Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Asesoría Nacional de Matemática

Olimpiada Costarricense de Matemática
para Educación Primaria - OLCOMEP

Estrategias para el abordaje de

PROBLEMAS Y RETOS PARA OLIMPIADAS DE MATEMÁTICA EN PRIMARIA

5º

2025

372.7
B267e

Barquero Rodríguez, Javier
Estrategias para el abordaje de problemas y retos para olimpiadas de matemática en primaria 5° / Ministerio de Educación Pública, Viceministerio Académico, Dirección de Desarrollo Curricular, Departamento de Primero y Segundo Ciclos; Javier Barquero Rodríguez, Berny Salas Solano. – 1a. ed. -- San José, Costa Rica: Ministerio de Educación Pública, 2025.

114 páginas; 21 cm.; peso 1,17 megabytes.

ISBN: 978-9977-60-585-2 (digital)

1. ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS 2. EDUCACIÓN PRIMARIA
3. DIDÁCTICA 4. ENSEÑANZA-MÉTODOS 5. COSTA RICA. I. TÍTULO.

Créditos

Los ítems fueron tomados de las pruebas aplicadas en las diferentes etapas de la OLCOMEP 2024.

Personas autoras del cuadernillo:
Javier Barquero Rodríguez.
Asesor nacional de Matemáticas, Ministerio de Educación Pública.

Berny Salas Solano
Profesor e investigador, Sección de Educación Primaria.
Universidad de Costa Rica.

Persona revisora:
Ricardo Poveda Vásquez.
Profesor e investigador, de la Escuela de Matemática.
Universidad Nacional de Costa Rica.

Diseño Gráfico:
Karla Guevara Murillo.
Dirección de Recursos Tecnológicos en Educación, MEP.

Esta obra es parte de los productos en el proyecto Olimpiada Costarricense de Matemáticas para la Educación Primaria del Ministerio de Educación Pública, con el apoyo de las universidades públicas de Costa Rica.

PRESENTACIÓN

Es fundamental que el sistema educativo fomente en la sociedad, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo matemático, científico y tecnológico, a efecto de formar personas críticas y analíticas, con habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

Las olimpiadas de matemáticas ponen a prueba las habilidades de los participantes para resolver problemas de forma creativa y original. No se trata de memorizar fórmulas o realizar cálculos complejos, sino de utilizar la lógica, el ingenio y la capacidad de análisis para encontrar soluciones ingeniosas.

Este cuadernillo se dirige a cualquier persona que quiera mejorar sus habilidades matemáticas y disfrutar del desafío de resolver problemas de forma creativa. Ofrece una gran oportunidad para:

- Desarrollar el talento matemático: a través de problemas desafiantes que ayudan a mejorar la comprensión de los conceptos matemáticos y la capacidad para aplicarlos en diferentes situaciones.
- Fortalecer el pensamiento crítico: al analizar problemas de forma lógica, identificar las variables relevantes y formular soluciones creativas.
- Aprender nuevas estrategias de resolución de problemas: por medio de diferentes técnicas para abordar problemas matemáticos de forma eficiente.

En este cuadernillo se encuentra:

- Una selección de problemas de diferentes niveles de dificultad, cuidadosamente seleccionados para estimular el pensamiento matemático.
- Estrategias de resolución para cada problema, explicadas paso a paso para su comprensión y aplicación en otros desafíos.

- Una oportunidad para poner a prueba habilidades y el potencial en el apasionante mundo de las matemáticas.

Confiamos en que este material será de gran utilidad para contribuir a la mejora de la educación matemática.

Comisión Central de OLCOMEP

Retos propuestos

Los problemas incluidos en OLCOMEP han sido elaborados con criterios pedagógicos que favorecen el desarrollo habilidades de pensamiento superior en la niñez. Para facilitar su análisis y orientación durante el proceso de acompañamiento al estudiantado, cada problema se presenta con un código visual que indica su nivel de complejidad de menor a mayor según la cantidad de estrellitas iniciando con una estrellita (★) que corresponde a problemas de complejidad básica y mostrando ítems de tres estrellas (★★★) que corresponden a problemas de reflexión.

1. (★) La bibliotecaria desea organizar 111 libros en cajas, que enviará a las escuelas del pueblo. Si envía ocho libros a cada una de las escuelas, ¿cuántas escuelas tiene el pueblo?

a. 7
b. 8
c. 13
d. 14

Solución 1

Para resolver este problema, tomemos en cuenta las siguientes proposiciones:

- Se tienen 111 libros en cajas que se quieren enviar a diversas escuelas.
- Cada escuela recibirá 8 libros

Para encontrar la cantidad de escuelas que recibirán estos libros podemos realizar una división de la cantidad total de libros (111) entre la cantidad de libros que recibirá cada escuela (8):

$$
\begin{array}{r|l}
11'1 & 8 \\ \cline{2-2}
-8 & 13 \\ \cline{1-1}
31 & \\
-24 & \\ \cline{1-1}
7 &
\end{array}
$$

De este modo, puede verse que si sen envían 8 libros a cada escuela sobran 7 libros, y hay 13 escuelas. **La opción correcta es la C**.

Solución 2

Podríamos resolver mediante sumas con conteo acumulativo, usando el siguiente razonamiento:

> “Voy a ir sumando de 8 en 8 hasta que llegue a 111 o me pase. Así sabré cuántas veces puedo repartir 8 libros antes de que se acaben”

entonces, tenemos:

8 libros	1 escuela
16 libros	2 escuelas
24 libros	3 escuelas
32 libros	4 escuelas

40 libros	5 escuelas
48 libros	6 escuelas
56 libros	7 escuelas
64 libros	8 escuelas
72 libros	9 escuelas
80 libros	10 escuelas
88 libros	11 escuelas
96 libros	12 escuelas
104 libros	13 escuelas
112 libros	14 escuelas (¡Me paso!)

Entonces, la última suma que no se pasa es 104, que es para 13 escuelas y sobran 111-104= 7 libros. De este modo, **la opción correcta es la C**. Serán 13 escuelas las que recibirán los libros.

2. (★) Observe la imagen dada, ¿cuál de las imágenes de las opciones, al ser girada queda igual que la imagen dada?

a. 

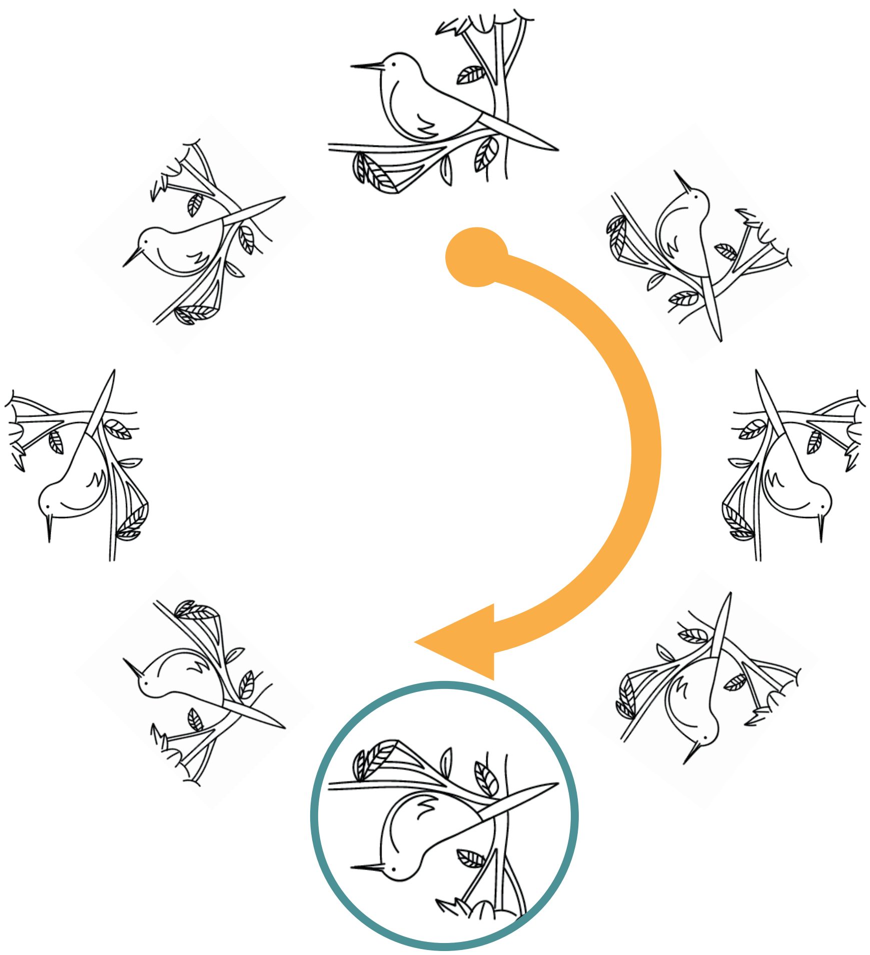
b. 

c. 

d. 

Solución 1

Para saber cuál de las imágenes corresponde a la opción correcta podemos rotar o girar la imagen original en la dirección de las agujas del reloj:



Estas imágenes corresponden a algunas formas en que se puede girar la imagen dada. Observándolas detenidamente, la imagen encerrada de azul es la única que coincide con una de las opciones presentadas, por tanto, **la opción correcta es la C**.

Solución 2

Podemos girar la figura en dirección contraria a las agujas del reloj, y obtendremos el mismo resultado. **La opción correcta es la C.**

3. (★★) Marta tiene una alcancía con monedas de ₡ 25, ₡ 50, ₡ 100 y ₡ 500, decide romperla y determina que tiene un total de 346 monedas. Marta les pide a sus papás que adivinen cuánto dinero tenía ahorrado, sabiendo la cantidad de monedas. Su madre dice la menor cantidad de dinero posible y su padre la mayor cantidad de dinero posible, ¿cuál es la diferencia entre lo indicado por ambos padres?

a. 171 675
b. 162 450
c. 163 100
d. 164 350

Solución 1

Para resolver este problema debemos tomar en cuanta lo siguiente:

- Marta tiene en total 346 monedas.
- Las monedas que tiene son de ₡ 25, ₡ 50, ₡ 100 y ₡ 500.

Mayor cantidad de dinero

Para hallar la mayor cantidad de dinero debemos usar la mayor cantidad posible de monedas de ₡ 500 (ya que son las de mayor valor) y solo una moneda de cada una de las demás denominaciones más bajas (₡ 25, ₡ 50 y ₡ 100), con el fin de que todas las monedas estén presentes:

Denominación de moneda	Cantidad de monedas	Dinero en colones
₡ 25	1	₡ 25
₡ 50	1	₡ 50
₡ 100	1	₡ 100
₡ 500	343	₡ 171 500
	Total: 346	**Total: ₡ 171 675**

De esta forma, la mayor cantidad de dinero que se puede obtener es ₡ 171 675.

Menor cantidad de dinero

Ahora bien, para encontrar la menor cantidad de dinero debemos realizar lo contrario. Debemos usar la mayor cantidad de monedas de ₡ 25 (puesto que es la moneda de menor valor) y solo una de cada una de las demás denominaciones más altas (₡ 50, ₡ 100 y ₡ 500), para que todas las monedas estén presentes:

Denominación de moneda	Cantidad de monedas	Dinero en colones
₡ 500	1	₡ 500
₡ 100	1	₡ 100
₡ 50	1	₡ 50
₡ 25	343	₡ 8 575
	Total: 346	**Total: 171 675**

Así, la menor cantidad de dinero que se puede obtener es ₡ 9225.

Diferencia entre la mayor y menor cantidad de dinero

Para calcular la diferencia de dinero a la mayor cantidad de dinero se le debe restar la menor.

mayor cantidad de dinero - menor cantidad de dinero =

₡ 171 675 - ₡ 9225 =

₡ 162 450

De esta manera, **la opción correcta es la B**. La diferencia de dinero es de ₡ 162 440.

Así, **la opción correcta es la B**. La diferencia entre lo indicado por ambos padres es de ₡ 162 450.

Solución 2

Podemos estimar la **menor cantidad posible de dinero**, suponiendo que todas las 346 monedas son de ₡ 25, lo cual daría:

346 x 25 = 8650

Sin embargo, debe haber monedas de 50, 100 y 500, por lo que el monto mínimo real debe ser un poco mayor. Si reemplazamos 3 de 25 por una de cada una tenemos

343 x 25 +50+100+500 = 9225

Ahora, vamos a estimar la **mayor cantidad posible de dinero**, suponiendo que todas las 346 monedas son de ₡ 500, lo cual daría:

346 x 500 = 173000

Pero debe haber monedas de 25, 50 y 100, por lo que el monto máximo real debe ser un poco menor. Si reemplazamos 3 de 500 por una de cada una tenemos:

343 x 500 + 25 +50+100 =171500

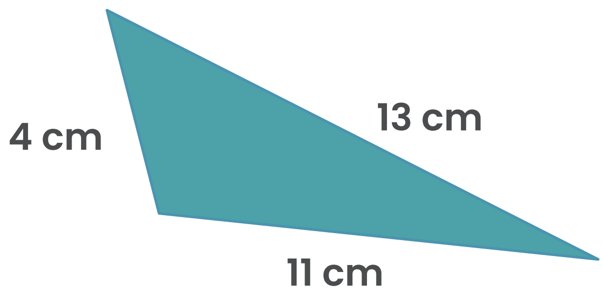
Entonces, la diferencia entre ambas cantidades será

₡ 171 675 – ₡ 9225 = ₡ 162 450

Así, una vez más, **la opción correcta es la B**.

4. (★) Rosalía descubrió una fórmula que relaciona el área de un triángulo con las medidas de sus lados.

Fórmula de Rosalía
$A \times A = s \times (s-a) \times (s-b) \times (s-c)$



Donde las variables son:
A representa el área del triángulo
a,b,c representan las medidas de los lados del triángulo, y **s** representa la mitad del perímetro del triángulo.

Use la fórmula que encontró Rosalía, para calcular el valor de $A \times A$ (★).

a. 52
b. 420
c. 3640
d. 35 505

Solución 1

Para resolver este ejercicio debemos tomar en cuenta lo siguiente:

- **A** es el área del triángulo.
- **a**, **b** y **c** son letras que representan los lados del triángulo.
- **4 cm**, **11 cm** y **13 cm** son el valor de cada lado del triángulo.
- **s** es la mitad del perímetro del triángulo.
- $\mathbf{A \times A = s \times (s-a) \times (s-b) \times (s-c)}$ es la fórmula de Rosalía.

Para hallar cuál es el valor de **A×A** será necesario que sustituyamos las letras a,b,c y s de la fórmula, por su respectivo valor:

Primero, ya conocemos que los lados del triángulo miden 4 cm, 11 cm y 13 cm, por lo que podemos plantear que

a = 4 cm
b = 11 cm
c = 13 cm

Por lo que ya podemos sustituir dichos valores en la fórmula original:

$$\mathbf{A \times A = s \times (s - 4) \times (s - 11) \times (s - 13)}$$

Ahora, debemos calcular el valor de **s**, que es igual a la mitad del perímetro del triángulo. En este sentido, recordemos que para encontrar el perímetro del triángulo se deben sumar sus tres lados: lado1 + lado2 + lado3.

$$P = 4 \text{ cm} + 11 \text{ cm} + 13 \text{ cm}$$
$$P = 28 \text{ cm}$$

Así, ya sabemos que el perímetro del triángulo es de 28 cm; sin embargo, es necesario dividirlo entre dos para hallar el valor de **s**.

$$s = 28 \text{ cm} \div 2$$
$$s = 14 \text{ cm}$$

Sabiendo que **s** vale 14 cm, debemos sustituir el nuevo valor en la fórmula:

$$\mathbf{A \times A = 14 \times (14 - 4) \times (14 - 11) \times (14 - 13)}$$

Como ya sustituimos todos lo valores de la fórmula, podemos resolver la operación combinada:

$$A \times A = 14 \times (14 - 4) \times (14 - 11) \times (14 - 13)$$

$$A \times A = 14 \times (10) \times (3) \times (1)$$

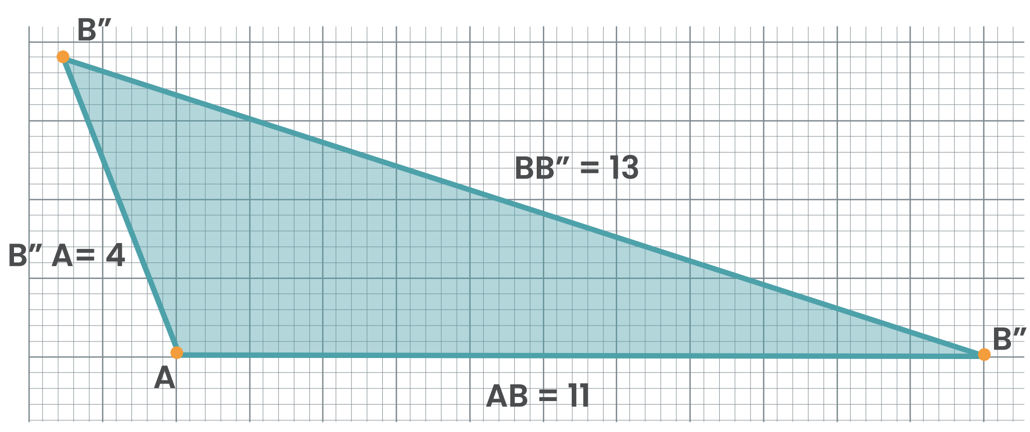
$$A \times A = 140 \times 3$$

$$A \times A = 420$$

De este modo, **la opción correcta es la B**. El valor de **A×A** es de 420.

Solución 2

También podemos usar la fórmula tradicional para el área de un triángulo para estimar su área aproximando su altura, para lo cual nos podemos ayudar encerrando el triángulo en una cuadrícula donde cada cuadro tenga una unidad de longitud, como en la siguiente figura:



Si tomamos como base el lado de 11 cm, podemos ver que la altura (distancia desde el vértice opuesto hasta dicha base) es de menos de 4 unidades (por la cuadrícula, podemos estimar que es de entre 3,6 y 3,7; 3,65 podría ser una buena aproximación) Usando la fórmula tradicional del área, se tiene:

$$A \approx \frac{(b \times h)}{2}$$

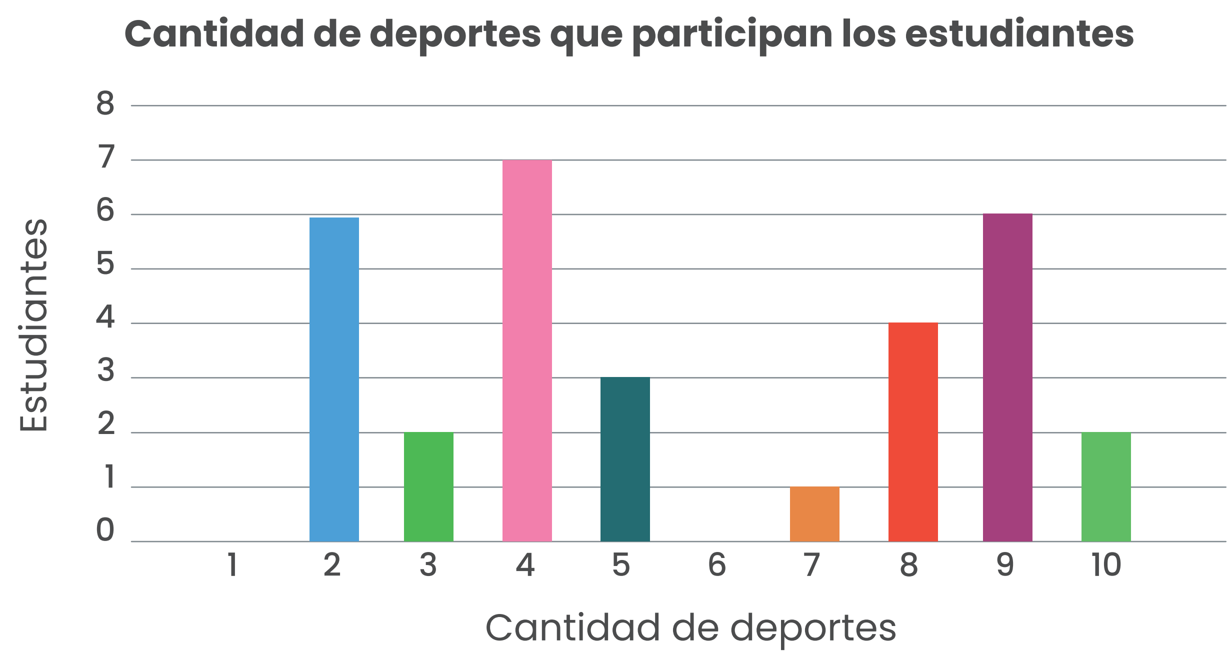
$$A \approx \frac{(11 \times 3{,}65)}{2}$$

$$A \approx \frac{4\ 0{,}15}{2}$$

$$A \approx 20{,}075$$

Por lo tanto, el valor de AXA debería ser un valor cercano a 20,075 × 20,075 ≈ 403,00. De este modo, el valor más cercano al obtenido por estimación es 420, y **la opción correcta es la B**.

5. (★) En la clase del maestro Roberto realizaron una encuesta para saber la cantidad de deportes que practica cada uno de los 40 estudiantes de la clase y realizaron el gráfico de barras de la imagen.



Si Pepe dice que su respuesta coincide con el recorrido de los datos, ¿cuántos deportes practica Pepe?

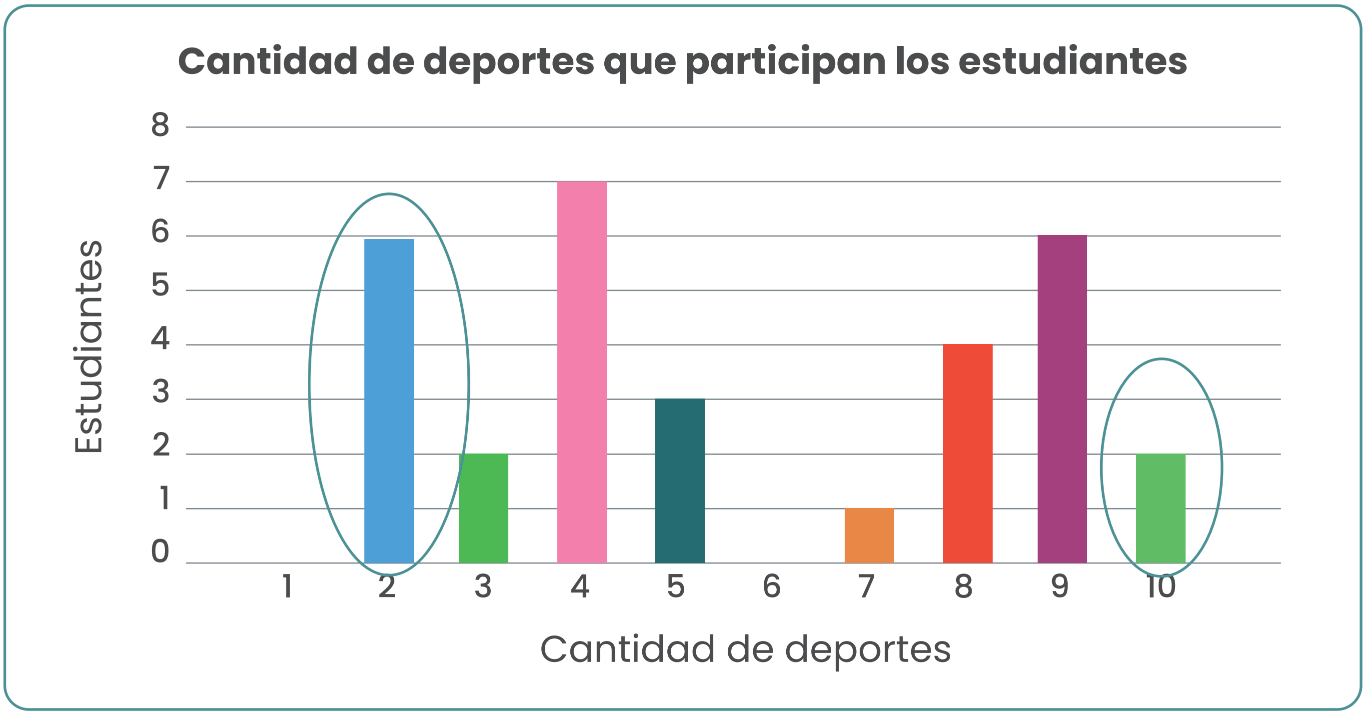
- **a.** 4
- **b.** 6
- **c.** 8
- **d.** 10

Solución 1

Para resolver este ejercicio primero recordemos que el **recorrido** es la diferencia (o la resta) entre el número más alto y el número más bajo en los datos.

Recorrido = valor mayor - valor menor

En el gráfico, los valores de "cantidad de deportes" van desde 1 hasta 10. Pero no todos aparecen en el gráfico, por lo que es necesario tomar en cuenta solo las barras que tienen al menos 1 estudiante, pues corresponde a una cantidad practicada.



Sabiendo lo anterior, la mayor cantidad de deportes que se practica es 10 y la menor 2. Así que calculemos su recorrido:

Recorrido = 10 – 2 = 8

De esta manera, si Pepe dice la cantidad de deportes que practica coincide con el recorrido de los datos, entonces, él practica 8 deportes. Por lo tanto, **la opción correcta es la C**.

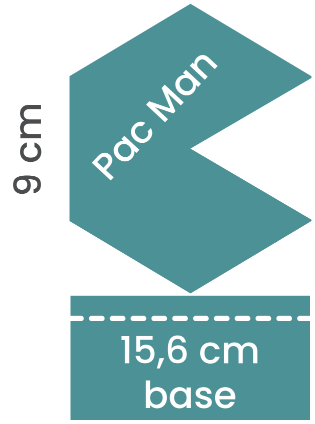
Solución 2

Usando un razonamiento similar, pero más directo, podemos ver que nadie practica más de 10 deportes, por lo que este es el máximo de los datos; y nadie practica menos de 2 deportes, por lo que este es el mínimo, y usando la definición de recorrido:

Recorrido = 10 – 2 = 8

Por lo tanto, **la opción correcta es la C**.

6. (★★) La imagen de la figura representa una estatuilla que se dio al campeón de videojuegos de 1990. Está compuesta por la imagen de un Pac Man con todos sus lados de igual medida, que se encuentra ubicada en el centro de una base rectangular cuya altura mide aproximadamente la mitad de la altura del Pac Man.



¿Cuál es el área de la imagen de la estatuilla?

a. 315,9 cm^2
b. 342,9 cm^2
c. 491,4 cm^2
d. 545,4 cm^2

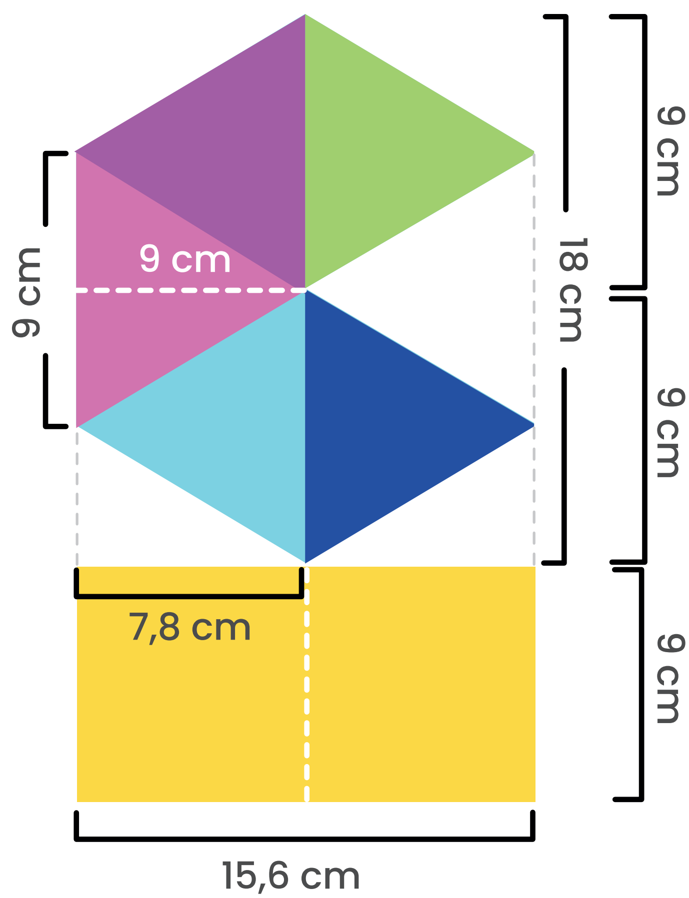
Solución 1

Para resolver este ejercicio debemos tener en cuenta los siguientes puntos:

- Todos los lados del Pac Man son iguales.
- La altura del Pac Man es el doble de la altura de la base.

Teniendo en cuenta lo anterior, una forma sencilla para determinar el área de la figura es descomponerla en otras figuras geométricas conocidas:

Así, la figura podría dividirse en 5 triángulos equiláteros (con sus lados de la misma medida) y un rectángulo.



De esta manera, podemos sacar el área de los triángulos y del rectángulo, esto nos permitirá descubrir el área total de la figura.

La fórmula del área de un triángulo es

Área de los triángulos

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

De este modo, la base es 9 cm y la altura 7,8 cm

$$A = \frac{(9 \times 7{,}8)}{2} = 35{,}1$$

Por tanto, el área de un triángulo es de 35,1 cm^2; sin embargo, debemos recordar que son 5 triángulos, razón por la cual podemos multiplicar por cinco para obtener el área del Pac Man:

$$35{,}1 \times 5 = 175{,}5$$

Se esta manera, **los 5 triángulos tienen un área de 175,5 cm^2**.

Área del rectángulo
La fórmula del área del rectángulo es

$$\boxed{A = b \times h}$$

Así, tenemos una base de 15,6 cm y una altura de 9cm

$$A = 15{,}6 \times 9 = 140{,}4$$

Entonces, **el área del rectángulo es 140,4 cm^2**.

Área total de la figura
Ya tenemos el área del Pac Man y el área del rectángulo, entonces podemos sumarlas para obtener el área toral de la figura:

$$\mathbf{175{,}5} + \mathbf{140{,}4} = \mathbf{315{,}9}$$

De esta forma, **la opción correcta es la A**. El área de la figura es de 315,9 cm^2.

Solución 2

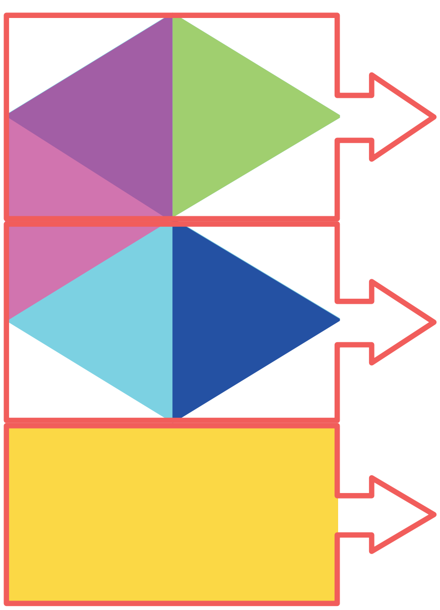
Primero, analizaremos la forma de la figura, intentando descomponerla en figuras más sencillas, podemos partir del siguiente análisis:
La figura de la estatuilla está formada por:

- Un **Pac Man** en la parte superior (compuesto por 5 triángulos).
- Una **base rectangular** en la parte inferior.
- El Pac Man mide **el doble de alto** que la base.
- Entonces, si la base mide **9 cm de alto**, el Pac Man mide **18 cm**.

Altura total de la figura:

9 cm (base) + 18 cm (Pac Man) = 27 cm

Segundo, como la base mide 9 cm, y la figura total mide 27 cm, podemos pensar la figura como **3 rectángulos iguales**, uno sobre otro.



Podemos ver que la figura está conformada por tres rectángulos iguales, quitando las partes "blancas" para formar el Pac-Man

Cada rectángulo mide:

Base = 15,6 cm, Altura = 9 cm

Tercero, con la información anterior, podemos calcular el área de cada rectángulo y multiplicamos por tres para tener el área total de los 3 rectángulos:

Área de un rectángulo:

Área = base x altura = 15,6 x 9 = 140,4 cm^2

Área total de los 3 rectángulos:

140,4 x 3 = 421,2 cm^2

Cuarto, calculamos el área de uno de los triángulos “blancos”:
Los triángulos tienen:

• **Base = 7,8 cm** (la mitad de 15,6 cm, ya que los triángulos están organizados simétricamente).

• **Altura = 4,5 cm** (igual a la mitad de la altura de cada rectángulo).

$$A = \frac{7{,}8 \times 4{,}5}{2} = 17{,}55 \text{ cm}^2$$

Sustituimos en la fórmula del área del triángulo:

Quinto, como tenemos seis triángulos de este tipo (uno en cada esquina, y los dos de la "boca" del Pac-Man), en total estamos "quitando" un área igual a:

$$17{,}55 \text{ X } 6 = 105{,}3 cm^2$$

Sexto, el área total del premio se obtiene restando al área de los tres rectángulos, el área de los cinco triángulos, es decir:

$$421{,}2 \text{ cm}^2 - 105{,}3 \text{ cm}^2 = 315{,}9 \text{ cm}^2$$

De esta forma, **la opción correcta es la A**. El área de la figura es de 315,9 cm^2.

7. (★★★) El dígito de las centenas de un número natural de cuatro dígitos es 4 y la suma de los otros tres dígitos también es 4.
¿Cuántos números hay que cumplen esas condiciones?

a. 7
b. 8
c. 9
d. 10

Solución 1

Para resolver este ejercicio tomemos en cuenta las condiciones que debe cumplir ese número natural de 4 dígitos:

- El número tiene un 4 en posición de las centenas, o sea, cumple con la siguiente estructura:

Unidad de millar	centena	decena	unidad
A	4	C	D

- La suma del dígito de la unidad de millar, la decena y la unidad debe ser igual a 4, es decir, A + C + D = 4

Como los otros tres dígitos deben sumar 4, los únicos valores que pueden tener son: 0, 1, 2, 3, y 4. Sin embargo, el dígito que está en la unidad de millar (A) no puede ser 0, pues al final obtendríamos un número de tres cifras y no de cuatro.

Las combinaciones que podemos realizar son las siguientes:

Unidad de millar	centena	decena	unidad	Número
A	4	C	D	
1	4	0	3	1403
1	4	1	2	1412
1	4	2	1	1421
1	4	3	0	1430
2	4	0	2	2402
2	4	1	1	2411
2	4	2	0	2420
3	4	0	1	3401
3	4	1	0	3410
4	4	0	0	4400

De esta manera, hay un total de 10 combinaciones. Por lo tanto, **la opción correcta es la D**.

Solución 2

Podemos repensar el problema como sigue:
Queremos saber **cuántos números de 4 cifras** hay que:

- Tienen un **4 en la posición de las centenas**, y
- La **suma de las otras tres cifras** (unidad de millar, decena y unidad) es **4**.

Podemos imaginar el problema como una caja para guardar caramelos con cuatro compartimientos (uno para cada valor posicional), donde el tercer compartimiento (las centenas) tiene 4 caramelos, y debemos repartir 4 caramelos en los 3 compartimientos restantes. Podemos poner **cero caramelos** en una cajita (está vacía), excepto en la primera cajita (porque la primera cifra no puede ser 0, ya que si lo fuera, el número no tendría 4 cifras)

Como la posición de las centenas está llena, podemos imaginar que debemos encontrar todas las formas posibles de "acomodar" los otros cuatro números en los tres "compartimientos" de cada valor posicional (por ejemplo, podemos poner 4 en la posición de las unidades de millar, y ninguno en las otras, lo que nos daría 4400).

Veamos las posibles combinaciones:

- Si ponemos 4 en las Unidades de millar, no tenemos más números para llenar los otros compartimientos (solo hay 1 combinación posible)
- Si ponemos 3 en las Unidades de millar, podemos poner el 1 en las unidades o en las decenas (hay 2 combinaciones posibles)
- Si ponemos 2 en las Unidades de millar, podemos poner el 1 en las unidades y 1 en las decenas, 2 en las unidades y ninguno en las decenas, o ninguno en las unidades y 2 en las decenas (hay 3 combinaciones posibles)

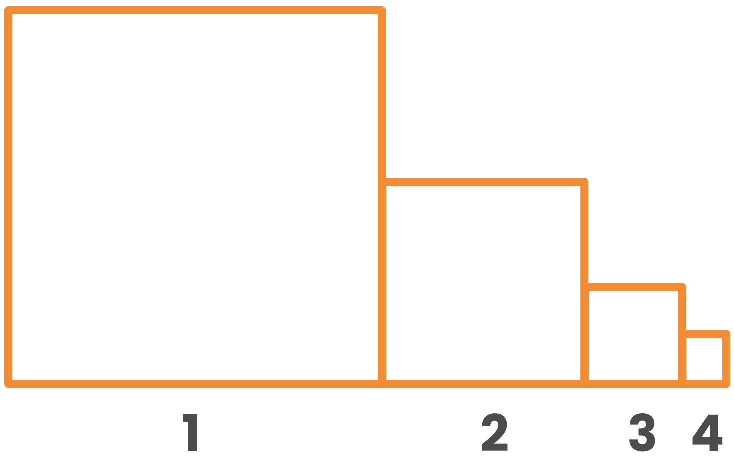
- Si ponemos 1 en las Unidades de millar, podemos poner 3 en las decenas y ninguno en las centenas, ninguno en las decenas y 3 en las centenas, 2 en las decenas y 1 en las centenas, o 1 en las decenas y 2 en las centenas (hay 4 combinaciones posibles)
- Si no ponemos nada en las Unidades de Millar, podríamos poner 4 en las decenas, 4 en las unidades, 2 en cada una, 3 en las decenas y 1 en lals unidades, o 1 en las decenas y 3 en las unidades (habría 5 combinaciones). Pero, por lo explicado antes, estos casos debemos descartarlos.

Entonces, en total, tenemos:

$$\boxed{1 + 2 + 3 + 4 = 10 \text{ combinaciones}}$$

Por lo tanto, **la opción correcta es la D**.

8. (★★) Angélica ha construido la siguiente figura formada por 4 cuadrados. Cada cuadrado tiene un cuarto del área del cuadrado anterior. El área del cuadrado marcado con un 2 es de 400 centímetros cuadrados.



¿Cuál es el perímetro de la figura?

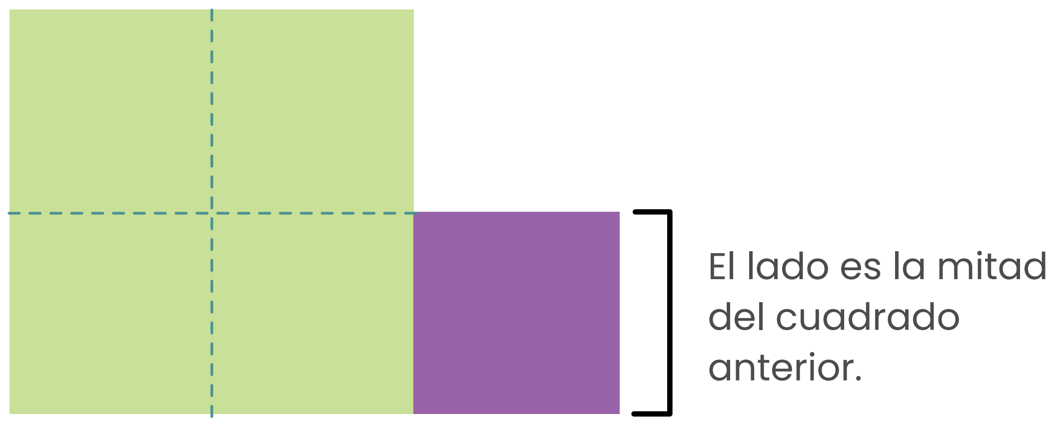
a. 230 cm
b. 300 cm
c. 1050 cm
d. 2125 cm.

Solución 1

Para resolver este problema tomemos en cuenta lo siguiente:

- El área de un cuadrado es lado x lado.
- Cada cuadrado tiene un cuarto del área del cuadrado anterior.
- El cuadrado 2 tiene un área de 400 cm^2.

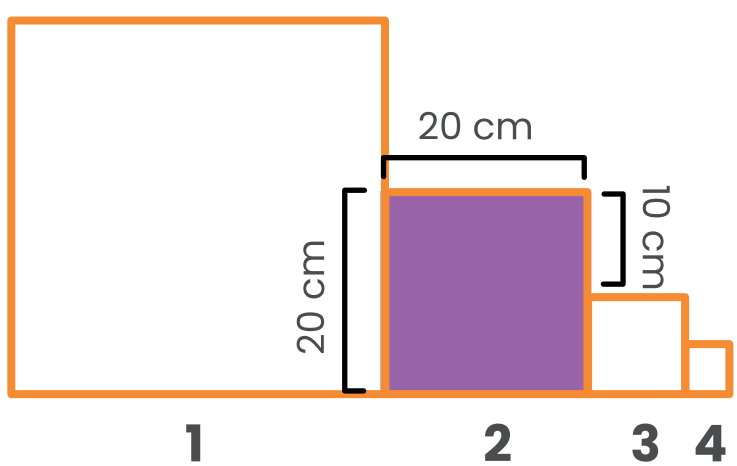
Primero, si el área de cada cuadrado es un cuarto o 4 veces menor que el anterior, eso significa que **el lado del cuadrado es la mitad** del anterior:



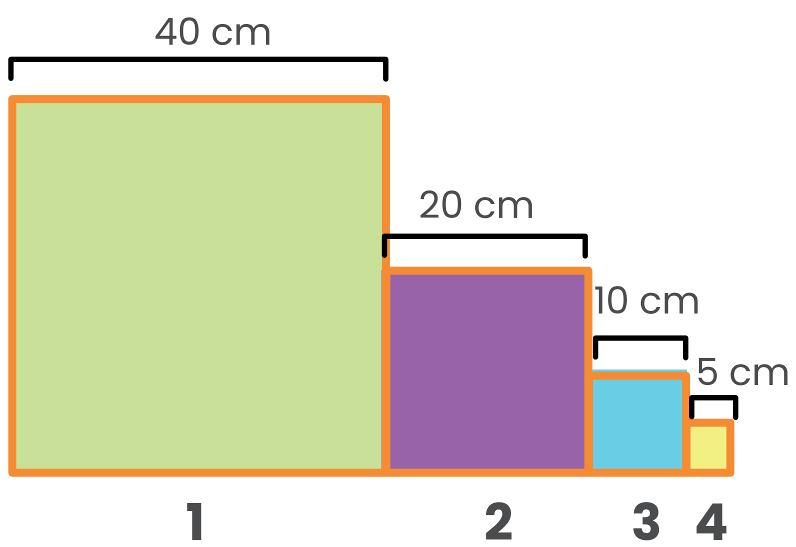
Segundo, si el cuadrado 2 tiene un área de 400 cm² eso quiere decir que necesitamos un número que multiplicado por sí mismo dé 400:

$$20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} = 400 \text{ cm}^2$$

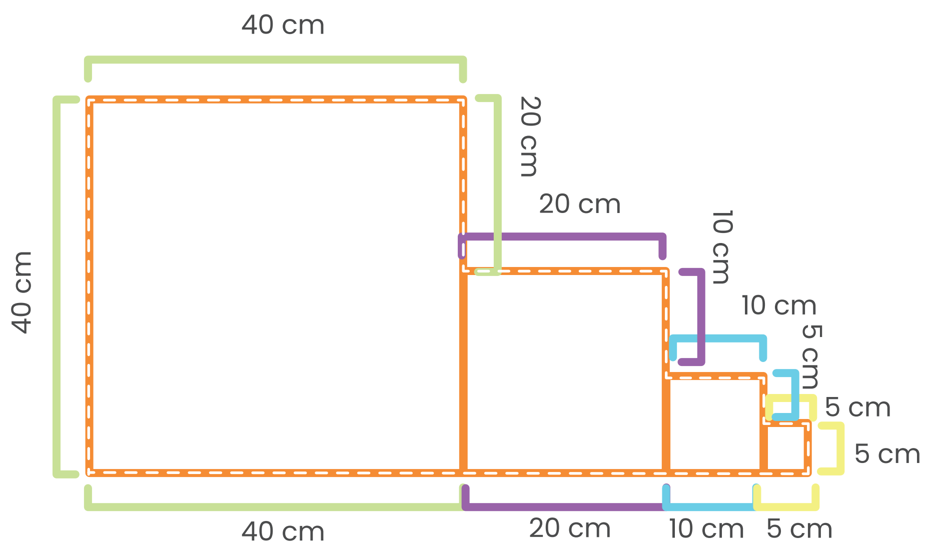
De este modo, 20 cm sería la medida del lado del cuadrado 2:



Con estos datos y sabiendo que el lado de cada cuadrado es la mitad del anterior, podemos deducir las medidas de los demás cuadrados:



Ya con esta información podemos encontrar el perímetro de la figura. Pero antes, recordemos que el perímetro es la longitud del borde o contorno de la figura (está representado de líneas punteadas blancas):



Sabiendo esto, podemos calcularlo:

Perímetro de la figura

40 + 40 + 40 + 20 + 20 + 20 + 10 + 10 + 10 +5 + 5 + 5 + 5 = 230

Por lo tanto, **la opción correcta es la A**. El perímetro de la figura es de 230 cm.

Solución 2

Partiendo de los datos que tenemos inicialmente del cuadrado 2:

Si el cuadrado 2 tiene un área de 400 cm^2 eso quiere decir que necesitamos un número que multiplicado por sí mismo dé 400:

$$20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} = 400 \text{ cm}^2$$

De este modo, 20 cm sería la medida del lado del cuadrado 2. Como cada cuadrado es **un cuarto del área del anterior**, eso significa que su **lado es la mitad** del anterior, como lo representamos en la tabla siguiente:

Cuadrado	Área (cm²)	Lado (cm)
1	1600	40
2	400	20
3	100	10
4	25	5

Ahora nos preguntamos: ¿Cuántos lados de cada cuadrado **aparecen en el borde exterior** (perímetro) de la figura? Al observar la forma escalonada de la figura (puede imaginarse como escaleras que bajan hacia la derecha), cada cuadrado **aporta 3 lados al perímetro** (porque el lado que toca al cuadrado anterior no se ve).

Entonces:

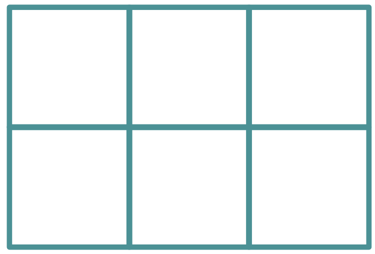
Cuadrado	Área (cm^2)	Lado (cm)	Aporte al perímetro
1	1600	40	$40 \times 3 = 120$
2	400	20	$20 \times 3 = 60$
3	100	10	$10 \times 3 = 30$
4	25	5	$5 \times 4 = 20$

Y sumando los aportes de cada figura:

$$P = 120 + 60 + 30 + 20 = 230cm$$

Por lo tanto, **la opción correcta es la A**. El perímetro es de 230 cm.

9. (★★★) Observe la figura adjunta, que representa la ventana de una habitación.



Con respecto a la figura, ¿Cuántos rectángulos hay?

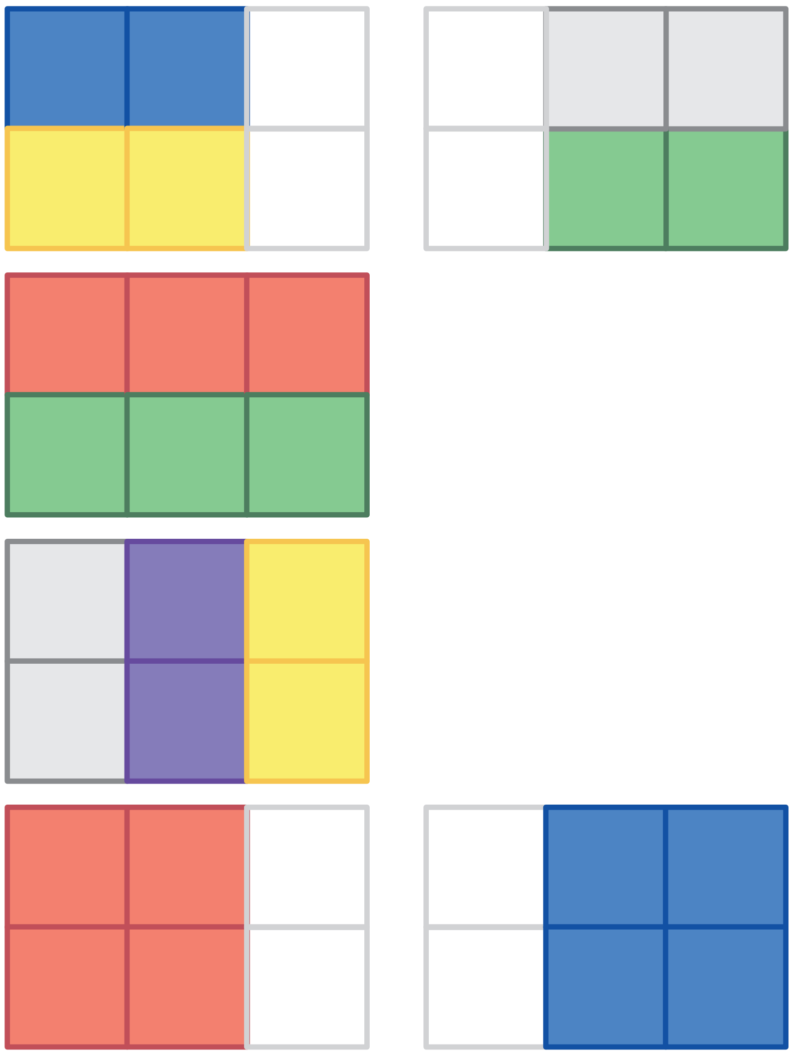
a. 10 **b.** 14 **c.** 16 **d.** 18

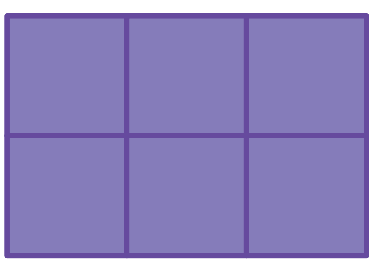
Solución

Para resolver este ejercicio debemos ubicar todos los rectángulos de la figura; sin embargo, ¿recuerdas qué es un rectángulo?

Un rectángulo se define como un cuadrilátero con cuatro ángulos rectos (90 grados)

Sabiendo lo anterior, encontremos los rectángulos presentes. Comencemos de los de menor tamaño hasta el más grande:





Sabiendo lo anterior, podemos sumar todos lo rectángulos hallados:

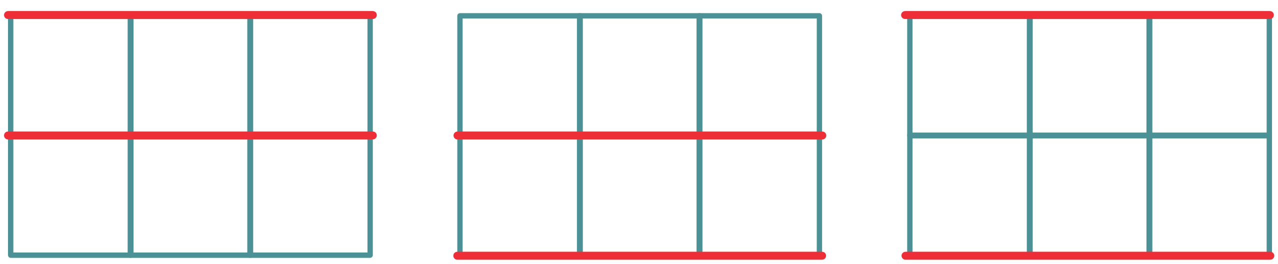
$$6 + 4 + 2 + 3 + 3 + 1 = 18$$

Por tanto, **la opción correcta es la D**. La figura tiene 18 rectángulos.

Solución 2

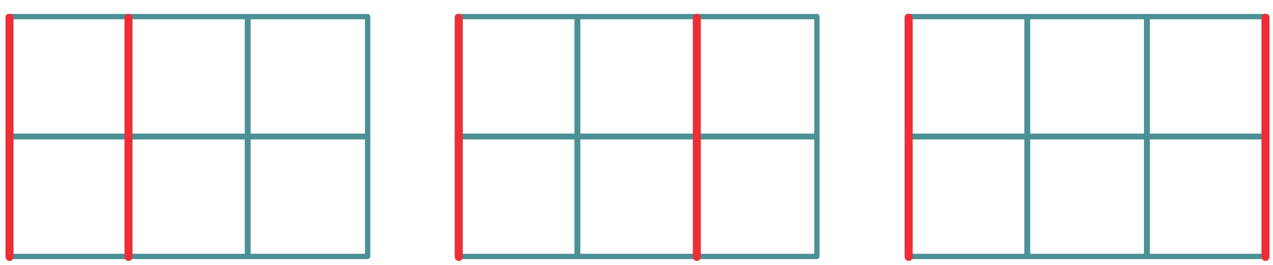
Como las líneas de la ventana son horizontales o verticales, para formar rectángulos, basta con escoger dos líneas horizontales (de 3 posibles) y 2 verticales (de 4 posibles). Ahora, consideremos lo siguiente:

- ¿De cuántas formas distintas podemos escoger las dos líneas horizontales? Tenemos 3 posibilidades, como se muestra:

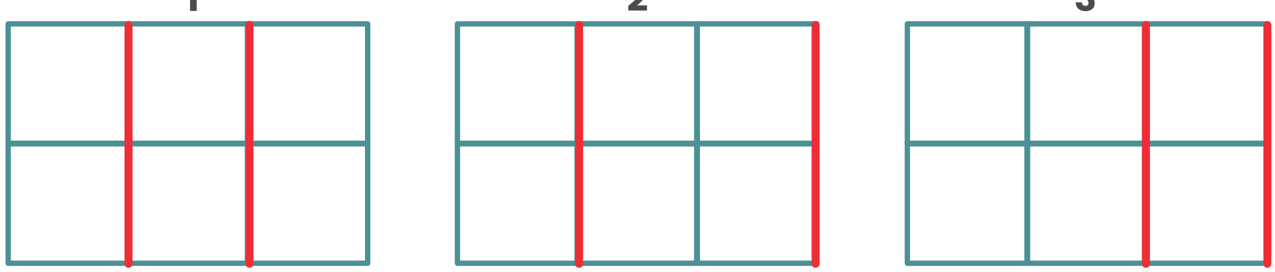


A B C

- ¿De cuántas formas distintas Podemos escoger las dos líneas verticales? En este caso, tenemos 6 posibilidades, como se muestra:

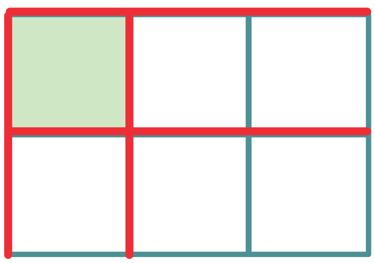


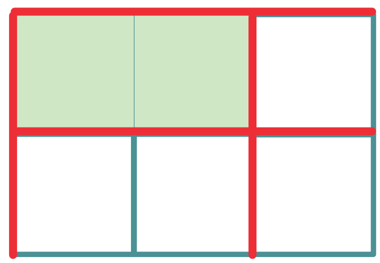
1 2 3



4 5 6

Ahora, por cada opción de líneas verticales, podemos escoger cualquier par de líneas horizontales, formando un rectángulo diferente. Por ejemplo, si escogemos Ay1, y Ay2, obtenemos dos rectángulos distintos:


Rectángulo A1


Rectángulo A2

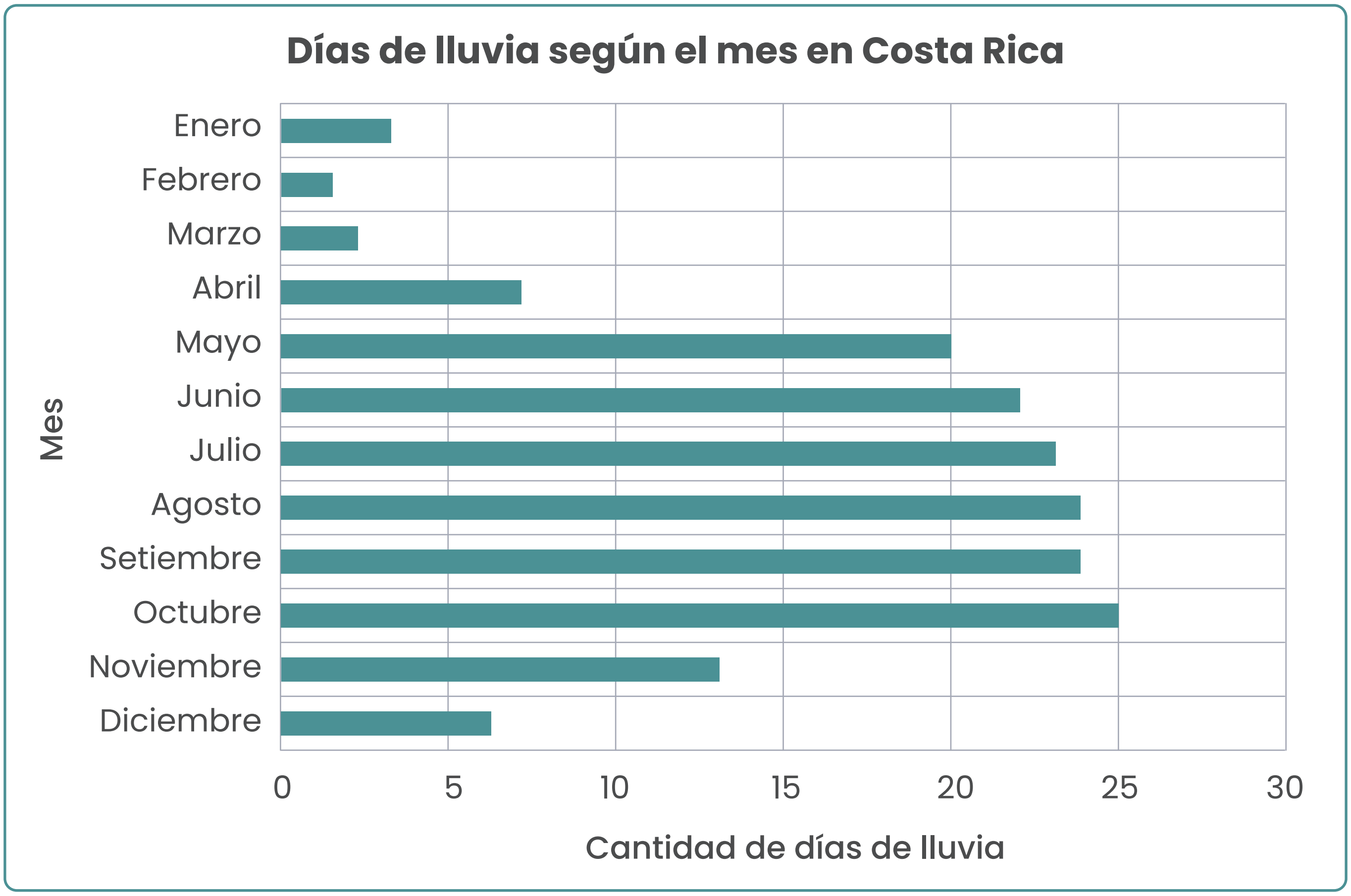
Siguiendo el razonamiento anterior, para cada par de líneas verticales, tenemos seis posibilidades de pares horizontales, por lo que nos quedan un total de

3(combinaciones horizontales)×6(combinaciones verticales)=

18 rectángulos

Por tanto, **la opción correcta es la D**. La figura tiene 18 rectángulos.

10. (★) En la escuela, las y los estudiantes estaban estudiando la época seca y la época lluviosa de nuestro país. La época lluviosa corresponde a los meses en los que llueve más de 15 días. Según el gráfico



Fuente: Clima de Costa Rica, 2024, *https://crstours.es/clima-de-costa-rica/*

¿Cuál de las siguientes alternativas es una conclusión que se puede obtener del gráfico?

a. Se puede decir que la época lluviosa inicia en diciembre.
b. La época seca corresponde sólo a los últimos dos meses del final.

c. La época lluviosa abarca seis meses del año.
d. La época lluviosa tiene más meses que la época seca.

Solución 1

Para realizar este ejercicio recordemos que debe llover más de 15 días para que un mes sea considerado de época lluviosa.

Ahora, analicemos la afirmación presentada en cada una de las opciones:

- Opción A. **La época lluviosa inicia en diciembre**

Es falso porque la época lluviosa inicia en mayo, según el gráfico en este mes llueve un aproximado de 20 días.

- Opción B. **La época seca corresponde sólo a los últimos dos meses del año**

Es falso porque en enero, febrero y abril llueve menos de 15 días.

- Opción D. **La época lluviosa tiene más meses que la época seca**

Es falso porque ambas épocas, seca y lluvioso, tienen una duración de 6 meses.

- Opción C. **La época lluviosa abarca seis meses del año**

Es verdadero, en los meses de mayo, junio, julio, agosto, setiembre y octubre llueve más de 15 días.

Por lo tanto, **la opción correcta es la C**. La época lluviosa abarca seis meses del año.

Solución 2

Analizando directamente el gráfico dado, vemos que los meses que llueve más de 15 días son mayo, junio, julio, agosto, setiembre y octubre. Es decir, seis meses al año, a partir de mayo. Esa interpretación nos permite descartar las opciones A, B y D.

Por lo tanto, **la opción correcta es la C**. La época lluviosa abarca seis meses del año.

11. (★★★) Dani juega en una máquina de lanzar canastas de baloncesto. Según la cantidad de puntos encestados la máquina le regresa unos tiquetes que luego puede cambiar por golosinas. Dani ha registrado durante varias semanas los puntos anotados y los tiquetes recibidos, y los ha ordenado en la tabla de la imagen.

Puntos anotados	Tiquetes recibidos
1	4
2	8
3	14
4	22
5	
6	44

Según el patrón observado en la tabla, ¿cuántos tiquetes obtendría si anota 5 puntos? (★)

a. 26
b. 32
c. 38
d. 42

Solución 1

Para resolver este ejercicio es necesario encontrar el patrón que existe entre los tiquetes recibidos. Para esto, observemos cómo van aumentando los tiquetes cada vez que Dani anota un punto extra.

Entre el punto 1 y 2

- Cuando Dani anota **1 punto**, recibe **4 tiquetes**.
- Cuando anota **2 puntos**, recibe **8 tiquetes**.

Eso significa que al pasar de 1 a 2 puntos, la máquina le dio **4 tiquetes más**.

Puntos anotados	Tiquetes recibidos
1	4
2	8
3	14
4	22
5	?
6	44

+4

Entre el punto 2 y 3

- Cuando Dani anota **2 punto**, recibe **8 tiquetes**.
- Cuando anota **3 puntos**, recibe **14 tiquetes**.

Eso significa que al pasar de 2 a 3 puntos, la máquina le dio **6 tiquetes más**.

Puntos anotados	Tiquetes recibidos
1	4
2	8
3	14
4	22
5	?
6	44

+6

Entre el punto 3 y 4

- Cuando Dani anota **3 punto**, recibe **14 tiquetes**.
- Cuando anota **4 puntos**, recibe **22 tiquetes**.

Puntos anotados	Tiquetes recibidos	
1	4	
2	8	
3	14	+8
4	22	
5	?	
6	44	

Eso significa que al pasar de 2 a 3 puntos, la máquina le dio **8 tiquetes más**.

Si prestamos atención, el aumento sigue un patrón: **+4, +6, +8**...
Entonces, el siguiente aumento debe ser **+10**. Eso quiere decir que,

Puntos anotados	Tiquetes recibidos	
1	4	+4
2	8	+6
3	14	+8
4	22	+10
5	**32**	+12
6	44	

Como con 4 puntos Dani recibe 22 tiquetes, con 5 recibirá: **22 + 10 = 32**. Entonces, podemos afirmar que **la opción correcta es la B**.

Solución 2

Podemos pensar en patrones de multiplicación y sumas, que se pueden resumir en el siguiente cuadro:

Puntos	Tiquetes	Patrón
1	4	4
2	8	4+4
3	14	4+4+6
4	22	4+4+6+8
5	**¿32?**	**¿4+4+6+8+10?**
6	44	4+4+6+8+10+12

En los primero 4 casos, hay un patrón aparente: se inicia en 4, y en cada nivel, se agregan 2 tiquetes más a la cantidad de tiquetes que se suma.

El mismo patrón se cumple para 6 puntos

Por tanto, tiene sentido asumir que, para 5 puntos, Dani obtendrá 32 tiquetes

Entonces, podemos afirmar que **la opción correcta es la B**.

12. (★★) Olivia tiene escritos en tarjetas de cartón un conjunto de números mayores que 15 y menores que 56 que son múltiplos de 2 o de 3. Mateo tiene escritos en sus tarjetas un conjunto de números del 12 al 152 que son múltiplos de 5.

Si cada uno calcula la diferencia entre la suma los números pares y la suma de números impares que tiene en sus tarjetas.

¿Cuál es la diferencia entre el resultado obtenido por ambos?

a. 70
b. 216
c. 414
d. 484

Solución 1

Recordemos,

Los **múltiplos** de un número son todos los posibles resultados que podemos obtener al multiplicar ese número por los números naturales.

Ejemplos:

- 16 es múltiplo de 2 porque $2 \times 8 = 16$
- 18 es múltiplo de 3 porque $3 \times 6 = 18$
- 20 es múltiplo de 5 porque $5 \times 4 = 20$

Los **números pares** son aquellos que no se pueden dividir entre 2. Terminan en 0, 2, 4, 6 y 8.

Los **números impares** son aquellos que no se pueden dividir entre 2. Terminan en 1, 3, 5, 7 y 9.

Sabiendo lo anterior, primero determinemos los números múltiplos de Olivia y de Mateo:

Números de Olivia (entre 15 y 56)

- **Múltiplos de 2 o 3:**
16, 18, 20, 21, 22, 24, 26, 27, 28, 30, 32, 33, 34, 36, 38, 39, 40, 42, 44, 45, 46, 48, 50, 51, 52 y 54.

Números de Mateo (entre 12 y 152)

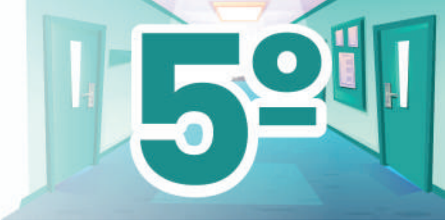
Ahora, clasifiquemos la lista de números de Olivia y Mateo en números en pares e impares:

Olivia

- **Pares:** 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50, 52 y 54.
- **Impares:** 21, 27, 33, 39, 45 y 51.

Mateo

- **Pares:** 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140 y 150.
- **Impares:** 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95, 105, 115, 125, 135 y 145.



A continuación, sumemos la cantidad los números pares e impares de cada uno:

Olivia

- **Pares:** 16 + 18 + 20 + 22 + 24 + 26 + 28 + 30 + 32 + 34 + 36 + 38 + 40 + 42 + 44 + 46 + 48 + 50 + 52 + 54 = **700**
- **Impares:** 21 + 27 + 33 + 39 + 45 + 51 = **216**

Mateo

- **Pares:** 20 + 30 + 40 + 50 + 60 + 70 + 80 + 90 + 100 + 110 + 120 + 130 + 140 + 150 = **1190**
- **Impares:** 15 + 25 + 35 + 45 + 55 + 65 + 75 + 85 + 95 + 105 + 115 + 125 + 135 + 145 = **1120**

Ahora, calculemos la diferencia entre números pares e impares de Olivia y de Mateo. Para esto, al resultado de la suma de números pares le restamos el de los números impares.

Diferencia de Olivia: pares – impares: 700 – 216 = 484
Diferencia de Mateo: pares – impares: 1190 – 1120 = 70

Ya tenemos los resultados de cada uno, ahora hallemos la diferencia entre el resultado obtenido por ambos:

Diferencia de Olivia – diferencia de Mateo = diferencia entre ambos
484 – 70 = 414

Entonces, **la opción correcta es la C**. La diferencia la diferencia entre el resultado obtenido por Olivia y Matero es de 414 números.

Solución 2

Podríamos identificar algunos patrones en los números de Olivia y Mateo:

Caso de Olivia:

Números pares:

- Del 16 al 54 hay 40 números, como tomamos solo los pares, tendremos 20 números.
- Si los ordenamos en parejas, el primero con el último, el segundo con el penúltimo, y así sucesivamente, tendremos diez parejas.
- Además, al sumar cada pareja de las anteriores se obtiene 70 (16+54=18+52=...=70).
- Si sumamos todas las parejas, tenemos 10 veces 70, es decir, **700**.

Números impares:

- Van de 6 en 6, del 21 al 51, por lo que hay seis números.
- Si hacemos lo mismo que con los pares, podemos hacer tres parejas, cada una suma 72.
- La suma total es igual a 3 veces 72, es decir, **216**.

Restamos ambas sumas: 700-216 = **484**.

Ahora, hacemos lo mismo para Mateo

Caso de Mateo:

Números múltiplos de 5 entre 15 y 150:

- Entre 15 y 150 hay 28 números múltiplos de 5.
- Como la mitad son pares (terminados en 0), y la mitad impares (terminados en 5), hay 14 de cada uno.

Números impares:

- Si los ordenamos y sumamos en parejas, el primero con el último, el segundo con el penúltimo, y así sucesivamente, cada pareja suma 160 (15+145=25+135=160).
- Como hay 7 parejas, la suma total es igual a 160x7 = **1120**

Números pares:

- Si los ordenamos y sumamos en parejas, el primero con el último, el segundo con el penúltimo, y así sucesivamente, cada pareja suma 160 (20+150=30+140=170).
- Como hay 7 parejas, la suma total es igual a 170x7 = **1190**

Restamos ambas sumas: 1120-1190 = **70**.

Luego, restamos ambas diferencias, y 484-70=414. Entonces, **la opción correcta es la C**.

13. (★) Martín sale a comprar bolsas de papel para empacar bocadillos. Él necesita comprar 184 bolsas pequeñas y 215 bolsas grandes. En la tienda se percató que las bolsas se venden en paquetes. El paquete de bolsas pequeñas cuesta 550 colones y contiene 24 bolsas. El paquete de bolsas grandes cuesta 875 colones y contiene 25 bolsas. Si Martín compra la mínima cantidad de paquetes para cubrir su necesidad, ¿cuántos colones paga?

Solución 1

Para resolver este problema debemos tomar en cuenta los siguientes aspectos:

- Martín debe comprar 184 bolsas pequeñas y 215 bolsas grandes.
- El paquete de bolsas pequeñas cuesta ₡ 550 y tiene 24 bolsas.
- El paquete de bolsas grandes cuesta ₡ 875 y tiene 25 bolsas.

Sabiendo lo anterior, primero debemos calcular cuántos paquetes de cada clase necesita Martín. Para esto, podemos dividir la cantidad de bolsas que necesita según la clase entre la cantidad de bolsas que trae el respectivo paquete:

cantidad de bolsas pequeñas que necesita Martín ← 184 | 8 → cantidad de bolsas que trae un paquete grande

-168 | 7 → cantidad de paquetes de

bolsas que sobran ← 16

Observemos que si compramos 7 paquetes, faltarían 16 bolsas pequeñas por comprar. Como los paquetes se venden enteros, eso significa que debemos comprar 8 paquetes en vez de 7.

Ahora, revisemos cuántos paquetes necesita Martín de bolsas grandes:

cantidad de bolsas pequeñas que necesita Martín ← 215 | 25 → cantidad de bolsas que trae un paquete grande

-200 | 8 → cantidad de paquetes de

bolsas que sobran ← 15

Al igual que con el paquete anterior, miremos que sobraron 15 bolsas grandes, eso significa que debemos comprar 9 paquetes en vez de 8 para que no nos falten.

Ya sabemos que Martín necesita 8 paquetes de bolsas pequeñas y 9 paquetes de grandes. Ahora, calculemos el precio que debe pagar:

(8 paquetes pequeños x ₡ 550) + (9 paquetes grandes x ₡ 875) =

4400 + 7875 =

12 275

Respuesta: así, la cantidad mínima que debe pagar Martín por los paquetes de bolsas **es ₡ 12 275**.

Solución 2

Podemos calcular la cantidad que buscamos, sumando consecutivamente paquetes hasta superar la cantidad de bolsas necesarias, así:

Bolsas pequeñas	
Cantidad de paquetes	**Cantidad de bolsas**
1	24
2	48
3	72
4	96
5	120
6	144
7	168
8	192 ✓
Con 8, pasamos 184 bolsas	

Bolsas grandes	
Cantidad de paquetes	**Cantidad de bolsas**
1	25
2	50
3	75
4	100
5	125
6	150
7	175
8	200
9	225
Con 9, pasamos 215 bolsas	

Para saber cuánto debe pagar martín, multiplicamos la cantidad de bolsas por su precio, y sumamos ambos montos:

(8 paquetes pequeños x ₡ 550) + (9 paquetes grandes x ₡ 875) =

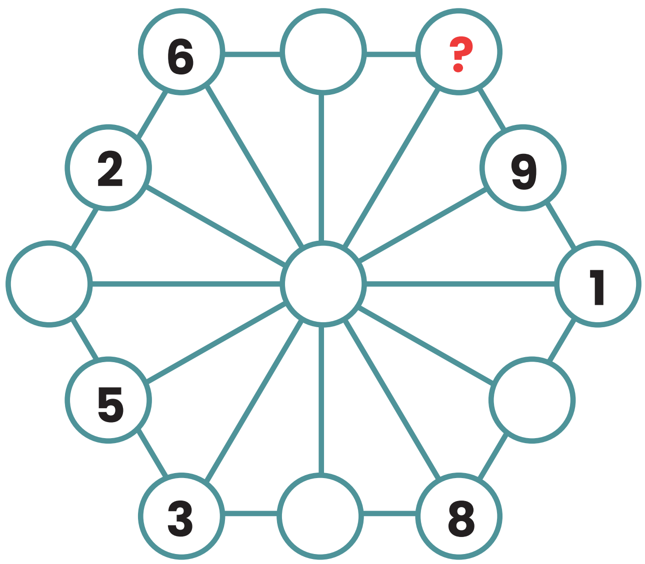
4400 + 7875 =

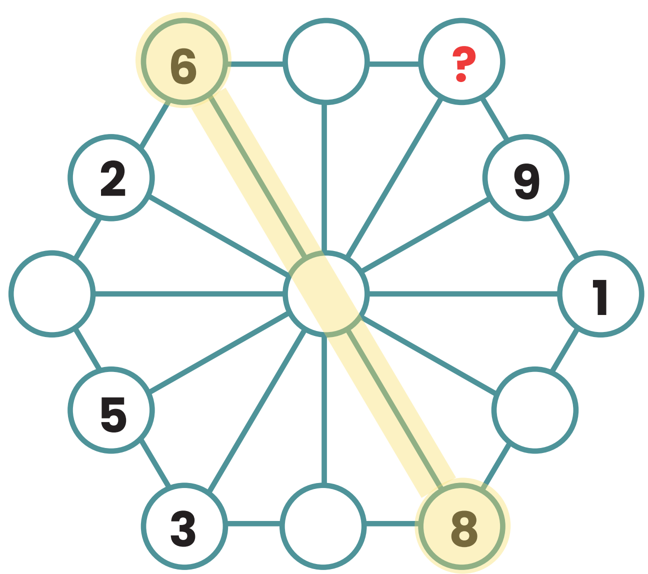
12 275

Respuesta: así, la cantidad mínima que debe pagar Martín por los paquetes de bolsas **es ₡ 12 275**.

14. (★★★) Lucía acomoda los números del 1 al 13, uno por círculo, de modo que cada uno de los seis lados, y cada una de las seis líneas que pasan por el centro, sumen igual.

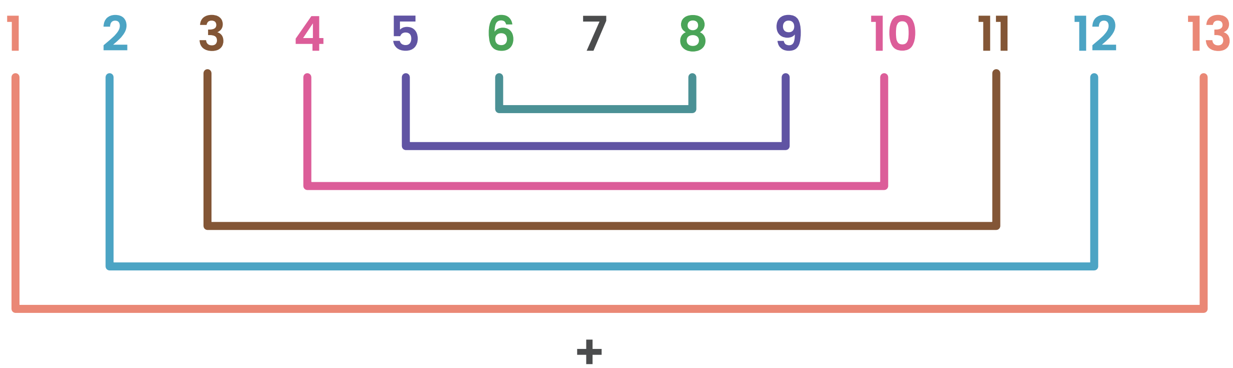
¿Cuál es el número en el círculo marcado con un signo de interrogación?





Solución 1
Para resolver este ejercicio, observemos con atención los números presente en la figura. Partamos del 6 y 8 que se encuentran alineados.

Si ordenamos los números de forma ascendente (de menor a mayor) nos damos cuenta que 6 + 8 da como resultado 14.

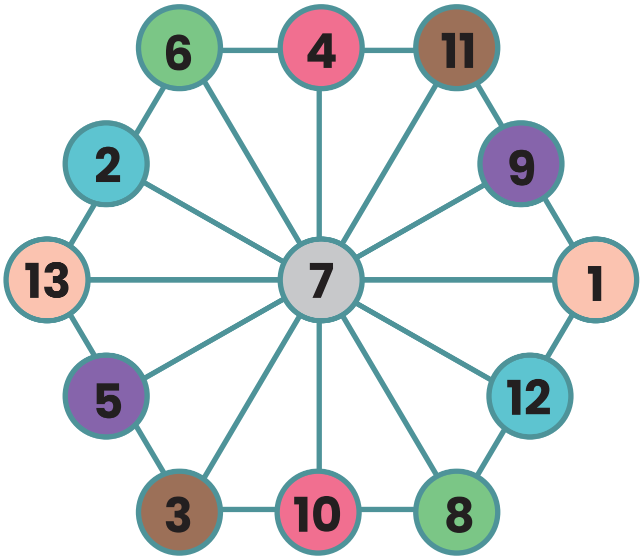


Pasa exactamente lo mismo con los otros números que están a la misma distancia del 7:

1 + 13 = 14
2 + 12 = 14
3 + 11 = 14
4 + 10 = 14
5 + 9 = 14

Sabiendo esto, podemos afirmar que el 7 es el número que está en el centro de la figura y conlleva a que la suma tanto de las líneas que pasan por el centro como de los lados de la figura, sumen 21:

1 + 7 + 13 = 21
2 + 7 + 12 = 21
3 + 7 + 11 = 21
4 + 7 + 10 = 21
5 + 7 + 9 = 21
6 + 7 + 8 = 21



Entonces, **el número en el círculo marcado con un signo de interrogación es el 11**.

Solución 2
Tenemos que acomodar los números del 1 al 13, si sumamos todos ellos, da

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 91$$

Lo que significa que tenemos que repartir 91 entre los 13 círculos, de modo que cada fila de 3 sume lo mismo. Pero el número del centro se suma seis veces, entonces, la suma total debe ser:

$$91 + (\textit{5 veces más el número del centro})$$

Podemos probar por tanteo el número que está en el centro, iniciando con el 7, ya que es el número que está al centro de la lista, y tenemos:

$$91 + (5 \times 7) = 91 + 35 = 126$$

Es decir, si 7 es el número del centro, todas las filas sumadas deben dar 126, y como son 6 filas y todas suman igual, entonces cada fila debe sumar:

$$126 \div 6 = 21$$

Hacemos parejas de números que al sumar con 7 den 21:

Primer número	Centro	Tercer número
1	7	13
2	7	12
3	7	11
4	7	10
5	7	9
6	7	8

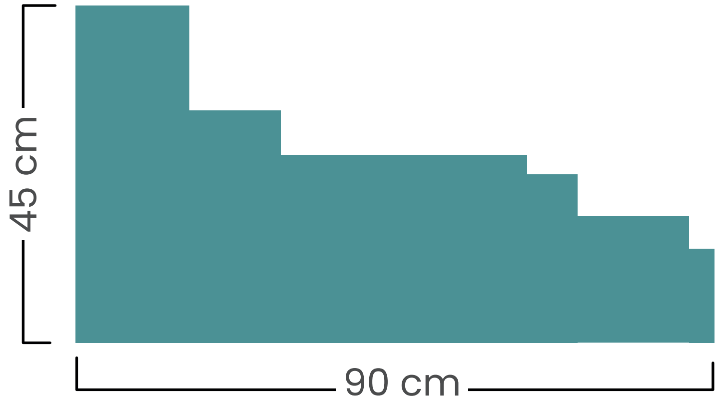
Respuesta: entonces, el número en el círculo marcado con un signo de interrogación es el 11.

15. (★) Daniela tomó una cartulina de 45cm de ancho y la cortó conservando un largo y un ancho de la cartulina original. Si el largo de la cartulina es el doble que el ancho, ¿cuál es el perímetro en centímetros de la figura realizada por Daniela?

Solución 1

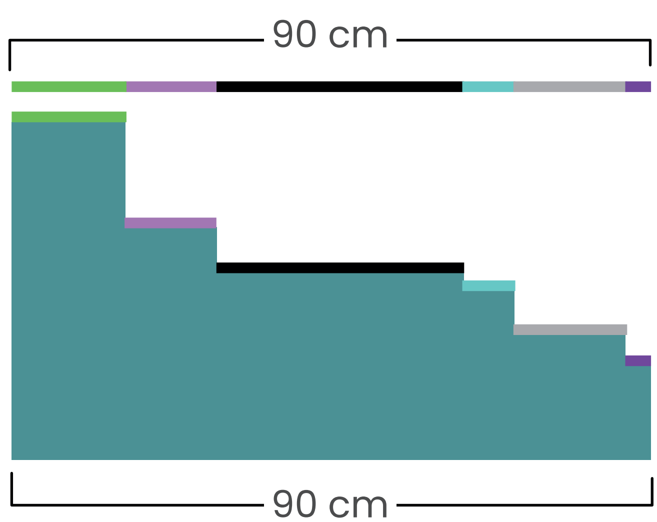
Recordemos que el perímetro de una figura geométrica es la longitud de su contorno o borde. Para encontrarlo debemos sumar los lados de dicha figura.

Para resolver este ejercicio debemos tener en cuenta que el largo de la cartulina es el doble que el ancho. Eso quiere decir que como el ancho es 45 cm, el largo es doble, o sea, 90 cm:

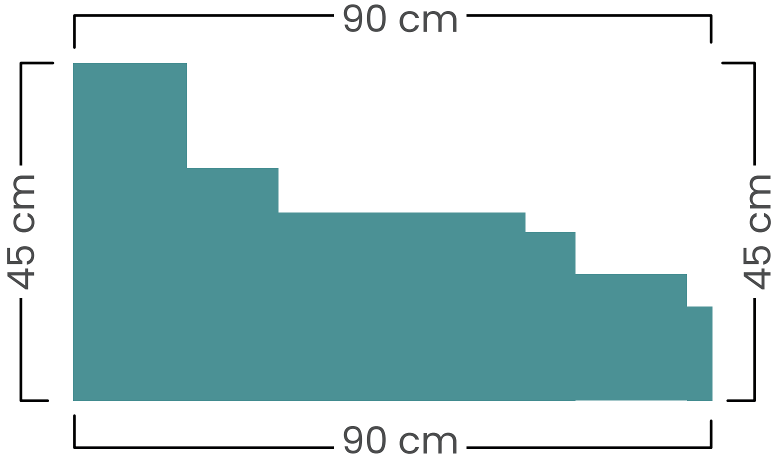


Ahora, observemos detenidamente los cortes verticales que realizó Daniela (los marcaremos de colores para que sea más fácil identificarlos). Estos cortes verticales son rectos y paralelos al lado de 45 cm. Si se unen, obtenemos una longitud igual a la del lado de 45 cm.

Al igual que los cortes verticales, lo horizontales también son rectos y paralelos al lado de 90 cm. Veamos que si los unimos, tenemos una longitud igual a la del lado de 45 cm.



Ya sabemos la medida de los lados de la figura, así que podemos calcular su perímetro:

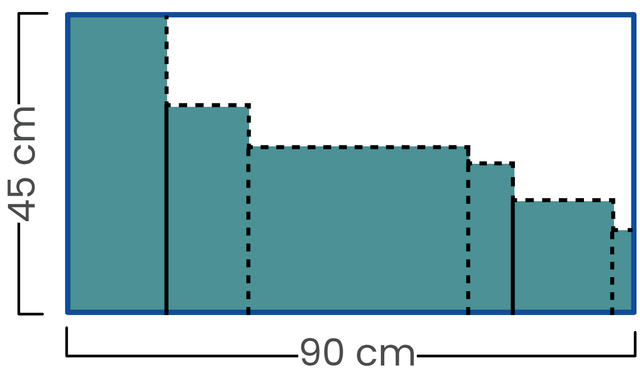


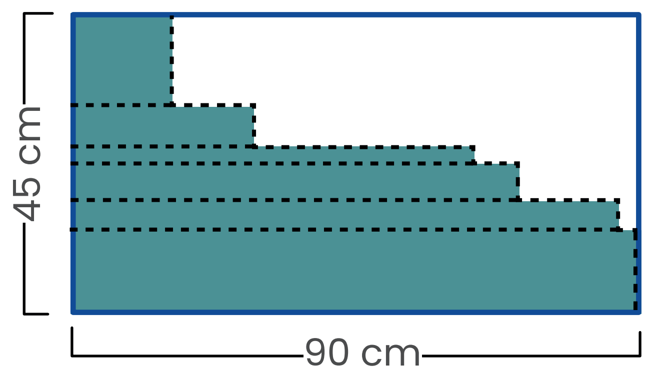
45 cm + 45 cm + 90 cm + 90 cm = 270 cm

Por lo tanto, el perímetro de la figura es igual a 270 cm.

Solución 2

Como el largo y el ancho de la cartulina original se mantienen, figurándonos la cartulina sobre el fragmento recortado y descomponiéndola en rectángulos verticales, vemos que la suma de las bases de cada rectángulo es igual al largo de la original. Lo mismo pasa con las alturas de cada rectángulo si partimos horizontalmente, en relación con la altura original:





Entonces, podemos afirmar que las medidas del contorno de la pieza son las mismas que la de la cartulina original, y su perímetro no varía. El perímetro total es de 45 cm + 45 cm + 90 cm + 90 cm = 270 cm.

Respuesta: por lo tanto, **el perímetro de la figura es igual a 270 cm**.

16. (★★★) Han contado y clasificado los insectos de un museo. Encontraron que un tercio son hormigas, un quinto mariposas, dos novenos son moscas y el resto de los insectos los clasificaron en ejemplares únicos. De estos ejemplares únicos, el museo tiene 44. ¿Cuántos insectos en total tiene este museo?

Solución 1

Para resolver este problema tomemos en cuenta la siguiente clasificación de insectos del museo:

$\frac{1}{3}$ son **hormigas**  $\frac{1}{5}$ son **mariposas**  $\frac{1}{9}$ son **moscas** 

El resto, son **insectos únicos** (insectos que no se repiten) son **44**.

Observa que todas las fracciones tienen denominadores diferentes (3, 5 y 9), así que vamos a transformarlas en fracciones con el mismo denominador.

Para saber cuál es el número que funciona de denominador para estas tres fracciones podemos ayudarnos de los múltiplos:

Veamos las tablas de multiplicar del

Tabla del 3:

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, **45**, ...

Tabla del 5:

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, **45**, ...

Tabla del 9:

9, 18, 27, 36, **45**, ...

Observemos que 45 es un múltiplo común a 3, 5 y 9, por lo que nos sirve como nuevo denominador para todas las fracciones.

Ahora bien, recordemos que si transformamos el denominador de las fracciones a 45, los numeradores también los debemos cambiar:

$$\frac{1}{3} \xrightarrow{\times 15} \frac{\mathbf{15}}{\mathbf{45}} \qquad \frac{1}{5} \xrightarrow{\times 9} \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{45}} \qquad \frac{2}{9} \xrightarrow{\times 5} \frac{\mathbf{10}}{\mathbf{45}}$$

Así, ya determinamos las fracciones equivalentes:

$\frac{15}{45}$ son **hormigas**  $\frac{9}{45}$ son **mariposas**  $\frac{10}{45}$ son **moscas** 

Regresando al problema, nos piden saber el total de insectos, por lo que es necesario sumar la fracción de hormigas, más la de mariposas, más la de moscas:

$$\frac{15}{45} + \frac{9}{45} + \frac{10}{45} = \frac{34}{45}$$

De este modo, 34 de cada 45 insectos es la cantidad de ejemplares que no son únicos. Esto quiere decir que los **insectos únicos** son los otros **11 de cada 45**.

Sabemos que esos insectos únicos son 44 en total. Entonces, si 11 partes valen 44 insectos, eso quiere decir que cada parte vale 4 insectos, porque:

$$44 \div 11 = 4$$

Ahora, como en total hay 45 partes, solo multiplicamos:

$$\mathbf{45 \times 4 = 180}$$

Por lo tanto, **el museo tiene 180 insectos en total**.

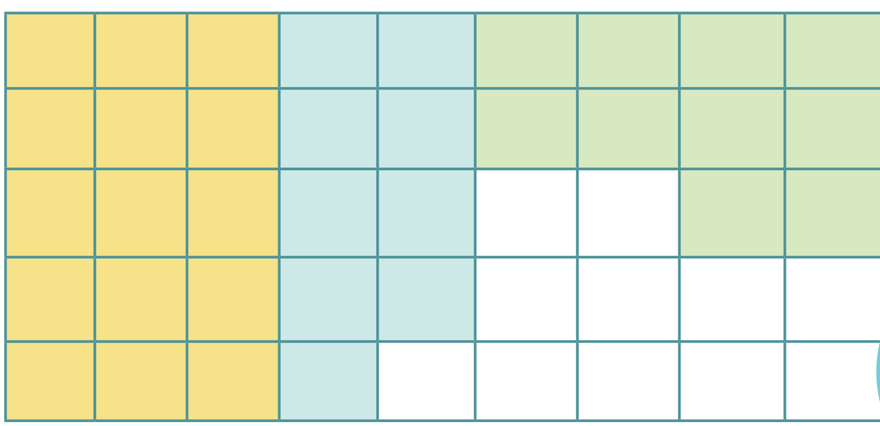
Solución 2
imaginamos la cantidad de insectos como un paquete entero, del que sabemos:

- ☑ Un **tercio** de hormigas $\left(\frac{1}{3}\right)$,
- ☑ Un **quinto** de mariposas $\left(\frac{1}{5}\right)$,
- ☑ **Dos novenos** de moscas $\left(\frac{2}{9}\right)$
- ☑ y el **resto** son insectos únicos. Sabemos que hay **44 insectos únicos**.

Para representar esas cantidades como parte del total, es útil tener fracciones con partes “del mismo tamaño” (con el mismo denominador), que debe ser múltiplo de 3, 5, 9. Pero 9 es múltiplo de 3, y como 5 y 9 no tienen divisores comunes, el número más pequeño que es, a la vez, múltiplo de los tres, es 5 x 9 = 45. Si amplificamos las fracciones tenemos que:

- ☑ Un **tercio** de hormigas ($\frac{1}{3}$), entonces $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 15}{3 \times 15} = \frac{15}{45}$ son hormigas.
- ☑ Un **quinto** de mariposas ($\frac{1}{5}$), entonces $\frac{1}{5} = \frac{1 \times 9}{5 \times 9} = \frac{9}{45}$ son mariposas.
- ☑ **Dos novenos** de moscas ($\frac{2}{9}$), entonces $\frac{2}{9} = \frac{2 \times 5}{9 \times 5} = \frac{10}{45}$ son moscas.

Si representamos esas cantidades en un bloque de total:



Por resta, vemos que nos quedan $\frac{11}{45}$ que son otras especies únicas, y eso equivale a 44 insectos. Por regla de 3, podemos calcular la cantidad total de insectos:

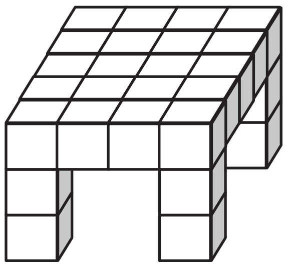
$$\mathbf{11 : 45 :: 44 : ?}$$

$$\mathbf{? = \frac{45 \times 44}{11} = 45 \times 4 = 180}$$

Por lo tanto, **el museo tiene 180 insectos en total.**

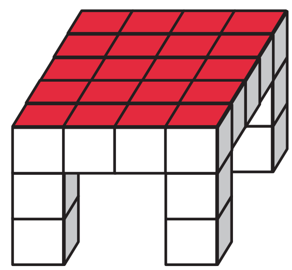
17. (★★) Marco ha construido una mesa de cuatro patas del mismo tamaño, pegando cubos de madera como se muestra la imagen. ¿Cuántas caras de los cubos originales quedaron visibles considerando toda la mesa?

a. 41
b. 70
c. 86
d. 112

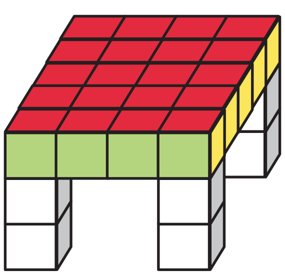


Solución 1. Trabajo de Izquierda a derecha y de arriba hacia abajo.

Se identifican 20 caras en la parte superior de la mesa, como se muestra a continuación:

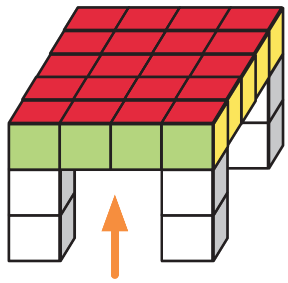


En el borde superior de la mesa se pueden identificar: 4 caras al frente y las 4 que estarían atrás, además, 5 caras al costado derecho y las 5 que estarían al otro lado.



En total: $4 + 4 + 5 + 5 = 18$

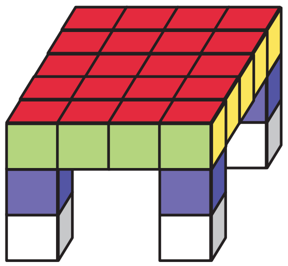
Si observamos, por debajo de la mesa, nos damos cuenta de que hay 4 caras cubiertas en la que se peguen los 4 cubos esquineros que comparten laso con las patas.



Por lo tanto, esta parte inferior tiene entonces 4 caras menos que la cara superior.

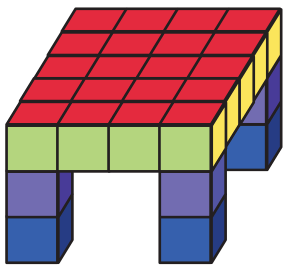
20 - 4 = 16 caras visibles o descubiertas.

En el siguiente nivel, parte superior de las patas, aparecen 4 cubos que comparten 2 sus caras con otros cubos, por lo que cada uno tiene visible 4 caras.



Esos 4 cubos, en total, tendrían 16 caras visibles (4 × 4)

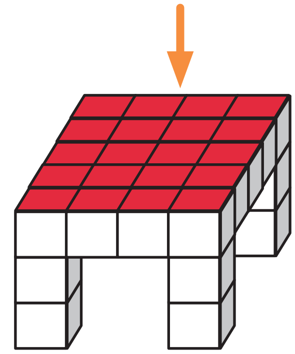
De igual forma pasa con los 4 cubos de la parte inferior de las patas, tendrían dos de sus caras cubierta y por lo tanto quedarían cuatro caras visibles. En total serían otras 16 caras visibles.



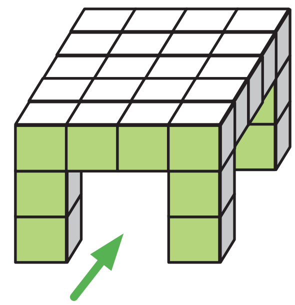
Por lo tanto, se pueden visualizar:
20 + 18 + 16 + 16 + 16 = 86 caras visibles.

Solución 2

En la vista superior, se identifican 20 caras visibles de la mesa.

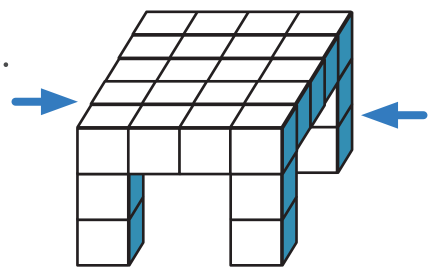


Ahora, si vemos la imagen desde su vista lateral frontal, observamos 8 caras y las 4 que estarían atrás. En esa vista hay12 caras visibles.



En la cara opuesta a esa vista se presentaría la misma situación. 8 caras y las 4 que estarían atrás. Acumulamos otras 12. En total: 12 + 12 = 24

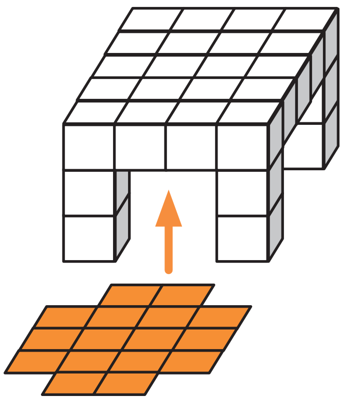
En esta otra vista lateral



Podemos observar 9 caras y las 4 que estarían atrás. En esa vista hay 13 caras visibles.

En la cara opuesta a esa presentaría la misma situación, es decir, 9 caras y las 4 que estarían atrás. Acumulamos otras 13.
En total: 13 + 13 = 26

Por último, en la vista inferior, se observan las caras de opuestas a la parte superior, menos las de las 4 esquinas de la mesa, 20 - 4 o bien 10 + 6 que en total serían 16



Por lo tanto, se pueden visualizar: 20+24+ 26+16=86 caras.

18. (★) En las ferreterías venden algunas reglas de madera por una unidad de medida llamada "vara". Si se sabe que una vara es equivalente a 83,59 centímetros. ¿Cuántos metros hay en 200 varas?

- **a.** 2,39
- **b.** 167,18
- **c.** 239
- **d.** 16 718

Solución 1

Trabaja la relación de varas en centímetros, luego al final hace la conversión a metros. Puede utilizar diferentes estrategias para realizarlo.

Lo resuelve con múltiplos de 10.

1 vara → **83,59 cm**
10 varas → **835,9 cm**
100 varas → **8359 cm**
200 varas → **16 718 cm**
200 varas → **167,18 m**

Convierte de centímetros a metros

Lo resuelve con una operación

1 vara → **83,59 cm**
200 varas → **200 x 83,59 cm**
200 varas → **16 718 cm**
167,18 m

Convierte de centímetros a metros

Por lo tanto, 200 varas equivalen a 167,18 m.

Solución 2

Convierte a metros 1 vara y luego determina la cantidad metros que corresponden a 200 varas, puede utilizar varias estrategias para ese calculo.

Lo resuelve con múltiplos de 10.

1 vara → **83,59 cm**
1 vara → **0, 8359 m**
Convierte de centímetros a metros
10 varas → **8,359 m**
100 varas → **83,59 m**
200 varas → **167,18 m**

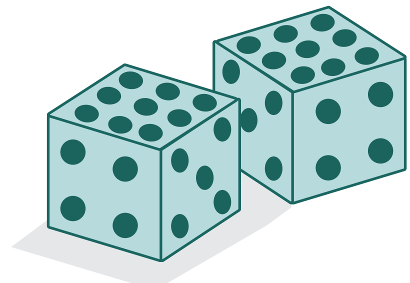
Lo resuelve con una operación.

1 vara → **83,59 cm**
1 vara → **0,8359 m**
Convierte de centímetros a metros
200 varas → **200 x 0,8359**
200 varas **167,18 m**

Por lo tanto, 200 varas equivalen a 167,18 m.

19. (★) Enrique y Xinia juegan a lanzar seis dados comunes, numerados del 1 al 6. El ganador será el que al lanzar obtenga dos tripletas distintas de tres números iguales, sea cual sea el orden de los dados, ¿cuántas posibles combinaciones ganadoras existen para este juego?

a. 6
b. 15
c. 30
d. 36



Solución 1. Análisis de posibilidades.

Se registran las ternas en orden para no dejar ninguna perdida.

Primera terna	Segunda terna (diferente)	recuento
1, 1, 1	2, 2, 2	5
	3, 3, 3	
	4, 4, 4	
	5, 5, 5	
	6, 6, 6	
2, 2, 2	3, 3, 3	4
	4, 4, 4	
	5, 5, 5	
	6, 6, 6	

Primera terna	Segunda terna (diferente)	recuento
3, 3, 3	4, 4, 4	3
	5, 5, 5	
	6, 6, 6	
4, 4, 4	5, 5, 5	2
	6, 6, 6	1
5, 5, 5	6, 6, 6	15

Respuesta: Existen 15 posibles combinaciones ganadoras para este juego.

Solución 2

Poner un representante de la terna, por ejemplo 1 representa la terna 1,1,1 y colocarlas las posibilidades de terna en una representación tabular.

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Note que:

1. Los cuadros grises, no se contabilizan porque representan ternas iguales.

2. Se consideran solo las ternas por color que están en la parte superior de las grises. Las que están por abajo serían las mismas, por ejemplo 1,2 representa las ternas 1,1,1,2,2,2 que es la misma que 2,1 que sería 2,2,2,1,1,1

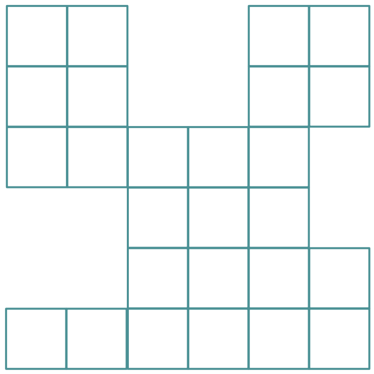
Con base en lo anterior, quedarían las siguientes posibilidades:

$$5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$$

Respuesta: Existen 15 posibles combinaciones ganadoras para este juego.

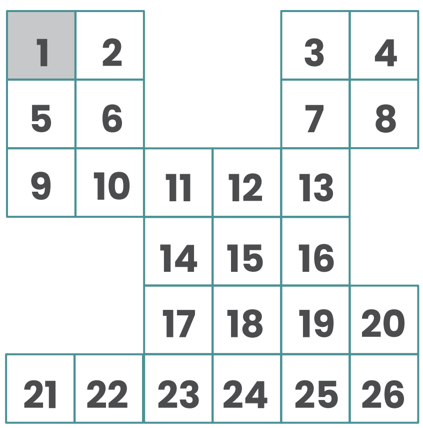
20. (★★) ¿Cuántos cuadrados hay en la siguiente figura?

a. 26
b. 36
c. 38
d. 40



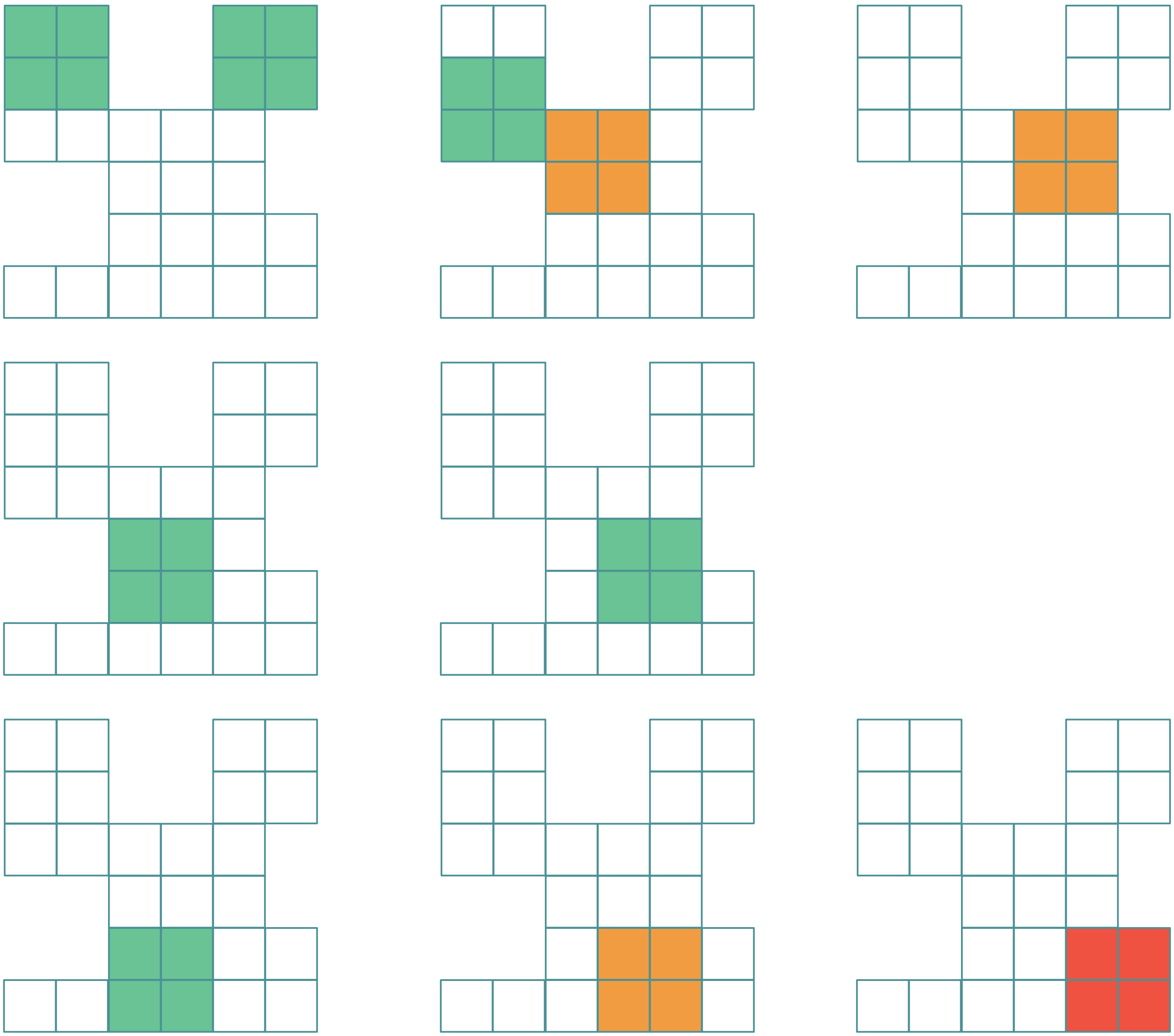
Solución 1. Visualización Espacial.

Iniciamos con los cuadros de una unidad de lado. Se sugiere un trabajo de Izquierda a derecha de arriba hacia abajo para así evitar dejar perdidos posibles cuadrados.



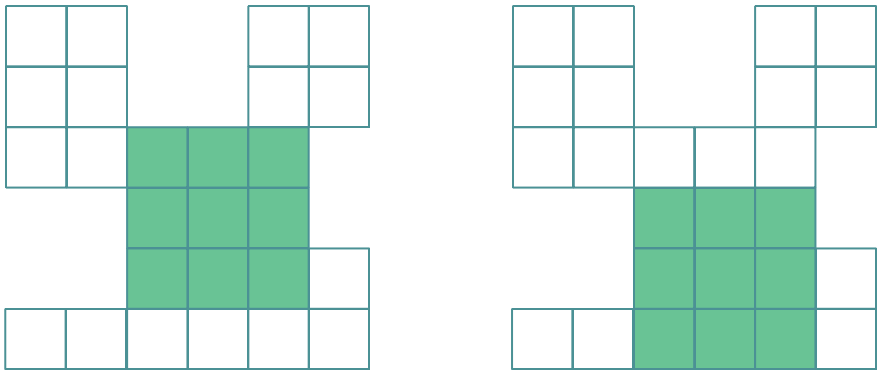
Se identifican 26 cuadrados de una unidad de lado.

Ahora se visualizan los cuadrados de dos unidades de lado.



En total: 5 + 2 + 3 = 10

Por último, continuamos con los cuadrados de 3 unidades de lado.

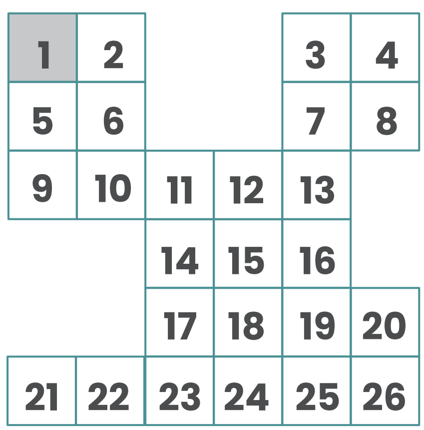


Se pueden formar 2 cuadrados.

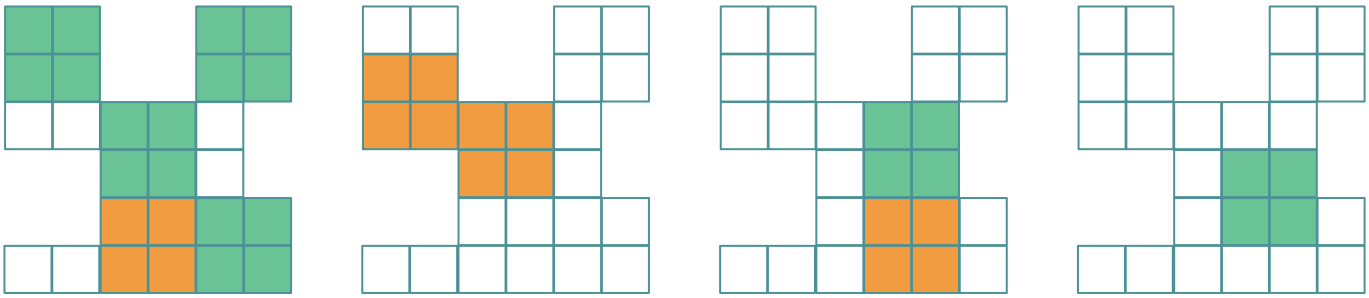
Por lo tanto, se pueden visualizar: 26+10+ 2=38 cuadrados.

Solución 2. Solo la variante de como las visualizan.

Se identifican 26 cuadrados de una unidad de lado.

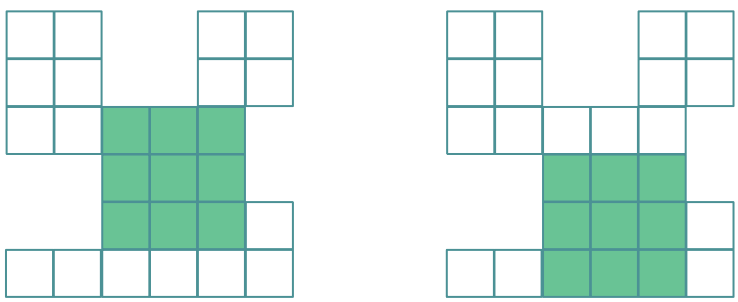


Ahora se visualizan los cuadrados de dos unidades de lado.



En total: 5 + 2 + 2 + 1 = 10

Continuamos con los cuadrados de 3 unidades de lado.

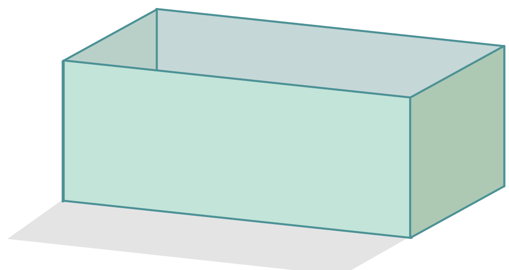


Se pueden formar 2 cuadrados de 3 unidades de lado.

Por lo tanto, se pueden visualizar: 26+10+ 2=38 cuadrados.

21. (★★) Mariel tiene una caja sin tapa y va a forrar el exterior con papel de regalo. Todas las caras de la caja son rectángulos con números naturales como medida. Mariel utilizó 150cm de cinta para el borde de la cara frontal. La medida del largo de la caja es 15cm más que su altura. Si para forrar la cara lateral derecha de la caja gastó 600 cm2 de papel, ¿cuántos centímetros cuadrados de papel requiere para forrar la caja?

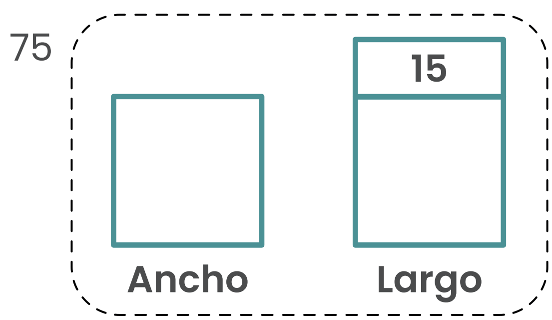
a. 3900
b. 3900
c. 4800
d. 570



Solución 1. Visualización Espacial.

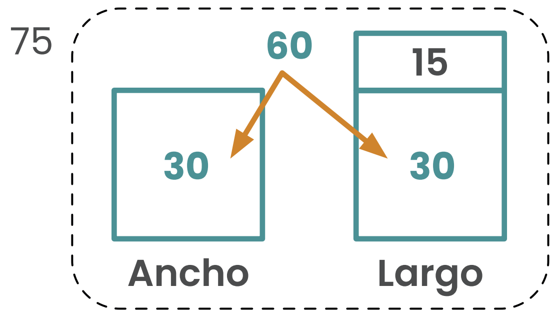
a. Se determina el largo y la altura de la caja.

Como se indica que el perímetro de la cara frontal, que es un rectángulo, es de 150 cm. Eso significa que su lado y su ancho suman 75. Además, se indica que el largo de la caja es 15 cm más que su altura. Lo anterior lo representamos así.



Entonces 75-15=60

Y estos debemos repartirlo en los dos cuadros que representan al ancho.

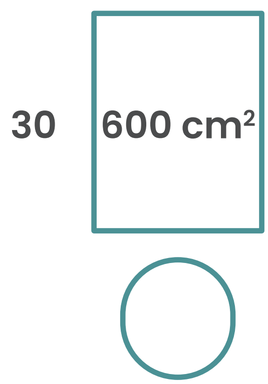


$$60 \div 2 = 30$$

Por lo tanto, el largo y altura de la caja corresponde a 45 cm y 30 cm respectivamente.

a. Se determina el ancho de la caja

Se sabe que el área de la cara lateral es de 600 cm^2 , y que uno de sus lados corresponde a la altura de la caja que es de 30 cm.



Calculando el área de cara tendríamos que 30 por la medida del ancho de la caja es 600.

$$30 \times \bigcirc = 600$$

De donde se determina que

$$\bigcirc = 20$$

Por lo tanto, el ancho de la caja sería de 20 cm.

Con lo resuelto en a. y b. ya se tienen las medidas de las tres dimensiones de la caja: Largo 45 cm, Ancho 20 cm y Altura 30 cm.

b. Se determina cuántos centímetros de cuadrados de papel se requiere para forrar el exterior de la caja.

Se sabe que la cara frontal y de atrás son iguales. Basta calcular el área de una cara y duplicarla

$$A_{\underset{45}{\square}\,30} = 45 \times 30 = 1350$$

$$2 \times A_{\underset{45}{\square}\,30} = 2 \times 1350 = 2700$$

Se sabe que las dos caras laterales son iguales Basta calcular el área de una cara y duplicarla.

$$A_{\underset{20}{\square}\,30} = 20 \times 30 = 600$$

$$2 \times A_{\underset{20}{\square}\,30} = 2 \times 600 = 1200$$

La caja no tiene tapa por lo cual solo se debe considerar la cara inferior de la caja.

$$A_{\underset{45}{\square}\,20} = 45 \times 20 = 900$$

Por lo tanto, la cantidad de centímetros cuadrados que se requiere para forrar el exterior de la caja corresponde a:

$$A_{total} = 2700 + 1200 + 900 = 4800\ cm^2$$

Respuesta: Para forrar las caras exteriores de la caja se ocupan $4800\ cm^2$

Solución 2

a. Se determina el largo y la altura de la caja.

Como se indica que el perímetro de la cara frontal, que es un rectángulo, es de 150 cm. Eso significa que su lado y su ancho suman 75. Además, se indica que el largo de la caja es 15 cm más que su altura.

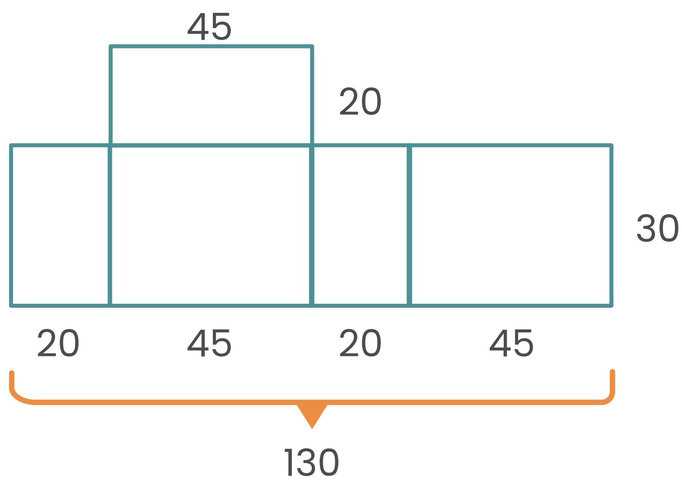
Se puede resolver por calculo pensado

Ancho	Largo (15 más del ancho)	Perímetro (es de 150)
10	15	50 (quedó lejos)*
35	50	170 (se pasó)
30	45	150 Listo

*Puede calcular el triple y llegar directo.

b. Ídem del b. de la solución 1.

c. Se determina cuántos centímetros de cuadrados de papel se requiere para forrar el exterior de la caja. Para esto, se piensa en el desarrollo de la caja



Para la parte inferior del desarrollo de la caja tenemos

$$A_{\underset{130}{\square}\,30} = 130 \times 30 = 3900$$

Para el rectángulo que falta del diseño tenemos

$$A_{\underset{45}{\square}\,20} = 45 \times 20 = 900$$

Por lo tanto, el área total lo podemos determinar así:

$$A_{total} = 3900 + 900 = 4800 \text{ cm}^2$$

Respuesta: Para forrar las caras exteriores de la caja se ocupan 4800 cm^2

22. (★) José tiene únicamente billetes de dos mil colones y su hermana Lucía tiene solamente billetes de cinco mil colones. Si ambos aportaron dinero para comprarle un regalo a sus padres, pero ninguno aportó más de 3 billetes. ¿Cuál de las siguientes cantidades NO puede ser el dinero reunido por José y Lucía?

- **a.** ₡ 12 000
- **b.** ₡ 13 000
- **c.** ₡ 17 000
- **d.** ₡ 21 000

Solución 1. Visualización Espacial.

Se sabe que cada uno aporta como mínimo un billete y como máximo 3 billetes (José de ₡ 2000 y Lucía de ₡ 5000). Con base en lo anterior se elabora una tabla:

	Cantidad de Billetes	Posibilidades de monto aportado por Lucía		
Cantidad de Billetes	1 o 2 o 3	5000	10 000	15000
Posibilidades Aporte de José	₡ 2000	₡ 7000	₡ 12 000	₡ 17 000
	₡ 4000	₡ 9000	₡ 14 000	₡ 19 000
	₡ 6000	₡ 11 000	₡ 16 000	₡ 21 000

Con base en los nueve posibles montos que pudieron reunir entre los dos, la cantidad que NO puede ser es la de ₡ 13 000.

Solución 2. Análisis de los montos.

a. ₡ 12 000 sí se puede, los pueden reunir si Lucía aporta 2 billetes y José 1 billete.

b. ₡ 13 000

- Si Lucía aporta 1 billete, faltarían 8000 entonces José tendría que aportar 4 billetes, lo cual no es posible porque como máximo da tres billetes.

- Si Lucía aporta 2 billetes, faltarían 3000 entonces José no puede aportarlos en forma exacta, pues solo tiene billetes de 2000.

[Por lo tanto, ₡ 13 000 no es posible que lo aporten entre los dos.]

23. (★★★) Carlos fue a las fiestas de su pueblo. Compró 5 boletos para la montaña rusa y 2 boletos para la rueda de la fortuna, pagando un total de 5300 colones. Si el boleto de la rueda de la fortuna cuesta 100 colones menos que el triple del precio del boleto de la montaña rusa, ¿cuánto cuesta un boleto para la rueda de la fortuna?

a. 400
b. 500
c. 757
d. 1400

Solución 1. Cálculo Pensado. Puede obtenerse por diferentes valores.

MR	RF (3xMR-100)	Costo 5 b MR	Costo 2 b RF	Total (5300)
100	200	500	400	900 * ↓
700	2000	3500	4000	7500* ↑

MR	RF (3xMR-100)	Costo 5 b MR	Costo 2 b RF	Total (5300)
100	200	500	400	900 *
400	1100	2000	2200	4200* ↓
700	2000	3500	4000	7500* ↑

MR	RF (3xMR-100)	Costo 5 b MR	Costo 2 b RF	Total (5300)
100	200	500	400	900 *
400	1100	2000	2200	4200* ↓
600	1700	3000	3400	6400 * ↑
700	2000	3500	4000	7500*

MR	RF (3xMR-100)	Costo 5 b MR	Costo 2 b RF	Total (5300)
100	200	500	400	900 *
400	1100	2000	2200	4200*
500	1400	2500	2800	5300 ✓
600	1700	3000	3400	6400 *
700	2000	3500	4000	7500*

Respuesta: El Boleto de la rueda de la fortuna tiene un costo de 1400 colones.

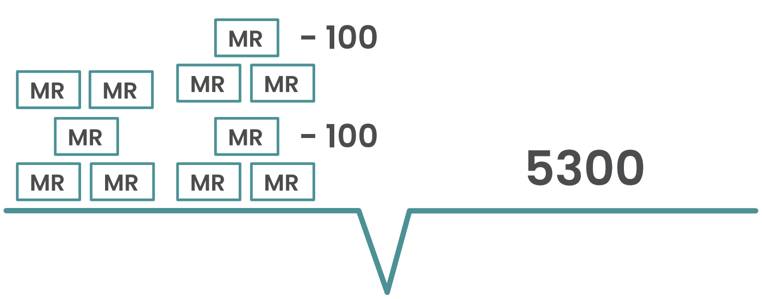
Solución 2. Utilizando balanzas.

Considere:

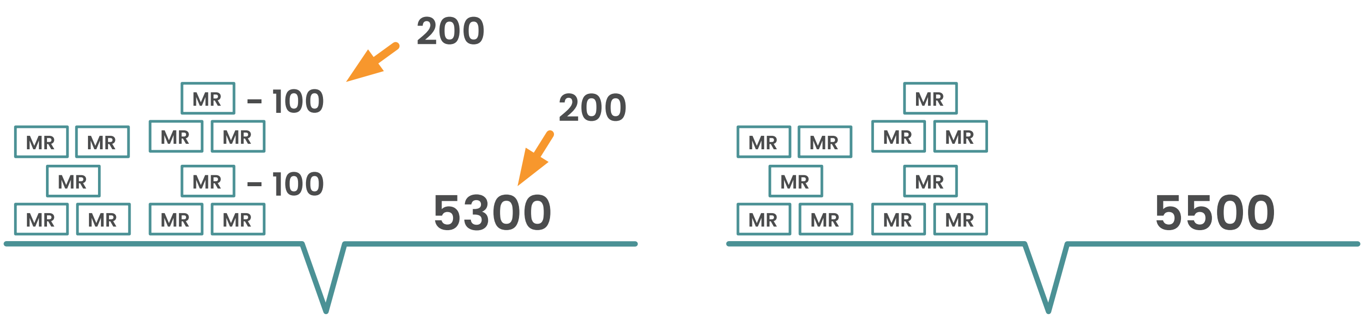
MR : valor de un boleto de la montaña rusa

RF : valor de un boleto de la rueda de la fortuna

Podemos sustituir cada triángulo de la primera balanza por la equivalencia del triángulo dada en la segunda balanza.



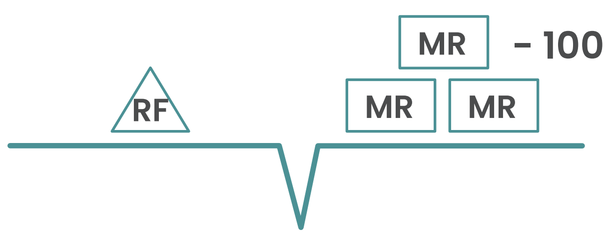
Agregamos 200 a cada lado de la balanza



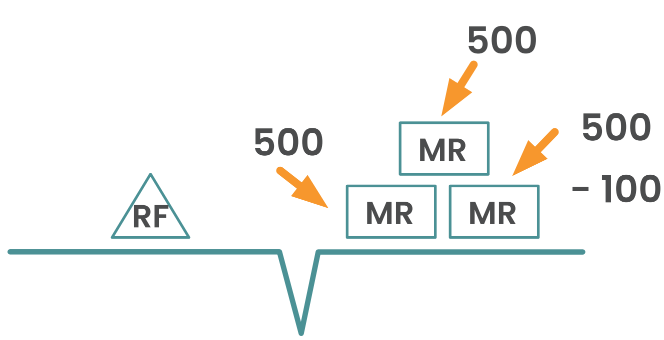
Como 11 boletos de la montaña rusa cuestan 5500 entonces un boleto cuesta:

$$5500 \div 11 = 500$$

Ahora vamos a sustituir el costo del boleto de la montaña rusa en la segunda balanza.



Sustituimos 500 lo sustituimos en esa balanza.



Obtenemos:

Por lo tanto

$\boxed{\text{MR}}$ **= 500**

RF **= 1400**

Respuesta: El Boleto de la rueda de la fortuna tiene un costo de 1400 colones.

24. (★) Suponga que la mayor circunferencia del planeta Tierra mide 40 095 km y la velocidad del sonido es de 330 metros por segundo. ¿Cuántos segundos aproximadamente tardará en dar la vuelta a la Tierra un avión supersónico que viaja a esta velocidad?

Respuesta: ____.

Solución 1. Determina el tiempo que dura en dar la vuelta. Trabaja en metros.

Distancia en metros: 40 095 km = 40 095 000 m

Velocidad: 330 $\frac{m}{s}$

Tiempo: 40 095 000 m ÷ 330 $\frac{m}{s}$ = 121 500 s

Otra forma sería plantearlo como una regla de tres o una proporción. Por ejemplo,

Metros	**segundos**
40 095 000	X
330	1

40 095 000 x 1 = 40 095 000 y 40 095 000 ÷ 330 = 121 500

Respuesta: El avión supersónico durará 121 500 s en dar la vuelta a la tierra por su mayor circunferencia.

Solución 2. Determina el tiempo que dura en dar la vuelta. Trabaja en kilómetros.

Distancia en metros: 40 095 *km*
Velocidad: 330 $\frac{m}{s}$ = 0,33 $\frac{km}{s}$
Tiempo: 40 095 *km* ÷0,33 $\frac{km}{s}$ =121 500 *s*

Respuesta: El avión supersónico durará 121 500 s en dar la vuelta a la tierra por su mayor circunferencia

25. (★★) Jaime escribe una lista con todos los números de 3 cifras que cumplen las siguientes condiciones:

- Ninguna de las cifras es cero.
- La suma de las cifras es 9.
- Todos los números de 3 cifras obtenidos son impares.

¿Cuántos números distintos tiene la lista de Jaime?

Respuesta: ____.

Solución 1

a. Todos los números de tres cifras son impares, las unidades corresponden a un número impar

c	d	u
		1
		3
		5
		7
		9

b. La suma de las cifras es 9 y ninguna es 0.

- Se elimina el caso que las unidades sean 9 porque no se podría formar un número de tres cifras cuya suma de los dígitos sea 9.

- Analizamos los casos en que la suma de las otras dos cifras suman lo que les falta para ser 9.

Debe sumar 8		
7	1	1
6	2	1
5	3	1
4	4	1
3	5	1
2	6	1
1	7	1

7 posibilidades

Debe sumar 6		
5	1	3
4	2	3
3	3	3
2	4	3
1	5	3

5 posibilidades

Debe sumar 4		
3	1	5
2	2	5
1	3	5

3 posibilidades

Debe sumar 2		
1	1	7

1 posibilidad

Respuesta: Hay 16 números distintos en la lista de Jaime.

26. (★★) Karla trabaja en una fábrica de tubos de acero. El número de tubos defectuosos aumenta cada mes, porque las máquinas están cada vez más viejas. El primer mes Karla sacó un tubo defectuoso y lo colocó aparte, el segundo mes observó que tenía acumulados tres tubos defectuosos, y en el tercer mes ha notado que hay 6 tubos defectuosos, como se observa en la imagen. Karla nota que hay un patrón en el aumento de los tubos defectuosos, que le permite apilarlos como se muestra en la figura. Si se mantiene ese patrón, ¿cuántos meses después de empezar a sacar tubos defectuosos tendrá separados 136 tubos?

Respuesta: ____.

Solución 1. Determinar el patrón para el aumento de tubos defectuosos y aplicarlo hasta llegar a tener los 136 tubos defectuosos.

	+1	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9	+10	+11	+12	+13	+14	+15	+16
1	**3**	**6**	**10**	**15**	**21**	**28**	**36**	**45**	**55**	**66**	**78**	**91**	**105**	**120**	**136**

Contamos los meses desde el primer mes que había 1tubo defectuoso hasta que lleguemos a los 136 cubos defectuosos.

Respuesta: 16 meses después de empezar a sacar tubos defectuosos se tienen 136 tubos defectuosos.

Solución 2

Determinar una fórmula para el patrón para utilizando como referencia el número de mes. Aplicar la fórmula para ver cuando habría los 136 tubos defectuoso a partir de la representación numérica o gráfica.

Representemos, en una tabla, la situación desde el primer mes.

#Mes	Cantidad de tubos defectuosos		Relación utilizando el # Mes
1	●	1	$\frac{1 \times 2}{2}$
2	● ● ●	3	$\frac{2 \times 3}{2}$
3	● ● ● ● ● ●	6	$\frac{3 \times 4}{2}$
4	● ● ● ● ● ● ● ● ● ●	10	$\frac{4 \times 5}{2}$
5		15	$\frac{5 \text{ x } 6}{2}$
...			
#Mes		136	$\frac{\#\text{Mes} \times (\#\text{Mes} + 1)}{2}$

Ahora trabajamos con la última relación:

$$\frac{\#\text{Mes x } (\#\text{Mes} + 1) = 136}{2}$$

Como la mitad da 136, quiere decir que el producto del número de mes por su sucesor debe dar 272.

$$\#Mes \times (\#Mes + 1) = 272$$

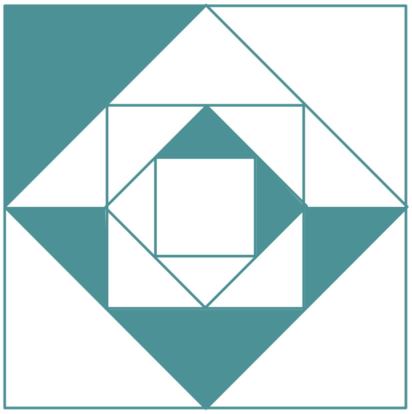
Dos números consecutivos cuyo producto sea 272. Probamos
En el mes 10: 10 x 11 = 110
En el mes 19: 19 x 20 = 380

Está entre el mes 10 y el mes 19, más cerca del mes 19.

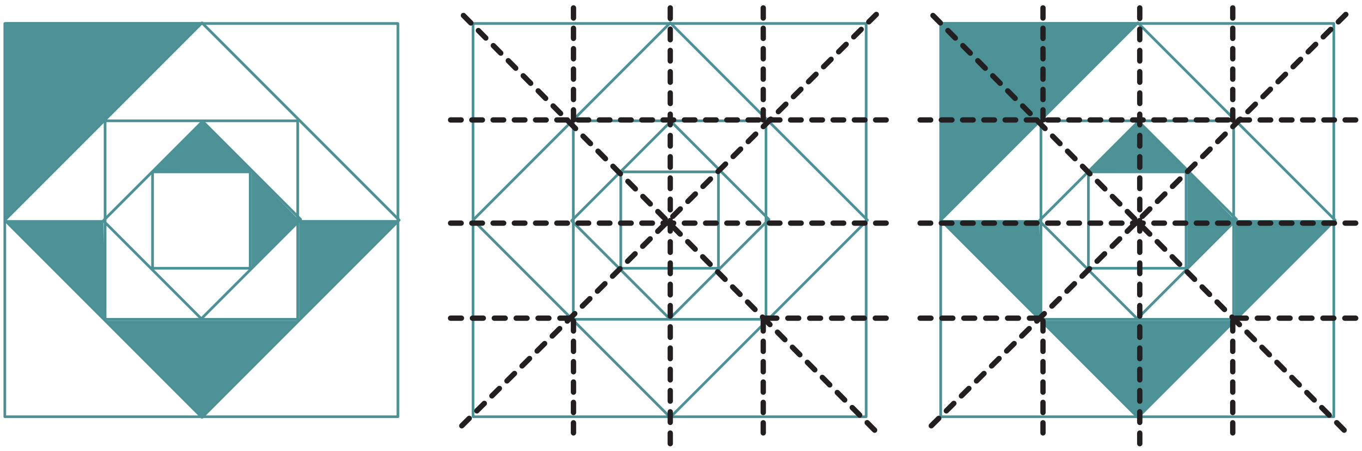
Como 272 termina en 2, puede ser el mes 11 o 13 o 16 o 18. Probamos con 16. En el mes 16: 16 x 17 = 272

Respuesta: 16 meses después de empezar a sacar tubos defectuosos se tienen 136 tubos defectuosos

27. (★★) Observe la siguiente figura, formada por cuadrados, ¿a qué fracción del cuadrado de mayor área corresponde el área sombreada? Justifique su respuesta.



Solución 1. Descomponiendo en cuadrado utilizando el triángulo mediano sombreado como referencia.

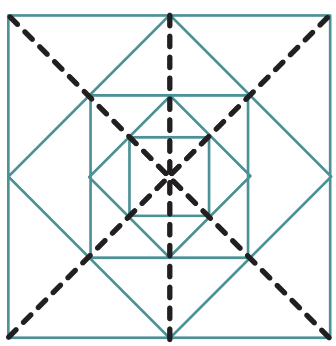


Se trazan líneas punteadas auxiliares descomponiendo el cuadro inicial en 32 triángulos isósceles de donde cada uno representa $\frac{1}{32}$ de la superficie del cuadrado mayor.

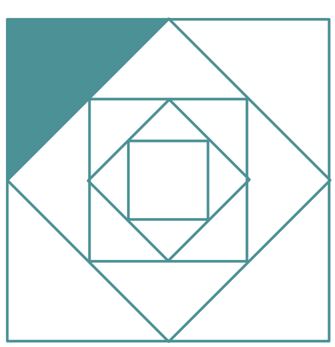
La parte sombreada tiene a 8 de esos triángulos, y otros dos triángulos más pequeños sombreados en el cuarto cuadrado, con los que se puede formar un noveno triángulo de área $\frac{1}{32}$, por lo tanto, la parte sombreada con respecto al cuadrado grande corresponde a $\frac{9}{32}$

Solución 2. Mover las partes sombreadas formando un nuevo diseño del cual sea más fácil ver la relación de la parte sombreada con respecto al cuadrado mayor.

Note que la sucesión de áreas cumple con el patrón que el área de un cuadrado corresponde a la mitad del área del cuadro anterior.

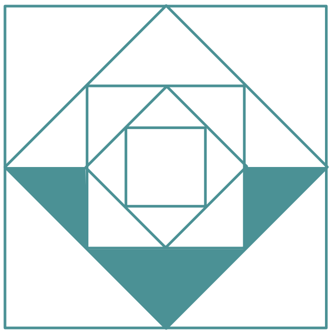


Esta área sombreada corresponde a la octava parte del cuadrado grande.



$A_s = \frac{1}{8}$ del cuadrado grande

La siguiente área sombreada



la podemos colocar así

Y podemos verificar que corresponde a la mitad del área del tercer cuadrado de la sucesión y el tercer cuadrado es la cuarta parte de cuadrado grande.

$A_s = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ del cuadro grande

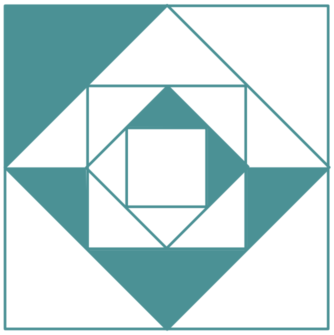
Esta otra área sombreada

La podemos ubicar en el quinto cuadrado así:

Que corresponde a la mitad del área del quinto cuadrado de la sucesión. Y el quinto cuadrado es la dieciseisava parte de cuadrado grande.

$A_s = \frac{1}{2} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{32}$ *del cuadrado grande*

Por lo tanto, el área total sombreada de la figura

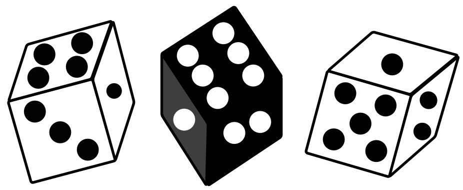


Corresponde

$A_t = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} = \frac{9}{32}$ del cuadrado grande

Por lo tanto, la parte sombreada con respecto al cuadrado grande corresponde a $\frac{9}{32}$

28. (★★★) Marvin y Geisel juegan a lanzar tres dados al mismo tiempo, uno de los dados es negro y los otros dos blancos.



• Marvin ha dicho que él ganará el juego si al lanzar los dados, sale el mismo número en los tres dados.

• Geisel ha dicho que ella ganará el juego si al lanzar los dados la suma de los números en los dados blancos es igual al número en el dado negro.

a. ¿Es justo este juego o no? Justifica tu respuesta.

b. Geisel cree que Marvin tiene menos de la mitad de las opciones de ganar que ella, ¿estás de acuerdo con Geisel? Justifica tu respuesta.

Solución 1. Calcular las posibilidades con las que ganaría cada jugador.

Gana Marvin		Dado negro					
Gana Geisel		1	2	3	4	5	6
DADOS BLANCOS	(1.1)	(1,1,1)	(1,1,2)				
	(1,2)			(1,2,3)			
	(1,3)				(1,3,4)		
	(1.4)					(1,4,5)	
	(1,5)						(1,5,6)
	(1.6)						
	(2,1)			(2,1,3)			
	(2,2)		(2,2,2)		(2,2,4)		
	...						
	(3,3)			(3,3,3)			(3,3,6)
	...						
	(6,5)						
	(6,6)						(6,6,6)

Al tirar los tres dados hay 216 posibles resultados (viene de 6×6×6=236)

Marvin tiene 6 posibilidades de ganar: (1,1,1); (2,2,2); (3,3,3); (4,4,4); (5,5,5); (6,6,6);

Geisel tiene 15 posibilidades de ganar: (1,1,2), (1,2,3), (1,3,4), (1,4,5), (1,5,6), (2,1,3), (2,2,4), (2,3,5), (2,4,6), (3,1,4), (3,2,5), (3,3,6), (4,1,5), (4,2,6), (5,1,6).

Respuestas:

a. Podemos afirmar que el juego no es justo entre ellos porque Geisel tiene muchas más posibilidades de ganar. Note que los dos tienen muy pocas posibilidades de ganar.

b. Si es cierto, porque Geisel tiene15 resultados a favor que es más que el doble de 6, que son los resultados a favor que tiene Marvin.

c. Pablo va al supermercado y compra: 3 cajas de barras de cereal, medio kilogramo de uvas y una bolsa de manzanas que usará para las meriendas de sus dos hijos, en total, pagó 12 000 colones. Antonia, su hija, quiere saber el precio de su merienda, que incluía una barra de cereal, 100 gramos de uvas y una manzana.

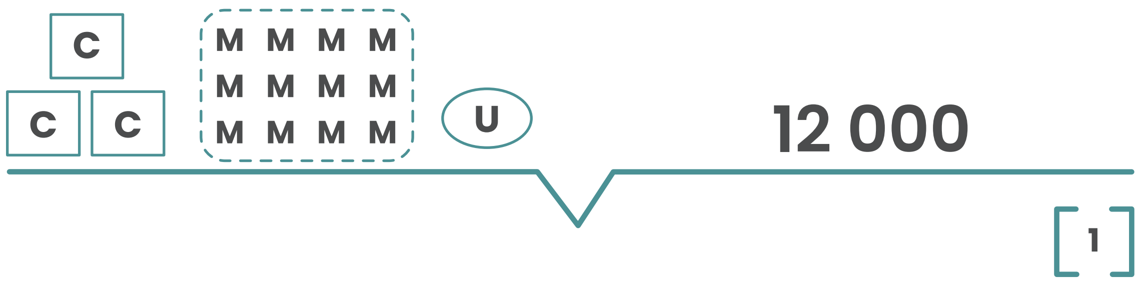
Ella sabe lo siguiente:

- Cada caja de barras de cereal trae 4 barras.
- La barra de cereal cuesta lo mismo que una manzana.
- La bolsa de manzanas contiene 12 manzanas.
- El precio de una caja de cereal más un tercio del precio de la bolsa de manzanas es igual al precio del medio kilogramo de uvas.

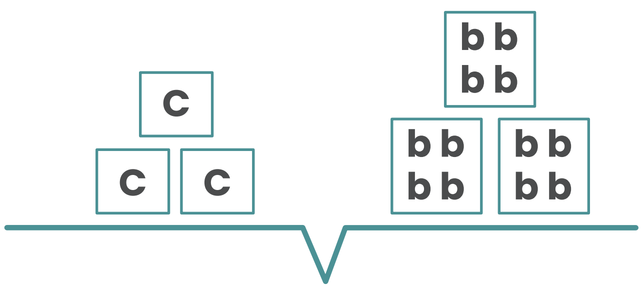
Calcule el precio de la merienda de Antonia.

Solución 1

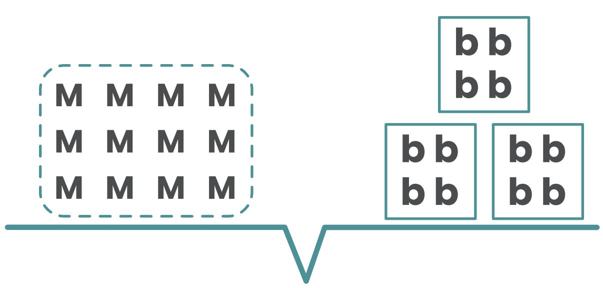
Compró 3 cajas de barras de cereal, medio kilogramo de uvas y una bolsa de 12 manzanas. Pagó 12 000 colones. Lo representamos así:



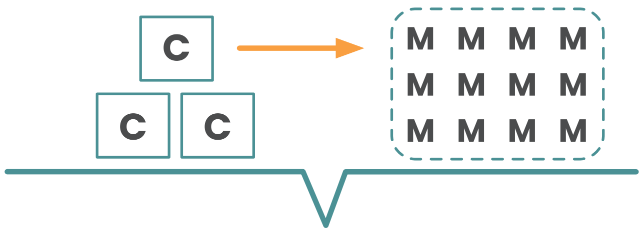
Se sabe que cada caja tiene 4 barras



También se sabe que una barra de cereal cuesta lo mismo que una manzana. Por lo tanto, la bolsa de manzanas cuesta lo mismo que las 3 cajas de barras de cereal.



Podemos concluir que el precio de un tercio de la bolsa de manzanas equivale al precio de una caja de cereal (*)



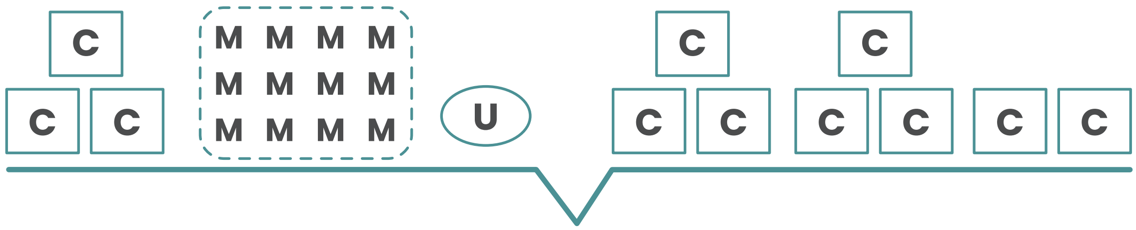
(*)

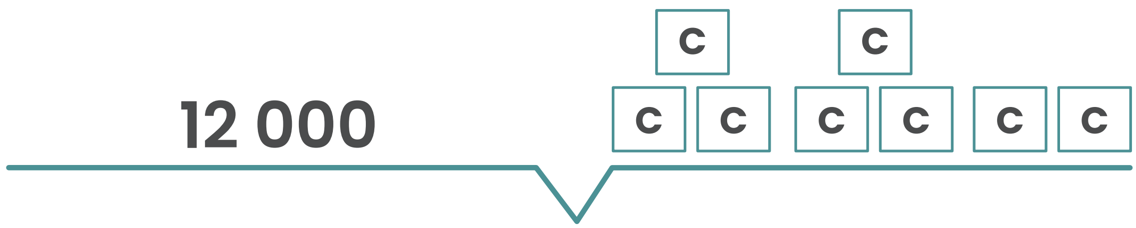
Como se sabe que medio kilogramo de uvas vale lo mismo que una caja de cereal y un tercio del precio de la bolsa de manzanas, utilizando (*) podemos concluir que el medio kilogramos de uvas equivale al precio de dos cajas de cereal (**)

(**)

Utilizando las relaciones de (*) y (**) en [1]

[1]





Para calcular el precio de la caja de cereal realizamos 12 000 ÷ 8

Por lo tanto, el precio de la caja de cereal es de 1500 colones. Entonces la barra y la manzana cuestan cada una 375 colones (1500 ÷ 4) y medio kilogramo de uvas 3000 colones de uvas. De donde 100 gramos de uvas cuesta 600 colones (3000 ÷ 5)

Entonces la merienda tendría un costo de: 375 + 375 + 600 = 1350 colones.

Solución 2. Trabajar con el costo de una barra.

Precio de una barra = Precio de una Naranja 

Una caja tiene 4 barras

La tercera parte de la bolsa de manzanas, equivale a 4 manzanas y como una manzana tiene el mismo precio de una manzana, el costo de la tercera parte de la bolsa de manzanas sería de 4 barras.

Medio kilogramo de uvas tiene un costo de una caja de cereal y la tercera parte del costo de la bolsa de manzanas, es decir el costo de: 4 barras y 4 barras, es decir 8 barras.

Si juntamos toda la compra tendremos el costo de:3 cajas (12 barras), una bolsa de Manzanas (12 barras) y Uvas(8 barras), para un costo total en barras de 32 barras que equivale a 12 000.

De donde, para determinar el costo de una barra realizamos:
$12\,000 \div 32 = 375$

Entonces la barra cuesta 375 colones, la manzana 375 colones porque tiene el mismo precio que una barra y los 100 gramos de uvas (la quinta parte de 8 barras $\frac{8 \times 375}{5} = 600$)

Entonces la merienda tendría un costo de:
375 + 375 + 600 = 1350 colones.

Referencias

Ministerio de Educación Pública. (2012). Programas de estudio de Matemáticas: I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de la Educación General Básica y Educación Diversificada. San José, Costa Rica https://www.mep.go.cr/sites/default/files/media/matematica.pdf

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria. (2024a). *Prueba de la I Eliminatoria Quinto año, OLCOMEP 2024*. Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria. (2024b). *Prueba de la II Eliminatoria Cuarto año, OLCOMEP 2024*. Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria. (2024c). *Prueba Final Cuarto año, OLCOMEP 2024*. Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

Polya, G. (2004). Cómo resolverlo: Un nuevo aspecto del método matemático. Princeton University Press.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2016). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (9th ed.). Pearson Education.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN PÚBLICA | GOBIERNO DE COSTA RICA

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA · UNED · TEC Tecnológico de Costa Rica · UNA Universidad Nacional · UTN Universidad Técnica Nacional · OLCOMEP