 2**

¿Qué fracción del azulejo está coloreada? (OLCOMEP, 2024a)

Solución

Para saber qué fracción del azulejo está coloreada, observamos que en la figura 2 se han trazado líneas verdes que dividen el cuadrado en secciones más pequeñas.

El cuadrado completo está dividido en cuatro columnas de ancho y cuatro filas de alto, formando una cuadrícula de 16 cuadrados, cada uno de 6 cm de lado.

Luego, cada cuadrado se divide en dos triángulos por una diagonal, lo cual da un total de:

16 cuadrados × 2 = 32 Triángulos

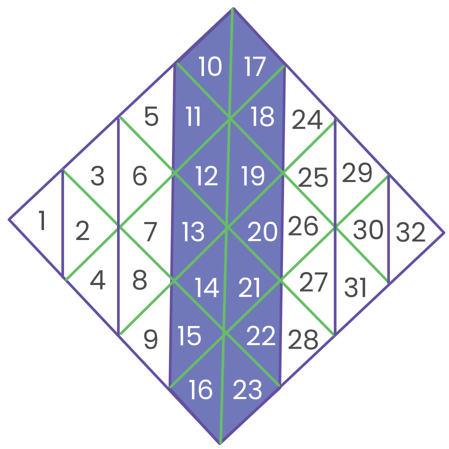


Figura 2

Ahora contemos cuántos de esos triángulos están sombreados (los que están dentro de la franja oscura en el centro). Al observar, notamos que hay 14 triángulos sombreados.

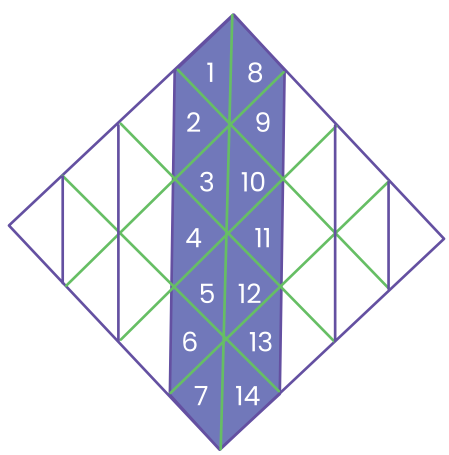


Figura 2

Entonces, la fracción del azulejo que está coloreada es: $\frac{14}{32}$ pero simplificando obtenemos $\frac{7}{16}$.

Respuesta: La fracción del azulejo está coloreada es $\frac{7}{16}$

19. (★★) Ana está elaborando diseños con fichas cuadradas, siguiendo un patrón como se muestra en la figura.

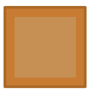


Figura 1

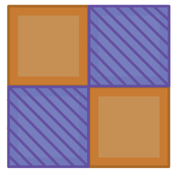


Figura 2

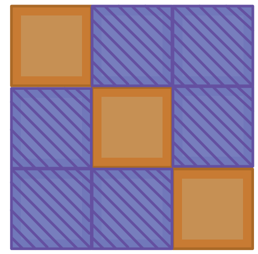


Figura 3

Si ella continúa el patrón, ¿cuántas fichas rayadas necesita para construir la sexta figura? (OLCOMEP, 2024a)

Solución

Observar el patrón visual (según la imagen): cada figura tiene más fichas rayadas que la anterior.

Figura 1: 1 ficha en total, 1 naranja, 0 rayadas.
Figura 2: 4 fichas en total, 2 naranja, 2 rayadas.
Figura 3: 9 fichas en total, 3 naranja, 6 rayadas.

Vemos un patrón que suma 1 ficha naranja por figura:

Figura 4: 16 fichas en total, 4 naranja, 12 rayadas.
Figura 5: 25 fichas en total, 5 naranja, 20 rayadas.

Figura 6: 36 fichas en total, 6 naranja, **30 rayadas.**

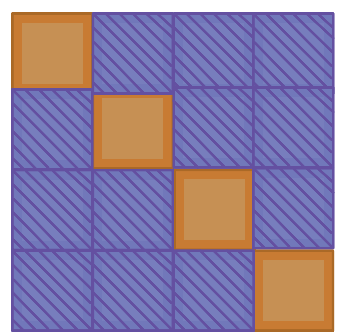
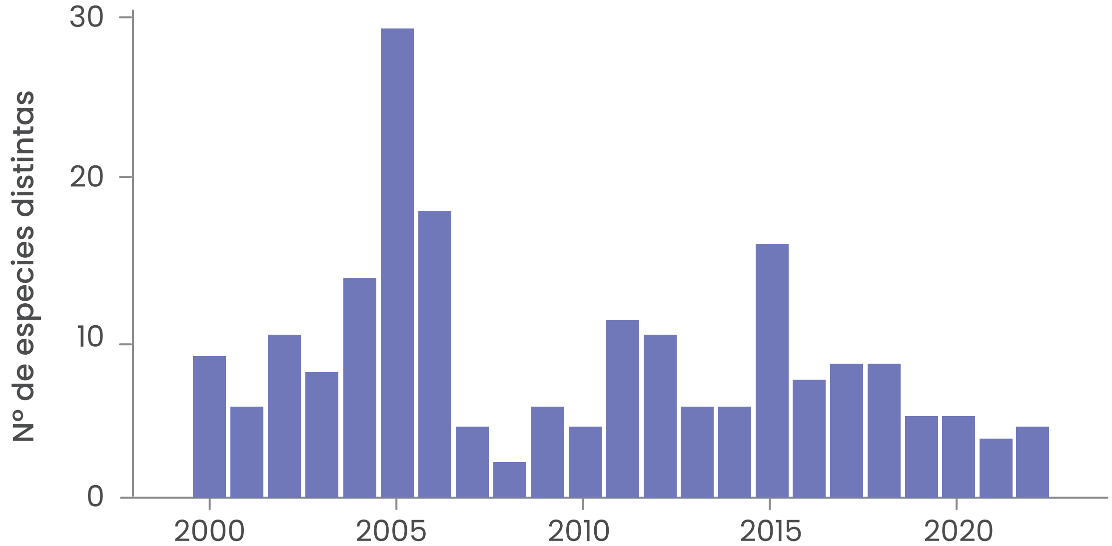


Figura 4

20. (★★) Analice la información del gráfico estadístico adjunto.

Número de nuevas especies de árboles descritas por año en Costa Rica entre 2000 y 2022



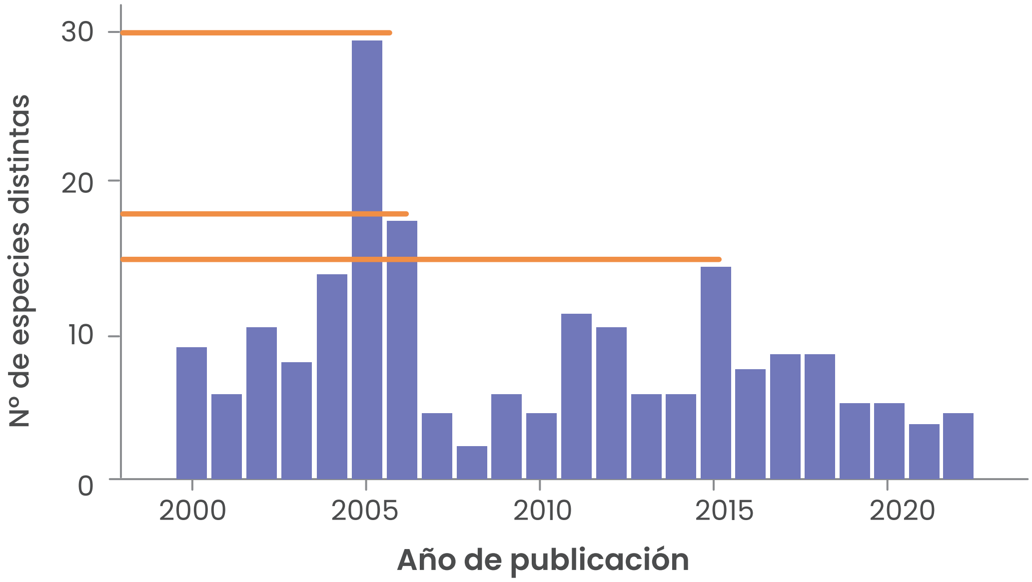
Fuente: *https://revistas.uned.ac.cr/index.php/biocenosis/article/view/4827/6697*

De acuerdo con el gráfico, ¿cuál de las siguientes opciones corresponde a la cantidad aproximada de nuevas especies de árboles, en los tres años donde hubo mayor cantidad? (OLCOMEP, 2024a)

- **a.** 55
- **b.** 60
- **c.** 65
- **d.** 70

Solución

Observamos las barras más altas:



El pico más alto está en 2005 (con unas 28 especies aproximadamente).

Luego, hay dos picos medianos más, uno en 2006 (17 especies aproximadamente) y otro En 2015 (14 especies).

Aproximamos las cantidades:

- 2005 aproximadamente 28 especies
- 2006 aproximadamente 17 especies
- 2015 aproximadamente 14 especies

Sumamos: **28 +17+14 = 59**. Ahora tomando en cuenta las opciones el valor aproximado corresponde a la opción b) **60 nuevas** especies de árboles.

21. (★★) Se lanzan cuatro monedas al mismo tiempo. ¿Cuántos resultados están a favor de obtener al menos dos escudos? (OLCOMEP, 2024b)

Solución

Cuando lanzamos una moneda, puede salir escudo (E) o cara (C), son dos posibilidades:

Posibilidad #	Moneda 1
1	E
2	C

Si lanzamos dos monedas al mismo tiempo existen 4 posibilidades:

Posibilidad #	Moneda 1	Moneda 2
1	E	E
2	E	C
3	C	E
4	C	C

Posibilidades Moneda 1 · Posibilidades Moneda 2 = 2 x 2 = 4

Si lanzamos dos monedas al mismo tiempo existen 4 posibilidades:

Posibilidad #	Moneda 1	Moneda 2	Moneda 3
1	E	E	E
2	E	E	E
3	E	E	C
4	E	E	C
5	E	C	E
6	E	C	E
7	E	C	C
8	E	C	C

Posibilidades Moneda 1 · Posibilidades Moneda 2 · Posibilidades Moneda 3

= 2 x 2 x 2 = 8

Si lanzamos cuatro monedas al mismo tiempo existen 16 posibilidades:

Posibilidad #	Moneda 1	Moneda 2	Moneda 3	Moneda 4
1	E	E	E	E
2	E	E	E	C
3	E	E	C	E
4	E	E	C	C
5	E	C	E	E
6	E	C	E	C
7	E	C	C	E
8	E	C	C	C
9	C	E	E	E
10	C	E	E	C

Posibilidad #	Moneda 1	Moneda 2	Moneda 3	Moneda 4
11	C	E	C	E
12	C	E	C	C
13	C	C	E	E
14	C	C	E	C
15	C	C	C	E
16	C	C	C	C

Moneda 1 · Moneda 2 · Moneda 3 · Moneda 4
= 2 x 2 x 2 x 2 = 16

Seleccionamos los lanzamientos (posibilidades) que tienen al menos 2 escudos. Es decir, lanzamientos que contengan 2, 3 o 4 escudos.

Respuesta: En total **son 11 lanzamientos** con esa condición.

22. (★★★) En una guardería hay niños de 3, 4, 5, 6, 7 y 8 años. Mariela trabaja con dos grupos, con las siguientes características:

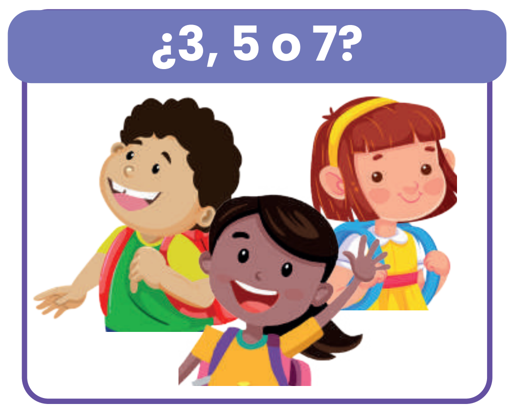
- Los niños de cada grupo tienen la misma edad entre sí.
- Si sumamos las edades de un niño de cada grupo, obtenemos un múltiplo de 5.
- Las dos edades son números impares.

¿Cuál es la resta de las edades de los dos grupos? (OLCOMEP, 2024b)

Solución

De las edades de los niños que pertenecen a la guardería, las alternativas para los dos grupos de Mariela son 3, 5 o 7, ya que son las edades impares, esto por el punto 3.

Grupo 1



Grupo 2

Como los niños de cada grupo tienen la misma edad, analicemos todas las posibles combinaciones entre edades impares. De esas, seleccionaremos únicamente aquellas en las que, al sumar la edad de un niño de un grupo con la edad de un niño del otro grupo, el resultado sea un múltiplo de 5, por el punto 2.

Edad Grupo 1	Edad Grupo 2	SUMA
3	5	8
3	7	10
3	7	12

Solo 3 + 7 = 10 cumple que la suma sea múltiplo de 5. Entonces:

3

Grupo 1

7

Grupo 2

¿Cuál es la resta de las edades de los dos grupos?

$$7 - 3 = 4$$

Respuesta: La diferencia de las edades es 4 años.

23. (★★) Se lanzan cuatro monedas al mismo tiempo. ¿Cuántos resultados estáConsidere la siguiente sucesión de figuras

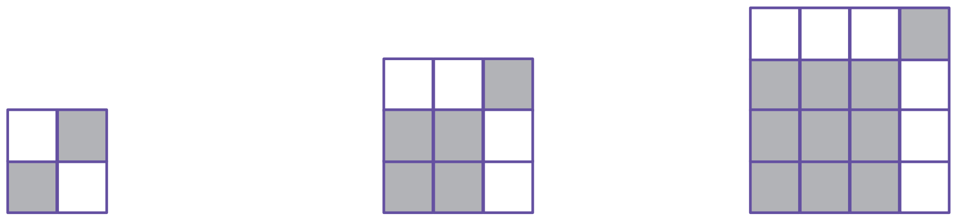


Figura 1 **Figura 2** **Figura 3**

¿Cuántos cuadrados grises tiene la Figura 10? (OLCOMEP, 2024b)

Solución 1

Observemos las figuras:
Figura 1 tiene 2 cuadros grises
Figura 2 tiene 5 cuadros grises
Figura 3 tiene 10 cuadros grises

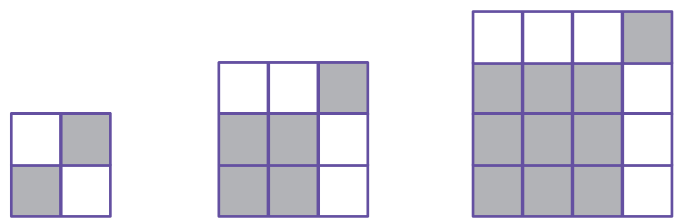


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Ahora pensemos:
Para pasar de 2 a 5 cuadros grises, se **sumaron 3**.
Para pasar de 5 a 10 cuadros grises, se **sumaron 5**.

Los números que **se suman** también van creciendo. Le vamos sumando un **número impar cada vez**, entonces:

Cuadros grises **Figura 2**: A la anterior que tiene 2 cuadros grises le sumamos 3 y se obtiene **5 cuadros grises**.

Cuadros grises **Figura 3**: A la anterior que tiene 5 cuadros grises le sumamos 5 y se obtiene **10 cuadros grises**.

Cuadros grises **Figura 4**: A la anterior que tiene 10 cuadros grises le sumamos 7 y se obtiene **17 cuadros grises**.

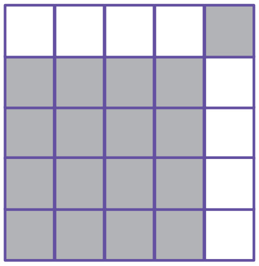


Figura 4

Cuadros grises **Figura 5**: A la anterior que tiene 17 cuadros grises le sumamos 9 y se obtiene **26 cuadros grises**.

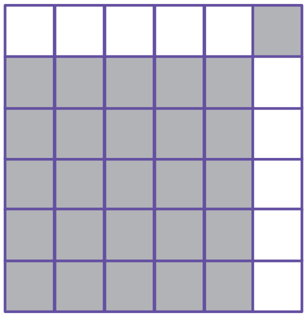


Figura 5

Y así sucesivamente.
Podemos hacer una tabla para ayudarnos:

Figura	Cuadros grises
1	2
2	2 + 3 = 5
3	5 + 5 = 10
4	10 + 7 = 17

Figura	Cuadros grises
5	17 + 9 = 26
6	26 + 11 = 37
7	37 + 13 = 50
8	50 + 15 = 65
9	65 + 17 = 82
10	**82 + 19 = 101**

Respuesta: Por lo tanto, la respuesta es **101 cuadros grises**.

Solución 2

Observemos las figuras nuevamente:
Figura 1 tiene, 2 cuadros grises
Figura 2 tiene 5 cuadros grises que se puede ver como 2 x 2 + 1 = 5
Figura 3 tiene 10 cuadros grises que se puede ver como 3 x 3 +1 = 10

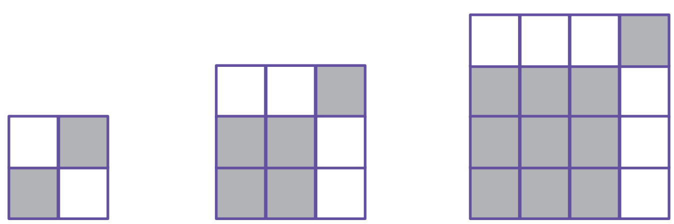


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Siguiendo el patrón vemos que en la figura 4 hay 4 x 4 + 1 = 17 cuadros grises.

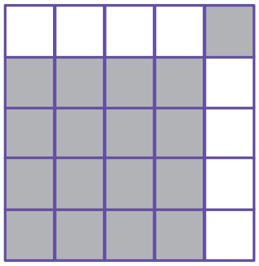
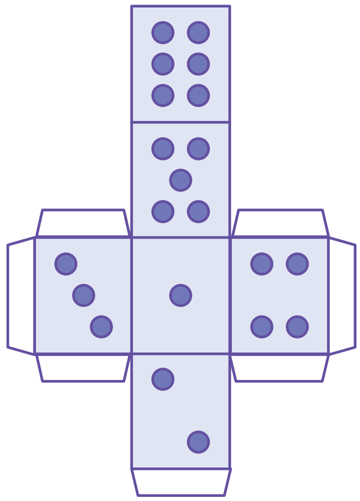


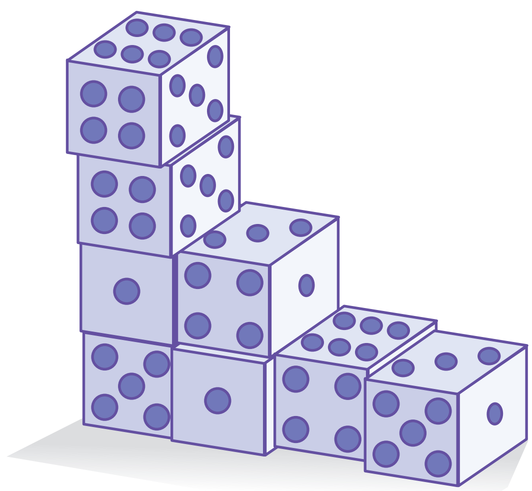
Figura 4

Respuesta: Con lo cual en la figura 10 debe haber
10 x 10 + 1 = 101 cuadros grises.

24. (★★★) Para construir un dado se puede usar le siguiente modelo



Andrés realiza la siguiente construcción con 8 dados. Posteriormente, él camina alrededor de la construcción y cuenta todos los puntos que son observables.



a. ¿Cuántos posibles resultados pudo haber obtenido Andrés?
b. ¿Cuáles son esos resultados? (OLCOMEP, 2024c)

Solución

Descripción:
En un dado normal, la suma de los puntos de las caras opuestas siempre es 7. Pares de caras opuestas:

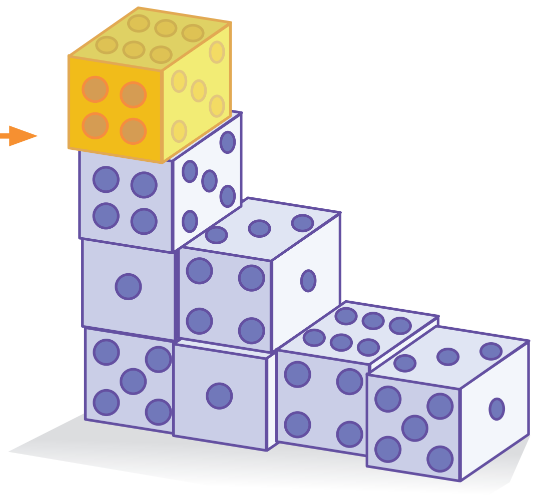
Cara	Cara opuesta	Suma
1	6	7
2	5	7
3	4	7

Las caras que no se ven son: las que están tocando el piso, las que están pegadas a otro dado y las que tienen otro dado encima

En general, en cada dado, **la suma de los puntos de las 6 caras es siempre 21**. Un dado puede mostrar 2, 3, 4 o 5 caras como máximo.

Análisis de la construcción por casos:

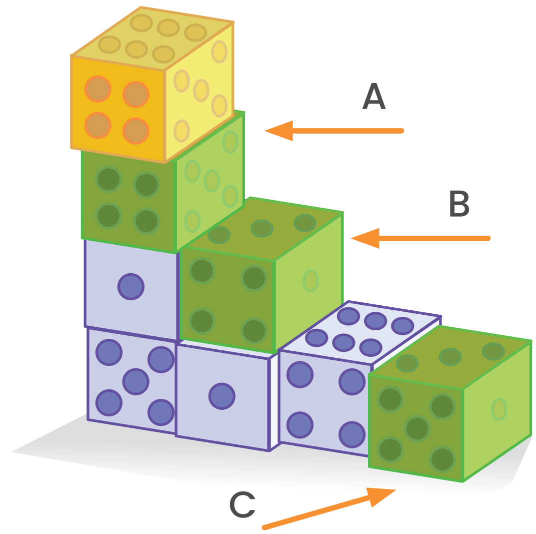
Caso 1: Dados con 5 caras visibles
Solamente hay 1 dado así, arriba de la columna.
Si se ven 5 caras, hay una que no se ve, la que está abajo y es la opuesta al 6, es decir, la que tiene un punto.



Entonces, los puntos visibles:
21 - (*puntos de caras que no se ven*)
En este caso, los puntos visibles serían:
21 - (1) = **20**

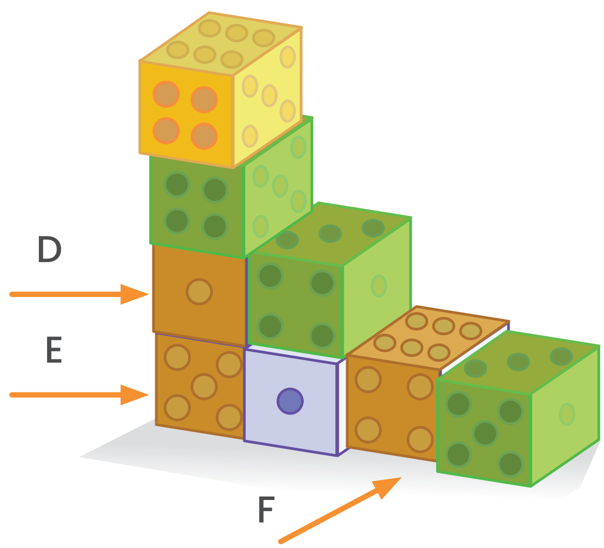
Caso 2: Dados con 4 caras visibles
Hay 3 dados así, dados nombrados con A, B y C.
Conteo de puntos visibles:
Dado A: 21 - (1+6) = 14
Dado B: 21 - (6+4) = 11
Dado C: 21 - (4+6) = 11

Total: 14 + 11 + 11 = **36**



Caso 3: Dados con solo 3 caras visibles
Hay 3 dados así, dados nombrados con D, E y F.
Conteo de puntos visibles:

Para el dado F, Andrés observa tres caras la de 4 puntos y su opuesta de 3 puntos y la cara superior de 6 puntos, para un total de **13 puntos**.



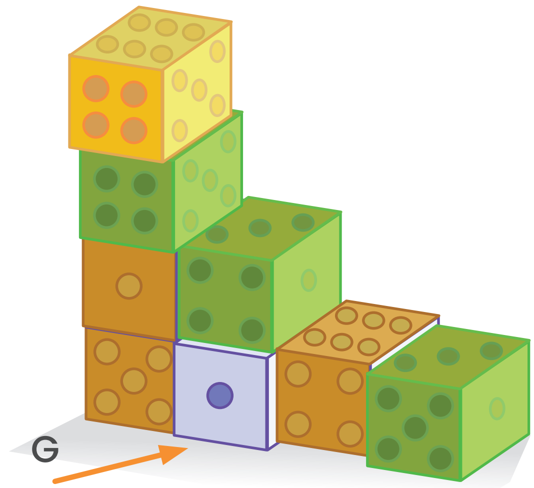
Para el dado D. Andrés observa la cara de un 1 punto y su opuesta de 6 puntos, también observa una tercera cara lateral que puede variar en **2, 3, 4 o 5 puntos.**

Para el dado E. Andrés observa la cara de 5 puntos y su opuesta de 2 puntos, también observa una tercera cara lateral que puede variar en **1, 6, 4 o 3** puntos.

Por lo tanto, las posibilidades de sumas de caras visibles se representan en la siguiente tabla:

Caras visibles del dado D	Caras visibles del dado E	Suma de puntos de los dados E y D	Puntos visibles del dado F	Total, de los puntos de las caras visibles
1, 6, 2	5, 2, 1	17	13	30
1, 6, 2	5, 2, 6	22	13	35
1, 6, 2	5, 2, 4	20	13	33
1, 6, 2	5, 2, 3	19	13	32
1, 6, 3	5, 2, 1	18	13	31
1, 6, 3	5, 2, 6	23	13	36
1, 6, 3	5, 2, 4	21	13	34
1, 6, 3	5, 2, 3	20	13	33
1, 6, 4	5, 2, 1	19	13	32
1, 6, 4	5, 2, 6	24	13	37
1, 6, 4	5, 2, 4	22	13	35
1, 6, 4	5, 2, 3	21	13	34
1, 6, 5	5, 2, 1	20	13	33
1, 6, 5	5, 2, 6	25	13	38

1, 6, 5	5, 2, 4	23	13	36
1, 6, 5	5, 2, 3	22	13	35



Caso 4: Dados con solo 2 caras visibles
Hay solamente 1 dado así, nombrado con la letra G.

Conteo de puntos visibles:
Dado G: **7**

Resumen del conteo de los puntos visibles de todos los casos:

CASO 1	CASO 2	CASO 3	CASO 4	TOTAL
20	36	30	7	93
20	36	35	7	98
20	36	33	7	96
20	36	32	7	95
20	36	31	7	94
20	36	36	7	99
20	36	34	7	97
20	36	33	7	96
20	36	32	7	95
20	36	37	7	100
20	36	35	7	98
20	36	34	7	97

20	36	33	7	96
20	36	38	7	101
20	36	36	7	99
20	36	35	7	98

a. ¿Cuántos posibles resultados pudo haber obtenido Andrés?
Podemos ver que existen 16 posibles resultados, de los cuales 9 son diferentes.

b. ¿Cuáles son esos resultados?
Corresponde a los números **del 93 al 101**.

Referencias

Ministerio de Educación Pública. (2012). Programas de estudio de Matemáticas: I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de la Educación General Básica y Educación Diversificada. San José, Costa Rica *https://www.mep.go.cr/sites/default/files/media/matematica.pdf*

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria. (2024a). *Prueba de la I Eliminatoria Cuarto año, OLCOMEP 2024*. Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria. (2024b). *Prueba de la II Eliminatoria Cuarto año, OLCOMEP 2024*. Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria. (2024c). *Prueba Final Cuarto año, OLCOMEP 2024*. Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

Polya, G. (2004). Cómo resolverlo: Un nuevo aspecto del método matemático. Princeton University Press.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2016). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (9th ed.). Pearson Education.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN PÚBLICA | GOBIERNO DE COSTA RICA

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

45 ANIVERSARIO UNED DESDE 1977

TEC Tecnológico de Costa Rica

UNA UNIVERSIDAD NACIONAL COSTA RICA

UTN Universidad Técnica Nacional

OLCOMEP