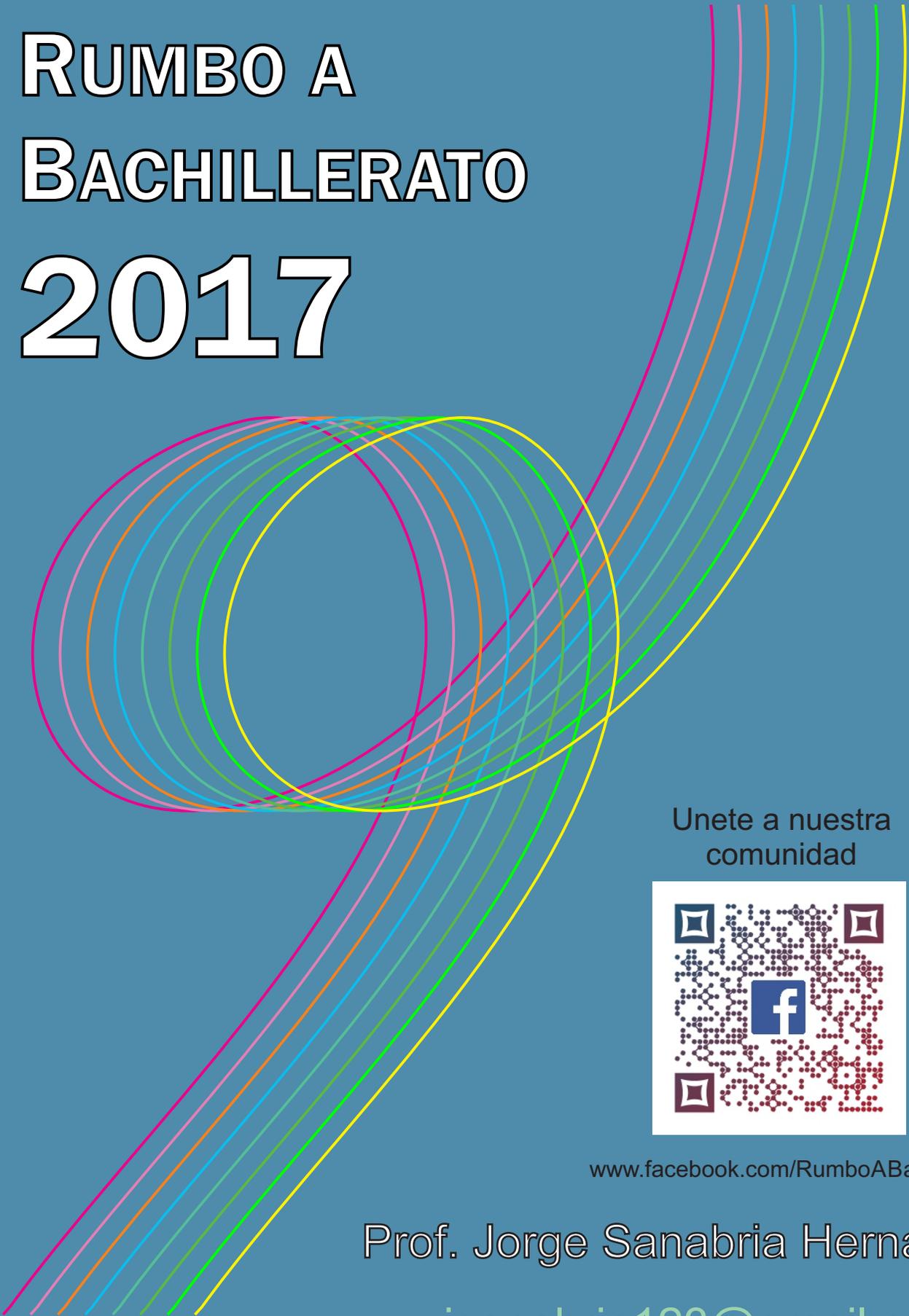
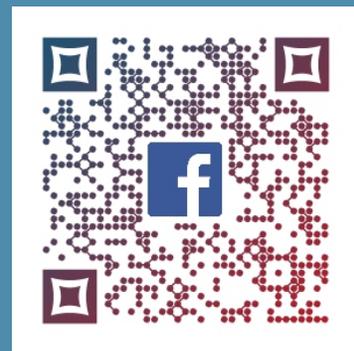


# RUMBO A BACHILLERATO 2017



1  
0  
1  
0  
0  
0  
1  
0  
1  
1  
0  
1  
0  
1  
1  
1  
1  
1  
0  
0  
1  
0  
0  
1

Unete a nuestra  
comunidad



[www.facebook.com/RumboABachi](http://www.facebook.com/RumboABachi)

Prof. Jorge Sanabria Hernández

[jsanabria123@gmail.com](mailto:jsanabria123@gmail.com)

Este material ha sido diseñado con mucho cariño hacia aquellos estudiantes que este año se están preparando rumbo a las pruebas de Bachillerato.

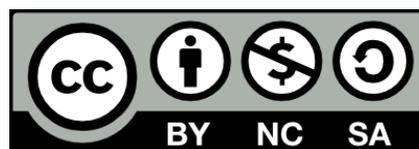
El fin de esta recopilación, es solventar libros de buena calidad y accesibles a todos los estudiantes, con ejercicios que se encuentren diseñados para las nuevas pruebas de Bachillerato.

Además los estudiantes pueden visitar la página en Facebook [www.facebook.com/RumboABachi](http://www.facebook.com/RumboABachi) o escanear el QR Code de la portada, para consultar material que en el transcurso del curso lectivo se irá subiendo, acceder a las últimas correcciones sobre ejercicios, nuevos ejercicios, etc.

Un agradecimiento a mi amada esposa por motivarme y apoyarme en tan ardua labor. Y a todos los profesores que me han dado su apoyo y sugerencias. A ella mi  $(x^2 + y^2 - 1)^3 - x^2y^3 = 0$

Atentamente: El Autor

Los ejercicios son propiedad del MEP, algunas regionales o autoría propia  
Queda prohibida su reproducción con fines comerciales



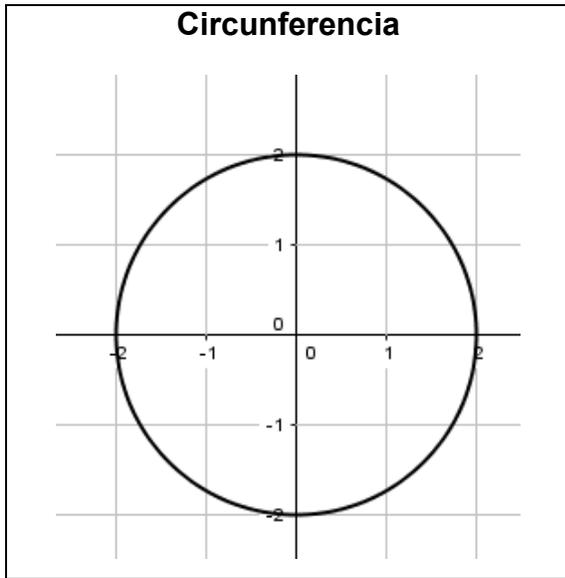
## Contenido

Área 1 - Geometría .....	1
Habilidad 1: Representar las circunferencias de manera analítica y gráfica.....	1
Habilidad 2: Analizar relaciones de posición relativa entre rectas y circunferencias. ....	7
Habilidad 3: Utilizar la geometría analítica para representar circunferencias y transformaciones.....	12
Habilidad 4: Calcular áreas y perímetros de polígonos.....	15
Habilidad 5: Identificar simetrías .....	25
Habilidad 6: Aplicar e identificar diversas transformaciones en el plano a figuras geométricas. ....	29
Habilidad 7: Visualizar y aplicar características y propiedades de figuras geométricas tridimensionales. .....	37
Área 2: Relaciones y Álgebra .....	43
Habilidad 1. Utilizar elementos del lenguaje de los conjuntos numéricos para representar dominio y rango de funciones, así como el conjunto solución de ecuaciones. ....	44
Habilidad 2. Aplicar el concepto de función en diversas situaciones. ....	48
Habilidad 3. Utilizar distintas representaciones de algunas funciones algebraicas y trascendentes. ....	61
Habilidad 4. Plantear y resolver problemas a partir de una situación dada. ....	72
Habilidad 5. Determinar el modelo matemático que se adapta mejor a una situación dada. ....	79
Área 3 Estadística y Probabilidad .....	86
Habilidad 1. Utilizar las medidas de posición para resumir y analizar la información proveniente de un grupo de datos cuantitativos.....	86
Habilidad 2. Utilizar las principales medidas de variabilidad para evaluar y comparar la dispersión de los datos. ....	96
Habilidad 3. Utilizar diferentes representaciones para analizar la posición y variabilidad de un conjunto de datos. Valorar la importancia de las medidas de resumen (posición y variabilidad) para el análisis de la información estadística. ....	101
Habilidad 4. Analizar la importancia del uso de medidas relativas de tendencia central y variabilidad dentro de los análisis comparativos de información. ....	105
Habilidad 5. Emplear las propiedades básicas de la probabilidad en situaciones concretas.....	108
Habilidad 6. Utilizar las probabilidades y las medidas estadísticas para favorecer la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre.....	114

## Área 1 - Geometría

### Habilidad 1: Representar las circunferencias de manera analítica y gráfica.

Considere la información suministrada por **Circunferencia** para responder las preguntas 1 y 2:



1. Con base en **Circunferencia** su ecuación está definida por:

- A)  $x^2 + (y + 2)^2 = 4$
- B)  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$
- C)  $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$
- D)  $x^2 + y^2 = 4$

2. Con base en la información suministrada en **Circunferencia**, ¿cuál es la medida del radio de la circunferencia?

--	--	--	--	--	--

3. En una circunferencia C, el centro de está dado por el punto A(-2, 3) y el diámetro 6, ¿cuál es la ecuación de la circunferencia C?

- A)  $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 36$
- B)  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 36$
- C)  $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$
- D)  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$

4. En una circunferencia C, el centro de está dado por el punto A(-2, -3) y el radio 2, ¿cuál punto de la circunferencia interseca el eje de las ordenadas?

- A) (0, -2)
- B) (0, 2)
- C) (0, -3)
- D) (0, 3)

5. Considere la circunferencia C cuya forma es  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 25$  y la recta l:  $x + y - 1 = 0$

Con base a la información anterior considere las siguientes proposiciones:

- I. La recta l es tangente a la circunferencia C
- II. La circunferencia es de diámetro 5.

De ellas, ¿cuáles son **verdaderas**?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere la información suministrada por **Circunferencia** para responder la pregunta 6 y 7:

**Circunferencia**

Se tiene una circunferencia C cuyo centro está ubicado en el punto D(-3, 5) y que además es tangente al eje de las ordenadas

6. De acuerdo con **Circunferencia** determine la ecuación de la circunferencia C.

- A)  $(x - 3)^2 + (y + 5)^2 = 25$
- B)  $(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 9$
- C)  $(x + 5)^2 + (y - 3)^2 = 25$
- D)  $(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 9$

7. De acuerdo con **Circunferencia**, ¿Cuál es la medida del diámetro de la circunferencia de centro D?

--	--	--	--	--	--

8. Considere la circunferencia dada por la ecuación  $x^2 + y^2 = 16$  y considere las siguientes coordenadas de los puntos del plano cartesiano:

- I. (-2, 3)
- II. (1, -5)

¿Cuáles de ellos corresponde a puntos exteriores de la circunferencia?

- A) Ambos
- B) Ninguno
- C) Solo el I
- D) Solo el II

Considere la información suministrada por **Circunferencia C** para responder las preguntas 9 y 10:

**Circunferencia C**

Se tienen la circunferencia C cuya forma es  $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 16$  y los puntos A(5, 1) y B(-2, 3).

9. De acuerdo **Circunferencia C**, analícelas siguientes proposiciones:

- I. El punto A se ubica en el interior de la circunferencia C.
- II. El punto B se ubica en el exterior de la circunferencia C.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

10. De acuerdo con **Circunferencia C**, ¿cuál es la distancia aproximada del centro de la circunferencia C al punto A?

--	--	--	--	--	--

Considere la información suministrada **Circunferencia C<sub>1</sub>** para responder las preguntas 11 y 12:

**Circunferencia C<sub>1</sub>**

Se tiene una circunferencia C<sub>1</sub> con centro determinado por el punto (-3, -2) y además es tangente al eje de las abscisas.

11. De acuerdo con **Circunferencia C<sub>1</sub>**, ¿cuál es la ecuación de la circunferencia C<sub>1</sub>?

- A)  $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$
- B)  $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 4$
- C)  $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$
- D)  $x^2 + y^2 = 4$

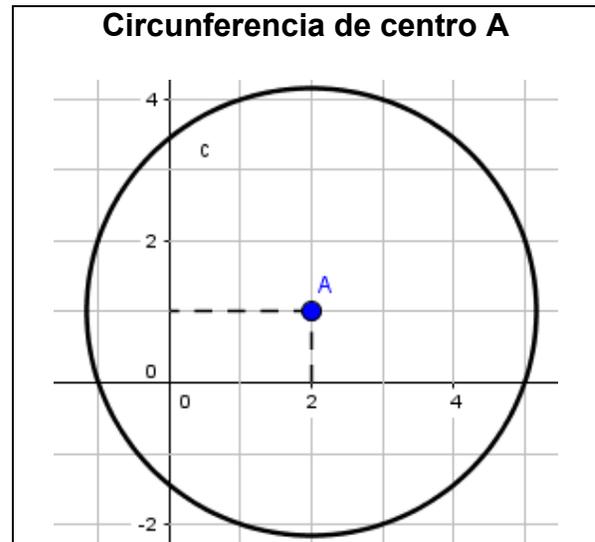
12. De acuerdo con la información suministrada, ¿cuál es la distancia entre el centro de la circunferencia C y el origen?

--	--	--	--	--	--

13. Sea una circunferencia cuyo centro P es el punto (1, -2) y cuya medida del radio es 8, entonces, ¿cuál es la ecuación de la circunferencia?

- A)  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$
- B)  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$
- C)  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 64$
- D)  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 64$

Considere la información de la **Circunferencia de centro A**, para contestar las preguntas 14 y 15



14. Con base en **Circunferencia de centro A** ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia de centro A?

- A)  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 5$
- B)  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 10$
- C)  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = \sqrt{5}$
- D)  $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = \sqrt{10}$

15. Considere las siguientes proposiciones con base en la **Circunferencia de centro A**, si su centro se traslada al punto C(6,0)

- I. (2, 3) es un punto que se ubica en el exterior de la circunferencia
- II. (4, 2) es un punto que se ubica en el interior de la circunferencia

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere la información suministrada por **Circunferencia C** para responder las preguntas 16 y 17

**Circunferencia C**

En una circunferencia C, los extremos de uno de sus diámetros está dado por los puntos A(4,5) y B(-2, 3)

16. Con base en **Circunferencia C**, ¿cuál es el centro de la circunferencia C?

- A) (3, 1)
- B) (1, 4)
- C) (2, 8)
- D) (6, 2)

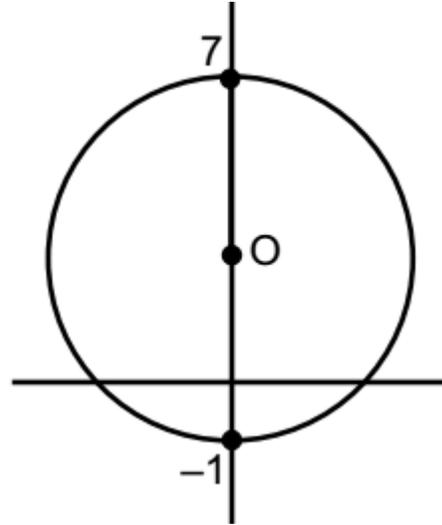
17. Con base en **Circunferencia C**, ¿cuál es el radio de la circunferencia C?

--	--	--	--	--	--

18. Si la circunferencia de centro (-2,5), pasa por el punto (3,3), determine la medida de su diámetro corresponde

--	--	--	--	--	--

Considere la información de la siguiente representación gráfica, que corresponde a una circunferencia en un sistema de coordenadas, para responder los ítems 19 y 20:



19. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia?

- A)  $x^2 + (y - 4)^2 = 9$
- B)  $(x - 4)^2 + y^2 = 9$
- C)  $(x - 3)^2 + y^2 = 16$
- D)  $x^2 + (y - 3)^2 = 16$

20. Considere las siguientes proposiciones:

- I. (-3, 2) es un punto que se ubica en el exterior de la circunferencia.
- II. (4, 3) es un punto que pertenece a la circunferencia.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere la información suministrada para contestar la pregunta 21

### Conexión inalámbrica

En el parque de una comunidad se reciben dos señales inalámbricas de conexión a internet cuyo alcance es circular: la de la farmacia (F) y la del liceo (L). Si se ubica cada emisor de las señales inalámbricas en un mismo plano cartesiano, las ecuaciones que corresponden a las circunferencias de máximo alcance son:

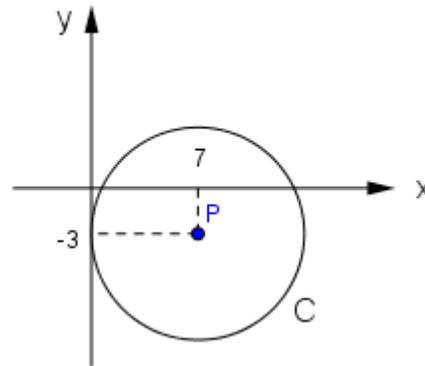
$$F: (x - 10)^2 + (y - 1)^2 = 20$$

$$L: (x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 25$$

21. De acuerdo con el contexto anterior, si una persona utiliza su teléfono celular desde una banca del parque ubicada en las coordenadas (7, 3), entonces, ¿cuál o cuáles señales puede percibir su celular?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la del liceo
- D) Solo la de la farmacia

22. Considere la siguiente representación gráfica de una circunferencia C de centro P cuya medida del radio es 7:



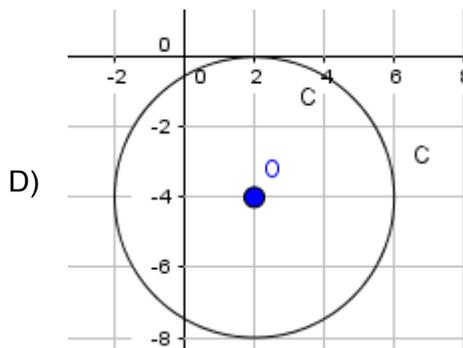
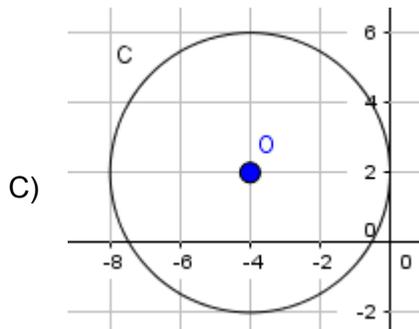
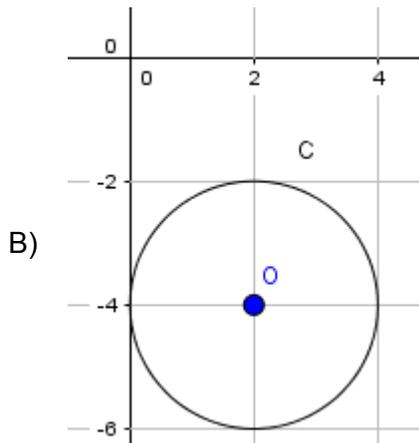
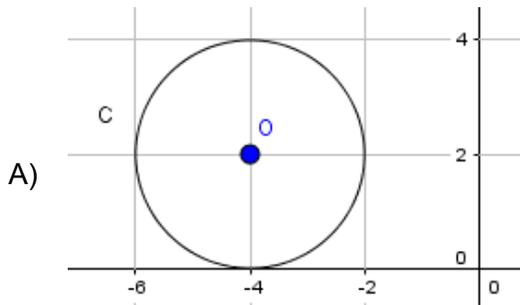
De acuerdo con la información anterior, ¿cuál es la ecuación de esa circunferencia?

- A)  $(x - 7)^2 + (y + 3)^2 = 7$
- B)  $(x + 7)^2 + (y - 3)^2 = 7$
- C)  $(x + 7)^2 + (y - 3)^2 = 49$
- D)  $(x - 7)^2 + (y + 3)^2 = 49$

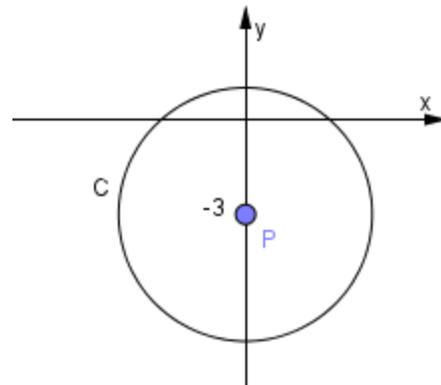
23. Si una circunferencia tiene centro (1, -2) y la medida de su diámetro es 10, entonces la ecuación de esa circunferencia es

- A)  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$
- B)  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 5$
- C)  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 25$
- D)  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$

24. ¿Cuál es la representación gráfica de la circunferencia C de centro O dada por  $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 4$ ?



25. Considere la siguiente representación gráfica de una circunferencia C de centro P. cuya medida del radio es 4:



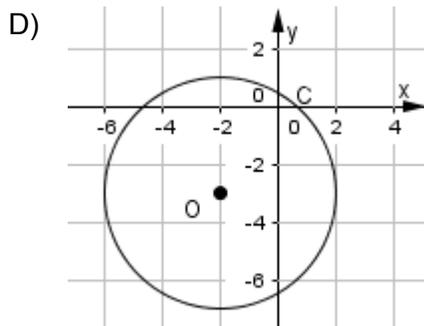
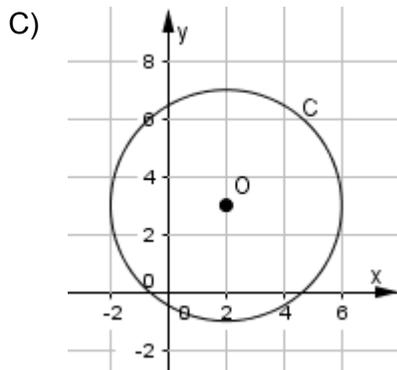
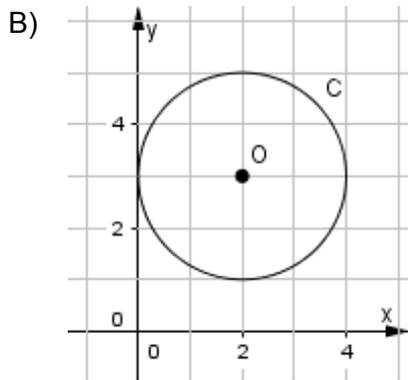
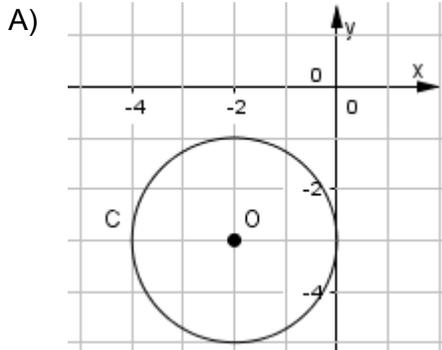
De acuerdo con la información anterior, la ecuación de esa circunferencia corresponde a

- A)  $x^2 + (y - 3)^2 = 4$
- B)  $x^2 + (y + 3)^2 = 4$
- C)  $x^2 + (y - 3)^2 = 16$
- D)  $x^2 + (y + 3)^2 = 16$

26. Si el centro de una circunferencia es el punto  $(-5, -1)$  y la medida de su diámetro es 6, entonces la ecuación de esa circunferencia corresponde a

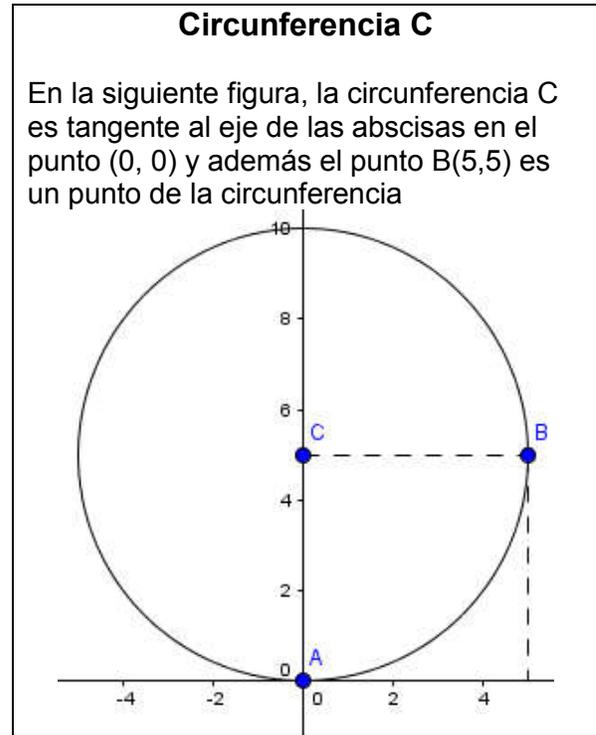
- A)  $(x - 5)^2 + (y - 1)^2 = 9$
- B)  $(x + 5)^2 + (y + 1)^2 = 9$
- C)  $(x + 1)^2 + (y + 5)^2 = 36$
- D)  $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 = 36$

27. La representación gráfica de la circunferencia C de centro O dada por  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$  corresponde a



**Habilidad 2: Analizar relaciones de posición relativa entre rectas y circunferencias.**

Considere la información suministrada por **Circunferencia C**, conteste las preguntas 28 y 29



28. Considere las siguientes proposiciones sobre la **Circunferencia C**

- I. La recta dada por  $y = 10$  es tangente a la circunferencia
- II. La recta dada por  $y = -x - 2$  es secante a la circunferencia

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

29. Con base en **Circunferencia C**, considere las siguientes proposiciones

- I. El radio de la circunferencia es 10.  
 II. La recta dada por  $y = x - 3$  es una recta exterior a la circunferencia

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas  
 B) Ninguna  
 C) Solo la I  
 D) Solo la II

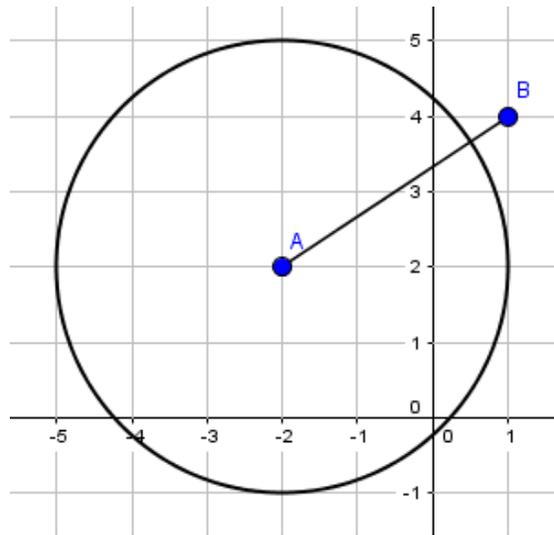
30. La recta  $\overline{AB}$  es tangente a la circunferencia de centro O en el punto A. Si  $A(3, 5)$  y  $O(2, -3)$ , entonces, ¿cuál es la ecuación de la recta  $\overline{AB}$ ?

- A)  $y = \frac{-x + 43}{8}$   
 B)  $y = \frac{-x - 22}{8}$   
 C)  $y = \frac{x + 26}{8}$   
 D)  $y = \frac{-x - 37}{8}$

31. Sean los puntos  $A(-1, -2)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(-3, 2)$ ,  $D(-4, -1)$  los vértices de un paralelogramo. Entonces se cumplen con certeza que dicho paralelogramo corresponde a un

- A) Cuadrado  
 B) Rectángulo  
 C) Romboide  
 D) Rombo

32. Considere la siguiente figura



De acuerdo con la información de la gráfica adjunta en donde A es el centro de la circunferencia, una recta perpendicular a  $\overline{AB}$  y que contiene el centro de la circunferencia corresponde a

- A)  $y = \frac{2x + 2}{3}$   
 B)  $y = \frac{2x + 10}{3}$   
 C)  $y = \frac{-3x - 2}{2}$   
 D)  $y = \frac{-3x + 10}{2}$

33. Una ecuación de una recta paralela a la recta dada por la ecuación  $3y - 5 = -2x$  es

- A)  $y = \frac{3}{2}x - 5$   
 B)  $y = \frac{2}{3}x - 5$   
 C)  $y = \frac{-3x}{2} + 5$   
 D)  $y = \frac{-2}{3}x + 5$

34. ¿Cuál es la ecuación de una recta tangente a la circunferencia dada por  $(x-1)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{85}{4}$  si la recta pasa por el punto de tangencia  $P(2,3)$ ?

A)  $y = 2x - 1$

B)  $y = \frac{-3x}{2} + 6$

C)  $y = \frac{-2}{3}x + \frac{13}{3}$

D)  $y = \frac{-2x}{9} + \frac{31}{9}$

35. Sean los puntos  $A(1,5)$ ,  $B(-3, 3)$ ,  $C(-1, -1)$ ,  $D(3, 1)$  los vértices de un paralelogramo. Entonces se cumplen con certeza que dicho paralelogramo corresponde a un

A) Cuadrado

B) Rectángulo

C) Romboide

D) Rombo

36. Sean los puntos  $A(-1, -2)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(-3, 0)$ ,  $D(2, -1)$  los vértices de un paralelogramo. Entonces se cumplen con certeza que dicho paralelogramo corresponde a un

A) Cuadrado

B) Rectángulo

C) Romboide

D) Rombo

37. Sean los puntos  $A(0,5)$ ,  $B(8, 6)$ ,  $C(4, -1)$ ,  $D(-4, -2)$  los vértices de un paralelogramo. Entonces se cumplen con certeza que dicho paralelogramo corresponde a un

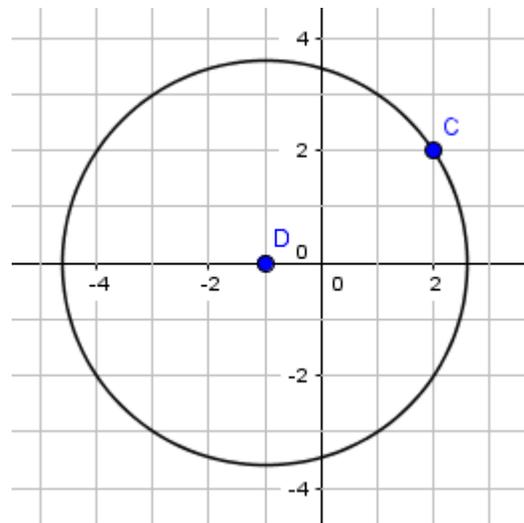
A) Cuadrado

B) Rectángulo

C) Romboide

D) Rombo

38. Considere la siguiente circunferencia de centro  $D$



Determine la pendiente de la recta tangente en  $C$

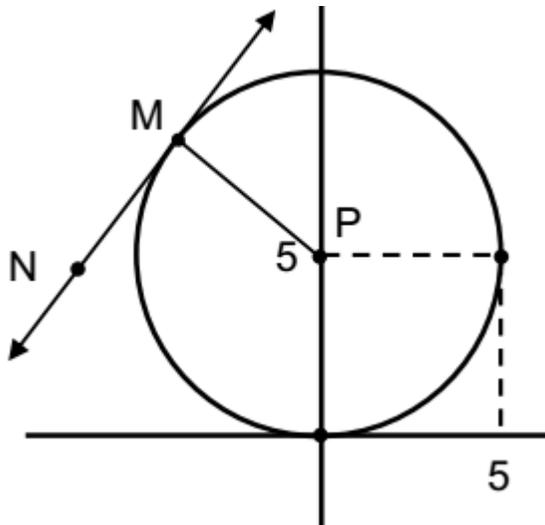
A)  $\frac{2}{3}$

B)  $\frac{-2}{3}$

C)  $\frac{3}{2}$

D)  $\frac{-3}{2}$

39. Considere la siguiente representación gráfica, que corresponde a una circunferencia tangente al "eje x" en el punto (0, 0), para responder los ítems 4 y 5:



Considere las siguientes proposiciones:

- I. La recta dada por  $y = 10$ , es tangente a la circunferencia.
- II. La recta dada por  $y = -x - 2$ , es secante a la circunferencia.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

40. ¿Cuál es la medida en grados del  $\angle PMN$ ?

--	--	--	--	--	--

41. En una circunferencia, los extremos de un radio corresponden a los puntos O(1, 5) y P(2, 3), donde O es el centro de la circunferencia. ¿Cuál es la ecuación de la recta tangente a la circunferencia en el punto P?

- A)  $y = 2x - 1$
- B)  $y = \frac{1}{2}x + 2$
- C)  $y = -2x + 7$
- D)  $y = -\frac{1}{2}x + 4$

42. Considere la siguiente representación gráfica de una circunferencia C dada por  $x^2 + y^2 = 9$

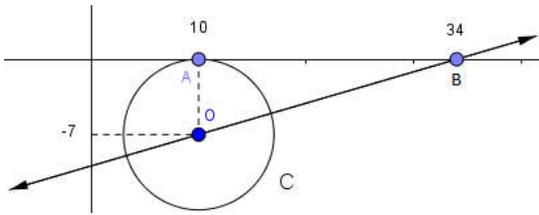
De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. La recta dada por  $y = x$  es secante a esa circunferencia.
- II. La recta dada por  $y = 3$  es tangente a esa circunferencia.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

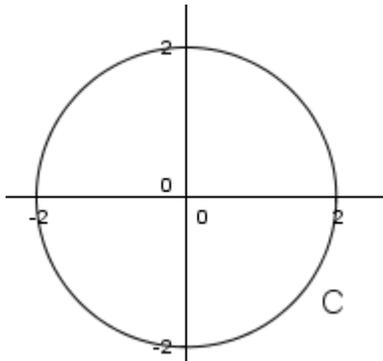
43. Considere la siguiente representación gráfica, en la cual el "eje x" es tangente en A a la circunferencia C de centro O:



De acuerdo con la información anterior, ¿cuál es la medida de  $\overline{OB}$ ?

--	--	--	--	--	--

44. Considere la siguiente representación gráfica de una circunferencia C cuyo centro es el punto (0, 0):

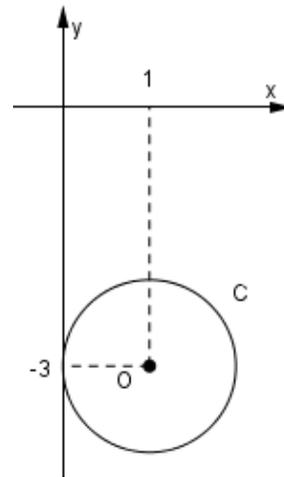


De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. La recta dada por  $y = 1$  es secante a la circunferencia C.
- II. La recta dada por  $x = -3$  es exterior a la circunferencia C. De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la
- D) Solo la II

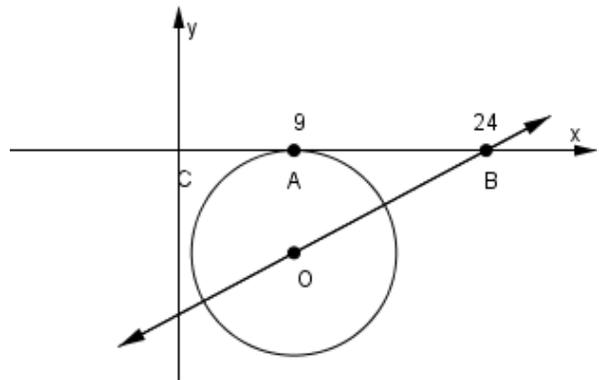
45. Considere la siguiente representación gráfica de la circunferencia C de centro O, cuya medida del radio es 1:



De acuerdo con la Información anterior, la ecuación de una recta tangente a C es

- A)  $y = 0$
- B)  $y = 1$
- C)  $y = -2$
- D)  $y = -3$

46. Considere la siguiente representación gráfica, en la cual el "eje x" es tangente en A a la circunferencia C de centro O:



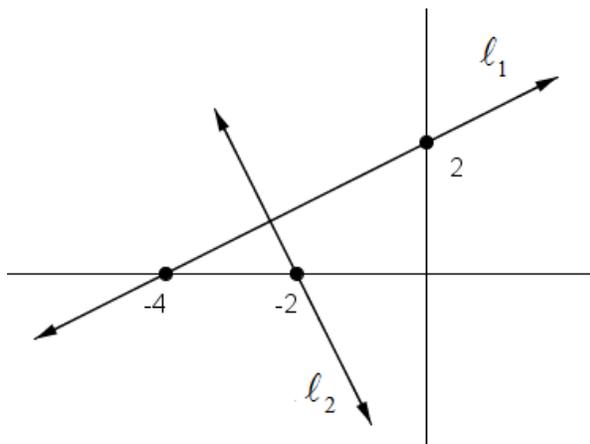
De acuerdo con la información anterior, si  $OB = 17$ , entonces, ¿cuál es la medida del radio de esa circunferencia?

--	--	--	--	--	--

47. Considere las siguientes proposiciones referentes a la circunferencia  $C$  dada por  $x^2 + y^2 = 16$ :

- I. La recta dada por  $y = 2$  es exterior a la circunferencia  $C$ .
- II. La recta dada por  $x = -5$  es secante a la circunferencia  $C$ . De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?
- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

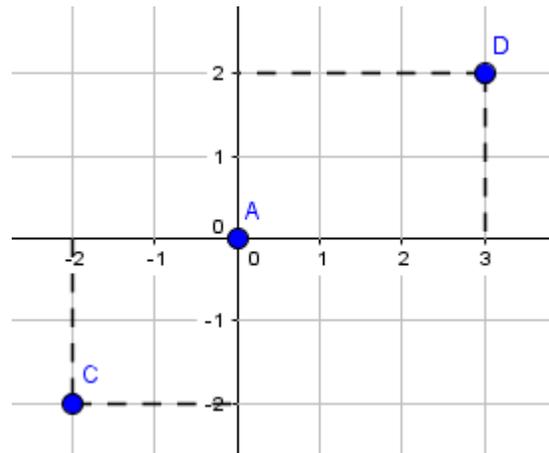
48. De acuerdo con los datos de la gráfica si  $l_1 \perp l_2$ , entonces la ecuación de la recta  $l_2$  es



- A)  $y = 2x - 5$
- B)  $y = \frac{1}{2}x + 1$
- C)  $y = -2x - 4$
- D)  $y = \frac{-1}{2}x - 2$

### Habilidad 3: Utilizar la geometría analítica para representar circunferencias y transformaciones.

Ana le regala a cada uno de sus sobrinos Daniel y Carlos un radio comunicador con la finalidad de tener una mejor comunicación con ellos. Ana y sus sobrinos se encuentran ubicados en diferentes lugares, según se muestra en el siguiente diagrama, de manera que ella logra comunicarse tanto con Daniel como con Carlos.



Considérese que  $D(3,2)$  representa la posición de Daniel,  $C(-2,-2)$  la de Carlos y que Ana se encuentra en el origen del sistema de coordenadas.

49. ¿Cuál es una posible ecuación que representa el alcance del comunicador de Ana con relación a sus sobrinos?

- A)  $x^2 + y^2 = 1$
- B)  $x^2 + y^2 = 4$
- C)  $x^2 + y^2 = 9$
- D)  $x^2 + y^2 = 16$

50. En México se encuentra un reloj floral, como se muestra en la figura, que posee una carátula floral circular de 10 m de diámetro. A este reloj lo adornan 20 mil plantas de diferentes especies. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia si su centro está en el punto  $A(6,2)$ ?



- A)  $(x - 6)^2 + (y - 2)^2 = 25$
- B)  $(x + 6)^2 + (y + 2)^2 = 25$
- C)  $(x + 6)^2 + (y + 2)^2 = 100$
- D)  $(x - 6)^2 + (y - 2)^2 = 100$

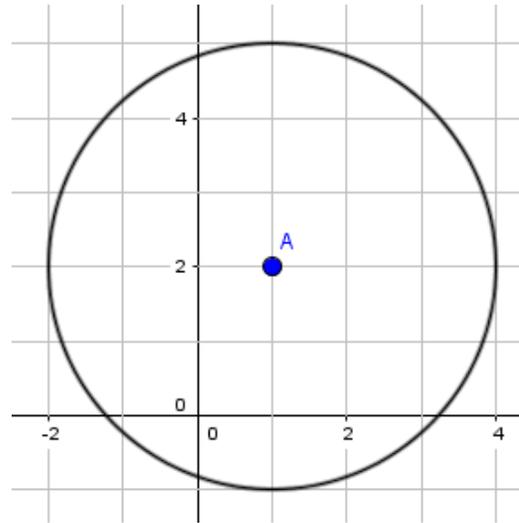
52. Considere la circunferencia cuya ecuación corresponde a  $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 10$ , si su centro se traslada al punto  $(-2, 1)$  la ecuación resultante es

- A)  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 10$
- B)  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 10$
- C)  $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 10$
- D)  $(x - 5)^2 + (y + 5)^2 = 10$

53. Considere la circunferencia cuya ecuación corresponde a  $(x - 8)^2 + (y + 2)^2 = 25$ , si su centro se traslada -3 unidades respecto al eje de las abscisas y 4 unidades respecto al eje de las ordenadas, la ecuación resultante es

- A)  $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 25$
- B)  $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 25$
- C)  $(x - 12)^2 + (y + 5)^2 = 25$
- D)  $(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 25$

54. Considere la siguiente circunferencia



Si su centro se traslada 2 unidades en el eje de las ordenadas y -2 unidades en el eje de las abscisas, la ecuación resultante es

- A)  $(x - 3)^2 + y^2 = 9$
- B)  $(x - 3)^2 + y^2 = 3$
- C)  $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 9$
- D)  $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 3$

55. Considere la circunferencia cuya ecuación corresponde a  $(x + 4)^2 + y^2 = 100$ , si su centro se traslada al punto  $(3, 4)$  la ecuación resultante es

- A)  $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 100$
- B)  $(x + 3)^2 + (y + 4)^2 = 100$
- C)  $(x - 7)^2 + (y - 4)^2 = 100$
- D)  $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 100$

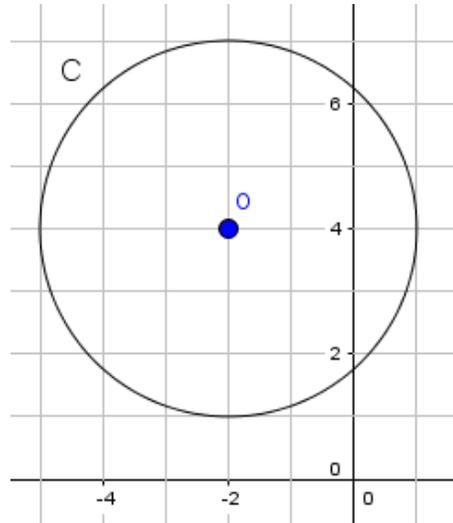
56. Si en una circunferencia los extremos de un diámetro corresponden a los puntos  $(2, 7)$  y  $(-6, 5)$ , entonces el centro de esa circunferencia corresponde al punto

- A)  $(4, 1)$
- B)  $(-4, 6)$
- C)  $(4, -2)$
- D)  $(-2, 6)$

57. Si a la circunferencia dada por  $x^2 + y^2 = 16$  se le aplica una traslación, de modo que su centro se ubique en el I cuadrante y que ambos ejes de coordenadas sean tangentes a esa circunferencia, entonces la ecuación para esta circunferencia corresponde a

- A)  $(x - 4)^2 + (y + 4)^2 = 16$
- B)  $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 16$
- C)  $(x + 4)^2 + (y - 4)^2 = 16$
- D)  $(x + 4)^2 + (y + 4)^2 = 16$

Considere la siguiente representación gráfica de una circunferencia  $C$ , cuya medida del radio es 3 y su centro es  $(-2, 4)$ , para responder los ítems 58 y 59:



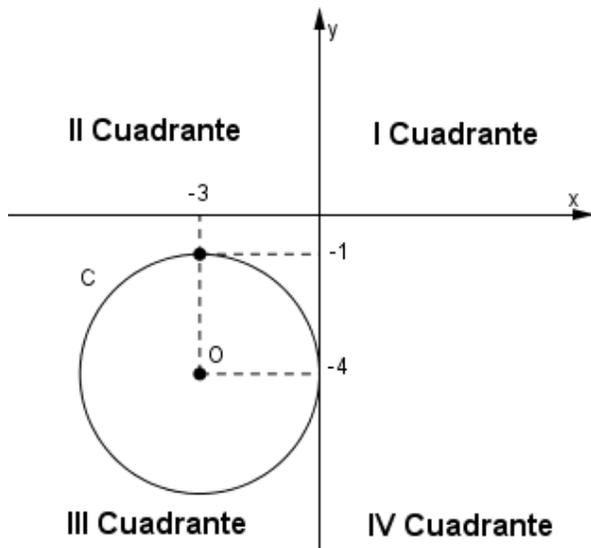
58. Si  $C'$  se obtiene al trasladar la circunferencia  $C$ , dos unidades a la izquierda (horizontalmente) y una unidad hacia arriba (verticalmente), entonces la ecuación de  $C'$  corresponde a

- A)  $x^2 + (y + 3)^2 = 9$
- B)  $x^2 + (y - 3)^2 = 9$
- C)  $(x + 4)^2 + (y - 5)^2 = 9$
- D)  $(x - 4)^2 + (y + 5)^2 = 9$

59. Si  $C''$  se obtiene al trasladar la circunferencia  $C$ , tal que, el centro de  $C''$  se ubica en el punto  $(3, 2)$ , entonces se cumple con certeza que  $C''$

- A) **no** interseca los ejes de coordenadas.
- B) interseca el "eje  $x$ ", en un único punto y el "eje  $y$ " en dos puntos.
- C) interseca el "eje  $x$ " en dos puntos y el "eje  $y$ " en un único punto.
- D) interseca el "eje  $x$ " en un único punto y el "eje  $y$ " en un único punto.

Considere la siguiente representación gráfica de la circunferencia C de centro O, para responder los ítems 60 y 61:



60. Si C' es una traslación de C, de modo que ambos ejes de coordenadas sean tangentes a C' y que su centro se ubique en el III cuadrante, entonces el centro de C' corresponde al punto

- A) (-4, -2)
- B) (-4, -3)
- C) (-3, -2)
- D) (-3, -3)

61. Si C'' se obtiene al trasladar la circunferencia C, tres unidades a la derecha (horizontalmente) y dos unidades hacia arriba (verticalmente), entonces la ecuación de C'' corresponde a

- A)  $x^2 + (y + 2)^2 = 3$
- B)  $x^2 + (y - 2)^2 = 3$
- C)  $x^2 + (y+2)^2 = 9$
- D)  $x^2 + (y - 2)^2 = 9$

**Habilidad 4: Calcular áreas y perímetros de polígonos.**

Considere la información suministrada por **Pantalla** para responder las preguntas 62 y 63:

**Pantalla**

En el mercado, el tamaño de una pantalla plana se determina por las pulgadas que mide su diagonal, (suponga que es cuadrada), tal como lo ilustra la siguiente imagen:

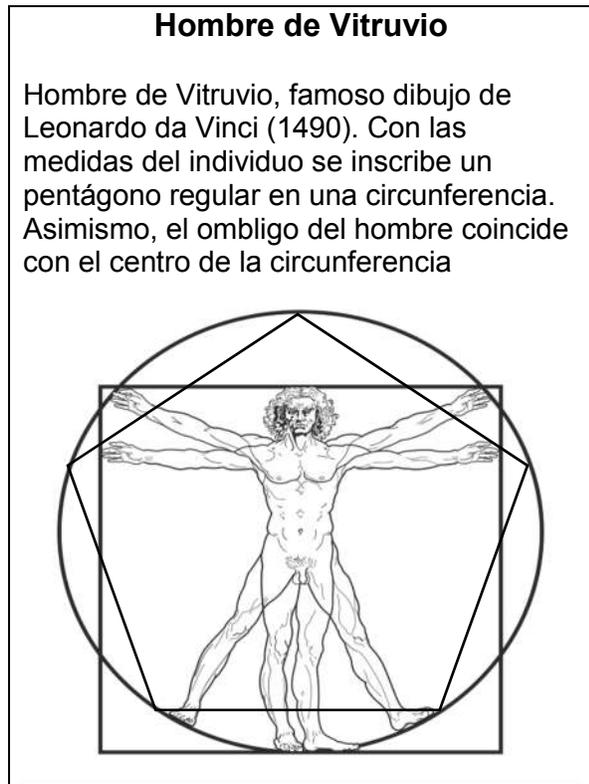
62. Con base en **Pantalla** ¿cuál es la medida de sus lados?

- (A) 64
- (B)  $16\sqrt{2}$
- (C)  $64\sqrt{2}$
- (D) 128

63. ¿Cuál es la medida de su área en pulgadas?

--	--	--	--	--	--

Considere la información suministrada por **Hombre de Vitruvio** para responder las preguntas 64 y 65:



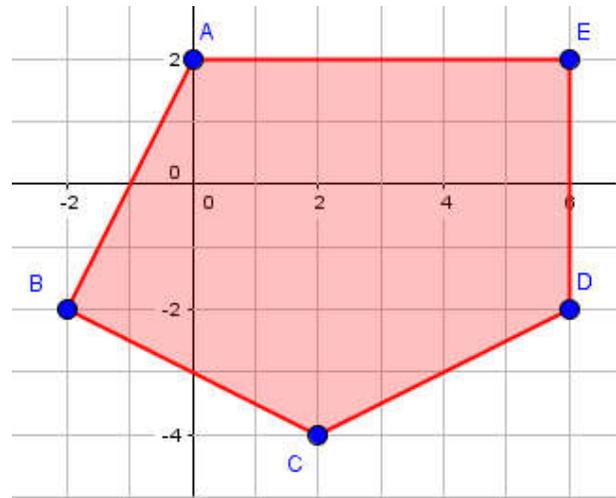
64. La medida en grados de uno de los ángulos internos del pentágono inscrito en la circunferencia de la pintura del Hombre de Vitruvio corresponde a:

- A)  $540^\circ$
- B)  $360^\circ$
- C)  $108^\circ$
- D)  $90^\circ$

65. ¿Si en una réplica de la pintura, la medida desde los pies hasta el ombligo del hombre es de 15 cm, cuanto mide aproximadamente la apotema del pentágono inscrito en centímetros?

--	--	--	--	--	--

Considere la siguiente información para responder la pregunta 66:



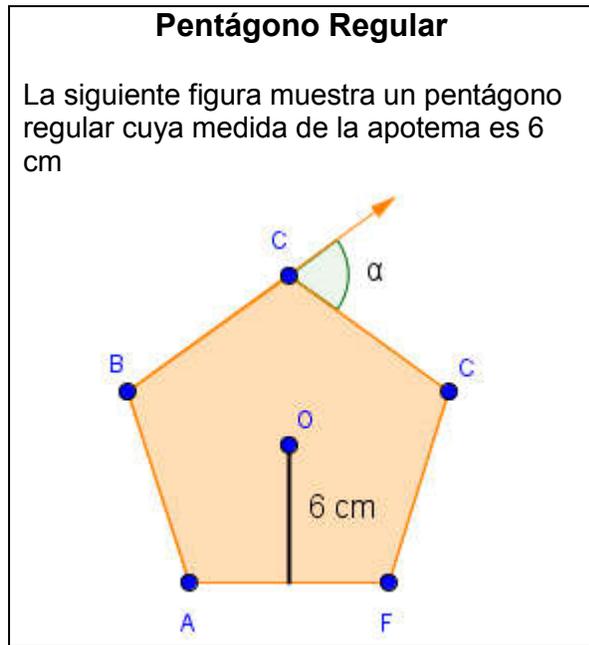
66. ¿El área en centímetros cuadrados del polígono ABCDE mide?

--	--	--	--	--	--

67. En un polígono regular, la suma de las medidas de los ángulos internos y externos es  $1980^\circ$ . ¿Cuál es el total de diagonales de ese polígono?

--	--	--	--	--	--

Considere la información suministrada por **Pentágono Regular**, para contestar las preguntas 68, 69 y 70



68. ¿Cuál es la medida del ángulo  $\alpha$  en grados?

--	--	--	--	--	--

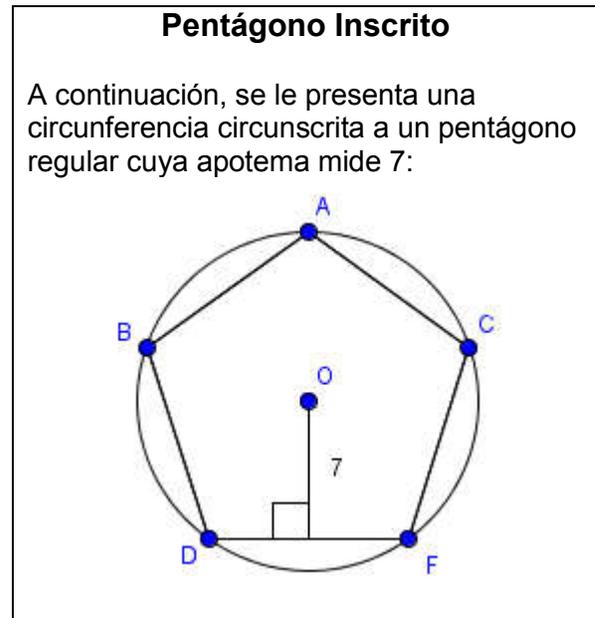
69. ¿Cuál es aproximadamente el área del pentágono en  $\text{cm}^2$ ?

- A) 26,15
- B) 65,39
- C) 130,77
- D) 261,54

70. ¿Cuál es aproximadamente el perímetro del pentágono?

- A) 21,85
- B) 37,05
- C) 43,59
- D) 46,53

Considere la información suministrada por **Pentágono Inscrito**, para contestar las preguntas 71, 72 y 73



71. Con base en **Pentágono Inscrito** ¿Cuál es la medida aproximada de la circunferencia?

- A) 8,65
- B) 17,30
- C) 54,32
- D) 2334,94

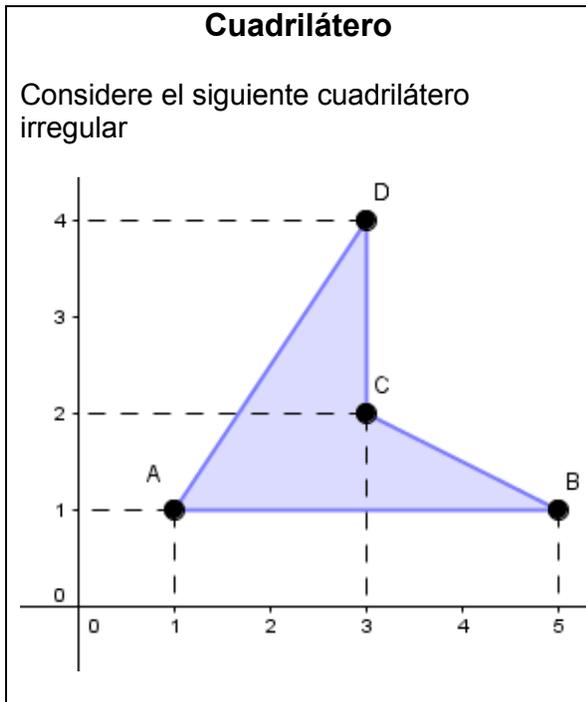
72. Con base en **Pentágono Inscrito** ¿Cuál es aproximadamente el perímetro del pentágono?

- A) 10,18
- B) 19,27
- C) 25,43
- D) 50,90

73. Con base en **Pentágono Inscrito** la medida de un ángulo interno es

--	--	--	--	--	--

Considere la información suministrada por **Cuadrilátero**, para contestar las preguntas 74 y 75



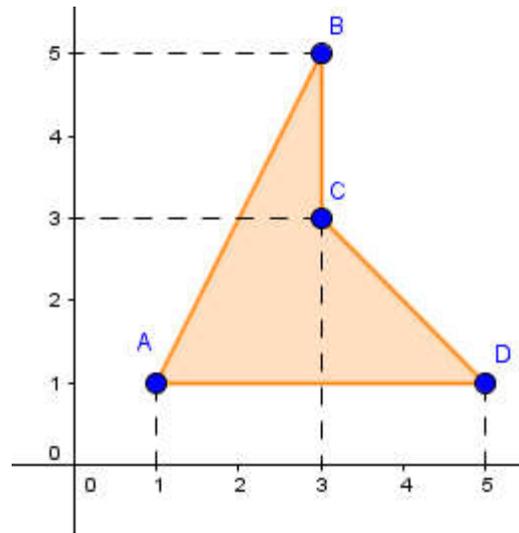
74. Con base en **Cuadrilátero**, ¿cuál es aproximadamente su perímetro?

- A) 15,60
- B) 13,28
- C) 11,84
- D) 10,42

75. Con base en **Cuadrilátero**, ¿cuál es el área del cuadrilátero ABCD?

--	--	--	--	--	--

Considere la siguiente figura



76. De acuerdo con los datos de la figura, ¿cuál es el área del cuadrilátero ABCD?

--	--	--	--	--	--

77. Mario quiere construir un papalote de tela con forma de cuadrado, de modo que cada uno de sus lados posea una medida de 0,75 metros.

I. Con un metro cuadrado de tela, Mario puede construir su papalote.

II. El perímetro del cuadrado que forma el papalote es de 3 m.

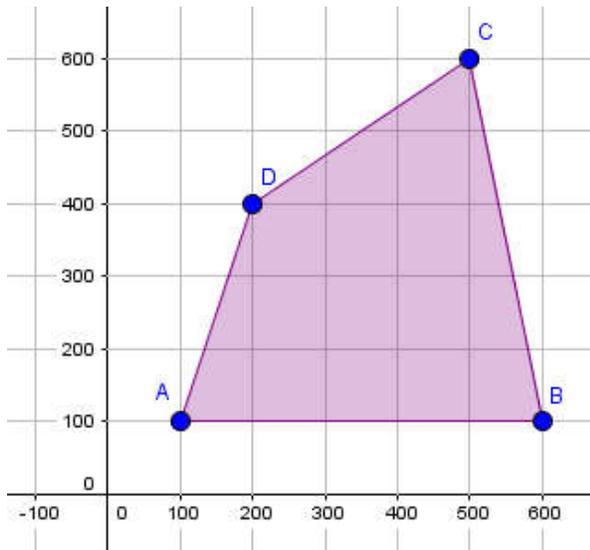
¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

78. Sea un polígono regular cuyo lado mide 8 cm. Si se puede trazar un total de 35 diagonales, entonces, ¿cuál es el área, en centímetros cuadrados, de ese polígono?

- A) 280,00
- B) 246,23
- C) 393,97
- D) 492,46

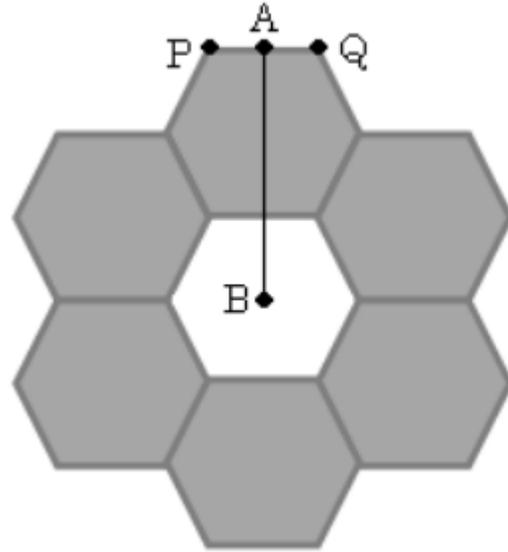
79. El terreno destinado a una finca ganadera tiene la forma que indica el siguiente croquis:



80. ¿Cuál es el área de la finca?

- A) 40 000
- B) 120 000
- C) 160 000
- D) 320 000

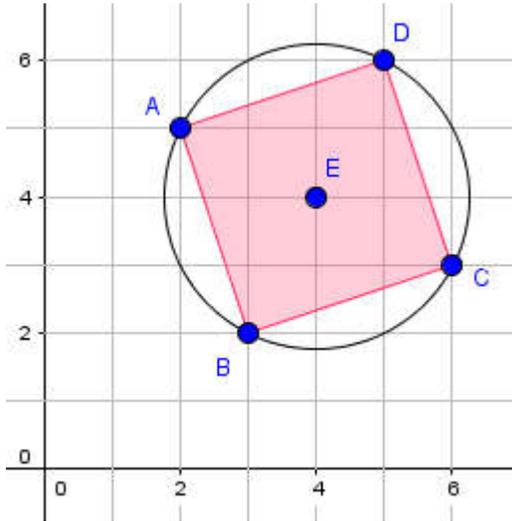
81. La siguiente imagen muestra una figura formada por hexágonos regulares y congruentes entre sí, donde B es el centro del hexágono en blanco, y A es el punto medio del lado PQ. Además, se sabe que  $\overline{AB} \perp \overline{PQ}$  y  $AB = 120$



¿Cuál es la medida del área destacada en gris?

- A)  $2400\sqrt{3}$
- B)  $14400\sqrt{3}$
- C)  $19200\sqrt{3}$
- D)  $57600\sqrt{3}$

82. Marcos tiene un terreno de forma cuadrada, donde el centro del terreno se ubica en el par ordenado (4,4), lugar donde coloco una antena de wifi, donde la señal abarca hasta donde se encuentran los vértices del cuadrado, como se muestra en la figura



Según los datos de la situación anterior, considere las siguientes proposiciones

I. La ecuación de la circunferencia de centro E es  $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 10$

II. El área del cuadrado es de  $10 \text{ u}^2$

De ellas ¿Cuáles son **verdaderas**?

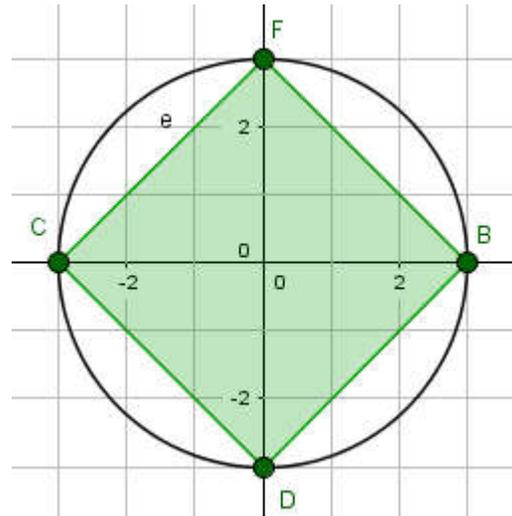
A) Solo la I

B) Solo la II

C) Ambas

D) Ninguna

83. Analice el siguiente cuadrado CFBD inscrito en una circunferencia de Centro (0,0)



Según la información anterior, considere las siguientes proposiciones

I. La ecuación de la circunferencia de centro (0,0) está dada por la ecuación  $x^2 + y^2 = 3$

II. La recta  $y = x + 3$  es tangente a la circunferencia.

III. El área del cuadrado CFBD es de  $3\sqrt{2}$

De ellas ¿Cuáles son **verdaderas**?

A) Solo la I

B) Todas

C) Ninguna

D) Sola III

84. El número de diagonales de un polígono cuyo ángulo externo es  $36^\circ$  es

--	--	--	--	--	--

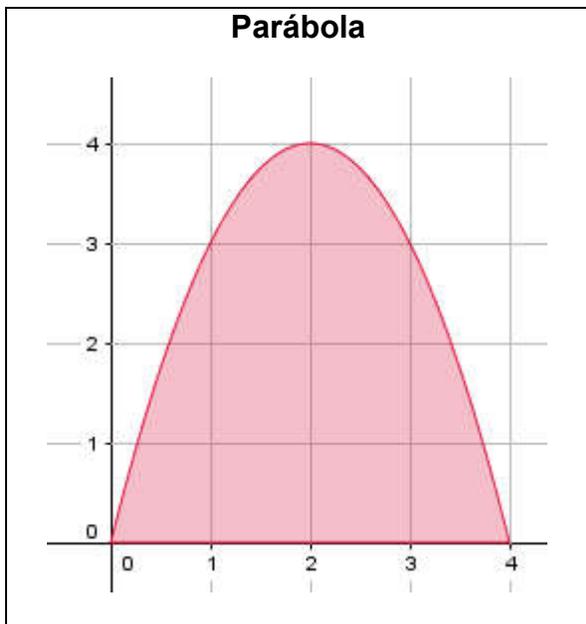
85. Si la medida del ángulo central de un polígono es  $\alpha^\circ$ , entonces considere las siguientes proposiciones:

- I. Su ángulo externo mide  $\alpha^\circ$ .
- II. Su ángulo interno mide  $180^\circ - \alpha^\circ$ .

De ellas ¿cuáles son **verdaderas**?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere la información suministrada por **Parábola**, para contestar las preguntas 86 y 87



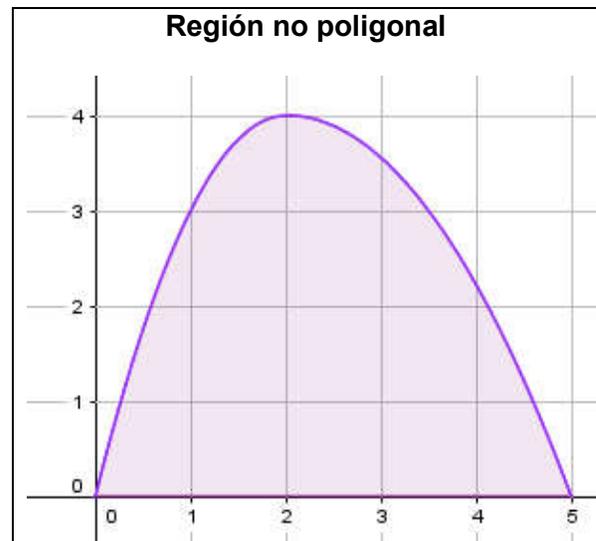
86. Con base en **Parábola**, ¿cuál es su área?

- A) 14
- B) 10
- C) 10,67
- D) 13,54

87. En base en **Parábola** ¿la medida de su perímetro corresponde?

- A) 9,15
- B) 9,29
- C) 13,15
- D) 13,29

Considere la información suministrada por Región no poligonal, para contestar las preguntas 88 y 89.



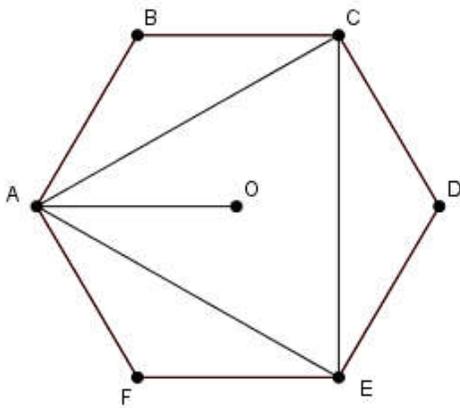
88. Según a la información en Región no poligonal, determine su área

- A) 12,12
- B) 13,34
- C) 15,12
- D) 16,73

89. Según a la información en **Región no poligonal**, la medida de su perímetro es

- A) 9,88
- B) 14,58
- C) 14,88
- D) 16,73

Considere la siguiente figura, en la cual el polígono ABCDEF corresponde a un hexágono regular, para responder los ítems 90 y 91:



O: centro del hexágono

AO = 10

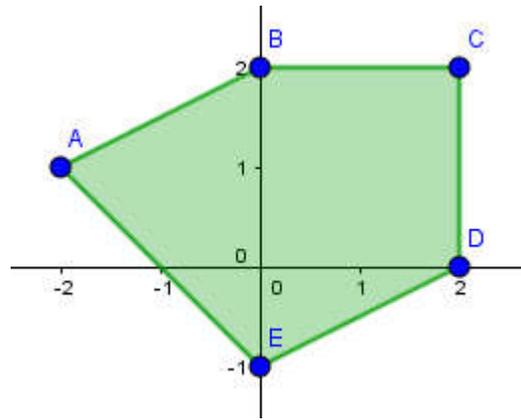
90. El perímetro del  $\triangle ACE$  es

- A) 30
- B) 60
- C)  $30\sqrt{3}$
- D)  $75\sqrt{3}$

91. El área del hexágono ABCDEF es

- A)  $150\sqrt{3}$
- B)  $200\sqrt{3}$
- C)  $300\sqrt{3}$
- D)  $\frac{225}{2}\sqrt{3}$

Considere la siguiente representación gráfica para responder los ítems 92 y 93:



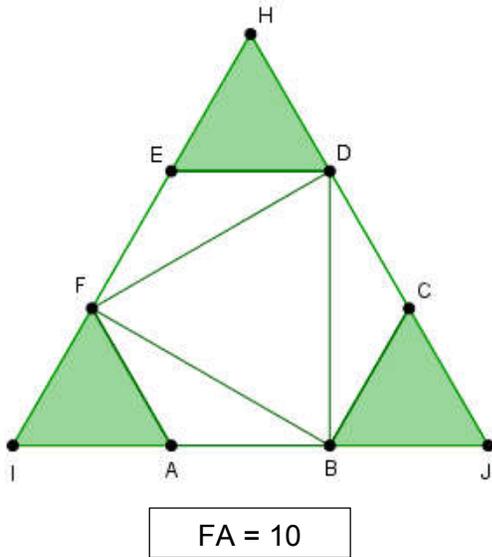
92. ¿Cuál es el perímetro del polígono BCDE?

- A) 5
- B)  $5\sqrt{5}$
- C)  $4 + \sqrt{5}$
- D)  $7 + \sqrt{5}$

93. El área del polígono ABCDE es

- A) 7
- B) 8
- C) 9
- D) 10

Considere la siguiente figura, que muestra el triángulo equilátero DFB, el hexágono regular ABCDEF y el triángulo equilátero HIJ, para responder los ítems 94 y 95:



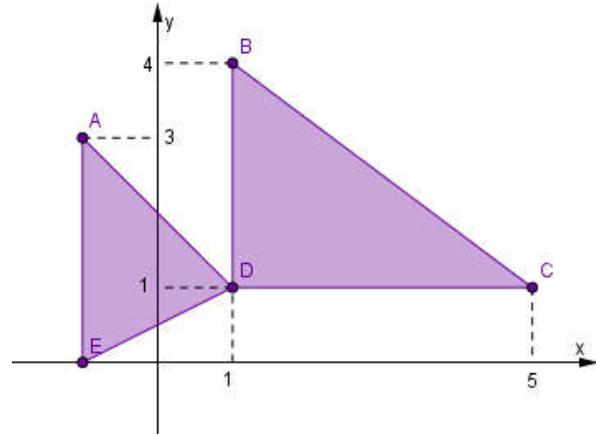
94. Si los triángulos destacados con gris corresponden a triángulos equiláteros, entonces el perímetro del  $\triangle HIJ$  es

- A) 60
- B) 90
- C)  $25\sqrt{3}$
- D)  $225\sqrt{3}$

95. Si  $FD = 10\sqrt{3}$ , entonces el área del  $\triangle DFB$  es

- A)  $30\sqrt{3}$
- B)  $60\sqrt{3}$
- C)  $75\sqrt{3}$
- D)  $150\sqrt{3}$

Considere la siguiente representación gráfica para responder los ítems 96 y 97:



96. El perímetro del  $\triangle BCD$  es

- A) 6
- B) 12
- C)  $9 + \sqrt{7}$
- D)  $9 + \sqrt{41}$

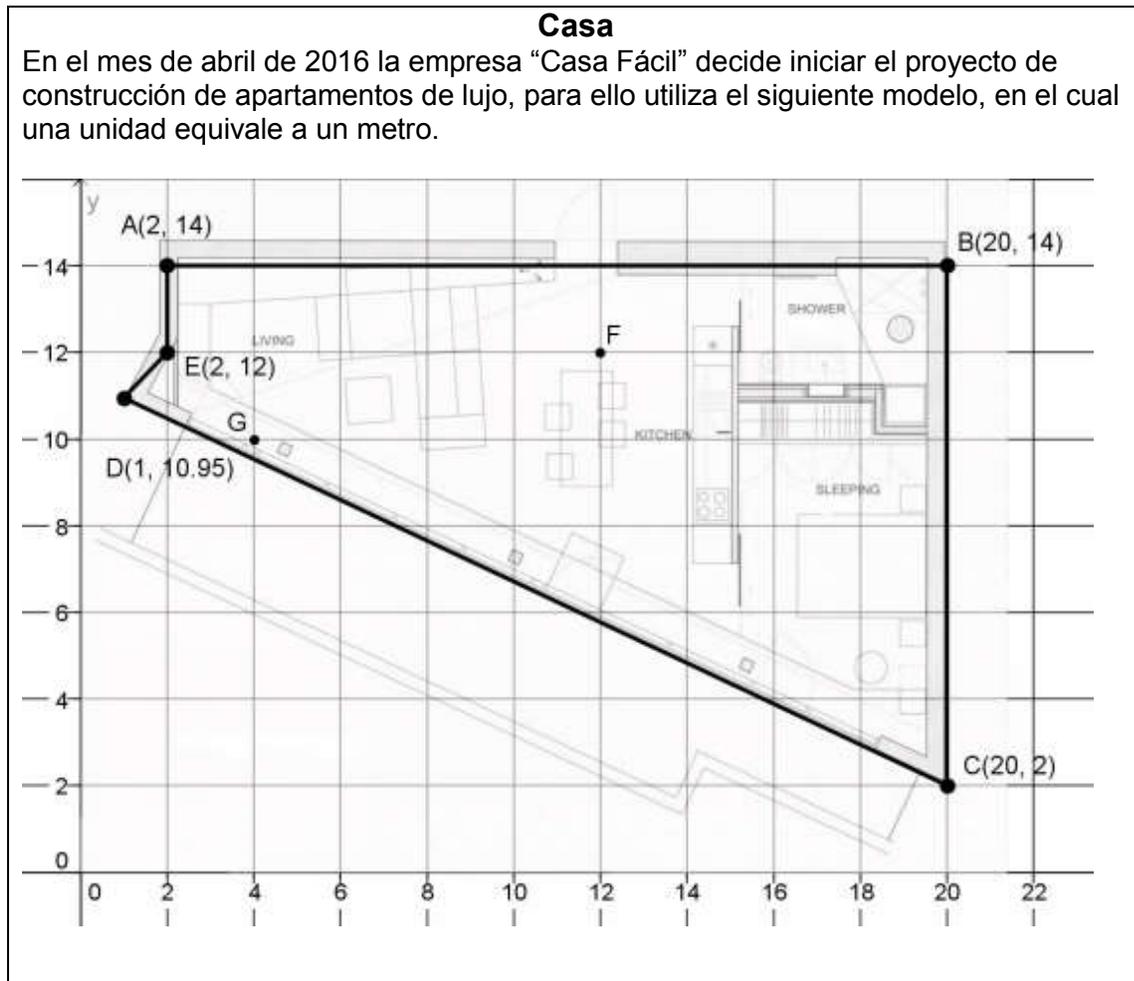
97. ¿Cuál es el área del  $\triangle ADE$ ?

- A) 2
- B) 3
- C)  $\frac{3}{2}$
- D) 6

98. En un cuadrado cuya medida de su lado es 8, entonces su apotema mide

--	--	--	--	--	--

Considere el siguiente contexto para responder las preguntas 99:

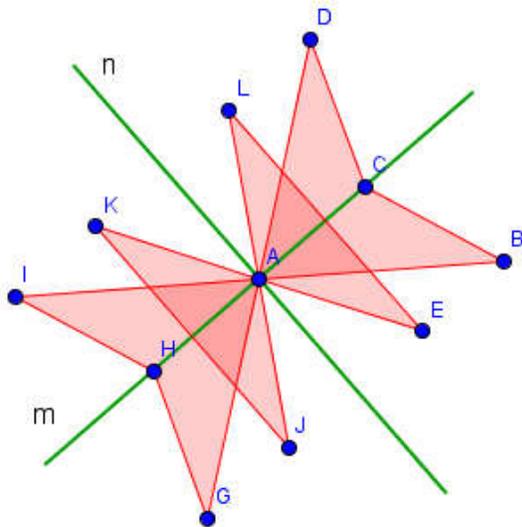


99. Utilizando como referencia el polígono ABCDE, calcule el costo de construcción de cada apartamento si el metro cuadrado cuesta \$700.

- A) \$ 98 280
- B) \$ 49 140
- C) \$ 37 415
- C) \$ 23 800

**Habilidad 5: Identificar simetrías**

En la siguiente figura se han trazado dos ejes de simetría



100. Con base en la informacin anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. El punto D es el homólogo del punto I con respecto a m
- II. El punto E es el homólogo del punto J con respecto a n

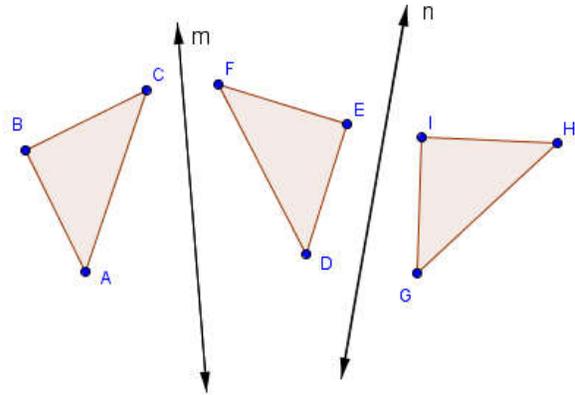
De ellas, ¿cuáles son **verdaderas**?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

101. ¿Cuál de las siguientes letras tienen 2 ejes de simetría?

- A) E
- B) Y
- C) M
- D) H

Considere la siguiente figura en donde m es el eje de simetría del  $\triangle ABC$  y del  $\triangle DEF$ , y n es el eje de simetría del  $\triangle DEF$  y del  $\triangle GIH$



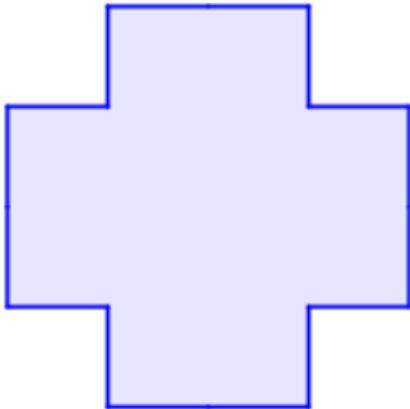
102. De acuerdo con los datos de la figura anterior, considere las siguientes proposiciones

- I. A es homólogo a F, con respecto al eje de simetría m
- II.  $\overline{DE}$  es homólogo a  $\overline{GI}$ , con respecto al eje de simetría n

De ellas, ¿cuáles son **verdaderas**?

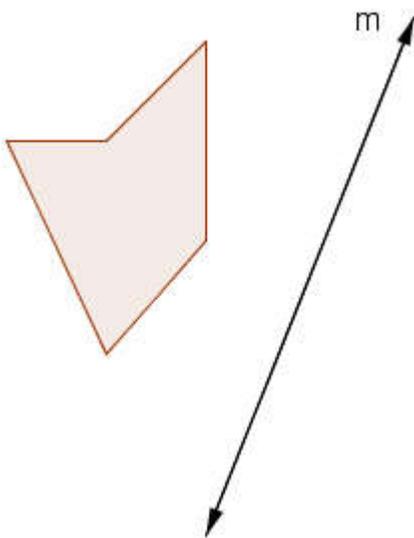
- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

103. Para la siguiente figura determine la cantidad de ejes de simetría que posee



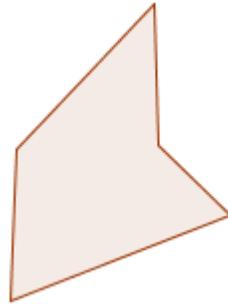
- A) 2
- B) 4
- C) 6
- D) 8

104. Considere la siguiente figura

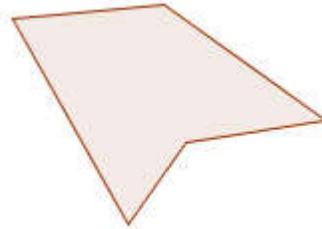


Según la figura anterior la imagen del pentágono respecto al eje de simetría  $m$  es

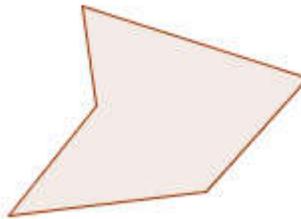
A)



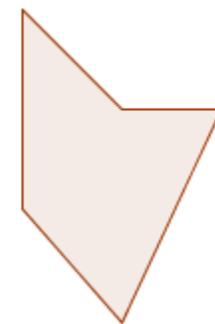
B)



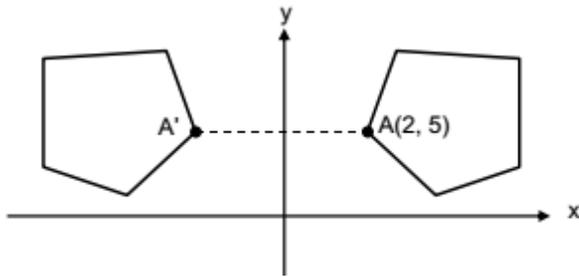
C)



D)



105. Considere la siguiente representación gráfica referente a dos polígonos que son simétricos con respecto al "eje y"



De acuerdo con los datos de la representación gráfica anterior, ¿cuál es el punto homólogo de A?

- A)  $A'(5, 2)$
- B)  $A'(-2, 5)$
- C)  $A'(2, -5)$
- D)  $A'(-2, -5)$

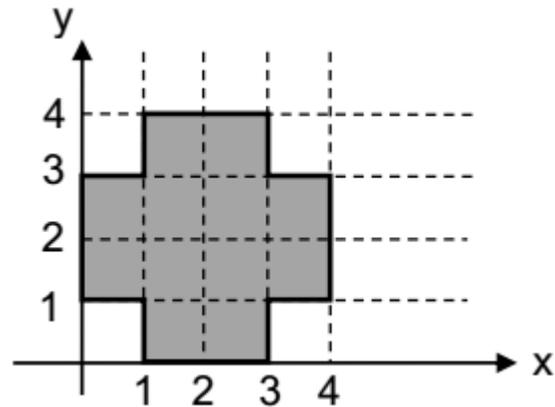
106. Considere las siguientes letras:

**F J K M**

¿En cuál de ellas se puede trazar un eje de simetría?

- A) F
- B) J
- C) K
- D) M

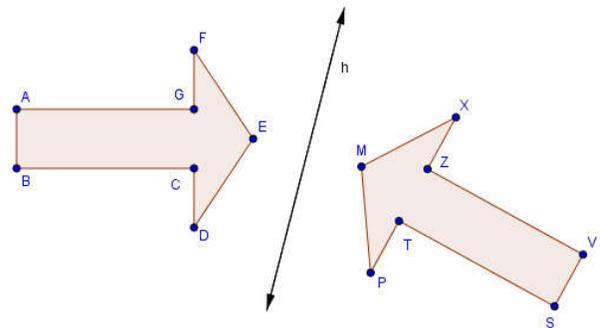
107. Considere la siguiente representación gráfica:



108. ¿Cuántos ejes de simetría se pueden trazar en total en la figura destacada con gris?

--	--	--	--	--	--

Considere la siguiente figura, referente a dos polígonos que presentan simetría axial con respecto a la recta h, para responder los ítems 109 y 110:



109. El ángulo homólogo con  $\angle GFE$  es

- A)  $\angle CDE$
- B)  $\angle ZXN$
- C)  $\angle TPM$
- D)  $\angle XZV$

110. Considere las siguientes proposiciones:

- I. El punto homólogo con D es P.
  - II. El segmento homólogo con AG es VZ
- De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

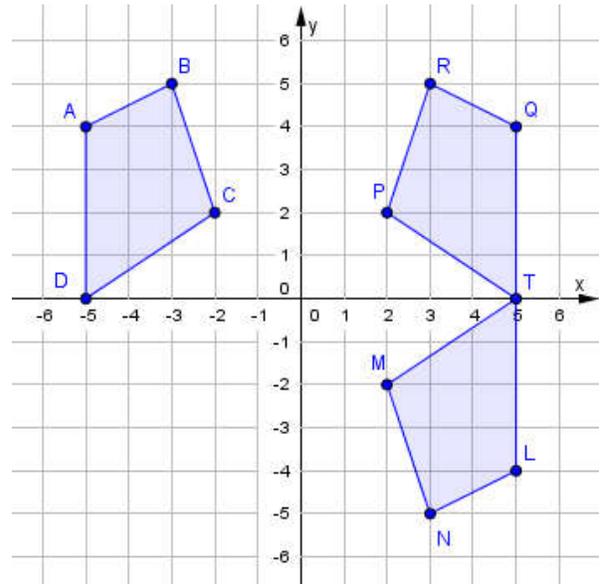
111. Considere el siguiente rombo:



¿Cuántos ejes de simetría se pueden trazar en total en el rombo anterior?

--	--	--	--	--	--

Considere la siguiente representación gráfica para responder los ítems 112 y 113:



112. Considere las siguientes proposiciones:

- I. El punto  $(3, -5)$  es homólogo con R con respecto al "eje x".
- II. El  $\square ABCD$  y el  $\square QRPT$  presentan simetría axial con respecto al "eje y".

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

113. Con respecto al "eje x",  $\overline{MT}$  es homólogo con

- A)  $\overline{DC}$
- B)  $\overline{PT}$
- C)  $\overline{PR}$
- D)  $\overline{RQ}$

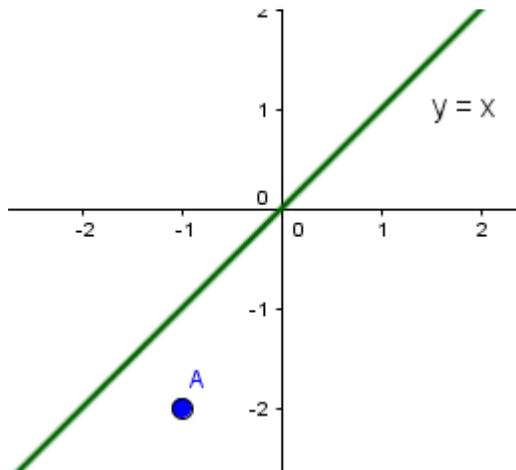
114. Considere la siguiente figura, la cual corresponde a un rectángulo:



¿Cuántos ejes de simetría se pueden trazar en total en el polígono anterior?

**Habilidad 6: Aplicar e identificar diversas transformaciones en el plano a figuras geométricas.**

Considere la siguiente figura



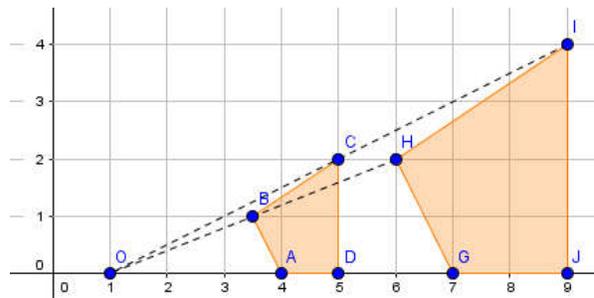
115. Si se busca la reflexión del punto A con respecto a la recta  $y = x$ , este correspondería al punto:

- A) (1, -2)
- B) (-1, 2)
- C) (-2, -1)
- D) (2, -1)

116. Considere el  $\triangle ABC$  con coordenadas  $A(2,3)$ ;  $B(5,-2)$  y  $C(-3,7)$  se le aplica una reflexión con el eje  $x$ , cuáles son las coordenadas de los vértices de  $\triangle A'B'C'$

- A)  $A'(-2,-3)$ ;  $B'(-5,2)$  y  $C'(3,-7)$
- B)  $A'(-2,3)$ ;  $B'(-5,-2)$  y  $C'(3,7)$
- C)  $A'(2,-3)$ ;  $B'(5,2)$  y  $C'(-3,-7)$
- D)  $A'(3,2)$ ;  $B'(-2,5)$  y  $C'(7,-3)$

117. Considere la siguiente figura



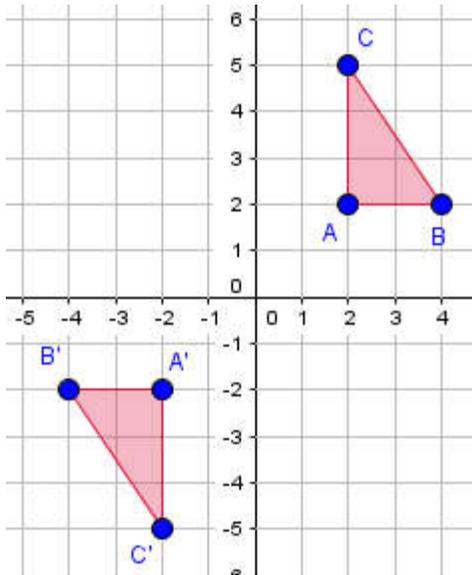
De acuerdo con los datos de la figura, el cuadrilátero GHIJ respecto al cuadrilátero ABCD presenta una homotecia de razón

- A)  $\frac{1}{3}$
- B)  $\frac{1}{2}$
- C) 2
- D) 6

118. Al reflejar el punto  $(-2, -8)$  sobre la recta  $y = x$ , se obtiene el punto

- A) (8, -2)
- B) (-8, 2)
- C) (8, 2)
- D) (-8, -2)

Considere la siguiente figura



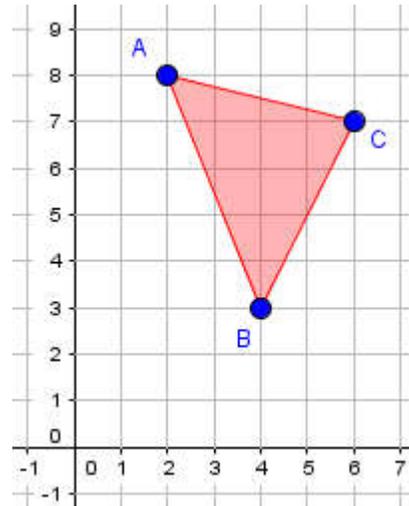
119. De acuerdo con los datos de la figura, ¿cuál transformación presenta el  $\triangle A'B'C'$  con respecto al  $\triangle ABC$

- A) rotación
- B) traslación
- C) homotecia directa
- D) reflexión con respecto al eje y

120. Al rotar  $(-1, 5)$  desde el origen un ángulo recto en sentido horario se obtiene el punto

- A)  $(5, -1)$
- B)  $(-5, 1)$
- C)  $(5, 1)$
- D)  $(-5, -1)$

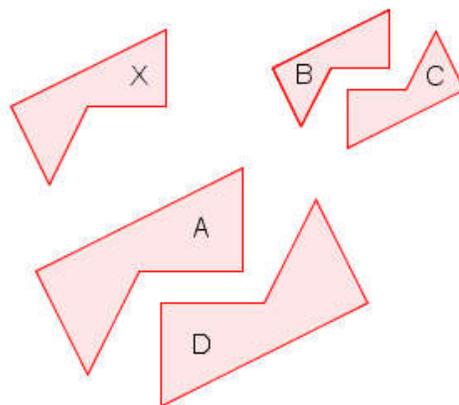
Considere la siguiente figura



121. Si al  $\triangle ABC$  se le aplica una traslación de vector  $z(3,4)$ , entonces, las coordenadas para los vértices de  $\triangle A'B'C'$  luego de la traslación son

- A)  $A'(8,2)$ ;  $B'(3,4)$  y  $C'(7,6)$
- B)  $A'(2,8)$ ;  $B'(4,3)$  y  $C'(6,7)$
- C)  $A'(5,12)$ ;  $B'(7,7)$  y  $C'(9,11)$
- D)  $A'(11,6)$ ;  $B'(6,8)$  y  $C'(10,10)$

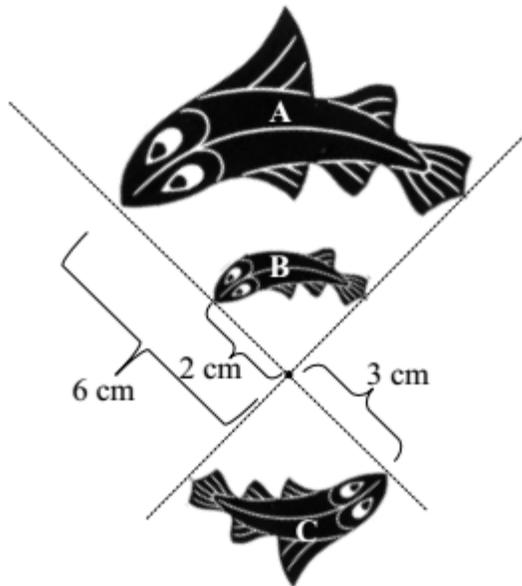
Considere la siguiente imagen



122. El polígono denotado con X se le aplica una homotecia directa con  $|k| > 1$ , cuál de las figuras puede ser una preimagen

- A) A    B) B    C) C    D) D

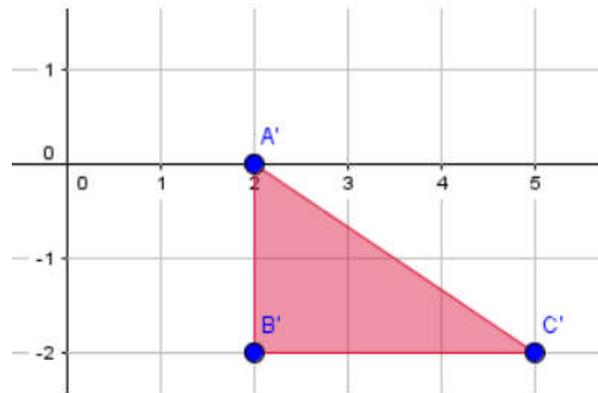
Considere la siguiente imagen:



123. Según la figura anterior, la razón de homotecia aplicada la figura C para obtener la figura B

- A)  $\frac{-3}{2}$
- B)  $\frac{-2}{3}$
- C)  $\frac{2}{3}$
- D)  $\frac{3}{2}$

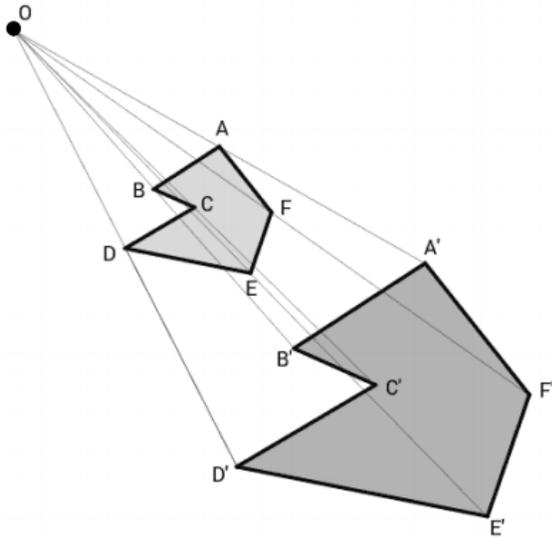
Considere la siguiente figura



124. Con base en la figura adjunta se observa que el  $\Delta A'B'C'$  es la traslación del  $\Delta ABC$  bajo el vector  $(-2, -4)$ , determine los vértices del  $\Delta ABC$

- A) A(2,6); B(0,6) y C(0,9)
- B) A(4,4); B(4,2) y C(7,2)
- C) A(0,-4); B(0,-6) y C(3,-6)
- D) A(-2,-2); B(-4,-2) y C(-4,1)

Considere la siguiente imagen referente a una homotecia de centro  $O$  y razón de homotecia  $k = 2$ :



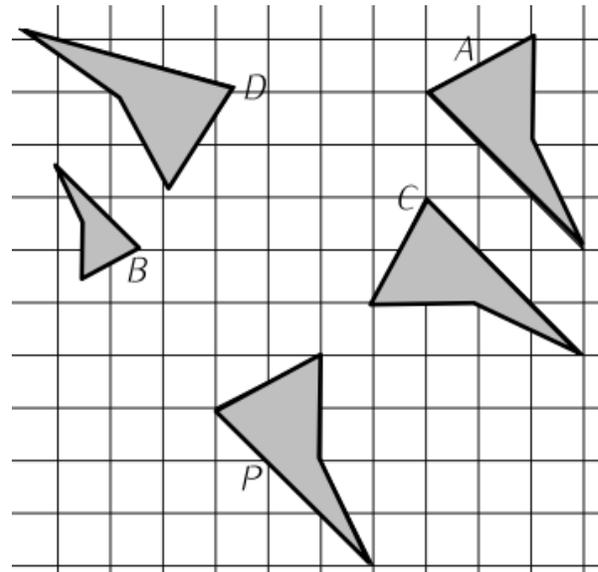
Si  $AB = 15$ ,  $BC = 8$ ,  $CD = 17$ ,  $DE = 22$ ,  $EF = 16$  y  $FA = 19$

125. De acuerdo con la información anterior, ¿cuál es la medida de  $D'E'$ ?

- A) 11
- B) 22
- C) 33
- D) 44

Considere la siguiente información para responder los ítems 126 y 127:

En la siguiente imagen se presentan cinco polígonos denotados con las letras A, B, C, D y P. Los polígonos A, B, C y D se obtienen de la figura P mediante transformaciones en el plano.



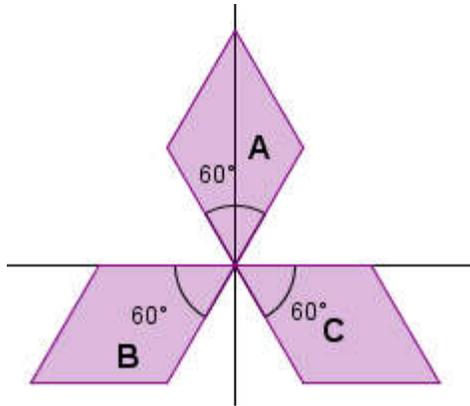
126. Para P, la figura C corresponde a una

- A) rotación.
- B) reflexión.
- C) traslación.
- D) homotecia.

127. ¿Cuál de las figuras corresponde a una homotecia de P?

- A) A
- B) B
- C) C
- D) D

Considere la siguiente representación gráfica, en la cual se muestran 3 rombos congruentes denotados con las letras A, B y C:



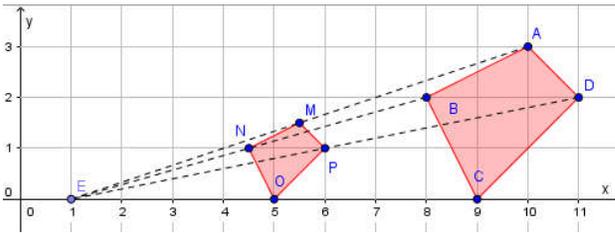
128. De acuerdo con la figura anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. El rombo B se puede generar a partir de una rotación del rombo A, con centro en el origen de los ejes coordenados.
- II. El rombo C se puede generar a partir de una reflexión del rombo B, con respecto al "eje y".

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

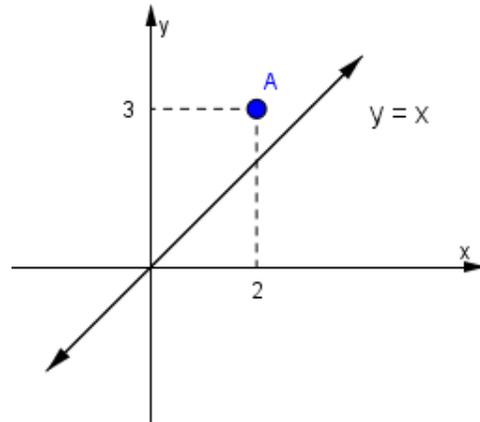
Considere la siguiente representación gráfica:



129. De acuerdo con la información anterior, el polígono ABCD con respecto al polígono MNOP corresponde a la transformación en el plano denominada

- A) rotación.
- B) reflexión.
- C) traslación.
- D) homotecia.

Considere la siguiente representación gráfica:

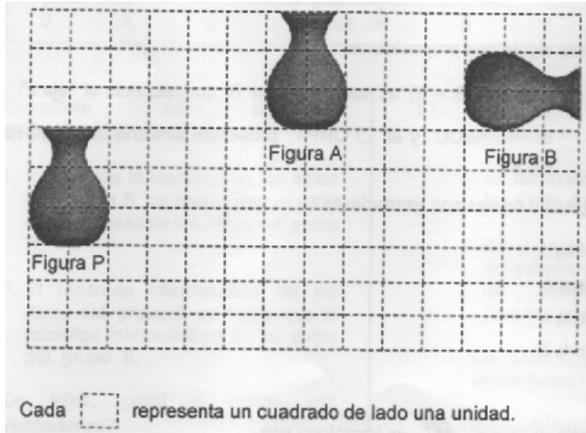


130. De acuerdo con la información anterior, al aplicarte una reflexión al punto A (2, 3) con respecto a la recta dada por  $y = x$ , la imagen de A corresponde al punto

- A) (3, 2)
- B) (-2, 3)
- C) (2, -3)
- D) (-2, -3)

Considere la siguiente información:

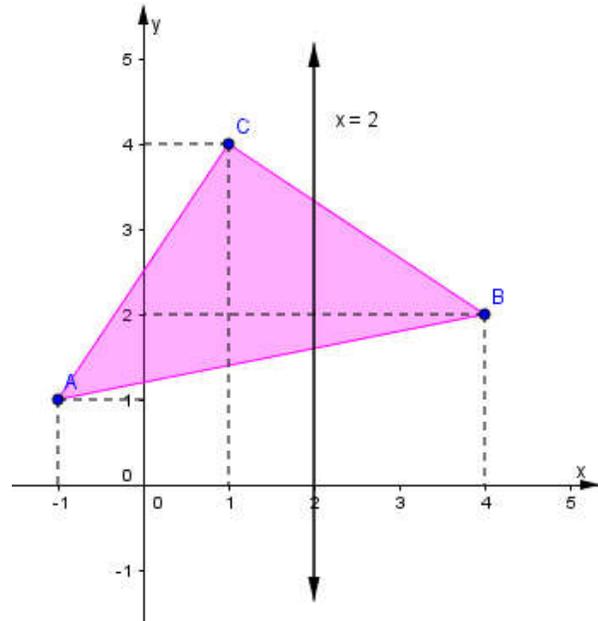
La figura A se obtiene de la figura P a partir de una transformación en el plano, mientras que la figura B se obtiene de la figura P a partir de otra transformación en el plano.



131. De acuerdo con la información anterior, las figuras A y B respectivamente, a transformaciones en el plano denominadas

- A) traslación y reflexión.
- B) rotación y homotecia.
- C) homotecia y reflexión.
- D) traslación y rotación.

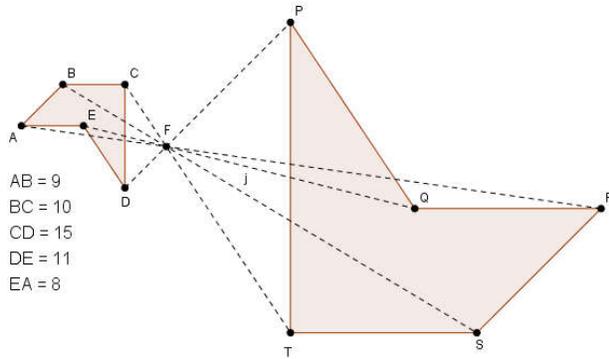
Considere la siguiente representación gráfica:



132. De acuerdo con la información anterior, si al  $\triangle ABC$  se le aplica una reflexión respecto a la recta  $x = 2$ , entonces la imagen de C corresponde al punto

- A) (4, 1)
- B) (3, 4)
- C) (1, 0)
- D) (-1, 4)

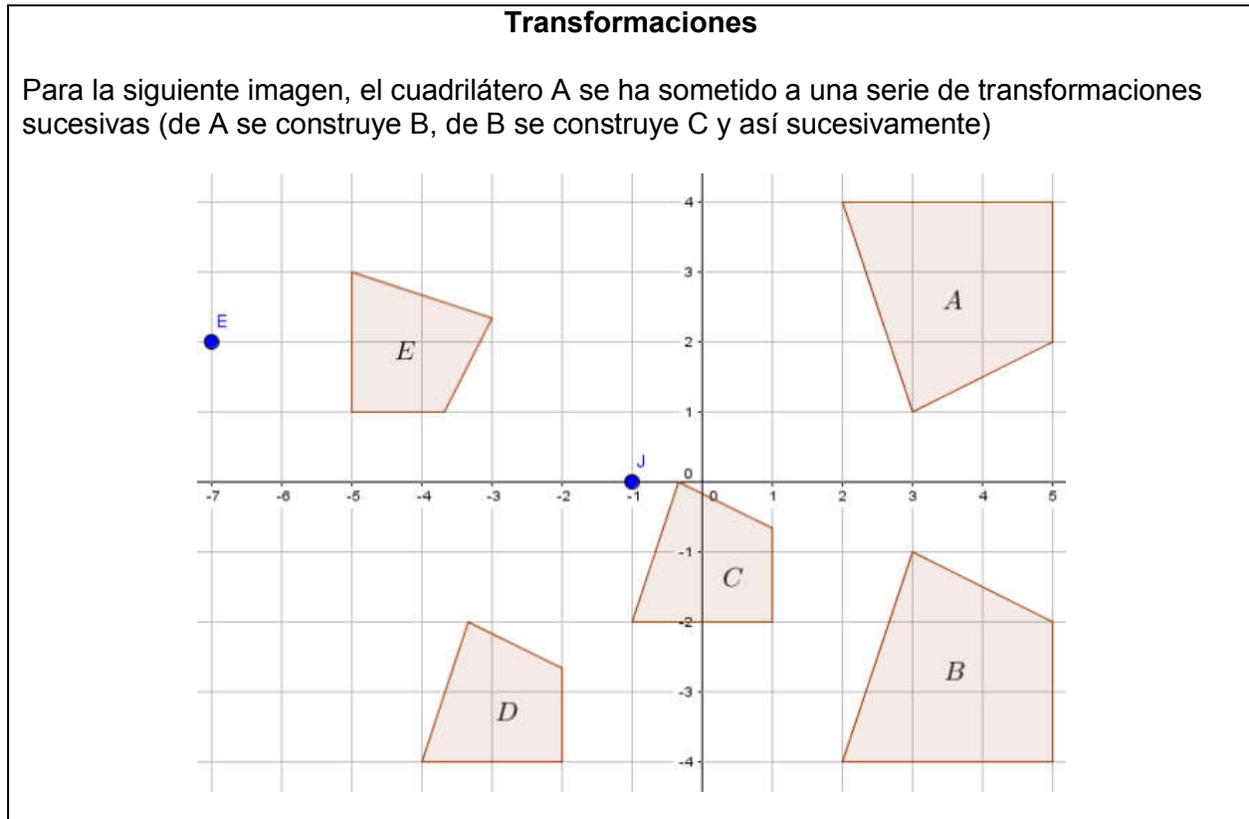
133. Considere la siguiente figura referente al polígono ABCDE, al que se le aplicó una homotecia de centro F y razón de homotecia  $k = -3$ :



De acuerdo con la información anterior ,  
 ¿cuál es la medida de  $\overline{TS}$  ?

- A) 24
- B) 30
- C) 33
- D) 45

Considere la información suministrada por **Transformaciones**, para contestar las preguntas 134 y 135



134. En base en **Transformaciones**, la figura denotada con **B** se le aplicó la siguiente transformación

- A) Traslación
- B) Homotecia
- C) Reflexión
- D) Rotación

135. En base en **Transformaciones**, la figura denotada con **E** se le aplicó la siguiente transformación

- A) Traslación
- B) Homotecia
- C) Reflexión
- D) Rotación

**Habilidad 7: Visualizar y aplicar características y propiedades de figuras geométricas tridimensionales.**

Considere la información suministrada por **Lámpara de mi casa** para responder las preguntas 136 y 137:

**Lámpara de mi casa**

La sombra de una lámpara (cono truncado sin tapas), posee las siguientes medidas: 20 cm de altura, 30 cm de diámetro en la circunferencia inferior y 10 cm de diámetro en la circunferencia superior. Además, a la mitad de la altura se le coloca una armazón de alambre, la cual sirve como base para el bombillo y es de forma circular.

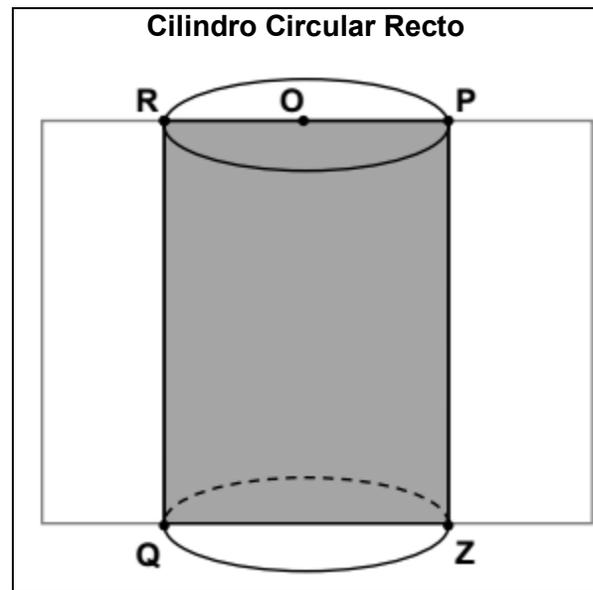
136. De acuerdo con **Lámpara de mi casa**, ¿cuál es la mediana del radio de la circunferencia de la armazón de alambre?

- A) 6,67 cm
- B) 7,5 cm
- C) 10 cm
- D) 15 cm

137. Con base en **Lámpara de mi casa**, ¿cuál es la mediana de la circunferencia de la armazón de alambre?

--	--	--	--	--	--

Considere la información suministrada por **Cilindro Circular Recto** para responder las preguntas 138 y 139:



138. Si el área de la sección plana  $\square RPZQ$ , que se obtiene con el corte es 80 y  $RQ = 10$ , entonces, ¿cuál es el área lateral del cilindro?

- A)  $80\pi$
- B)  $90\pi$
- C)  $100\pi$
- D)  $160\pi$

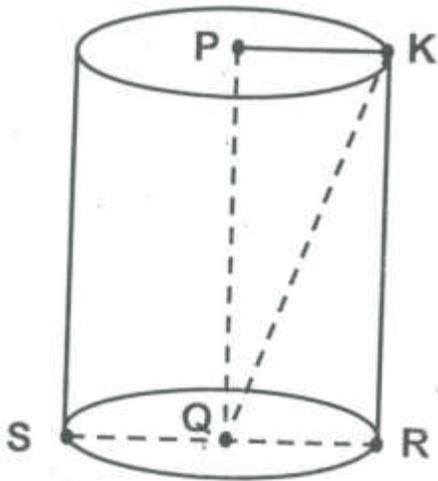
139. ¿Qué nombre recibe  $\overline{RP}$ ?

- A) Radio
- B) Recta
- C) Altura
- D) Diámetro

140. Una esfera de radio  $R$  se corta con un plano tal que la sección que se obtiene es una circunferencia de radio  $\frac{R}{2}$ , entonces la distancia del centro de la esfera al plano es igual a

- A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- B)  $\sqrt{2}$
- C)  $\sqrt{3}$
- D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

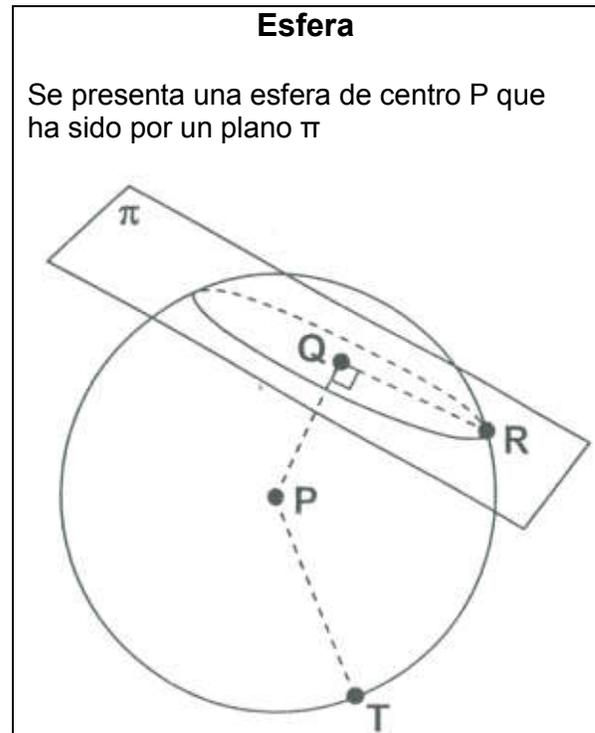
Considere la siguiente figura que representa un cilindro circular recto



141. Si  $SR = 6$  cm y  $KQ = \sqrt{109}$  cm, entonces, la medida de la altura del cilindro es:

--	--	--	--	--	--

Considere la información suministrada por esfera, para responder las preguntas 142 y 143



142. Con base en **Esfera**, ¿qué nombre recibe la sección plana al realizarse el corte?

- A) Elipse
- B) Parábola
- C) Hipérbola
- D) Circunferencia

143. En base en **Esfera**, ¿qué nombre recibe  $\overline{PT}$  ?

- A) Recta
- B) Radio
- C) Cuerda
- D) Diámetro

144. Considere las siguientes proposiciones acerca de un cono circular recto de vértice V.

I. La intersección entre el cono y un plano paralelo al plano de la base del cono corresponde a una elipse.

II. La intersección entre el cono y un plano perpendicular al plano de la base del cono, sin pasar por el vértice, es una hipérbola.

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere la información suministrada por Esfera, para contestar las preguntas 145 y 146

**Esfera**

Dada una esfera cuya área es de  $100\pi$   $\text{cm}^2$

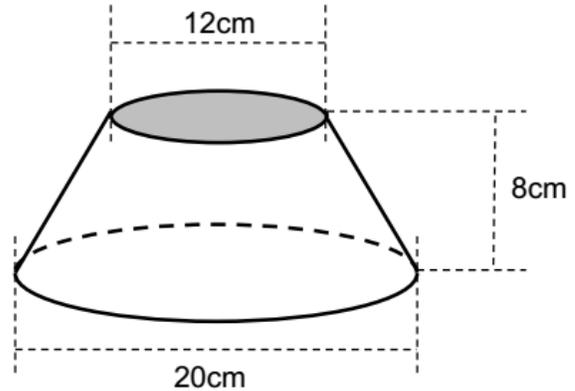
145. De acuerdo con **Esfera**, ¿cuál es la longitud de la circunferencia mayor que se forma en la esfera?

- A)  $5\pi$  cm
- B)  $10\pi$  cm
- C)  $25\pi$  cm
- D)  $100\pi$  cm

146. De acuerdo con **Esfera**, ¿cuál es el valor del diámetro de la esfera?

--	--	--	--	--	--

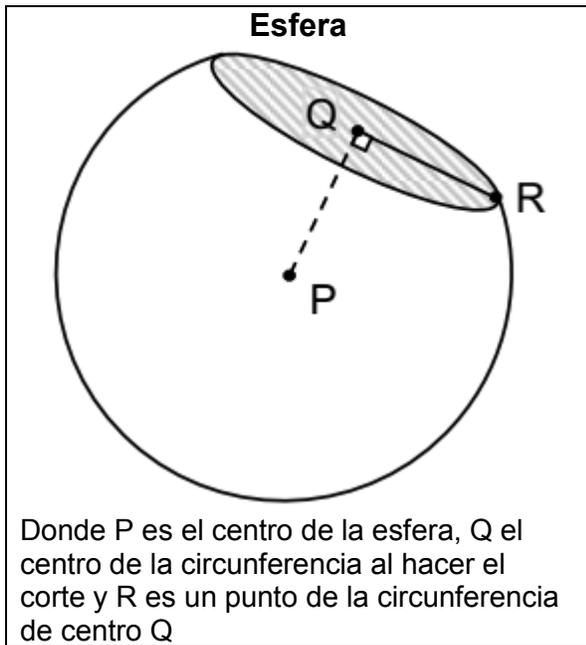
147. Considere la siguiente figura que corresponde a las partes de un cono de altura h, después de realizarle un corte paralelo a la base:



De acuerdo con los datos de las figuras anteriores, ¿cuál es la medida en centímetros de "h"?

- A) 20
- B) 16
- C) 12
- D) 10

Considere la información suministrada por Esfera, para responder las preguntas 148 y 149



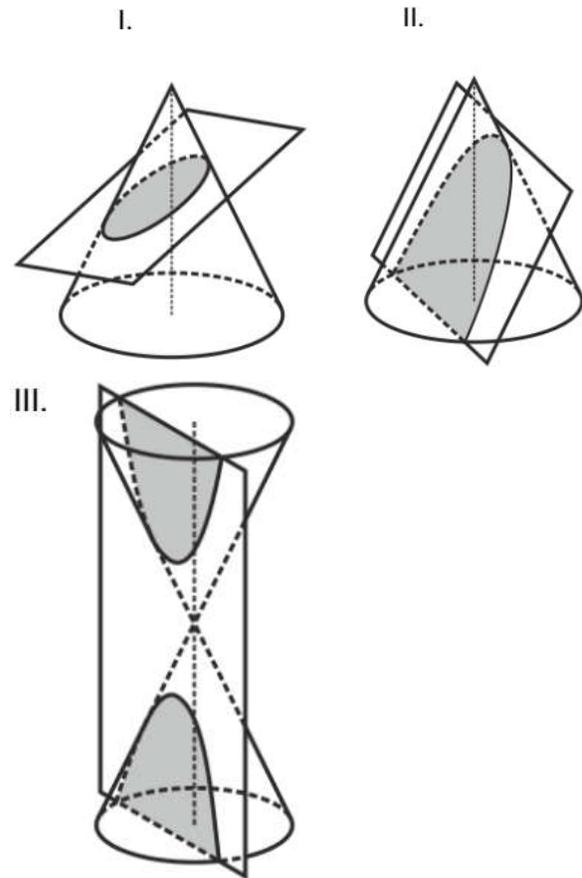
188. Con base en esfera, Suponga que el corte fue hecho a 6 cm del centro de la esfera y que el diámetro de la esfera es de 24 cm, ¿cuánto mide QR, en cm?

- A)  $6\sqrt{2}$
- B)  $6\sqrt{3}$
- C)  $6\sqrt{5}$
- D)  $6\sqrt{15}$

149. Suponga que  $QR = 7$  y que el diámetro de la esfera mide 30 cm ¿cuánto mide  $\overline{PQ}$  en cm?

- A) 4
- B) 12
- C)  $4\sqrt{11}$
- D)  $8\sqrt{11}$

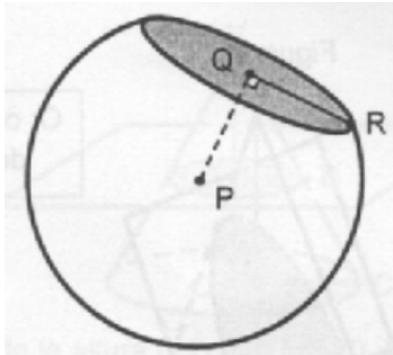
150. Considere las siguientes figuras que representan la intersección entre conos y planos:



De acuerdo con las figuras anteriores, las intersecciones determinan las secciones planas denominadas

- A) I. elipse, II. hipérbola y III. parábola.
- B) I. elipse, II. parábola y III. hipérbola.
- C) I. circunferencia, II. elipse y III. parábola.
- D) I. circunferencia, II. hipérbola y III. parábola

151. Considere la siguiente figura, la cual corresponde a una esfera que ha sido cortada con un plano para obtener una circunferencia de centro Q:



De acuerdo con la información anterior, si el diámetro de la esfera es 34 y la distancia del centro de la esfera al punto Q es 15, entonces la medida del radio de la circunferencia de centro a es

- A) 8,00
- B) 22,67
- C) 30,51
- D) 32,00

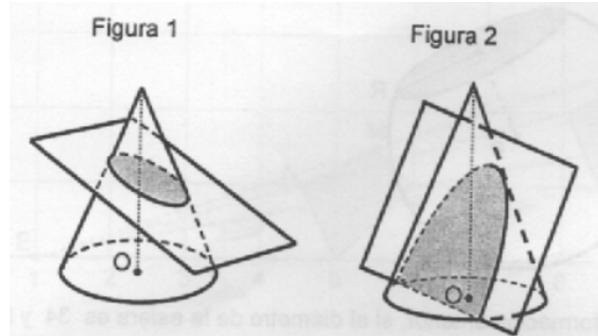
152. Considere las siguientes proposiciones referidas a un cilindro circular recto cortado por un plano:

- I. Si el plano es paralelo a las bases del cilindro, entonces la intersección del cilindro y el plano corresponde a una elipse.
- II. Si el plano es perpendicular a las bases del cilindro, entonces la intersección del cilindro y el plano corresponde a una circunferencia.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

153. Considere las siguientes figuras, las cuales corresponden a dos conos circulares rectos que son intersecados, cada uno, por un plano diferente:



O es el centro de cada base

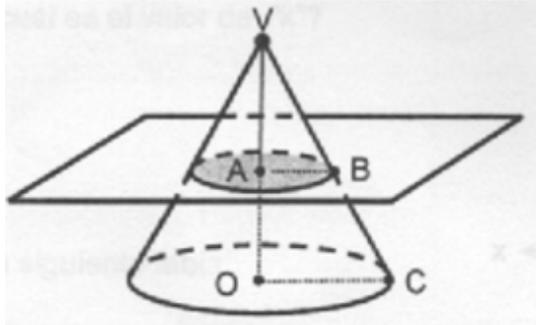
Considere las siguientes proposiciones:

- I. En la figura 1, la intersección entre el plano y el cono corresponde a una parábola.
- II. En la figura 2, la intersección entre el plano y el cono corresponde a una elipse.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

154. Considere la siguiente figura, la cual corresponde a un cono circular recto intersecado por un plano paralelo a su base:



O: centro de la base  
 $OA = 8$   
 $OV = 20$

Si la medida de la altura del cono es 20, la medida del radio de la base del cono es 5 y la distancia entre la base del cono y el plano es 8, entonces, ¿cuál es el diámetro de la figura destacada con gris, la cual corresponde a la intersección del cono y el plano?

- A) 2
- B) 4
- C) 6
- D) 8

155. Considere las siguientes proposiciones referentes a una esfera de centro O, en cuya superficie están ubicados los puntos A y B. tales que,  $AO = 20$  y  $AB = 40$ :

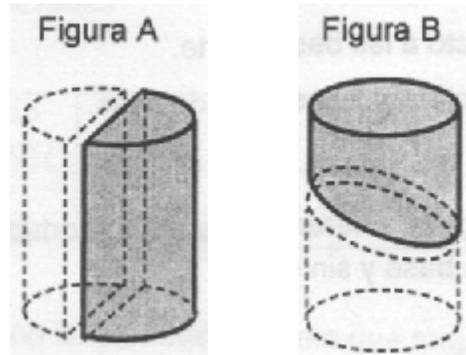
- I.  $\overline{AO}$  es un radio de la esfera.
- II.  $\overline{AB}$  es un diámetro de la esfera.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

156. Considere la siguiente información:

En una ebanistería se fabrican piezas decorativas a partir de cortes que se realizan a cilindros circulares rectos de madera, como se muestra en las siguientes figuras:



En la figura A el corte es perpendicular con respecto a las bases del cilindro y contiene el centro de ambas bases. mientras que en la figura B el corte **.no** es paralelo con respecto a las bases del cilindro y **.no** las corta.

De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. La sección plana al realizar el corte de la figura A, corresponde a un rectángulo
- II. La sección plana al realizar el corte de la figura B, corresponde a una elipse.

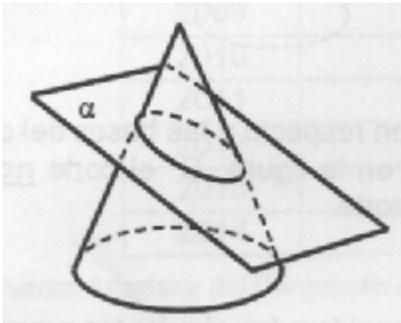
De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

157. Si de un cilindro circular recto se quiere obtener una sección plana que corresponda a una circunferencia, entonces el corte que se debe realizar a ese cilindro corresponde a un plano

- A) paralelo con respecto a las bases.
- B) perpendicular con respecto a las bases.
- C) oblicuo con respecto a las bases y que **no** las corte.
- D) oblicuo con respecto a las bases y que corte una de ellas.

158. Considere la siguiente figura, referente a un cono circular recto cortado por un plano a oblicuo con respecto a la base y sin cortar la:



De acuerdo con la información anterior, la intersección del plano  $a$  con el cono corresponde a una sección plana denominada

- A) elipse.
- B) parábola.
- C) hipérbola.
- D) circunferencia.

## Área 2: Relaciones y Álgebra

**Habilidad 1. Utilizar elementos del lenguaje de los conjuntos numéricos para representar dominio y rango de funciones, así como el conjunto solución de ecuaciones.**

Considere la información suministrada por Intervalos para responder las preguntas 1 y 2:

Intervalos
Sean $A = ]-\infty, 9]$ y $B = ]-2, 5[$

1. De acuerdo a la información anterior la intersección de A con B es el conjunto

- A)  $]5, 9[$
- B)  $]2, 9[$
- C)  $] -2, 5[$
- D)  $] -\infty, 9]$

2. Considere las siguientes proposiciones con respecto a la información anterior

- I.  $7 \in A \cup B$
- II.  $7 \in A \cap B$

De ellas ¿cuáles son **verdaderas**?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo II

3. Sea  $M = \{x \in \mathbb{R} / 3 \leq x \leq 10\}$  y sus elementos.

Considerando la información anterior analice las siguientes proposiciones

- I.  $2 \in M$
- II.  $\{4\} \subseteq M$

¿Cuál o cuáles de ellas están denotadas correctamente?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo II

4. Sea P un conjunto determinado por  $P = ]-1, 3[$  asumiendo que el conjunto universo es

- I.  $[0, 3] \subset P$
- II. El complemento de P es  $] -\infty, 1] \cup [3, +\infty[ \subset P$

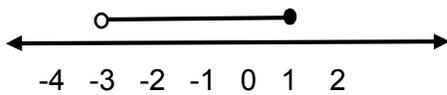
De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo II

5. Sea A un conjunto determinado por  $] 5, 4[$ , A también se puede representar por:

- A)  $\{x / x \in \mathbb{R}, 5 \leq x < 4\}$
- B)  $\{x / x \in \mathbb{R}, 5 \leq x \leq 4\}$
- C)  $\{x / x \in \mathbb{R}, 5 < x < 4\}$
- D)  $\{x / x \in \mathbb{R}, 5 < x \leq 4\}$

6. Sea B un conjunto determinado por



De acuerdo a la información anterior, ¿cuál es la representación del conjunto B en notación de intervalos?

- A)  $] 3,1[$
- B)  $] \infty, 1]$
- C)  $] 3,1]$
- D)  $[-3,1]$

7. Sea  $B = ]-3,5]$ , además se tiene otro intervalo A tal que  $A \cap B = \emptyset$

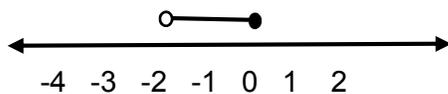
Un posible intervalo para A puede ser

- A)  $]5,+\infty[$
- B)  $[5,+\infty[$
- C)  $]4,+\infty[$
- D)  $]-2,+\infty[$

8. La expresión  $]-3,8]$  corresponde a

- A)  $\{x / x \in \mathbb{R}, -3 \leq x \leq 8\}$
- B)  $\{x / x \in \mathbb{R}, -3 \leq x < 8\}$
- C)  $\{x / x \in \mathbb{R}, -3 < x \leq 8\}$
- D)  $\{x / x \in \mathbb{R}, -3 < x < 8\}$

9. Considere la siguiente gráfica



- A)  $\{x / x \in \mathbb{R}, -2 \leq x \leq 0\}$
- B)  $\{x / x \in \mathbb{R}, -2 \leq x < 0\}$
- C)  $\{x / x \in \mathbb{R}, -2 < x \leq 0\}$
- D)  $\{x / x \in \mathbb{R}, -2 < x < 0\}$

10. Sea el conjunto Universo  $U = [0,+\infty[$  y los subconjuntos  $A = [1,+\infty[$  y  $B = ]5,10]$

De acuerdo con la información anterior el complemento de A corresponde al conjunto

- A)  $[0,1[$
- B)  $[0,+\infty[$
- C)  $[0,1]$
- D)  $]0,1[$

11. Considere las siguientes proposiciones con base a la información anterior

- I.  $10 \in B^c$
- II.  $10 \in A \cap B$

De ellas, ¿Cuáles son **verdaderas**?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

12. Dados dos conjuntos A y B, con  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  y  $B = \{5, 6, 7\}$ ,  $A \cup B$  corresponde a

- A)  $\{5\}$
- B)  $\{5, 6, 7\}$
- C)  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
- D)  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

13. Dados dos conjuntos A y B, con  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  y  $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ , si A es el conjunto universo, entonces el complemento «  $B^c$  » de B es

- A)  $\{0, 9\}$
- B)  $\{0, 2, 4, 6, 8\}$
- C)  $\{0, 1, 3, 5, 7, 9\}$
- D)  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Considere los conjuntos A y B para responder las preguntas 14 y 15:

A: conjunto de los números enteros pares.

B: conjunto de los números enteros impares.

14. Considere las siguientes proposiciones:

I.  $B \cup A = \mathbb{Z}$

II.  $B \cap A = \{ \}$

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

15. Considere las siguientes proposiciones:

I.  $5 \in A$

II.  $-19 \in B$

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

16. El conjunto  $] -7, +\infty[$  escrito en notación por comprensión corresponde a

- A)  $\{x \in \mathbb{R} : -7 < x\}$
- B)  $\{x \in \mathbb{R} : x < -7\}$
- C)  $\{x \in \mathbb{R} : -7 < x < 0\}$
- D)  $\{x \in \mathbb{R} : -7 \leq x \leq 0\}$

17. Considere con conjunto universo  $\mathbb{R}$ .  
¿Cuál es el complemento « $B^c$ » de

$B = ] -\infty, 7[$ ?

- A)  $] 7, +\infty[$
- B)  $[ 7, +\infty[$
- C)  $] 8, +\infty[$
- D)  $[ 8, +\infty[$

18. Si  $\mathbb{Z}$  es el conjunto universo y  $M = \mathbb{Z}^-$ , entonces el complemento de « $M^c$ » es

- A)  $\mathbb{N}$
- B)  $\mathbb{Z}$
- C)  $\mathbb{Z}^-$
- D)  $\mathbb{Z}^+$

19. Si  $A = ] -\infty, 9 [$  y  $B = ] -2, 5 [$ , entonces  $A \cup B$  corresponde al intervalo

- A)  $] 5, 9 [$
- B)  $] -2, 5 [$
- C)  $[ -2, 5 ]$
- D)  $] -\infty, 9 ]$

20. Considere las siguientes proposiciones referentes al conjunto

$M = \{x \in \mathbb{R} / -3 \leq x < 10\}$

- I.  $2 \in M$
- II.  $\{4\} \subset M$

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

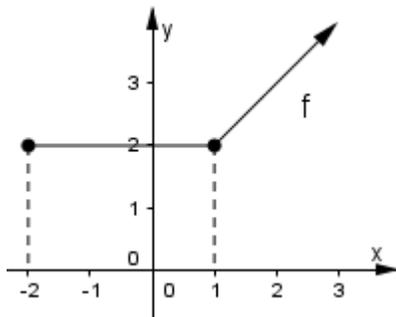
21. Si  $] 18, 43 ] \cup ] 13, 34 ] = ] M, N ]$ , entonces, ¿cuál es el valor de N?

--	--	--	--	--	--

22. El intervalo  $]2, 17[$  corresponde al dominio de una función. Ese intervalo expresado en notación por comprensión corresponde a

- A)  $\{x / x \in \mathbb{R}, x > 2\}$
- B)  $\{x / x \in \mathbb{R}, x < 17\}$
- C)  $\{x / x \in \mathbb{R}, 2 < x < 17\}$
- D)  $\{x / x \in \mathbb{R}, 2 \leq x \leq 17\}$

23. Considere la siguiente representación gráfica de la función f cuyo dominio es  $A = [-2, +\infty[$



De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I.  $-1 \in A$
- II.  $[-2, 1] \subset A$

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

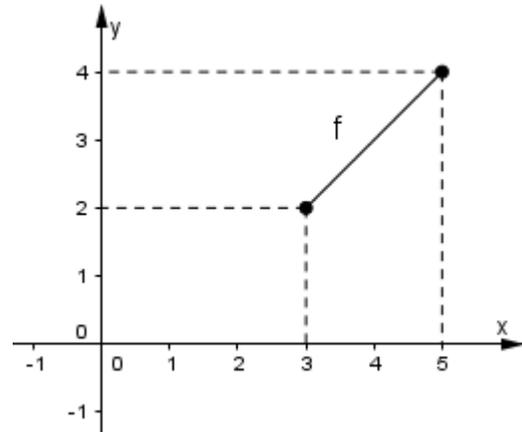
- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

24. Si  $A = \{x / x \in \mathbb{R}, -3 < x \leq 0\}$  corresponde al rango de una función f,

$B = \{x / x \in \mathbb{R}, -1 < x \leq 5\}$  corresponde al rango de una función g y  $A \cup B = ]h, k]$ , entonces, ¿cuál es el valor de "k"?

--	--	--	--	--	--

25. Considere la siguiente representación gráfica de la función f cuyo dominio es  $A = [3, 5]$ :



De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I.  $A \subset [2, +\infty[$
- II.  $0 \in A$

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

26. El conjunto  $A = \{x / x \in \mathbb{R}, x \geq -5\}$  corresponde al rango de una función. Ese conjunto expresado en notación de intervalo es

- A)  $[-5, +\infty[$
- B)  $] -5, +\infty[$
- C)  $] -\infty, -5]$
- D)  $] -\infty, -5[$

27. Si  $B = ]2, +\infty[$  corresponde al dominio de una función  $f$ ,  $C = ]-1, 10]$  corresponde al dominio de una función  $g$  y  $B \cap C = ]2, n]$ , entonces, ¿cuál es el valor de “n”?

--	--	--	--	--	--

**Habilidad 2. Aplicar el concepto de función en diversas situaciones.**

Considere la información suministrada por **Composición de funciones** para responder la pregunta 28 y 29

**Composición de funciones**

Sean  $f$  y  $g$  dos funciones tales que  $f(x) = 2x - 1$  y  $g(x) = x^2$

28. De acuerdo con la información del contexto anterior,  $(g \circ f)(x)$  corresponde a

- A)  $(g \circ f)(x) = 2x^2 - 1$
- B)  $(g \circ f)(x) = 4x^2 - 1$
- C)  $(g \circ f)(x) = 4x^2 + 4x + 1$
- D)  $(g \circ f)(x) = 4x^2 - 4x + 1$

29. De acuerdo con la información anterior el valor de  $(g \circ f)(2)$  corresponde a:

--	--	--	--	--	--

30. Sea  $R$  una relación definida como  $(x, y)$  con  $x, y \in \mathbb{R}$  tales que  $y = \sqrt{x}$

De acuerdo a la información anterior considere las siguientes afirmaciones

- I.  $R$  es una función
- II. Para todo  $y \in \mathbb{R}$  existe  $x \in \mathbb{R}$ ; tal que  $y = \sqrt{x}$

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo II

31. Considere las siguientes relaciones

I. 

<b>X</b>	-1	0	1	2
<b>y</b>	1	0	1	4

II. 

<b>X</b>	1	2	3	4
<b>y</b>	0	-1	-2	-3

¿Cuál o cuáles de ellas representan una función?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo II

Considere la siguiente información para responder las preguntas 32 y 33:

Sean  $f$  y  $g$  dos funciones tales que  $f$ :  
 con  $f(x) = 3x - 1$  y  $g$ : con  $g(x) = x^2$

32. Cuál es el criterio de  $(g \circ f)(x)$

- A)  $h(x) = 3x^2 - 1$
- B)  $h(x) = 9x^2 - 1$
- C)  $h(x) = 9x^2 - 3x + 1$
- D)  $h(x) = 9x^2 - 6x + 1$

33. El valor de  $(f \circ g)(-3)$  corresponde a

--	--	--	--	--	--

Considere la información suministrada por **Composición de funciones** para resolver las preguntas 34 y 35

**Composición de funciones**

Sean  $f$  y  $g$  dos funciones tales que:  
 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  con  $f(x) = x^2 + 2x - 3$  y  
 $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  con  $g(x) = 4x$

34. Según el contextos de composición de funciones, la composición  $(f \circ g)(x)$  corresponde a:

- A)  $4x^2 + 8x - 12$
- B)  $16x^2 + 8x - 3$
- C)  $8x^2 + 6x - 12$
- D)  $4x^2 - 8x - 12$

35. Según el contexto de composición de funciones el resultado de  $(g \circ f)(-2)$  es

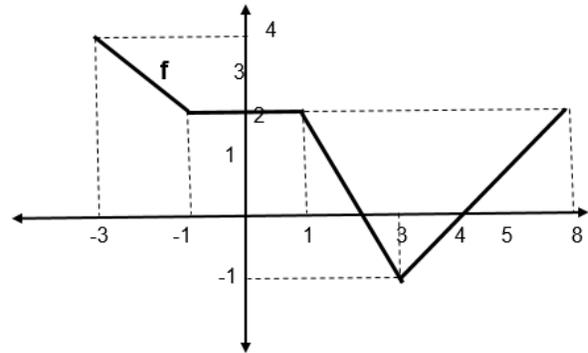
--	--	--	--	--	--

36. Sean  $f$  y  $g$  dos funciones tales que  $(f \circ g)(x)$  está definida.

De acuerdo a la información anterior si  $(f \circ g)(x) = x$  entonces se cumple que

- A)  $f = g$
- B)  $f - g = 0$
- C)  $f = g^{-1}$
- D)  $f + g = x$

Considere el contexto de la gráfica y de la composición de funciones para resolver las preguntas 37 y 38



Además, la función  $g$  tiene representación algebraica  $g(x) = \sqrt{3x^2 + 6}$ .

37. De acuerdo a la información anterior el valor de la composición  $(g \circ f)(-1)$  corresponde a:

- A)  $\sqrt{18}$
- B)  $\sqrt{33}$
- C) 2
- D) -1

38. Calcule el valor de  $(g \circ f)(1)$  de acuerdo a la información anterior

--	--	--	--	--	--

Considere la información suministrada por **Composición de funciones** para resolver las preguntas 39 y 40

Composición de funciones  
 Considere las funciones f y g dadas a continuación

x	g(x)
0	1
1	4
2	8
3	12
4	16
5	25

39. De acuerdo a la información anterior el valor de la composición (f o g)(1) corresponde a:

- A) 4
- B) 3
- C) 2
- D) 1

40. Calcule el valor de (g o f)(4) de acuerdo a la información anterior

--	--	--	--	--	--

Considere la siguiente representación tabular y algebraica para realizar las composiciones de los ejercicios 35 y 36

Sea h(x) representada de la siguiente forma

x	-2	-1	0	1	2	3	4
h(x)	-3	-1	1	3	5	7	9

y  $g(x) = \sqrt{4x^2 - 4x + 1}$

41. De acuerdo a la información anterior el valor de la composición (g o h)(2) corresponde a

- A) 3
- B) 9
- C) 81
- D) -9

42. De acuerdo a la información anterior, calcule el valor de (h o g)(1)

--	--	--	--	--	--

Sea f una función lineal tal que  $f(x) = mx + b$ , con  $m \neq 0$ ;

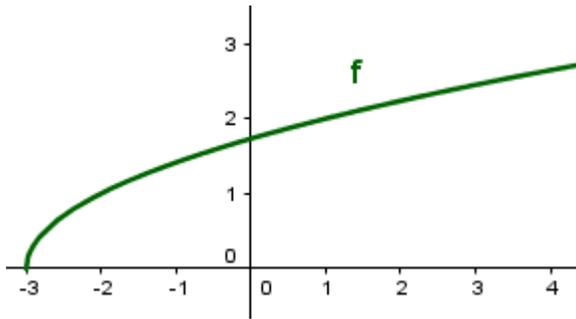
43. De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones

- I.  $f^{-1}(x) = mx - b$
- II.  $f^{-1}(x)$  es decreciente

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Sola la I
- D) Sola la II

44. Considere la siguiente gráfica de  $f$



De acuerdo a la información anterior considere las siguientes proposiciones

- I.  $f(x) = \sqrt{x+3}$  ; con  $x \geq -3$
- II.  $f^{-1}$  interseca el eje de las ordenadas en el punto (0,3)

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Sola la I
- D) Sola la II

45. Considere las siguientes relaciones:

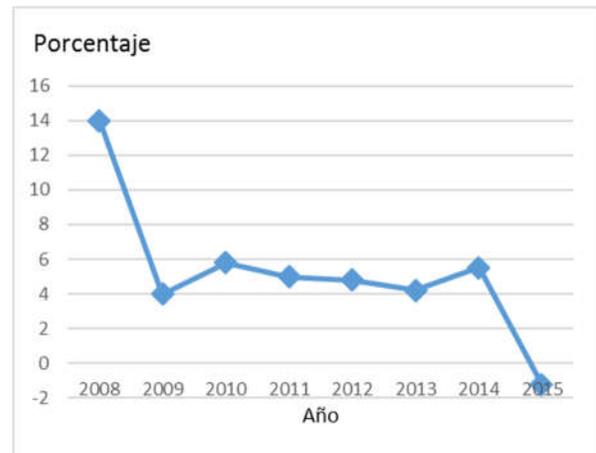
- I.  $f: \{-1,0,2\} \rightarrow \{0,1,3\}$ , con  $f(x) = x + 1$
- II.  $g: \{-4,1,9\} \rightarrow \{-2,1,3\}$ , con  $g(x) = \sqrt{x}$

De las relaciones anteriores ¿cuáles corresponden a funciones?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Sola la I
- D) Sola la II

### Índice de Precios al Consumidor (IPC)

El Índice de Precios al Consumidor (IPC), base junio 2015, se calcula mediante una investigación de los precios reportados por 3100 establecimientos sobre bienes y servicios. La recopilación de precios se realiza en las regiones de planificación del país con mayor concentración de población, según el Censo 2011. La siguiente gráfica muestra el IPC desde el año 2008 hasta el año 2015.



46. De acuerdo con el contexto Índice de Precios al Consumidor (IPC), considere las siguientes proposiciones:

- I. Del año 2013 al año 2015, el IPC creció.
- II. El IPC en el año 2012 fue inferior al 6%.

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

47. Si  $f$  es la función dada por  $f(x) = \frac{2-3x}{2}$ ,

entonces  $f\left(\frac{1}{3}\right)$  es

- A)  $\frac{1}{2}$
- B)  $\frac{3}{2}$
- C)  $\frac{4}{3}$
- D)  $\frac{4}{9}$

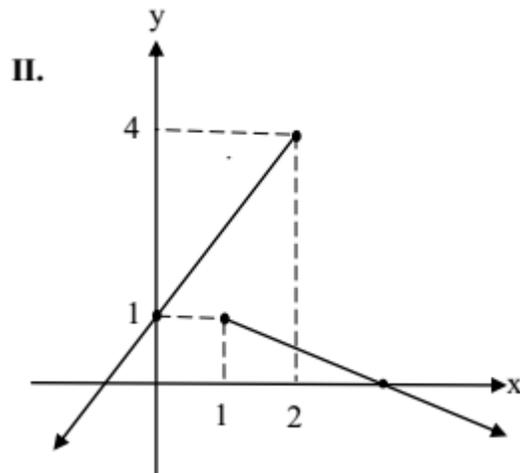
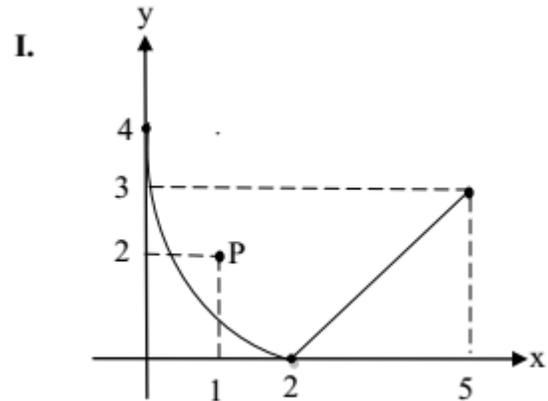
48. Sean  $f$  y  $g$  dos funciones con  $f(x)=2x-3$  y con  $g(x)=x^2$ . ¿Cuál es el criterio de  $(g \circ f)$ ?

- A)  $(g \circ f)(x) = 2x^2 - 3$
- B)  $(g \circ f)(x) = 4x^2 - 9$
- C)  $(g \circ f)(x) = 4x^2 - 6x + 9$
- D)  $(g \circ f)(x) = 4x^2 - 12x + 9$

49. Si  $f$  es la función dada por  $f(x) = \sqrt{2+x} - 3$ , entonces el dominio de  $f$  es

- A)  $]-\infty, -2[$
- B)  $]-\infty, -2]$
- C)  $[-2, +\infty[$
- D)  $]-2, +\infty[$

50. Considere las siguientes gráficas de relaciones:



¿Cuáles de ellas corresponden a la gráfica de una función?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

51. Considere las siguientes proposiciones referentes a relaciones T y J:

I. Sea  $A = \{2,5\}$  y  $B = \{3, 6\}$  y T la relación de A en B determinadas por la regla  $T = \{(x, y) : y = x + 1\}$

II. Sea  $D = \{0, 2\}$  y  $E = \{0, 6\}$  y J la relación de D en E determinada por la regla  $J = \{(x, y) : y = x^2\}$

¿Cuáles de ellas corresponden a la gráfica de una función?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

52. Considere la siguiente información referida a las funciones f y g dadas por

$$f(x) = 2x - 3$$

$$g(x) = 4x + 7$$

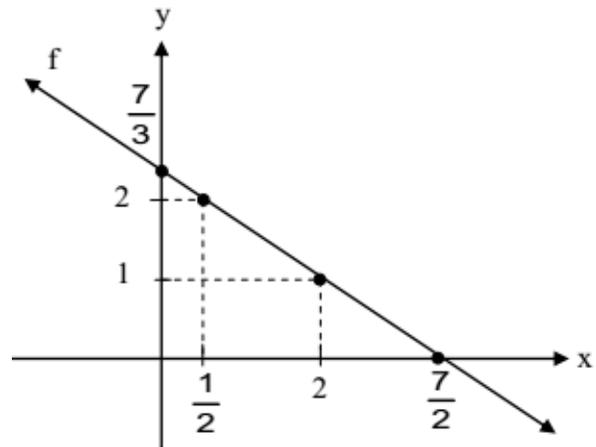
De acuerdo con la información anterior, ¿cuál es el criterio de (f o g)?

- A)  $(f \circ g)(x) = 8x + 4$
- B)  $(f \circ g)(x) = 8x - 5$
- C)  $(f \circ g)(x) = 8x + 11$
- D)  $(f \circ g)(x) = 8x + 17$

53. Sea f una función cuadrática dada por  $f(x) = 1 - x^2$ . ¿Cuál es el valor de  $f(-3)$ ?

- A) 2
- B) 10
- C) - 5
- D) - 8

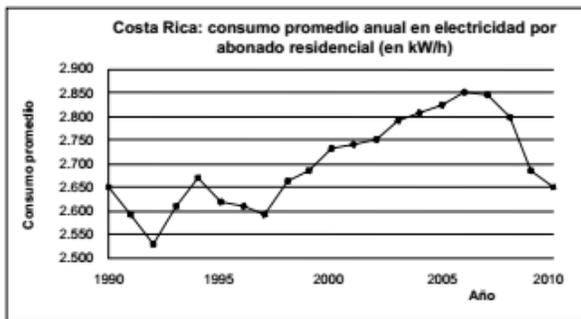
54. Considere la información de la siguiente figura que presenta la gráfica de una función f:



De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, la preimagen de 2 en f es

- A) 1
- B)  $\frac{1}{2}$
- C)  $\frac{7}{2}$
- D)  $\frac{7}{3}$

55. Observe la siguiente representación gráfica



Considere las siguientes proposiciones

I. El consumo total de electricidad entre los abonados residenciales fue aproximadamente igual en 1990 y en el 2010.

II. A partir del 2006 el consumo promedio de electricidad por vivienda presentó un descenso.

III. El máximo consumo de electricidad presentado en una vivienda fue de 2850 kW/h.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores es (son) **verdadera(s)**?

- A) Todas
- B) Solo II y III
- C) Solo II
- D) Solo I y II

56. Considere las relaciones representadas en las siguientes tablas:

I.

x	-1	0	1	2
f(x)	1	0	1	4

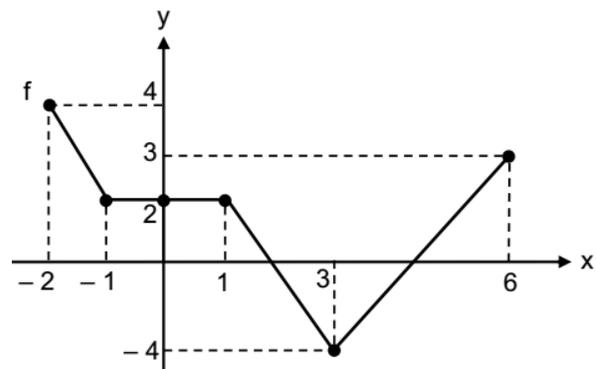
II.

x	1	2	3	3
g(x)	0	-1	-2	-3

De ellas, ¿cuál o cuáles pueden representar una función?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

57. Considere la siguiente información en la que se presenta la función f en forma gráfica y la función g en forma algebraica:



$g(x) = 3x^2 + 6$ , con  $g: [-4, 4] \rightarrow [6, 54]$

De acuerdo con la información anterior, el valor de  $(g \circ f)(-1)$  es

- A) 2
- B) -1
- C) 18
- D) 33

58. Considere el siguiente enunciado:

El húmero es un hueso del brazo, que va desde el hombro hasta el codo. La altura “L” en centímetros de una persona masculina adulta, con un húmero de longitud “x”, en centímetros, está dada por la fórmula:

$$L = 2,89x + 70,64$$

De acuerdo con los datos del enunciado anterior, la longitud del húmero de una persona masculina adulta se puede calcular mediante la fórmula

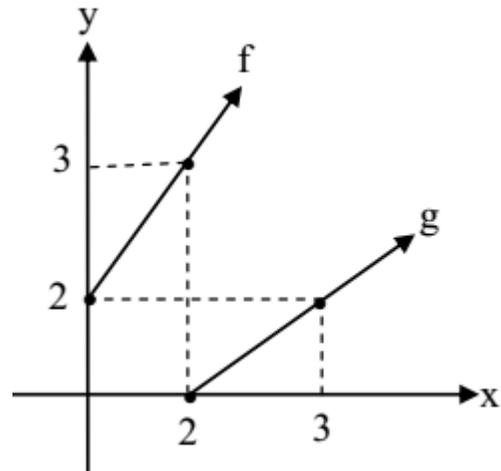
- A)  $x = L - 24,44$
- B)  $x = L - 67,75$
- C)  $x = 0,35L - 24,44$
- D)  $x = 0,35L - 70,64$

59. Sea f una función biyectiva dada por  $f(x) = \frac{-2}{3}x + \frac{1}{3}$ . Entonces, la gráfica de la inversa de f interseca el eje “y” en

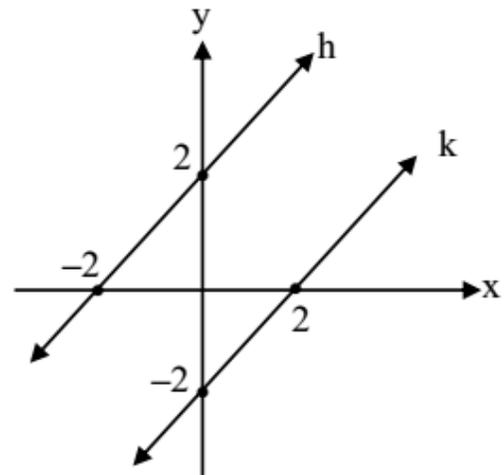
- A)  $\left(0, \frac{1}{2}\right)$
- B)  $\left(0, \frac{1}{3}\right)$
- C)  $\left(0, \frac{-3}{2}\right)$
- D)  $\left(0, \frac{3}{2}\right)$

60. Considere las siguientes gráficas de las funciones f, g, h y k:

I.



II.



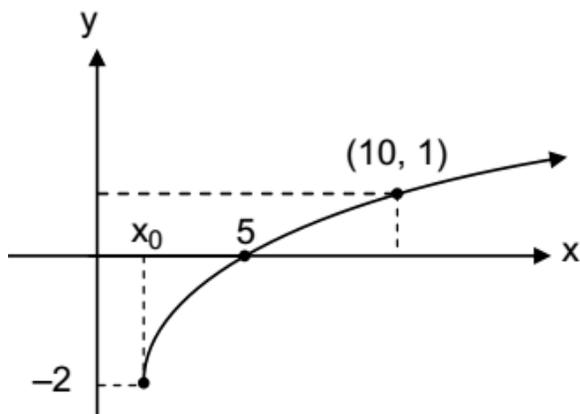
De acuerdo con los datos de las gráficas anteriores, ¿cuál o cuáles de ellas representan la gráfica de una función y la de su inversa?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

61. Si los puntos de la gráfica de  $g(x) = \sqrt{x}$  se desplazan horizontalmente 4 unidades a la derecha y 5 unidades verticalmente hacia arriba, entonces la función resultante es

- A)  $f(x) = \sqrt{4x} + 5$
- B)  $f(x) = \sqrt{4-x} + 5$
- C)  $f(x) = \sqrt{x-4} + 5$
- D)  $f(x) = \sqrt{x+4} + 5$

62. Considere la siguiente gráfica de una función  $f$ .



De acuerdo con la información de la gráfica anterior, ¿cuál es el criterio de la función  $f$ ?

- A)  $f(x) = \sqrt{x-2}$
- B)  $f(x) = \sqrt{x+2}$
- C)  $f(x) = \sqrt{x-1} - 2$
- D)  $f(x) = \sqrt{x-1} + 3$

Considere la siguiente tabla:

<b>x</b>	25	21	12	17	p	19
<b>g(x)</b>	14	19	24	17	21	25

63. Para que la tabla anterior corresponda a la representación tabular de una función, un posible valor de "p" es

- A) 14
- B) 19
- C) 21
- D) 25

64. Considere los siguientes criterios de las funciones  $f$  y  $g$ :

$$f(x) = x - 2$$

$$g(x) = 4 - 3x$$

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál es el criterio de  $(g \circ f)$ ?

- A)  $(g \circ f)(x) = 2 - 3x$
- B)  $(g \circ f)(x) = 6 - 3x$
- C)  $(g \circ f)(x) = 10 - 3x$
- D)  $(g \circ f)(x) = -2 - 3x$

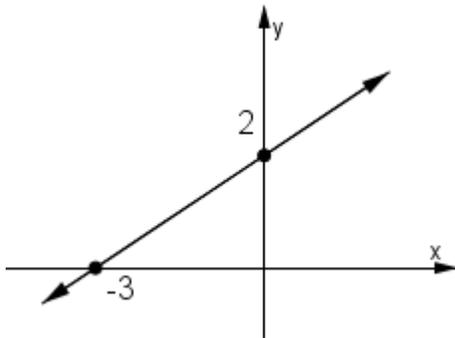
65. Si  $f$  es la función dada por  $f(x) = \frac{x+4}{3}$ ;

¿cuál es el criterio de la función inversa de  $f$ ?

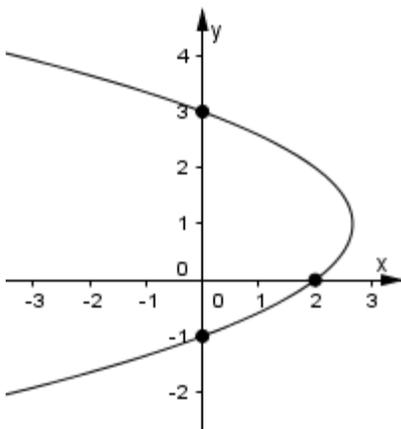
- A)  $f^{-1}(x) = \frac{x-3}{4}$
- B)  $f^{-1}(x) = \frac{x-4}{3}$
- C)  $f^{-1}(x) = 3x - 4$
- D)  $f^{-1}(x) = -3x - 4$

66. Considere las siguientes representaciones gráficas:

I.



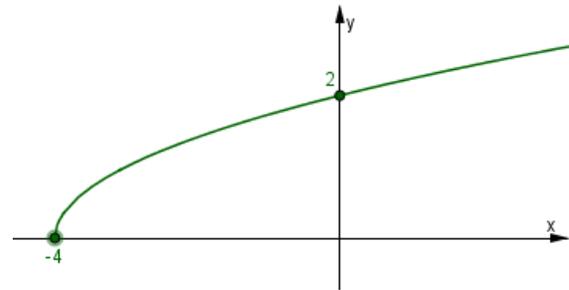
II.



De ellas, ¿cuál o cuáles corresponden a una función?

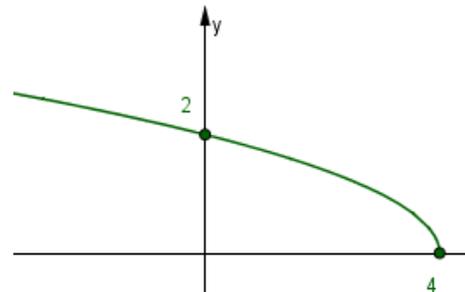
- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

67. Considere la siguiente representación gráfica de la función  $f$ :

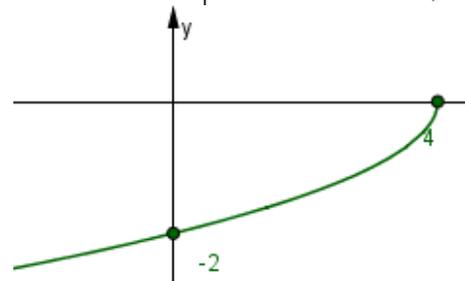


De acuerdo con la información anterior, la gráfica de la función inversa de  $f$  corresponde a

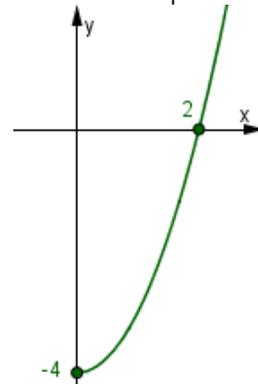
A)



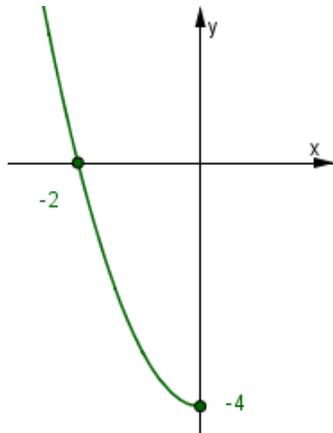
B)



C)

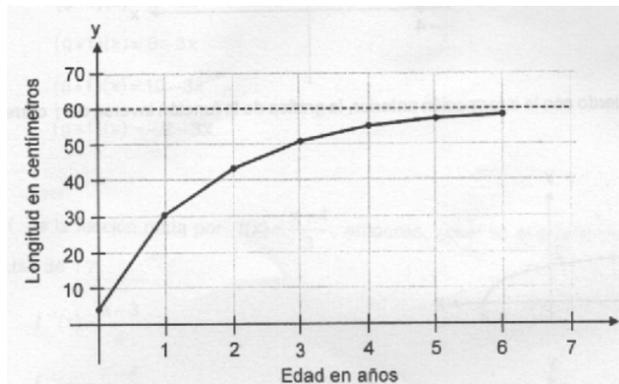


D)



Considere la siguiente información para responder los ítems 68 y 69:

La siguiente representación gráfica corresponde a la relación entre la longitud, en centímetros, de una especie de peces y su edad, en años, para los primeros 6 años de vida:



68. Considere las siguientes proposiciones:

- I. La longitud de esta especie de peces al nacer, es menor que 10 cm.
- II. A los 4 años de vida, los peces de esta especie tienen una longitud mayor que 45 cm y menor que 60 cm.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

69. Considere las siguientes proposiciones:

- I. Un pez de esta especie que tenga una longitud de 50 cm, tiene a lo sumo una edad de 2 años.
- II. El crecimiento de la longitud de esta especie, desde su nacimiento hasta su primer año de vida, es menor que el crecimiento de la longitud que se dio desde el primer año hasta el tercer año de vida.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

70. Considere la siguiente información:

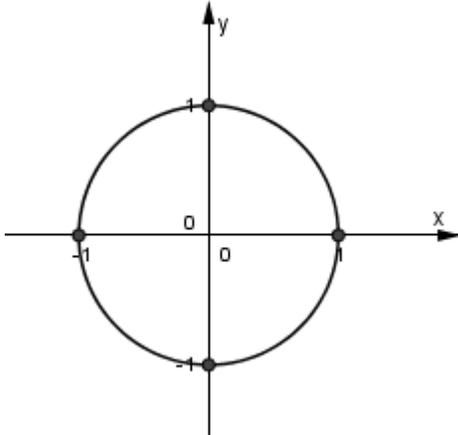
x	9	7	K	4	3	0
f(x)	4	11	6	1	0	2

Para que la tabla anterior corresponda a la representación tabular de una función, un posible valor de "k" es

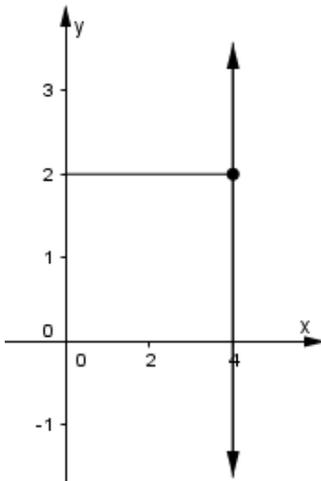
- A) 0
- B) 1
- C) 7
- D) 9

71. Considere las siguientes representaciones gráficas:

I.



II.

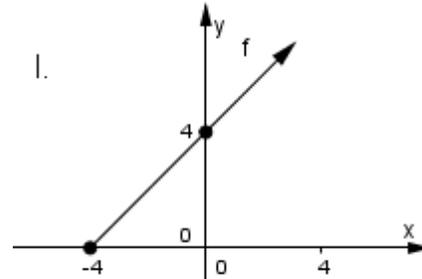


De acuerdo con la información anterior, ¿cuál o cuáles representaciones gráficas corresponden a una función?

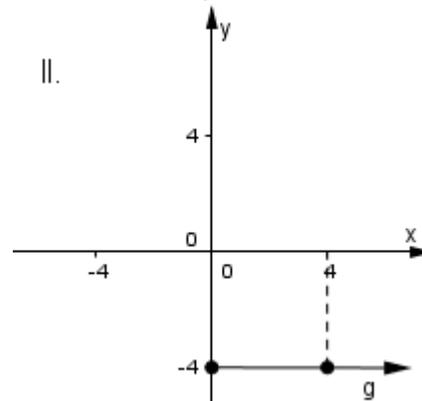
- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

72. Considere las siguientes representaciones gráficas de las funciones lineales  $f, g, h, p$ :

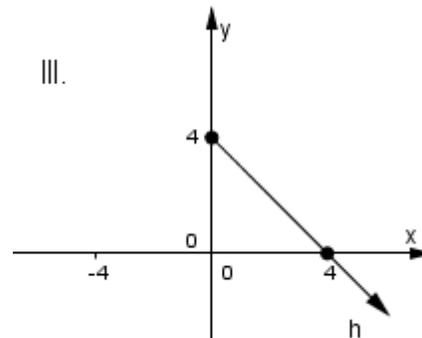
I.



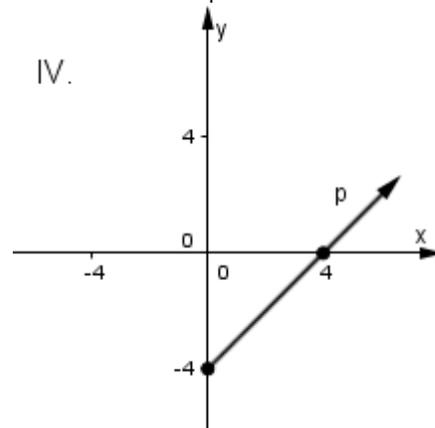
II.



III.



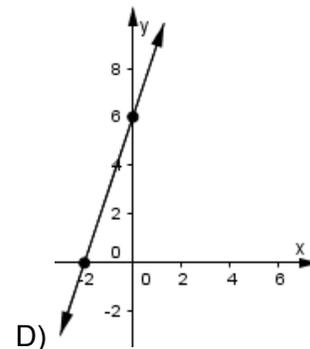
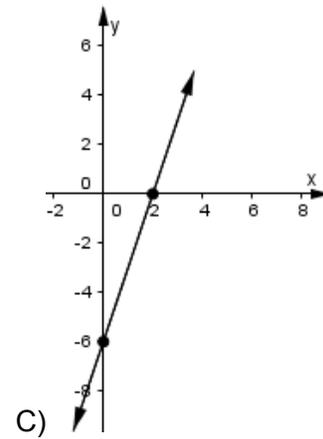
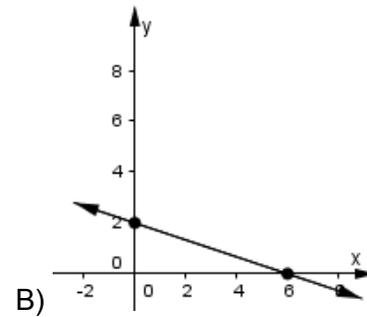
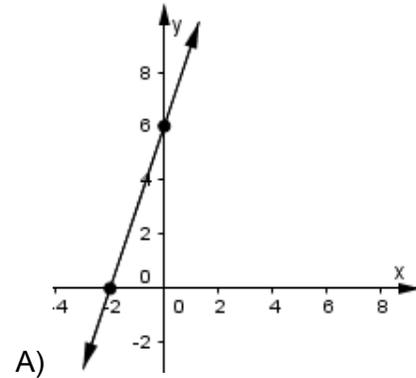
IV.



De acuerdo con la información anterior, ¿cuáles de ellas representan la gráfica de una función y la de su función inversa?

- A) La I y la III
- B) La II la III
- C) La I y la IV
- D) La II y la IV

73. Si la función lineal  $f$  está dada por  $f(x) = \frac{-x}{3} + 2$ , entonces la gráfica de la función inversa de  $f$  es



74. Considere los siguientes criterios de las funciones  $f$  y  $g$ :

$$f(x) = 5x + 3$$

$$g(x) = x^2 - 2x$$

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál es el criterio de  $(g \circ f)$ ?

- A)  $(g \circ f)(x) = 5x^2 - 10x + 3$   
 B)  $(g \circ f)(x) = 5x^2 - 10x + 12$   
 C)  $(g \circ f)(x) = 25x^2 + 20x + 3$   
 D)  $(g \circ f)(x) = 25x^2 + 20x + 12$

**Habilidad 3. Utilizar distintas representaciones de algunas funciones algebraicas y trascendentes.**

Considere la información suministrada por **Bola al aire** para responder las preguntas 75, 76 y 77:

**Bola al aire**

Una bola es lanzada desde el suelo verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 15 m/s. La altura " $h(t)$ ", en metros, de la bola a los " $t$ " segundos está dada por  $h(t) = 15t - 4,9t^2$

75. De acuerdo con **Bola al aire**, ¿cuál es la altura, en metros, de la bola a los 2,5 segundos?

- A) 2,88  
 B) 6,88  
 C) 13,00  
 D) 68,13

76. De acuerdo **Bola al aire**, ¿la altura máxima a la que puede llegar la bola es?

--	--	--	--	--	--

77. De acuerdo con **Bola al aire**, ¿cuántos segundos, redondeados al décimo más cercano, deben transcurrir para que la bola toque el suelo?

--	--	--	--	--	--

Considere la información suministrada por **Función Cuadrática** para responder las preguntas 78 y 79

**Función Cuadrática**

Sea  $f$  una función cuadrática tal que  $f(x) = 1 - x^2$

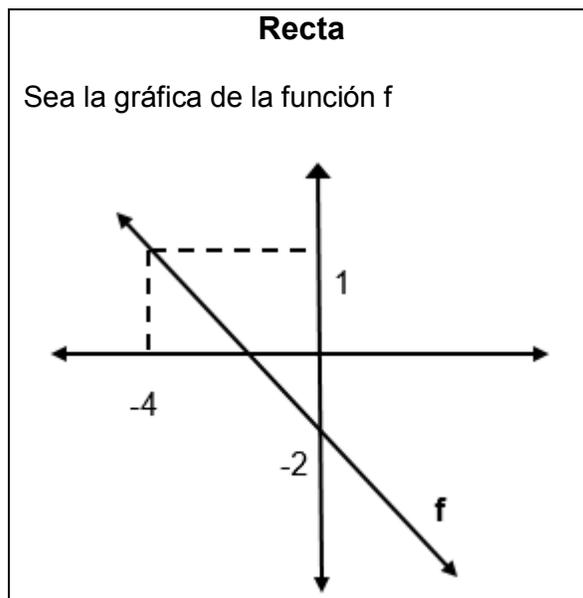
78. ¿Cuál es el valor de  $f(-3)$  ?

- A) 2
- B) -2
- C) -5
- D) -8

79. ¿Cuál es el máximo valor que toma la función en su ámbito?

--	--	--	--	--	--

Considere la información suministrada por **Recta** para responder las 80 y 81



80. De acuerdo a la información anterior ¿cuál es la pendiente de  $f$ ?

- A)  $\frac{3}{4}$
- B)  $\frac{4}{3}$
- C)  $-\frac{3}{4}$
- D)  $-\frac{4}{3}$

81. Con base a la información anterior, el valor de  $f(-4) - f(0)$  corresponde a

--	--	--	--	--	--

82. Sea  $3x - y = -6$  la ecuación de una recta. El punto de intersección de la recta con el eje de las abscisas corresponde a:

- A) (2,0)
- B) (3,0)
- C) (-2,0)
- D) (-3,0)

Considere la información suministrada por **Función Cuadrática** para responder las preguntas 83 y 84

**Función Cuadrática**

Sea  $f$  una función cuadrática cuyo dominio corresponde a todos los números reales y su vértice es el punto (2, -4), además la gráfica de  $f$  contiene el punto ubicado en el origen.

83. De acuerdo a la información anterior, analice las siguientes proposiciones

- I.  $f(3) > 0$
- II.  $f(1) < 0$

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo II

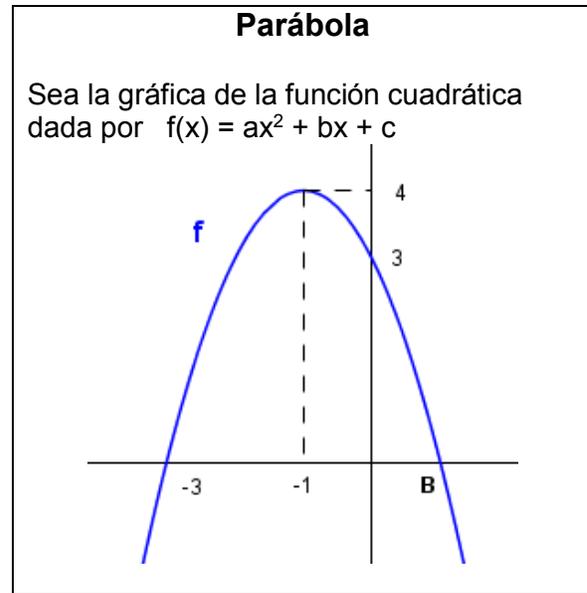
84. De acuerdo a la información anterior, analice las siguientes proposiciones

- I.  $a > 0$
- II. El corte con el eje de las ordenadas es (0,0)

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo II

Considere la información suministrada por **Parábola** para responder las preguntas 38, 85 y 86



85. De acuerdo con la información de la gráfica anterior el punto B corresponde a

- A) (1,0)
- B) (1,3)
- C) (2,0)
- D)  $(\frac{1}{2}, 0)$

86. El valor de "c" en la función dada por  $f(x) = ax^2 + bx + c$  corresponde a:

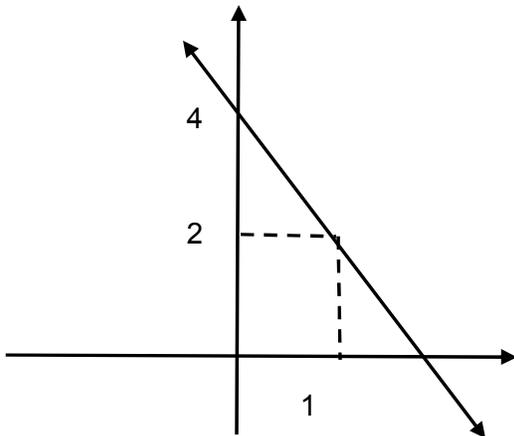
--	--	--	--	--	--

87. El valor del eje de simetría en la función dada por  $f(x) = ax^2 + bx + c$  corresponde a:

--	--	--	--	--	--

Considere la siguiente información para responder las preguntas 88 y 89

Sea f la gráfica de una función lineal:



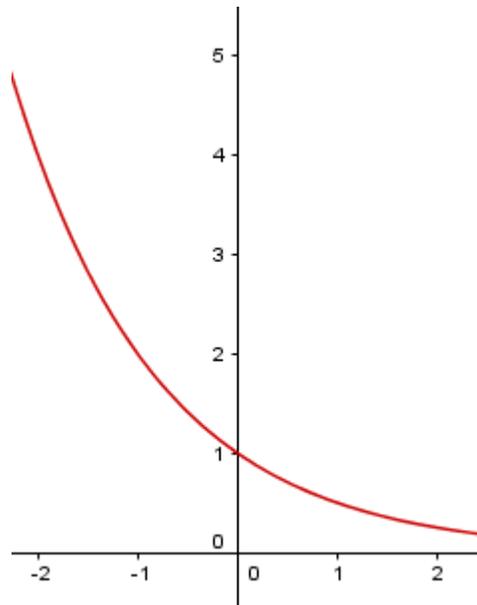
88. De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, la intersección de f con el eje de las abscisas es

- A) (2, 0)
- B) (4, 0)
- C)  $(\frac{3}{8}, 0)$
- D)  $(\frac{8}{3}, 0)$

89. De acuerdo a la información anterior el valor aproximado de  $f(-1)$  corresponde a:

--	--	--	--	--	--

Considere la siguiente gráfica correspondiente a una función exponencial para responder la pregunta 90

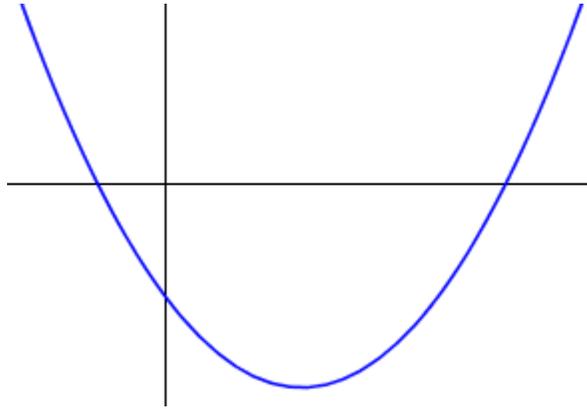


90. De acuerdo a la información anterior, un posible criterio de la inversa de la función graficada es

- A)  $\log_2 x$
- B)  $\log_{\frac{1}{2}} x$
- C)  $\log_{\frac{5}{2}} x$
- D)  $\log_e x$

Considere la siguiente información para responder las preguntas 91, 92 y 93

Sea la gráfica de la función cuadrática dada por  $f(x) = x^2 + bx + c$ , cuyo eje de simetría se ubica en  $x = 2$



91. Si la gráfica interseca al eje de las abscisas en el punto  $(-1, 0)$ ; entonces el otro punto de intersección corresponde a

- A)  $(2, 0)$
- B)  $(-5, 0)$
- C)  $(0, 2)$
- D)  $(5, 0)$

92. ¿Cuál es el valor correspondiente a “c”?

--	--	--	--	--	--

93. ¿Cuál es el valor correspondiente a la coordenada en Y en el vértice de la función?

--	--	--	--	--	--

Considere la siguiente información para responder las preguntas 94 y 95

Sea  $f$  una función lineal dada por  $f(x) = (3k - 12)x + 2$

94. Determine el intervalo en el cuál se encuentran los valores de  $k$  para que la función sea creciente

- A)  $[0, +\infty[$
- B)  $] -\infty, 4[$
- C)  $] 4, +\infty[$
- D)  $[0, 3]$

95. Si  $k = 7$ , ¿cuál es el valor de la pendiente de la recta?

--	--	--	--	--	--

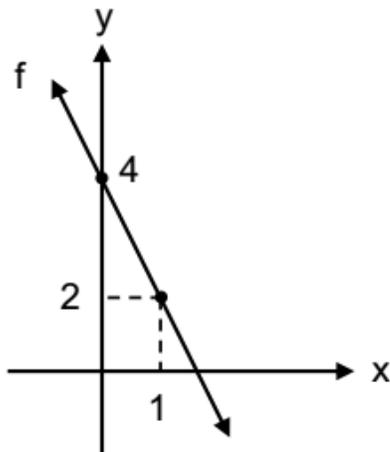
96. La intersección con el “eje  $y$ ” de la recta dada por  $3x - y = -6$ , corresponde a

- A)  $(0, 2)$
- B)  $(0, 6)$
- C)  $(0, -2)$
- D)  $(0, -6)$

97. Sea  $f$  una función cuadrática de dominio real, tal que su vértice es el punto  $(2, -4)$  y su gráfica contiene el origen de coordenadas. Con certeza se cumple que

- A)  $f(3) > 0$
- B)  $f(5) < 0$
- C)  $f(1) < 0$
- D)  $f(-1) < 0$

98. Considere la siguiente representación gráfica de una función lineal f:



De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, la intersección de f con el eje de las ordenadas es

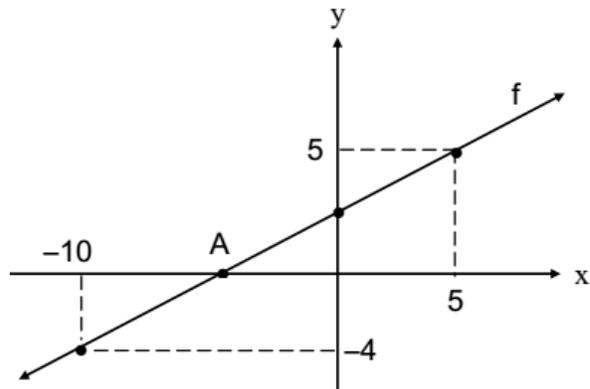
- A) ( 2, 0 )
- B) ( 4, 0 )
- C) ( 0, 4 )
- D) ( 0, 2 )

99. Se determina que la ganancia «G(x)», en colones de producir «x» cantidad de ciertos artículos en una fábrica, está dada por  $G(x) = 52x - 120$ .

¿Cuántos artículos deben producirse para obtener una ganancia de 3000?

--	--	--	--	--	--

100. Considere los datos de la siguiente gráfica de una función lineal "f"



De acuerdo con los datos de la gráfica de f, el punto A corresponde a

- A) (-3, 0 )
- B)  $(-3, \frac{1}{5})$
- C)  $(0, \frac{-10}{3})$
- D)  $(\frac{-10}{3}, 0)$

Considere los siguientes criterios correspondientes a las funciones f y g, para responder las preguntas 101 y 102:

$$f(x) = x^2 - 6x + 8$$

$$g(x) = 3x^2 + 5x - 2$$

101. Considere las siguientes proposiciones:

- I. El ámbito de f es  $[3, +\infty[$
- II. La gráfica de g es cóncava hacia arriba.

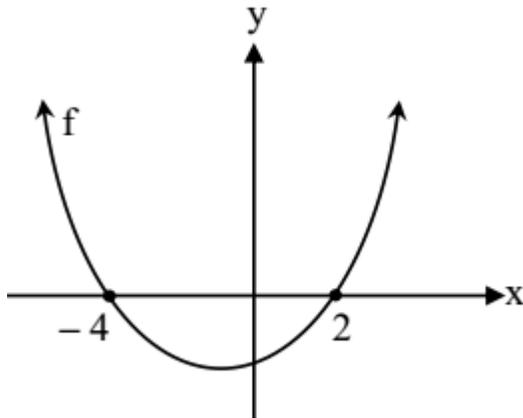
¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

102. ¿Cuál es el eje de simetría de la gráfica de  $f$ ?

- A)  $x = 3$
- B)  $x = -1$
- C)  $x = \frac{-5}{6}$
- D)  $x = \frac{-49}{12}$

103. Considere la siguiente gráfica de la función cuadrática  $f$ :



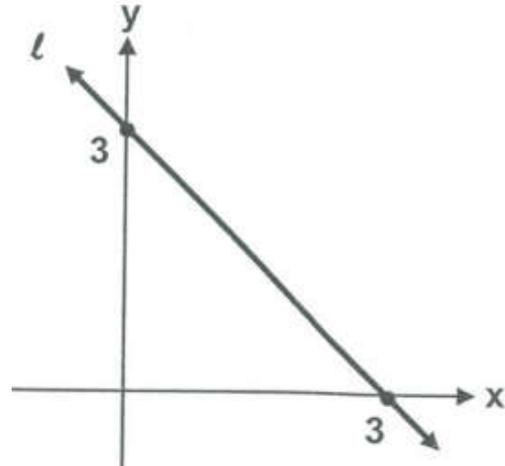
De acuerdo con los datos de la gráfica, un intervalo en el que la función  $f$  es creciente, corresponde a

- A)  $[-4, 2]$
- B)  $[-1, 6]$
- C)  $]-\infty, -4]$
- D)  $[-2, +\infty[$

104. La pendiente de la recta que contiene los puntos  $(-2, 3)$  y  $(-4, 8)$  es

- A)  $\frac{5}{6}$
- B)  $\frac{2}{11}$
- C)  $\frac{-5}{2}$
- D)  $\frac{-5}{6}$

105. De acuerdo con los datos de la gráfica, ¿cuál es una ecuación para la recta  $\ell$ ?



- A)  $y = x - 3$
- B)  $y = x + 3$
- C)  $y = -x + 3$
- D)  $y = -x - 3$

106. El eje de simetría de la gráfica de la función  $f$  dada por  $f(x) = -x^2 - 6x$  es

- A)  $x = 3$
- B)  $x = 9$
- C)  $x = -3$
- D)  $x = -9$

107. El punto donde la recta definida por  $\frac{2}{3}x - 2y = 5$  se interseca con el eje «X» corresponde a

- A)  $(0, \frac{15}{2})$
- B)  $(\frac{15}{2}, 0)$
- C)  $(0, \frac{-5}{2})$
- D)  $(\frac{-5}{2}, 0)$

108. Considere las siguientes proposiciones referidas a la función f dada por  $f(x) = (\frac{7}{6})^x$

- I. f es decreciente.
- II. El ámbito de f es  $]0, +\infty[$ .
- III. El punto (0, 1) pertenece al gráfico de f.

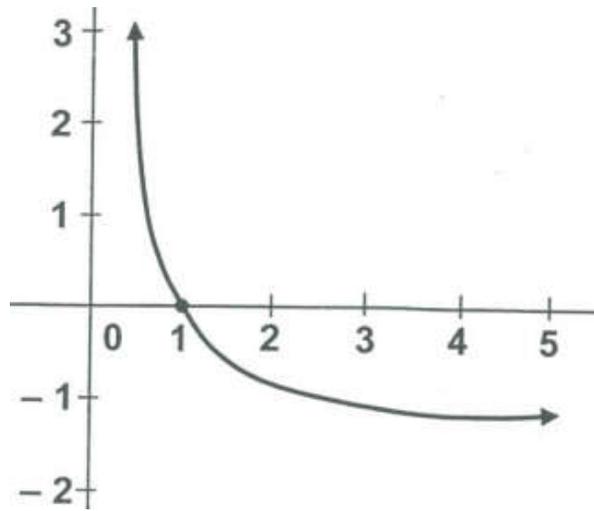
¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Todas
- B) Solo la I y la II
- C) Solo la I y la III
- D) Solo la II y la III

109. La altura «h(t)», en metros, de un objeto está dada por  $h(t) = 10t - 5t^2$ , donde «t» es el tiempo en segundos. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el objeto en metros?

--	--	--	--	--	--

110. Considere las siguientes proposiciones, referidas a la gráfica de la función logarítmica f dada por  $f(x) = \log_a x$ :



- I.  $0 < a < 1$
- II. f es creciente

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

111. Un grupo musical firmó un contrato para vender discos, donde su ingreso «l(x)» en colones, por concepto de las ventas «X», en colones, corresponde a  $J(x) = 5\,750\,000 + 0,08x$ . ¿De cuánto debe ser la venta para obtener un ingreso de 8 740 000?

- A) 239 200
- B) 6 449 200
- C) 37 375 000
- D) 181 125 000

112. Considere la función lineal  $f$  que contiene los puntos  $(1, 2)$  y  $(0, 4)$ . ¿Cuál es la intersección de la gráfica de  $f$  con el eje  $x$ ?

- A)  $(0, 2)$
- B)  $(2, 0)$
- C)  $(0, 4)$
- D)  $(4, 0)$

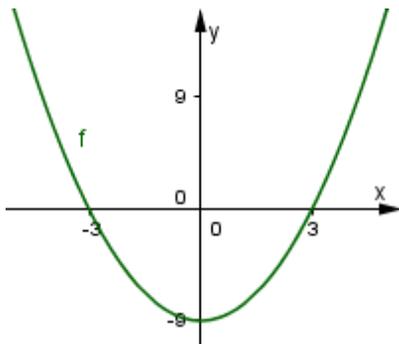
113. Considere las siguientes proposiciones referentes a la función  $f$  dada por  $f(x) = 4x - 5$ :

- I.  $f$  es creciente.
- II. La gráfica de  $f$  interseca el "eje  $x$ " en  $\left(\frac{5}{4}, 0\right)$

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

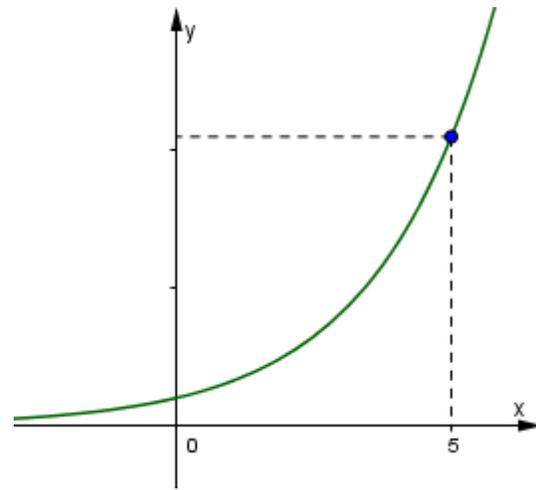
- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

114. Considere la siguiente representación gráfica de una función cuadrática  $f$



- A)  $f(x) = x^2 - 9$
- B)  $f(x) = -x^2 + 9$
- C)  $f(x) = x^2 + 6x - 9$
- D)  $f(x) = -x^2 + 6x + 9$

115. Considere la siguiente representación gráfica de la función exponencial  $f$  dada por  $f(x) = 3^x$ :



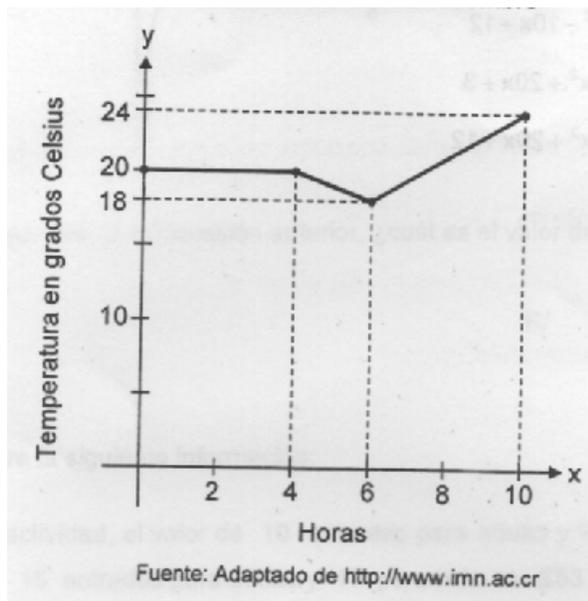
116. De acuerdo con la información anterior, ¿cuál es el valor de "n"?

--	--	--	--	--	--

Considere la siguiente información para responder los ítems 117 y 118:

La siguiente gráfica representa la temperatura promedio, por horas, de un día de setiembre, de acuerdo con una de las estaciones meteorológicas automáticas del Instituto Meteorológico Nacional de Costa Rica.

Temperatura promedio durante las primeras 10 horas de un día de setiembre



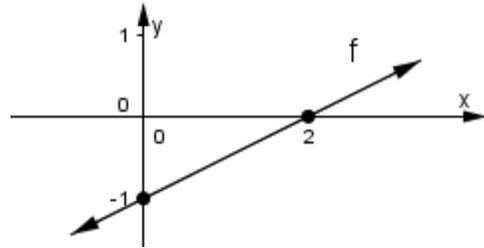
117. Un intervalo del tiempo en el cual aumentó la temperatura corresponde a

- A) [2, 6]
- B) [4, 6]
- C) [0, 4]
- D) [6, 8]

118. ¿Cuál fue la temperatura promedio, en grados Celsius, registrada a las 6 horas?

- A) 6
- B) 10
- C) 18
- D) 20

119. Considere la siguiente representación gráfica de la función lineal  $f$ :



De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. La pendiente de  $f$  es 2.
- II. La gráfica de  $f$  interseca el "eje  $y$ " en  $(0, -1)$ .

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

120. Considere las siguientes proposiciones referentes a la función  $f$  dada por  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ :

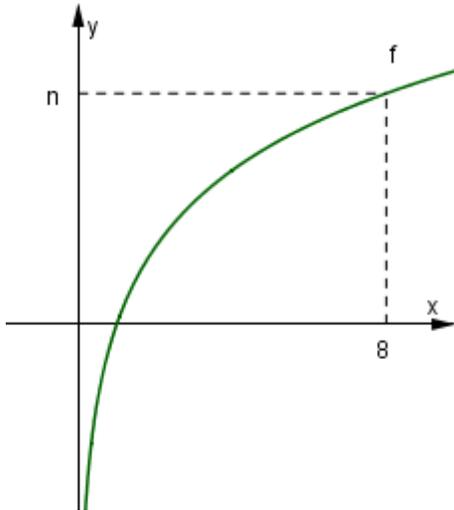
- I. La gráfica de  $f$  interseca el "eje  $y$ " en el punto  $(0, 3)$ .
- II. La gráfica de  $f$  interseca el "eje  $x$ " en dos puntos diferentes.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

121. Considere la siguiente representación gráfica de la función logarítmica  $f$  dada por

$$f(x) = \log_2(x):$$



De acuerdo con la información anterior, ¿cuál es el valor de “n”?

--	--	--	--	--	--

**Habilidad 4. Plantear y resolver problemas a partir de una situación dada.**

Considere a siguiente información para responder las preguntas 96.

Sea  $\begin{cases} 5x - 2y = -3 \\ -10x = 4y - 6 \end{cases}$  un sistema lineal de dos ecuaciones

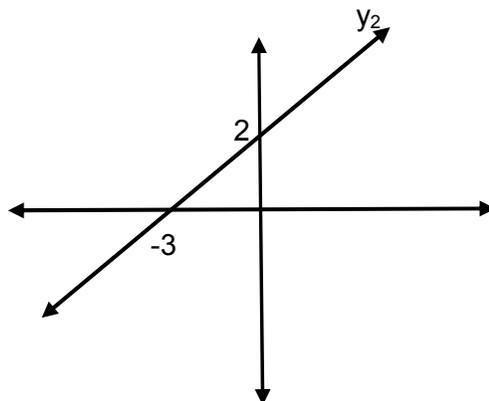
122. Considere las siguientes afirmaciones del sistema anterior

- I. El sistema es inconsistente
- II. Una solución del sistema es el punto  $(1, 4)$

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo II

123. Sean  $y_1 = -2x + 6$  una función y  $y_2$  otra función lineal cuya gráfica es



De acuerdo a la información anterior, si se consideran ambas ecuaciones lineales y se forma un sistema, considere las siguientes afirmaciones del sistema

- I. El sistema es inconsistente
- II. Una solución del sistema es el punto

$$\left(\frac{3}{2}, 3\right)$$

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo II

Considere la siguiente las siguientes proposiciones sobre las ecuaciones de las rectas  $\ell_1$  y  $\ell_2$  tales que  $\ell_1 \perp \ell_2$  para responder la pregunta 124

124. Con base a la información anterior considere las siguientes proposiciones

- I. El sistema es consistente
  - II. El sistema tiene infinitas soluciones
- ¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo II

Considere el siguiente contexto “Crecimiento de un árbol” para responder las preguntas 125 y 126

Un grupo de biólogos estima que cierta especie de árbol crece 1,3 mm diarios en los primeros 720 días. Para determinar el crecimiento de es árbol, se aplica la fórmula  $h(x) = 1,3 x$  donde “ $h(x)$ ” corresponde a la altura del árbol y “ $x$ ” corresponde a la cantidad de días que transcurren a partir de la plantación del árbol.

125. De acuerdo con la información del contexto Crecimiento de un árbol, si una persona compra un arbolito de esa especie con una altura de 20,8 mm, entonces ¿cuántos días deben transcurrir desde el momento de su compra, para que alcance una altura de 53,3mm?

- A) 16
- B) 25
- C) 41
- D) 57

126. De acuerdo con la información del contexto anterior Crecimiento de un árbol, ¿cuál es la altura del árbol después de un año de haberse plantado?

--	--	--	--	--	--

Considere la relación costo Pasteles – Enchiladas para responder las preguntas 127 y 128

En el Liceo de Turrialba Doña Adela tiene a la venta pasteles y enchiladas, el costo total de 4 pasteles y 2 enchiladas es de ₡1800. Si las dos enchiladas cuestan ₡ 75 menos que un pastel, entonces,

127. ¿Cuál es el precio de un pastel?

- A) ₡ 150
- B) ₡ 210
- C) ₡ 345
- D) ₡ 375

128. De acuerdo con la información del contexto relación costo pasteles y enchiladas, ¿cuál es el precio real de comprar dos enchiladas y dos pasteles?

--	--	--	--	--	--

129. Considere la siguiente información:

Miguel fue a una librería a comprar 4 cuadernos cosidos y 4 cuadernos de resortes. Al llegar a la caja le dijeron que debía pagar 14 500. Como el dinero que llevaba no le alcanzó, compró 3 cuadernos cosidos y 5 cuadernos de resortes, por lo que pagó 12 000.

Considere que los cuadernos poseen las mismas características, según el tipo de cuaderno (cosido o resortes).

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál fue el precio, en colones, de cada cuaderno cosido?

- A) 103,51
- B) 1714,28
- C) 2500,00
- D) 3062,50

130. Considere la siguiente información y las proposiciones referidas a ella:

**La campaña de reciclaje**

Durante una campaña de reciclaje, el profesor guía de un grupo de 42 estudiantes dividió al grupo en dos subgrupos: un grupo A, cuyos integrantes debían aportar 4 latas vacías cada uno y un grupo B, cuyos integrantes debían aportar 2 latas vacías cada uno. Al finalizar la campaña, entre los 42 estudiantes recolectaron 128 latas vacías.

I. Hay más estudiantes en el grupo B que en el grupo A.

II. Hay 22 estudiantes en el grupo B.

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

**Temperatura del agua**

Don Javier decide registrar la temperatura del agua en un tanque de agua caliente durante intervalos de 15 minutos, después de que se conecta el calentador. Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla:

Tiempo (min)	15	30	45	60	75	90
Temperatura (C°)	20	30	40	50	60	70

La relación entre las cantidades anterior es lineal

131. ¿Cuál es la temperatura del agua a los 70 minutos?

--	--	--	--	--	--

132. La cantidad de sapitos de una población se aproxima mediante la función  $f(t) = -t^2 + 20t + 110$ , donde "t" ( $t \geq 0$ ) representa los años a partir de su descubrimiento. Si  $t = 4$ , entonces, respecto al momento de su descubrimiento, la población de sapitos aumentó en

--	--	--	--	--	--

133. Suponga que la cantidad "Q" en gramos de una sustancia radiactiva que permanece dentro "t" años a partir de este momento, será  $Q = (42) \cdot 2^{-0,017t}$ . ¿Cuál es la semivida de este elemento, es decir, cuánto tiempo deberá pasar para que tenga la mitad de la cantidad inicial del elemento?

- A) Aproximadamente después de 58 años 9 meses y 26 días
- B) Aproximadamente después de 62 años 3 meses y 11 días
- C) Aproximadamente después de 61 años 7 meses y 25 días
- D) Aproximadamente después de 58 años 10 meses y 28 días

134. El equilibrio térmico de cierto objeto con su medio, está dada por la ecuación

$$t = \frac{-1}{2} \ln\left(\frac{T}{75}\right), \text{ donde "T" es la temperatura}$$

en grados Celsius y "t" es el tiempo en horas. Si el objeto se expone a un nuevo ambiente y tarda 0,25 horas en alcanzar el equilibrio térmico con este, entonces, ¿cuál es aproximadamente la temperatura inicial, en grados Celsius, en el momento en que se expuso el objeto a su nuevo medio?

- A) 2,85
- B) 45,50
- C) 84,99
- D) 123,69

135. Considere el siguiente enunciado:

La fórmula de interés compuesto que permite obtener el capital "C", después de "t" años de invertir un capital inicial de 500 000, a un interés del 8% y capitalizable continuamente, está dada por  $C = 500\,000e^{0,08t}$ . De acuerdo con la información anterior, ¿cuántos años se requieren como mínimo, si se desea obtener un capital superior a 800 000?

- A) 5
- B) 6
- C) 7
- D) 8

136. Considere las siguientes proposiciones referidas al sistema de ecuaciones dado por

$$\begin{cases} 5x - 2y = -3 \\ -15x + 6y = 9 \end{cases}$$

I. Las rectas se intersecan en un único punto.

II. La solución del sistema es  $\{(1, 4)\}$ .

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

137. Dos empleados de una misma empresa reciben sus salarios según la cantidad de años completos laborados. El empleado A recibe un salario base de 500 000 y una bonificación por cada anualidad de 10 000. El empleado B recibe un salario base de 600 000 y una bonificación por cada anualidad de 5000. ¿Cuántos años deben transcurrir para que ambos empleados ganen la misma cantidad de salario?

- A) 10
- B) 12
- C) 20
- D) 22

138. La relación entre el tiempo «t», en horas, y el crecimiento de una población «P»

de amebas, está dada por  $\log_2\left(\frac{P}{k}\right) = t$ ,

donde «k» es la población inicial de amebas. Si se observa una población inicial de 6 amebas, entonces, ¿cuántas amebas habrá en 8 horas?

- A) 48
- B) 96
- C) 384
- D) 1536

139. Suponga que la velocidad «V(h)», en km/h, del viento que genera olas con una altura «h», en metros, está dada por

$$V(h) = \frac{31\sqrt{h}}{5}$$

¿Cuál es la altura, en metros, de las olas, si la velocidad del viento que las genera es de 12,4 km/h?

- A) 2,00
- B) 4,00
- C) 21,83
- D) 24,80

140. La señora Anette invirtió 80 000 dólares en dos bancos. El banco A paga una tasa de interés anual del 9%, y la tasa de interés anual del banco B es de 10,5%. Si por año la señora Anette recibe 7530 dólares, entonces, ¿cuánto invirtió en el Banco A?

- A) 22 000
- B) 33 000
- C) 47 000
- D) 58 000

**Relación volumen-temperatura**

El volumen de varios gases se expande cuando la temperatura es alta y se contrae cuando la temperatura es baja. Esta relación entre el volumen «v» y la temperatura «t», es una relación lineal  $f(t) = v$ .

En el siguiente cuadro se presentan datos de esta relación:

Volumen de gas (cm <sup>3</sup> )	Temperatura (C°)
400	30
600	80

141. ¿Cuál es el volumen de un gas cuando este se encuentra a 120 °C?

--	--	--	--	--	--

142. Las bacterias crecen siguiendo una progresión geométrica en la que el número de bacterias se duplica al cabo de un tiempo determinado denominado “tiempo de generación”. De esta forma, es posible calcular el número de bacterias «N», al cabo de un número «n» de generaciones usando el modelo siguiente:  $N = N_0 2^n$

donde  $N_0$  representa el número de células en el momento inicial.

¿Cuál sería el número de células en el momento inicial, si tenemos 8000 bacterias para la quinta generación?

- A) 250
- B) 800
- C) 16 000
- D) 256 000

143. En una tienda en la cual se venden capas y paraguas, las capas cuestan 1100 cada una y los paraguas 2300 cada uno. Si en una semana se venden 52 unidades, entre capas y paraguas, y se obtiene por esa venta un monto de 98 000, entonces, ¿cuántos paraguas se vendieron durante esa semana?

- A) 16
- B) 26
- C) 34
- D) 42

Considere la siguiente información para responder los ítems 144 y 145:

Un elemento radiactivo va perdiendo su masa con el paso del tiempo, de acuerdo con la fórmula  $M = 60 \cdot 2^{-0.02t}$ , donde “M” es la masa, en miligramos, que tiene el elemento transcurridos “t” años, con  $t \geq 0$ .

144. ¿Cuántos años deben transcurrir para que el elemento tenga una masa de 15 mg?

- A) 49
- B) 60
- C) 74
- D) 100

145. ¿Cuál es la masa, en miligramos, del elemento transcurridos 200 años?

- A) 3,75
- B) 6,67
- C) 9,60
- D) 13,33

146. La solución de  $7^{x-1} = 3$  es

- A)  $\log(3)$
- B)  $\log_7(10)$
- C)  $\log_7(21)$
- D)  $\frac{1 + \log(3)}{\log(7)}$

147. La expresión  $\log_a(3X + 1) + \log_a(3x - 1)$  es equivalente a

- A)  $\log_a(6x)$
- B)  $\log_a\left(\frac{3x+1}{3x-1}\right)$
- C)  $\log_a(9x^2 - 1)$
- D)  $\log_a(9x^2 - 6x + 1)$

148. Considere la siguiente información:

En una actividad, el valor de 10 entradas para adulto y 9 para niño es , 51 200 y el valor de 15 entradas para adulto y 17 para niño es 83 100.

De acuerdo con la información anterior, si cada entrada para adulto tiene el mismo valor y cada entrada para niño tiene el mismo valor, entonces el valor, en colones, de una entrada para niño es

- A) 1800
- B) 2633
- C) 2695
- D) 3300

149. Considere la siguiente información:

Una empresa, proveedora de servicio de telefonía móvil, ha determinado que cuando una noticia es de interés popular, la cantidad "m(x)" de mensajes de texto enviados por los usuarios, a los "x" minutos después de dar a conocer la noticia, está dada por  $m(x) = 4^x$ .

De acuerdo con la información anterior, ¿cuántos mensajes de texto habrán enviado los usuarios, a los 10 minutos después de dar a conocer una noticia de interés popular?

- A) 40
- B) 128
- C) 167 772
- D) 1048576

150. Considere la siguiente información:

En un estudio, sobre una población inicial de 600 bacterias, se determina que la cantidad "f(t)" de bacterias, a las "t" horas después de haber iniciado ese estudio, está dada por

$$f(t) = 600 \cdot \left(3\right)^{\frac{t}{2}}.$$

De acuerdo con la información anterior, ¿cuántas horas deben transcurrir, después de iniciado ese estudio, para que la población sea de 1800 bacterias?

- A) 0,5
- B) 1,0
- C) 1,5
- D) 2,0

151. La expresión  $\log(m^{2000}) - 2\log(n^{200} m^{600})$  es equivalente a

- A)  $\log\left(\frac{m^{800}}{n^{400}}\right)$
- B)  $\log\left(\frac{m^{1500}}{n^{200}}\right)$
- C)  $\log(m^{3000}n^{400})$
- D)  $\log(m^{1000} - n^{200})$

152. La solución de la ecuación  $3^{x-1} = 5$  corresponde a

- A)  $\log_5(4)$
- B)  $\log_3(6)$
- C)  $\log_5(3) - 1$
- D)  $\log_3(5) + 1$

**Habilidad 5. Determinar el modelo matemático que se adapta mejor a una situación dada.**

Considere la siguiente información para responder las preguntas 153, 154 y 155

La función dada por  $h(t) = -49t^2 + 125\sqrt{2}t + 0,6$  permite calcular la posición vertical "h" en metros, de un proyectil lanzado por un cañón que está inclinado  $45^\circ$  con respecto a la horizontal, esto en función del tiempo "t" en segundos transcurridos desde su lanzamiento. No se considera el rozamiento con el aire

153. ¿Cuánto tiempo tarda aproximadamente, en segundos, el proyectil en tocar el suelo?

- A) 37,03
- B) 36,08
- C) 25,08
- D) 18,03

154. ¿Cuál es la altura máxima, en metros, que alcanza el proyectil?

- A) 768,25
- B) 976,04
- C) 1594,99
- D) 1823,35

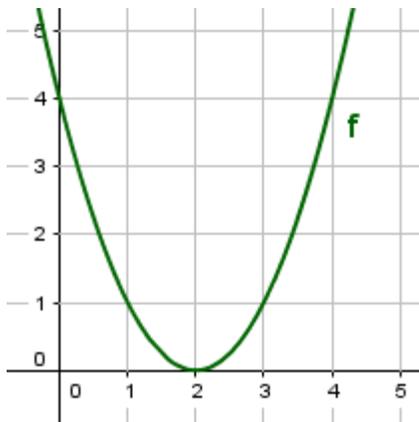
155. ¿En qué tiempo, en segundos, tarda el proyectil en llegar al punto más alto de su recorrido?

--	--	--	--	--	--

Considere la siguiente información para responder las preguntas 156 y 157

Sea  $f$  la gráfica de la función cuadrática tal que:

156. De acuerdo con los datos de la figura, anterior se puede asegurar que el criterio de  $f$  corresponde a



- A)  $f(x) = x^2 + 4x + 4$
- B)  $f(x) = x^2 - 4x + 4$
- C)  $f(x) = x^2 + 2x + 1$
- D)  $f(x) = x^2 - 2x + 4$

157. De acuerdo con los datos de la figura, considere las siguientes proposiciones

- I.  $f(x) > 0$  en todo su dominio
- II.  $f(x) \in ]0, +\infty[ , \forall x \in \mathbb{R}$

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo II

En 1938 el biólogo Ludwing Von Bertalanffy desarrollo un modelo para calcular la longitud, en centímetros, de un pez que crece bajo condiciones ideales, por un periodo de  $t$  años. El pez llamado Barracuda tiene un desarrollo modelado por

$$L = 198 - 197,1e^{-0,23t}$$

158. Si se utiliza el modelo de Bertalanffy para una barracuda normal, ¿cuál es la longitud aproximada, en centímetros, al cabo de 2 años?

--	--	--	--	--	--

Considere la siguiente información para responder las preguntas 159 y 160:

La fórmula para pasar de grados Celsius (C) a grados Fahrenheit (F) se puede representar a través de la función lineal

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

159. En un horno especial se desea cocinar cierto alimento, el cuál debe cocinarse a  $180^\circ\text{C}$  durante 20 minutos, pero el control de temperatura viene solamente en grados Fahrenheit (F), ¿a cuántos grados Fahrenheit (F) debe cocinarse?

- A)  $842^\circ$
- B)  $356^\circ$
- C)  $180^\circ$
- D)  $122^\circ$

160. El 22 de marzo se jugó el partido entre las selecciones de Costa Rica y Estados Unidos en donde la temperatura fue de 25° F, ¿cuál es la temperatura en grados Celsius a la que se jugó ese partido?

- A) 77°
- B) 3,88°
- C) -3,88°
- D) -18,11°

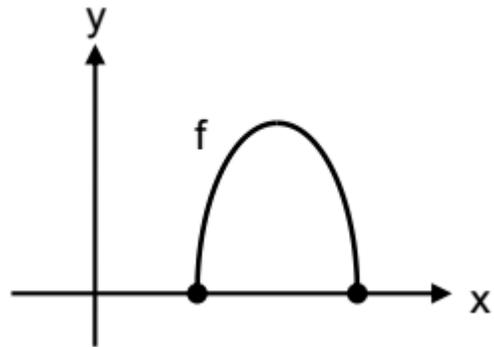
Considere el siguiente enunciado para contestar la pregunta 161:

Mariana y Andrea coleccionan revistas. Mariana observó que si le da una de sus revistas a Andrea, ambas tendrían la misma cantidad y Andrea se dio cuenta que si le daba una revista a Mariana, Mariana tendría el doble de revistas de las que a ella le quedarían.

161. De acuerdo con la información anterior, la cantidad de revistas que tienen entre las dos corresponde a

- A) 6
- B) 7
- C) 12
- D) 13

162. Considere la siguiente representación gráfica de una función  $f$  que corresponde a las ganancias " $f(x)$ " de una empresa, en millones de colones, por la fabricación y venta de " $x$ " unidades de un producto:



De acuerdo con la información anterior, el criterio de la función que mejor modelaría las ganancias de la empresa corresponde a

- A)  $f(x) = ax + b$ , con  $a \neq 0$
- B)  $f(x) = a^x$ , con  $a > 0$  y  $a \neq 1$
- C)  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , con  $a \neq 0$
- D)  $f(x) = \log_a(x)$ , con  $a > 0$  y  $a \neq 1$

163. Considere la siguiente tabla referente a una función  $f$ :

$x$	$f(x)$
1	0
3	1
9	2
27	3

De acuerdo con la información anterior, el criterio de  $f$  corresponde a

- A)  $f(x) = 3^x$
- B)  $f(x) = 3x$
- C)  $f(x) = 2x^2$
- D)  $f(x) = \log_3(x)$

164. Considere la siguiente situación:

Jéssica redacta un mensaje de texto y un minuto después, lo envía a sus dos mejores amigos. Al siguiente minuto, sus dos mejores amigos reenvían el mensaje a otras dos personas y estas a su vez hacen lo mismo después de otro minuto. La cadena de envíos del mensaje continúa creciendo cada minuto, cuando cada nuevo receptor del mensaje lo reenvía a otras dos personas.

De acuerdo con la información anterior, si "y" es la cantidad de receptores del mensaje, después de "x" minutos a partir del instante en que Jéssica redactó el mensaje, entonces una ecuación que modela la situación anterior corresponde a

- A)  $y = 2x$
- B)  $y = 2^x$
- C)  $y = 2x^2$
- D)  $y = \log_2(x)$

165. Considere la siguiente situación:

Luis es un vendedor de libros y recibe mensualmente un salario base de 400 000, más una bonificación de 8000 por cada libro vendido.

De acuerdo con la información anterior, el mejor modelo para representar la relación entre el salario mensual de Luis y la cantidad de libros que vende, corresponde a una función

- A) lineal.
- B) cuadrática.
- C) logarítmica.
- D) exponencial.

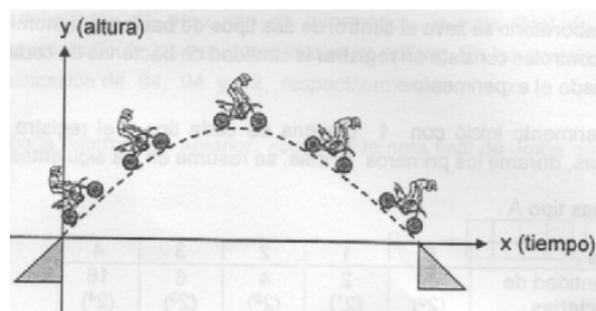
166. Considere la siguiente situación:

En un instituto de educación, a cada estudiante se le cobra por bimestre 6000 por concepto de matrícula y 65 000 por cada materia matriculada en ese bimestre

De acuerdo con la situación anterior, si "x" representa la cantidad de materias matriculadas por un estudiante en un bimestre y "C(x)" es el cobro, en colones, en ese bimestre, entonces, ¿cuál es el modelo matemático que se adapta mejor para describir el cobro por bimestre, en función de la cantidad de materias matriculadas?

- A)  $C(x) = 65\,000x$
- B)  $C(x) = 71\,000x$
- C)  $C(x) = 65\,000x + 6000$
- D)  $C(x) = 65\,000 + 6000x$

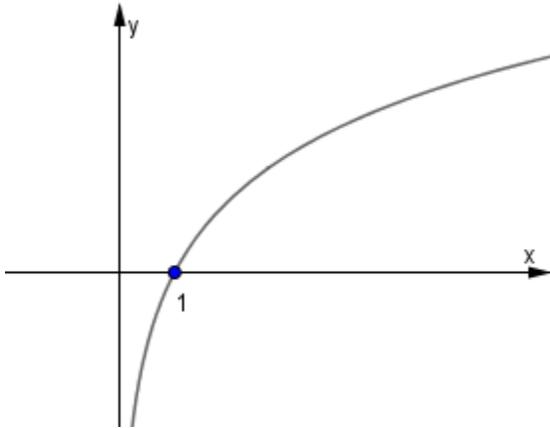
167. Considere la siguiente imagen en la que aparece la secuencia de un salto en motocicleta:



De acuerdo con la imagen anterior, la función que mejor se adapta para describir la altura que alcanza la motocicleta en función del tiempo, corresponde a una función

- A) lineal.
- B) cuadrática.
- C) logarítmica.
- D) exponencial.

168. Considere la siguiente representación gráfica referente a una función  $f$ :



De acuerdo con la representación gráfica anterior, el criterio que mejor se adapta a la función  $f$  corresponde a

- A)  $f(x) = a^x$ , con  $a > 1$
- B)  $f(x) = a^x$ , con  $0 < a < 1$
- C)  $f(x) = \log_a(x)$ , con  $a > 1$
- D)  $f(x) = \log_a(x)$ , con  $0 < a < 1$

169. Considere la siguiente información:

En un laboratorio se lleva el control de dos tipos de bacterias denominadas A y B. Uno de los controles consiste en registrar la cantidad de bacterias de cada tipo, a los "d" días de iniciado el experimento.

El experimento Inició con 1 bacteria de cada tipo y el registro de la cantidad de bacterias, durante los primeros 4 días, se resume en las siguientes tablas:

Bacterias tipo A

Día	0	1	2	3	4
Cantidad de bacterias	1	2	2	8	16

Bacterias tipo B

Día	0	1	2	3	4
Cantidad de bacterias	1	16	31	46	61

De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. La relación entre la cantidad de bacterias del tipo A y los "d" días transcurridos después de haber iniciado el experimento, se adapta mejor a un modelo que corresponde a una función exponencial.
- II. La relación entre la cantidad de bacterias del tipo B y los "d" días transcurridos después de haber iniciado el experimento, se adapta mejor a un modelo que corresponde a una función logarítmica.

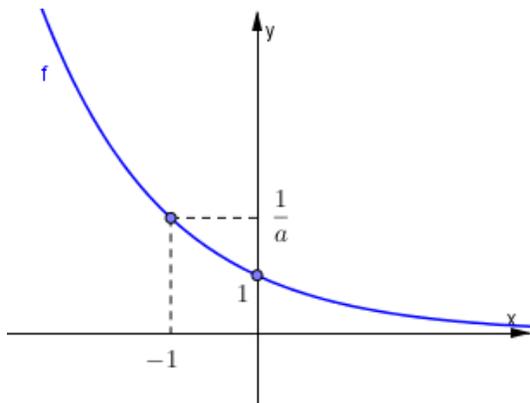
De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

170. El ingreso mensual "I(x)", obtenido por vender "x" unidades de un producto, está modelado por  $I(x) = 60x - 0,01x^2$ . ¿Cuál es el ingreso mensual que se obtiene al vender 3000 unidades de ese producto?

- A) 5950
- B) 6050
- C) 90 000
- D) 179 940

171. Considere la siguiente representación gráfica de una función f:

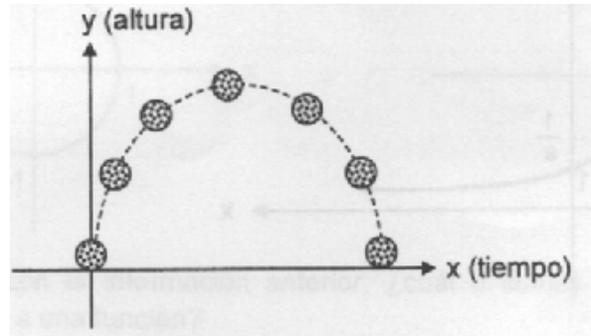


De acuerdo con la información anterior, el criterio que mejor se ajusta a la función f corresponde a

- A)  $f(x) = ax^2$ , con  $a > 0$
- B)  $f(x) = a^x$ , con  $0 < a < 1$
- C)  $f(x) = \log_{\frac{1}{a}}(x)$ , con  $a > 0$
- D)  $f(x) = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ , con  $0 < a < 1$

172. Considere la siguiente información:

Un juego consiste en lanzar un balón hacia arriba. El balón sigue una trayectoria en la cual la altura que alcanza cambia mientras transcurre el tiempo: el balón parte del suelo, se eleva hasta alcanzar una altura máxima y finalmente cae hasta que vuelve a tocar el suelo, tal y como se ilustra en la siguiente figura:



De acuerdo con la información anterior, si la fuerza de rozamiento del viento es despreciable, entonces el modelo que mejor se ajusta para describir la altura que alcanza el balón en función del tiempo, corresponde a una función

- A) lineal.
- B) cuadrática.
- C) logarítmica.
- D) exponencial.

173. Considere la siguiente información:

Una empresa de entrega de paquetes, ofrece un servicio por el cual cobra con base en los kilómetros (pueden ser con decimales) que se deba recorrer para realizar la entrega del paquete. El comportamiento del cobro se muestra, con algunos posibles recorridos, en la siguiente tabla:

Recorrido (kilómetros)	0	5	10	15	20
Cobro (colones)	0	50	100	150	200

De acuerdo con la información anterior, el modelo que mejor se ajusta para describir el cobro que realiza la empresa en función de la cantidad de kilómetros recorridos, corresponde a una función

- A) lineal.
- B) cuadrática.
- C) logarítmica.
- D) exponencial.

## Área 3 Estadística y Probabilidad

**Habilidad 1. Utilizar las medidas de posición para resumir y analizar la información proveniente de un grupo de datos cuantitativos.**

Considere la siguiente información sobre un estudio estadístico para contestar la pregunta 1

Se ha registrado el peso (masa) en kilogramos de 250 estudiantes de un colegio. Al resumir los datos se obtuvo que la mediana es 64,7 kg, la moda 65 kg y la media aritmética es de 74 kg

1. De acuerdo con la información anterior, se puede afirmar con certeza que en los 250 estudiantes

- A) El peso más usual es 65 kg
- B) Exactamente 125 pesan 74 kg
- C) Al menos un estudiante pesa 67,4 kg
- D) Al menos 125 pesan menos de 65 kg.

Considere la siguiente información sobre un estudio estadístico para contestar la pregunta 2

Se ha registrado el peso (masa) en kilogramos de 400 estudiantes de un colegio. Al resumir los datos se obtuvo que la mediana es 68,2 kg, la moda 72,3 kg y la media aritmética es de 64,5 kg

2. De acuerdo con la información anterior, se puede afirmar con certeza que en los 400 estudiantes

- A) El peso más usual es 72,3 kg
- B) Por lo menos un estudiante tiene una masa de 68,2 kg
- C) Exactamente 200 estudiantes tienen una masa de 64,5 kg
- D) Por lo menos 125 tienen una masa de 68 kg.

Considere la siguiente la siguiente información para responder las preguntas 3 y 4

En la gráfica de una distribución de frecuencias de un grupo de datos, se observa que tiene una asimetría negativa.

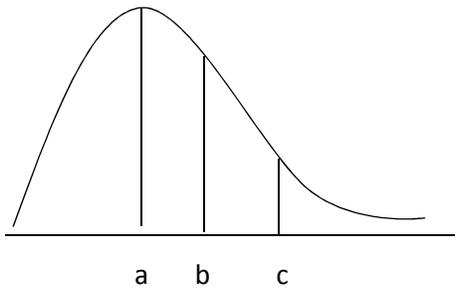
3. De acuerdo a la información anterior con certeza se cumple que

- A)  $M_e < \bar{X}$
- B)  $M_e = \bar{X}$
- C)  $M_e = M_o$
- D)  $M_e < M_o$

4. De acuerdo a la información anterior con certeza se cumple que

- A)  $M_e = M_o = \bar{X}$
- B)  $M_e < M_o < \bar{X}$
- C)  $M_o > M_e > \bar{X}$
- D)  $M_o = \bar{X}$

Observe la siguiente gráfica de una distribución de frecuencias para contestar las preguntas 5 y 6



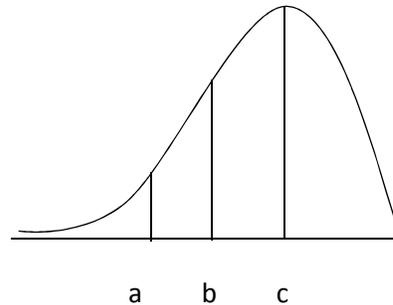
5. De acuerdo con la gráfica anterior, se cumple que la distribución presenta una asimetría:

- A) Negativa con  $a = \bar{X}$
- B) Positiva y  $b = M_o$
- C) Negativa y  $c = \bar{X}$
- D) Positiva con  $a = M_o$

6. De acuerdo con la gráfica anterior, se cumple con certeza que

- A) Positiva  $a = M_e$
- B) Positiva  $c = \bar{X}$
- C) Negativa  $a = M_e$
- D) Negativa  $b = M_o$

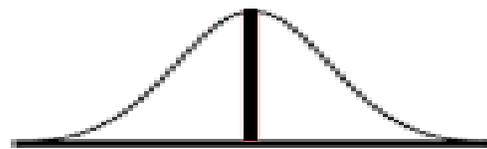
Observe la siguiente gráfica de una distribución de frecuencias para contestar la pregunta 7



7. De acuerdo con la gráfica anterior, se cumple que la distribución presenta una asimetría

- A) Negativa con  $a = \bar{X}$
- B) Positiva y  $b = M_e$
- C) Negativa y  $c = \bar{X}$
- D) Positiva con  $a = M_e$

De acuerdo a la información de la siguiente gráfica responda la pregunta 8



8. De acuerdo con la gráfica anterior, se cumple con certeza que

- A)  $M_o < \bar{X} > M_e$
- B)  $M_o < \bar{X} < M_e$
- C)  $M_o > \bar{X} > M_e$
- D)  $M_o = \bar{X} = M_e$

Considere la siguiente información para responder la pregunta 9

En una zapatería se estiman venta diaria de 8 pares de zapatos de hombre y 12 pares de mujer. La ganancia media en los pares de zapatos de hombre es de ₡2000, mientras que en los de mujer, a ganancia media es de ₡2500

9. De acuerdo a la información anterior, ¿cuál es la ganancia promedio diaria por un par de zapatos?

- A) 2000
- B) 2250
- C) 2300
- D) 2500

Considere la siguiente información sobre la evaluación de la Educación para responder la pregunta 10

En un colegio, la evaluación de Cívica en cada periodo se lleva a cabo de acuerdo con la siguiente tabla, en la que aparecen también las notas obtenidas por Carlos y Luis en una de los periodos.

Componente	Valor	Notas Carlos	Notas Luis
Prueba escrita	35	63	72
Trabajo cotidiano	15	84	70
Proyecto	40	60	71
Asistencia	5	98	95
Concepto	5	100	97
<b>Total</b>	100		

10. De acuerdo a la información anterior si Carlos y Luis son estudiantes de ese colegio y necesitan una nota promedio de 70 o más para aprobar el periodo, entonces

- A) Carlos aprobó el periodo
- B) Luis reprobó el periodo
- C) Ninguna de ellas aprobó el periodo
- D) Luis tuvo una nota promedio mayor que la de Carlos

Considere la siguiente información sobre la evaluación de la Educación para responder las preguntas 11 y 12

En un colegio, la evaluación de Industriales en cada periodo se lleva a cabo de acuerdo con la siguiente tabla, en la que aparecen también las notas obtenidas por Andrea y Patricia en una de los periodos.

Componen te	Valo r	Notas Andrea	Notas Patricia
Prueba escrita	35	61	54
Trabajo cotidiano	15	73	75
Proyecto	40	67	66
Asistencia	10	92	97
<b>Total</b>	100		

11. De acuerdo a la información anterior si Andrea y Patricia son estudiantes de ese colegio y necesitan una nota promedio de 70 o más para aprobar el periodo, entonces

- A) Andrea aprobó el periodo
- B) Patricia aprobó el periodo
- C) Ninguna de ellas aprobó el periodo
- D) Patricia tuvo una nota promedio mayor que la de Andrea

12. De acuerdo a la información del contexto anterior, ¿cuál es el valor del promedio de las notas de ambas?

--	--	--	--	--	--

Considere el siguiente contexto de hospitalizaciones para responder las preguntas 13, 14, 15 y 16.

En un hospital ingresaron en un año 200 pacientes diagnosticados con " anemia". Al solicitar los datos sobre los días de estancia (Internamientos) por parte del Director del Hospital encontró los siguientes datos:

- I. Una estancia de 3 días para el paciente que estuvo menos días en el hospital.
- II. Una de 37 días para el que estuvo mayor tiempo internado.
- III. La suma total de todas las estancias sumaba 2420 días.
- IV. Se observó que la estancia más frecuente fue la de 8 días.
- V. Y que el 50% de los pacientes se distribuye de la siguiente manera: cinco de ellos permanecieron 10 días, tres estuvieron internados 12 días y el resto (de este 50%) variaron entre 13 días y 36 días en el hospital.

13. De acuerdo a la información del contexto de hospitalizaciones, ¿cuál es el valor de la moda?

- A) 3
- B) 8
- C) 12
- D) 34

14. De acuerdo a la información del contexto de hospitalizaciones, ¿cuál es el valor de la mediana?

- A) 3
- B) 8
- C) 10
- D) 12

15. De acuerdo a la información del contexto de hospitalizaciones, ¿cuál es el valor de la media aritmética?



16. De acuerdo a la información del contexto de hospitalizaciones, considere las siguientes proposiciones:

I. Para calcular el costo de los servicios de ese hospital debido a las estancias (internamientos) se trabaja con la media aritmética, ya que interesa considerar los valores extremos.

II. Para describir las características de la enfermedad y la estancia más común del paciente que la sufren se trabaja con la mediana y la moda respectivamente

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere el siguiente contexto para responder la pregunta 17.

**La concentración de cloro**

En una piscina municipal, el administrador tiene la duda de si la calidad de cloro suministrada en el agua por sus empleados, puede significar ciertos daños a la salud de las personas adultas que frecuentan dicho lugar. Decide tomar una muestra del agua de la piscina durante los primeros 22 días del mes de abril para saber cuánta es la concentración de cloro en miligramos por cada litro de agua. Los datos de las muestras ya ordenados fueron los siguientes:

0.02	0.04	0.05	0.05	0.06
0.08	0.10	0.10	0.15	0.15
0.18	0.20	0.20	0.22	0.25
0.25	0.30	0.45	0.45	0.50
0.50	0.80			

17. De acuerdo con el contexto anterior La concentración de cloro. ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) El promedio es la medida de tendencia central que mejor caracteriza al conjunto de datos.
- B) Hay 14 datos menores que el promedio, el cual se ve afectado por valores muy altos.
- C) La distribución de la concentración de cloro tiene con certeza una asimetría negativa.
- D) La distribución de la concentración de cloro es aproximadamente simétrica.

Considere la siguiente información para responder los ítems 18, 19 y 20:

**Calificaciones obtenidas por un estudiante**

Asignaturas	Periodos		
	I	II	III
Matemáticas	90	93	96
Español	80	90	94
Inglés	95	95	80
Estudios sociales	70	85	80
Ciencias	80	92	95

18. ¿Cuál es la media aritmética (promedio) de las calificaciones en el II periodo?

--	--	--	--	--	--

19. Si todos los periodos tienen el mismo valor porcentual, entonces, ¿cuál es la media aritmética (promedio) anual de las calificaciones en la asignatura de Inglés?

- A) 80
- B) 85
- C) 90
- D) 95

20. ¿Cuál es la moda de las calificaciones en el III periodo?

- A) 80
- B) 89
- C) 94
- D) 96

Considere el siguiente contexto para responder las preguntas 21 y 22:

**Las edades**

En la siguiente tabla se resume la edad, en años cumplidos, de los estudiantes de un grupo que se prepara para presentar las pruebas de bachillerato por madurez:

Edad en años cumplidos	Número de estudiantes
25	2
27	4
30	4
31	3
33	5
40	7
<b>Total</b>	<b>25</b>

21. ¿Cuál es el valor del primer cuartil de los datos?

- A) 15,00
- B) 18,50
- C) 27,75
- D) 28,50

22. Considere las siguientes proposiciones:

- I. La media aritmética de las edades es 31 años
- II. La moda corresponde a 40 años.

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere el siguiente contexto para responder las preguntas 23 y 24:

### El examen de Química

Los siguientes datos representan las notas obtenidas por un grupo de estudiantes en un examen de Química:

45	55	57	64	69	75
75	78	79	81	83	89

23. Considere las siguientes proposiciones:

- I. La media aritmética es 64,58.
- II. La asimetría de los datos es positiva.

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

24. Considere las siguientes proposiciones:

- I. La moda y la mediana están representadas por un mismo dato.
- II. La nota máxima fue un 83.

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

### Hectáreas sembradas de arroz

A continuación se presentan la cantidad de hectáreas sembradas de cultivo de arroz desde el año 1999 al año 2005:

Año	Hectáreas sembradas
1999	64664
2000	68356
2001	56977
2002	47893
2003	54043
2004	62144
2005	53931

25. El promedio aproximado de la cantidad de hectáreas sembradas de arroz desde el año 1999 al año 2005 es

- A) 47 893,00
- B) 55 496,00
- C) 58 286,86
- D) 59 297,50

Considere el siguiente contexto para responder la pregunta 26

**Participantes en Olimpiadas de Matemáticas**

A continuación se le presenta una tabla con las calificaciones de 1 a 10 de un grupo de 180 estudiantes que participaron en las Olimpiadas de Matemáticas.

Calificación	Cantidad de estudiantes
1	6
2	15
3	20
4	30
5	35
6	22
7	14
8	16
9	14
10	8
<b>Total</b>	<b>180</b>

26. La moda correspondiente al estudio es

- A) 35
- B) 14
- C) 9
- D) 5

27. Considere la siguiente información:

Jorge es un estudiante de un curso de informática, la nota final de este curso corresponde al promedio de las tres pruebas que se aplican. En las tres pruebas, Jorge obtuvo una calificación de 84, 94 y 92, respectivamente.

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál fue la nota final de Jorge en el curso de informática?

--	--	--	--	--	--

28. Considere la siguiente información:

Tiempo, en minutos, que tardaron 12 corredores en una carrera de 10 km

Corredor	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Tiempo en min	55	65	59	47	51	42	47	39	62	53	44	57

Adaptado de <http://www.nacion.com/deportes>

De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. El corredor que llegó primero a la meta fue el B.
- II. La mitad de los tiempos registrados, por los 12 corredores, es mayor a 52 minutos.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

29. Considere la siguiente información:

Un festival deportivo institucional incluyó la modalidad de gimnasia rítmica. Cada ejecución de las participantes en esta modalidad fue valorada por un total de 4 jueces, los cuales otorgaron puntuaciones de 1 a 10. Para asignar la calificación final, se calculó el promedio de las cuatro puntuaciones.

Priscila, Sara, Isaura y Sofía son cuatro participantes que obtuvieron las siguientes puntuaciones de los 4 jueces:

Puntuaciones obtenidas por cuatro participantes en una ejecución de gimnasia rítmica

Participantes	Puntuaciones otorgadas por los jueces			
Priscila	8	7	8	7
Sara	6	7	7	6
Isaura	6	7	9	9
Sofía	8	7	6	8

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál fue la participante que obtuvo un 7,75 como calificación final?

- A) Sara
- B) Sofía
- C) Isaura
- D) Priscila

30. Considere la siguiente distribución de frecuencias de las estaturas, en centímetros, de los estudiantes de una sección de undécimo año:

Estatura	Cantidad de estudiantes
]150, 160]	4
]160, 170]	12
]170, 180]	10
]180, 190]	3
]190, 200]	1

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál es el promedio, en centímetros, de las estaturas de los estudiantes de esa sección de undécimo año?

--	--	--	--	--	--

31. Considere la siguiente información, la cual hace referencia a las temperaturas promedio, en grados Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ), registradas en la estación meteorológica ubicada en el Aeropuerto Internacional Juan Santamaría, durante los meses de marzo desde el año 2006 hasta el 2014.

Temperatura promedio marzo 2006 - 2014

Año	Temperatura Promedio 2006-2014
2006	24,2
2007	24,9
2008	23,8
2009	23,8
2010	25,2
2011	23,9
2012	24,3
2013	23,4
2014	23,2

Fuente: Adaptado del Compendio Ambiental 2015 del Estado de la Nación

De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. La mediana de los datos corresponde a  $25,2^{\circ}\text{C}$ .
- II. La temperatura promedio más usual fue de  $23,8^{\circ}\text{C}$

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

32. Considere la siguiente información:

Precio, en dólares, por galón de combustible en seis países de América Central al 12 de setiembre del 2016

País	Gasolina Regular	Gasolina Súper
A	2,77	2,90
B	2,79	2,99
C	3,23	3,45
D	3,41	3,49
E	3,67	3,84
F	2,65	2,73

Fuente: Adaptado de <http://www.centralamericadata.com>

De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. El promedio de los precios, en dólares, de la gasolina regular en los seis países es mayor que \$3.
- II. La mayor diferencia de los precios, en dólares, de la gasolina súper es \$1, 11.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

**Habilidad 2. Utilizar las principales medidas de variabilidad para evaluar y comparar la dispersión de los datos.**

Considere el siguiente contexto y responda las preguntas 33, 34 y 35

**Las Calderas**

Las calderas de una planta de energía de vapor a alta presión tuvieron las siguientes eficiencias en porcentajes: 90,3; 91,6; 90,9; 90,4; 90,3; 91,0; 87,9; 89,4

33. ¿Cuál es aproximadamente la variancia de las eficiencias, en porcentajes, de las calderas?

- A) 1,13
- B) 1,24
- C) 1,30
- D) 1,31

34. ¿Cuál es el recorrido de las eficiencias, en porcentajes, de las calderas?

- A) 0,90
- B) 3,70
- C) 90,23
- D) 90,35

35. De acuerdo a la información del contexto de las calderas el valor de la desviación estándar corresponde a:

--	--	--	--	--	--	--

Considere el siguiente contexto referido a las edades de 20 docentes de una institución educativa de la Región de Turrialba para responder las preguntas 36 y 37

Edad de los docentes de una institución educativa

19	21	24	28	28
29	30	32	33	34
37	40	45	45	52
53	54	56	60	63

36. De acuerdo a la información anterior sobre las edades de los docentes, ¿Cuál es el valor del recorrido intercuartílico?

- A) 7
- B) 17
- C) 24
- D) 25.25

37. De acuerdo a la información anterior sobre las edades de los docentes en una institución, ¿Cuál es el valor correspondiente a la varianza de la tabla de datos?

--	--	--	--	--	--

Considere la siguiente información para responder la pregunta 38

En la siguiente tabla se muestran las diferentes temperaturas de dos ciudades de Costa Rica en diferentes épocas del año

Cartago	19.3°	20°	20.2°	20.3°
	21°	21.3°	21.3°	22°

Heredia	-3°	0°	6°	22°
	31.5°	34°	36°	39°

38. De acuerdo a la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. En la ciudad de Cartago las temperaturas son más constantes y presentan un promedio de 20.68°
- II. En la ciudad de Heredia encontramos una temperatura promedio de 20.68° pero aun así las temperaturas son muy dispersas.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

En un hospital ingresaron en un año 200 pacientes diagnosticados con "anemia". Al solicitar los datos sobre los días de estancia (Internamientos) por parte del Director del Hospital encontró los siguientes datos:

- I. Una estancia de 3 días para el paciente que estuvo menos días en el hospital.
- II. Una de 37 días para el que estuvo mayor tiempo internado.
- III. La suma total de todas las estancias sumaba 2420 días.
- IV. Se observó que la estancia más frecuente fue la de 8 días.
- V. Y que el 50% de los pacientes se distribuye de la siguiente manera: cinco de ellos permanecieron 10 días, tres estuvieron internados 12 días y el resto (de este 50%) variaron entre 13 días y 36 días en el hospital.

39. De acuerdo a la información del contexto de hospitalizaciones, ¿cuál es el valor del recorrido?

--	--	--	--	--	--

Considere la siguiente información sobre los pesos en kilogramos de niños recién nacidos en una maternidad para contestar la pregunta 40

En una maternidad se analizan los pesos, en kilogramos de dos muestras aleatorias de niños recién nacidos, la primera muestra corresponde a 10 niños de madres no fumadoras (NF) y la segunda muestra corresponde a 10 niños de madres fumadoras (F).

<b>NF</b>	<b>2,8</b>	<b>3,2</b>	<b>3,3</b>	<b>2,9</b>	<b>3,7</b>
	<b>2,6</b>	<b>2,3</b>	<b>2,2</b>	<b>3,0</b>	<b>2,7</b>

<b>F</b>	<b>1,9</b>	<b>3,5</b>	<b>2,0</b>	<b>2,6</b>	<b>2,2</b>
	<b>2,6</b>	<b>2,7</b>	<b>1,8</b>	<b>2,6</b>	<b>2,3</b>

40. Con base a la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. La desviación estándar en los pesos de los hijos de las madres no fumadoras es menor que el correspondiente peso de los hijos de las madres fumadoras.
- II. El recorrido o rango de los pesos es el mismo para ambos grupos

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere la información de la siguiente gráfica para responder la pregunta 36

Tabla de valores correspondientes a las edades de los profesores de cierta institución educativa.									
19	22	24	24	26	27	28	28	29	29
30	32	34	35	38	39	40	41	48	48

41. De acuerdo a la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. Las edades comprendidas entre el 25% y el 50% de la población presentan mayor dispersión que las presentadas en el intervalo del 50% al 75% en la caja.
- II. Hay mayor variabilidad entre los datos que son mayores a la mediana que los menores.

¿Cuál de ellas son verdaderas?

- A) Ambas  
 B) Ninguna  
 C) Solo la I  
 D) Solo la II

42. Considere la siguiente información, la cual corresponde a una distribución de calificaciones de los estudiantes de dos secciones de undécimo año, en la asignatura de Estudios Sociales, de un colegio:

Sección	Mínimo	Cuartiles			Máximo
		Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	
11-1	75	85	90	97	99
11-2	68	70	86	90	98

De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. El recorrido intercuartílico de las calificaciones de los estudiantes de la sección 11 - 2 es 20.
- II. El recorrido intercuartílico de las calificaciones de los estudiantes de la sección 11 - 1 es mayor que el de la sección 11 - 2.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas  
 B) Ninguna  
 C) Solo la I  
 D) Solo la II

43. Considere la siguiente información:

El pentatlón femenino moderno consiste en una disciplina en la que las competidoras participan en 5 pruebas. Cada competidora va obteniendo puntos, según la posición que ocupe en cada una de esas pruebas, y como puntaje final se le asigna la puntuación acumulada en estas 5 pruebas.

Para una investigación de esta disciplina, se analizan los puntajes finales obtenidos por los treinta primeros lugares, en los 4 torneos de la copa mundial del pentatlón femenino realizados durante el 2016. Los puntajes finales obtenidos por la competidora que ocupó el primer lugar y la competidora que ocupó el trigésimo lugar (puesto 30), en cada uno de los países sede de esos torneos, se observan en la siguiente tabla:

Posición	Resultados de los 4 torneos de la copa mundial del pentatlón femenino, 2016			
	Egipto	Italia	Hungría	Estados Unidos
Primer lugar	1353	1417	1352	1375
Trigésimo lugar	1244	1105	1236	1227

Adaptado de: <http://www.los-deportes.info/pentatlón-moderno>

De acuerdo con la información anterior, ¿en cuál país sede hubo el mayor recorrido de los puntajes obtenidos por las treinta primeras competidoras?

- A) Italia
- B) Egipto
- C) Hungría
- D) Estados Unidos

44. Considere los datos de la siguiente tabla que corresponden a medidas de posición de las estaturas, en centímetros, de un determinado grupo:

Mínimo	Cuartiles			Máximo
	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	
160	165	172	180	188

De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. La mayor diferencia de las estaturas es de 28 cm.
- II. El recorrido intercuartílico de las estaturas es de 15 cm.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

45. Considere la siguiente información:

Se aplica una misma prueba de diagnóstico en cuatro liceos rurales J, K, L y M. La prueba fue aplicada a una muestra aleatoria de 10 estudiantes en cada liceo y las calificaciones obtenidas por los estudiantes se muestran en la siguiente tabla

Liceos rurales	Calificaciones obtenidas por los estudiantes
J	42, 50, 58, 60, 66, 75, 82, 83, 88, 94
K	40, 46, 52, 52, 59, 61, 67, 68, 74, 95
L	33, 42, 45, 52, 54, 62, 68, 75, 82, 96
M	50, 50, 52, 65, 68, 72, 76, 81, 84, 97

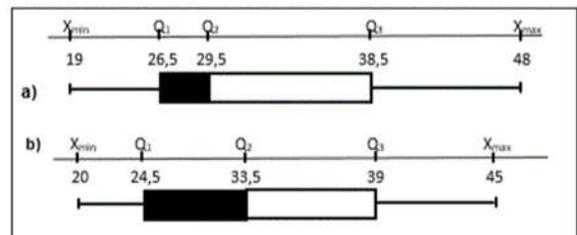
De acuerdo con la información anterior, el recorrido de los datos es mayor en el liceo rural

- A) J
- B) K
- C) L
- D) M

**Habilidad 3. Utilizar diferentes representaciones para analizar la posición y variabilidad de un conjunto de datos. Valorar la importancia de las medidas de resumen (posición y variabilidad) para el análisis de la información estadística.**

46. Considere la información referida a la comparación de la distribución de las edades, de los integrantes de dos grupos de 20 persona cada uno, que están representadas en el siguiente diagrama para responder la pregunta 37

**Distribución de edades**



De acuerdo a la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. Las edades comprendidas entre el 25% y el 50% de la población representada en la caja “a” están más dispersas que las edades comprendidas entre el 25% y el 50% de la población representada en la caja “b”.
- II. El recorrido intercuartílico de la población representada en la caja “a” es de 12 años

¿Cuál de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

De acuerdo al contexto del porcentaje de población indígena que conservan la lengua materna de su grupo étnico responda las preguntas 47 y 48

Porcentaje de población indígena de 12 años o más de acuerdo con el número de personas que conservan la lengua materna de un grupo étnico según el censo poblacional y vivienda 2000

Grupo étnico	Lengua materna	Español	Ignorado
Bribri	52,50	36,20	14,38
Cabecar	80,25	8,06	11,70
Guaymi	83,55	5,43	11,02
Boruca	2,91	93,37	3,72
Huetar	0,6	97,60	1,80
Chorotega	2,22	79,31	18,47
Térraba	7,44	81,40	11,16
Guatuso	46,79	46,79	6,42
Otro	8,33	87,50	4,17

47. Con base a la información de la tabla anterior, ¿Qué etnia conserva en mayor medida su lengua materna?

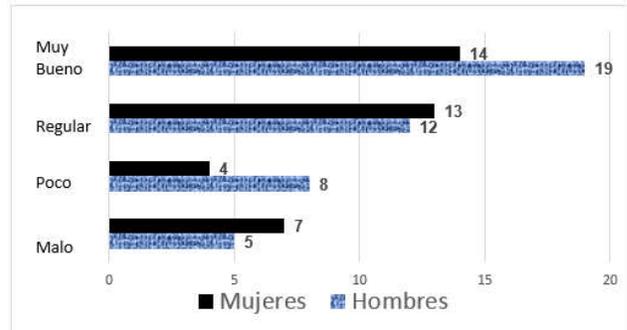
- A) Boruca
- B) Huetar
- C) Cabecar
- D) Guaymi

48. Con base a la información de la tabla anterior, ¿Qué etnia es la que conserva su lengua materna en menor porcentaje?

- A) Boruca
- B) Huetar
- C) Térraba
- D) Chorotega

Considere la información considerada en la gráfica para responder la pregunta 49

**Grafica de la distribución del total de estudiantes con respecto a la relación con de agrado que se tiene por las frutas que se sirven en el comedor estudiantil de una escuela por parte de los estudiantes.**



49. De acuerdo a la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

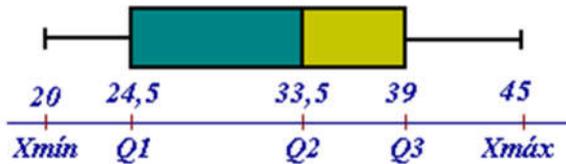
- I. Más de la mitad de los hombres considera de regular o muy bueno el grado de satisfacción por las frutas que se sirven en el comedor.
- II. Un poco menos de la tercera parte de las mujeres consideran poco o malo el grado de satisfacción por las frutas que sirven en el comedor

¿Cuál de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere la información considerada en la gráfica para responder la pregunta 50

**Diagrama de dispersión correspondiente a las edades de los profesores de cierta institución educativa de la Región de Turrialba**



50. De acuerdo a la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

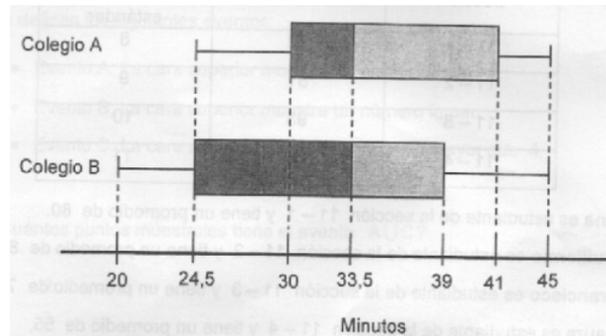
- I. Las edades comprendidas entre el 25% y el 50% de la población representada en la caja anterior están más dispersas que las edades comprendidas entre el 50% y el 75% de la población representada en la caja.
- II. El recorrido intercuartílico de la población representada en la caja "a" es de 25 años.

¿Cuál de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere la siguiente información para responder los ítems 51 y 52:

El siguiente diagrama de cajas representa los datos de un estudio acerca del tiempo, en minutos, que emplean los estudiantes de dos colegios A y B para desplazarse de su casa al colegio:



51. Considere las siguientes proposiciones:

- I. Al menos un estudiante de cada colegio emplea 45 minutos para desplazarse de su casa al colegio.
- II. El valor de la mediana de los datos del colegio A es mayor que el valor de la mediana de los datos del colegio B.

De ellas. ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

52. Considere las siguientes proposiciones:

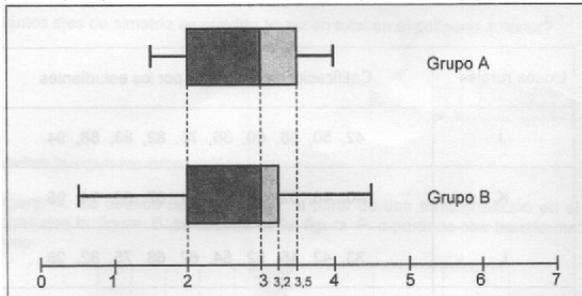
- I. El recorrido intercuartílico de los datos en el colegio A es 11.
- II. El menor tiempo que tarda, al menos un estudiante del colegio B en desplazarse de su casa al colegio, es 20 minutos.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere la siguiente información para responder los ítems 53 y 54:

El siguiente diagrama de cajas representa los datos de un estudio acerca del tiempo, en horas, que emplean los estudiantes de dos grupos A y B para prepararse antes de una prueba:



53. Considere las siguientes proposiciones

- I. El valor de la mediana de los datos del grupo A es mayor que el valor de la mediana de los datos del grupo B.
- II. El recorrido intercuartílico de los datos del grupo A es mayor que el recorrido intercuartílico de los datos del grupo B.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

54. Considere las siguientes proposiciones

- I. El recorrido intercuartílico de los datos del grupo A es 1,5.
- II. En el grupo B existe al menos un estudiante que invirtió más de cuatro horas para prepararse antes de la prueba.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

**Habilidad 4. Analizar la importancia del uso de medidas relativas de tendencia central y variabilidad dentro de los análisis comparativos de información.**

Considere el siguiente contexto y responda las preguntas 55 y 56

La masa media de los niños de una clase es de 58,2 kg, y su desviación estándar es 3,1 kg.  
La masa media de las niñas de esa clase es de 52,4 kg y su desviación estándar es de 5,2 kg.

55. ¿Cuál es aproximadamente el coeficiente de variación de la masa media de los niños y el de las niñas, respectivamente?

- A) 5,3% y 9,9%
- B) 0,53% y 0,99%
- C) 18,77% y 10,08%
- D) 55,10% y 47,20

56. Considere las siguientes proposiciones

- I. La masa de los niños posee mayor variabilidad que la masa de las niñas
- II. La masa promedio de los niños es mayor que la masa promedio de las niñas

¿Cuál de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere el siguiente contexto y responda la pregunta 57

La asistencia de espectadores a las 4 salas de un cine un determinado día fue de 200, 500, 300 y 1000 personas.

57. De acuerdo a la información anterior, el valor del coeficiente de variación corresponde a

- A) 61,64
- B) 162,23
- C) 308,2
- D) 500

Considere el siguiente contexto y responda la pregunta 58

Un estudiante obtuvo una calificación de 84 en un examen final de matemáticas, cuya calificación media fue 76 y cuya desviación estándar fue 10. En el examen final de física, donde la media fue 82 y la desviación estándar 16, el mismo estudiante obtuvo una calificación de 90.

58. De acuerdo a la información anterior, considere las siguientes proposiciones

- I. El estudiante obtuvo una calificación a 0.8 de una desviación estándar sobre la media de matemáticas,
- II. El estudiante obtuvo 0.5 de una desviación estándar sobre la media en física.

¿Cuál de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere el siguiente contexto sobre “resultados del examen de admisión de la Universidad” y responda las preguntas 46, 59 y 60

Se sabe que en el 2009 la calificación media fue de 630 con una desviación estándar de 30 puntos, mientras que en el 2011 la calificación media fue de 610 con una desviación estándar de 25 puntos. Miguel obtuvo una nota de 645 puntos en el 2011 y Juan lo realizó en el 2009 con una nota de 660.

59. De acuerdo con la información anterior, ¿Cuál es el valor de la posición relativa de Miguel?

- A) 25,8
- B) 24,4
- C) 10,4
- D) 1,4

60. De acuerdo con la información anterior, ¿Cuál es el valor de la posición relativa de Juan?

--	--	--	--	--	--

61. De acuerdo al contexto sobre “resultados del examen de admisión de la Universidad” considere las siguientes proposiciones

I. La posición relativa de Miguel es superior a la de Juan.

II. Juan obtuvo una nota superior a la de Miguel en el examen

¿Cuál de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere la siguiente información para responder los ítems 62, 63 y 64:

**Resultados en un periodo de un grupo de undécimo año**

Asignatura	Promedio	Desviación Estándar
Matemática	78,3	7,4
Estudios Sociales	85,4	8,0
Español	92,1	8,3
Educación Cívica	94,5	8,6

Lucía es una estudiante del grupo y obtuvo en ese periodo las siguientes calificaciones: 85,2 en Matemáticas; 87,8 en Estudios Sociales; 92,0 en Español y 94,5 en Educación Cívica.

62. La asignatura que presentó menor variabilidad relativa corresponde a

- A) Español
- B) Matemáticas.
- C) Educación Cívica.
- D) Estudios Sociales.

63. Lucía obtuvo mayor rendimiento relativo en la asignatura de

- A) Español.
- B) Matemáticas.
- C) Educación Cívica.
- D) Estudios Sociales.

64. Lucía obtuvo menor rendimiento relativo en la asignatura de

- A) Español.
- B) Matemáticas.
- C) Educación Cívica.
- D) Estudios Sociales

Considere la siguiente información para responder los ítems 65, 66 y 67:

Datos relacionados con el tiempo, en minutos, que tarda una empresa en la fabricación, por unidad, de cada producto

Producto	Promedio	Desviación Estándar
J	10	4
K	25	5
L	50	9
M	60	10

65. ¿Cuál de los productos presenta mayor variabilidad relativa en el tiempo de fabricación?

- A) J
- B) K
- C) L
- D) M

66. ¿Cuál de los productos presenta menor variabilidad relativa en el tiempo de fabricación?

- A) J
- B) K
- C) L
- D) M

67. ¿Cuál es el coeficiente de variación en el tiempo de fabricación de una unidad del producto K?

- A) 16,67
- B) 18,00
- C) 20,00
- D) 40,00

Considere la siguiente información para responder los ítems 68 y 69:

La siguiente tabla muestra información relacionada con las calificaciones de cuatro secciones de undécimo año de un colegio:

Sección	Media Aritmética	Desviación estándar
11 - 1	72	8
11 - 2	81	9
11 - 3	93	10
11 - 4	79	11

Ana es estudiante de la sección 11 - 1 y tiene un promedio de 80.

Guillermo es estudiante de la sección 11 - 2 y tiene un promedio de 85.

Francisco es estudiante de la sección 11 - 3 y tiene un promedio de 70.

Laura es estudiante de la sección 11 - 4 y tiene un promedio de 55.

68. Considere las siguientes proposiciones:

- I. Las calificaciones en la sección 11 - 1 presentan menor variabilidad relativa con respecto a las de la sección 11 - 2
- II. Las calificaciones en la sección 11 - 3 presentan menor variabilidad relativa con respecto a las de la sección 11 - 4.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

69. ¿Cuál de los estudiantes obtuvo la mejor posición relativa con respecto a su sección?

- A) Ana
- B) Laura
- C) Francisco
- D) Guillermo

Considere la siguiente información para responder los ítems 70 y 71:

La siguiente tabla muestra datos relacionados con las calificaciones, por asignatura, de los estudiantes de una sección y de dos de sus estudiantes, José y Sofía:

Asignatura	Datos de la sección		Datos de los dos estudiantes	
	Media	Desviación Estándar	Calificaciones obtenidas por José	Calificaciones obtenidas por Sofía
Matemática	65	10	70	95
Español	80	5	81	65
Estudios Sociales	75	11	80	75
Ciencias	78	11	82	85

70. Considere las siguientes proposiciones:

- I. El coeficiente de variación de la asignatura de Español es 6,25.
- II. El coeficiente de variación de la asignatura de Estudios Sociales es aproximadamente 6,82.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

71. Considere las siguientes proposiciones:

- I. En Matemáticas, la posición relativa de Sofía es 3.
- II. En Ciencias, José obtuvo mejor posición relativa que Sofía. De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

**Habilidad 5. Emplear las propiedades básicas de la probabilidad en situaciones concretas.**

Considere la siguiente información para responder la pregunta 72

Considere el experimento de escoger un número natural del 1 al 12. Si el evento A es: que el número escogido sea par y el evento B es: que el número escogido sea múltiplo de tres

72. De acuerdo a la información anterior, ¿entonces con certeza se cumple?

- A)  $A \cap B = \{6, 12\}$
- B)  $A \cup B = \{3, 6, 9, 12\}$
- C)  $A \cap B = \{3, 6, 9, 12\}$
- D)  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11\}$

Considere la siguiente información para responder la pregunta 73

Considere el experimento de escoger un número natural del 1 al 12. Si el evento A es: que el número escogido sea impar y el evento B es: que el número escogido sea múltiplo de cuatro

73. De acuerdo a la información anterior, ¿entonces con certeza se cumple?

- A)  $A \cap B = \{ \}$
- B)  $A \cup B = \{4, 8, 12\}$
- C)  $A \cap B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$
- D)  $A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$

Considere la siguiente información para responder la pregunta 74

Considere el experimento de sacar dos bolas de una caja que contiene bolas blancas (B), azules (A) y rojas (R). Si las bolas poseen la misma forma y tamaño y el evento M es: que las bolas sean del mismo color

74. De acuerdo a la información anterior, ¿entonces con certeza el complemento « $M^c$ » de M es?

- A) {AA, RR, BB}
- B) {BR, RB, BA, AB}
- C) {AA, BB, RR, BA, RA}
- D) {AB, AR, BA, BR, RA, RB}

Considere la siguiente información para responder la pregunta 75

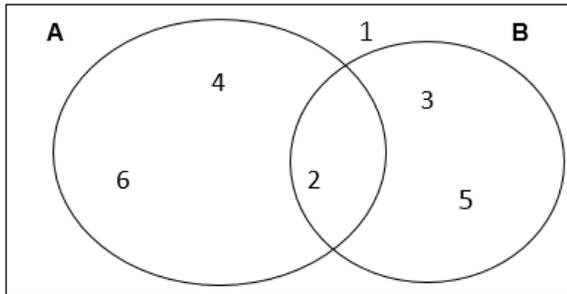
Considere el experimento de sacar dos bolas de una caja que contiene bolas blancas (B), azules (A) y rojas (R). Si las bolas poseen la misma forma, si el evento M es que al menos una de las bolas sea roja

75. De acuerdo a la información anterior, ¿entonces con certeza el complemento de M es?

- A) {AA, RR, BB}
- B) {BA, AB, AA, BB}
- C) {AA, BB, RR, BA, RA}
- D) {RB, RA, RR, BR, AR}

Considere la siguiente información para responder la pregunta 76, 77 y 78

Considere el experimento “Lanzar un dado de seis caras” y sean los siguientes eventos: **A: Sale un número par.** **B: Sale un número primo**



76. De acuerdo con la información anterior,  $A \cup B$  corresponde a:

- A) {1, 2}
- B) {1, 4, 6}
- C) {1, 3, 5}
- D) {2, 3, 4, 5, 6}

77. De acuerdo con la información anterior,  $A \cap B$  corresponde a:

- A) {2}
- B) {1, 4, 6}
- C) {1, 3, 5}
- D) {1, 2, 3, 4, 5, 6}

78. De acuerdo con la información anterior,  $A^c$  corresponde a:

- A) {1}
- B) {3, 5}
- C) {1, 3, 5}
- D) {1, 3, 4, 5, 6}

Considere la siguiente información para responder las preguntas 79 y 80

Se extrae una carta al azar de un mazo normal de 52 cartas. Supongamos que definimos los eventos A: "sale 3" y B: "sale una figura" (Una J, Q y K) y se nos pregunta por la probabilidad de que ocurra A o B.

79. De acuerdo a la información anterior, ¿entonces la probabilidad de que ocurra  $P(A \cup B)$  es?

- A)  $\frac{1}{3}$
- B)  $\frac{2}{3}$
- C)  $\frac{4}{3}$
- D)  $\frac{4}{13}$

80. De acuerdo a la información anterior con el mismo experimento de sacar una carta, ¿entonces la probabilidad de que ocurra el evento A “no sale rey”?

- A) 1
- B)  $\frac{2}{13}$
- C)  $\frac{4}{13}$
- D)  $\frac{12}{13}$

81. En el lanzamiento de un dado de seis caras, los eventos A: "sale par" y B: "sale primo" ¿entonces la probabilidad del evento "sale par o primo" es?

- A)  $\frac{1}{2}$
- B)  $\frac{1}{3}$
- C)  $\frac{1}{6}$
- D)  $\frac{5}{6}$

Considere la siguiente información para responder la pregunta 82

En el experimento de lanzar un dado legal y registrar el número que sale en la cara superior, interesan dos eventos:

A: Que el número sea impar

B: Que el número sea un 4

82. Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

I. El evento A es el complemento del evento B

II. Los eventos A y B son mutuamente excluyentes

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

Considere la siguiente información para responder la pregunta 83

Se lanzan dos dados legales y se registra la suma de los puntos de las caras superiores.

83. De acuerdo a la información anterior, ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea mayor que 5?

A) 0.11

B) 0.28

C) 0.36

D) 0.72

Considere la siguiente información para responder la pregunta 84

Considere el experimento de lanzar un dado y registrar el número que sale en la cara superior. En ese caso interesan dos eventos:

A: Que sea un número mayor que 2

B: Que el número sea múltiplo de 3

84. Con base a la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

I. Los eventos A y B son Complementarios

II. Los eventos A y B son mutuamente excluyentes

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

85. Un experimento consiste en sumar los números de la cara superior, de dos dados legales que son lanzados. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea par o la suma sea un número primo?

A)  $\frac{1}{2}$

B)  $\frac{8}{9}$

C)  $\frac{5}{12}$

D)  $\frac{11}{12}$

Considere el siguiente contexto para responder la pregunta 86:

86. ¿Cuál es, aproximadamente, la probabilidad de que la suma de los números sea ocho?

- A) 0,08
- B) 0,14
- C) 0,42
- D) 0,50

87. Un experimento consiste en restar los números de la cara superior, de dos dados legales que son lanzados (al mayor se le resta el menor). ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea par o la suma sea uno o dos?

- A)  $\frac{1}{2}$
- B)  $\frac{8}{9}$
- C)  $\frac{5}{12}$
- D)  $\frac{11}{12}$

Considere la siguiente información para responder los ítems 88, 89 y 90:

Cantidad de estudiantes matriculados en los distintos niveles de un colegio

Nivel	Hombres	Mujeres
Sétimo	120	150
Octavo	90	120
Noveno	90	90
Décimo	150	120
Undécimo	60	90
<b>TOTAL</b>	<b>510</b>	<b>570</b>

88. Si se elige un estudiante al azar, entonces, ¿cuál es aproximadamente la probabilidad de que el estudiante sea mujer?

- A) 0,14
- B) 0,47
- C) 0,53
- D) 0,89

89. Si se elige un estudiante al azar, entonces, ¿cuál es la probabilidad que el estudiante sea de séptimo año?

--	--	--	--	--	--

90. Si se elige un estudiante al azar, entonces, ¿cuál es aproximadamente la probabilidad de que el estudiante sea un hombre de octavo año o una mujer de décimo?

- A) 0,03
- B) 0,19
- C) 0,39
- D) 0,80

Considere la siguiente información para responder los ítems 91, 92 y 93:

Se tiene un dado de seis caras, cada una de ellas con un número diferente del 1 al 6. Al lanzar este dado, cada cara tiene la misma probabilidad de quedar en la parte superior.

Se definen los siguientes eventos:

- Evento A: La cara superior muestra un divisor de 24.
- Evento B: La cara superior muestra un número impar.
- Evento C: La cara superior muestra un número mayor que 4.

91. ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento  $A \cup C$ ?

- A) 2
- B) 3
- C) 5
- D) 6

92. ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento  $A \cap B$  ?

--	--	--	--	--	--

93. Considere las siguientes proposiciones:

- I. B y C son eventos mutuamente excluyentes.
- II. El complemento de B, con respecto al espacio muestral, corresponde a  $B^c = \{2, 4, 6\}$ .

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere la siguiente información para responder los ítems 94 y 95:

Se tienen dos dados, uno azul y otro blanco y en cada dado cada una de las caras con un número diferente del 1 al 6. Al lanzar estos dados, cada cara tiene la misma probabilidad de quedar en la parte superior.

Se definen los siguientes eventos:

- Evento A: La suma de los números de las caras superiores de los dados es par.
- Evento B: La suma de los números de las caras superiores de los dados es cinco.
- Evento C: La suma de los números de las caras superiores de los dados es impar.

94. ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento  $A \cup B$ ?

- A) 14
- B) 18
- C) 19
- D) 22

95. ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento  $B \cap C$  ?

--	--	--	--	--	--

96. Considere la siguiente información:

Se tienen 10 bolas numeradas del 1 al 10 en una caja, que se distinguen unas de otras únicamente por su numeración. Una de las bolas se extrae en forma aleatoria y se devuelve a la caja.

Se definen dos eventos A y B:

- Evento A: La bola extraída tiene un número impar.
- Evento B: La bola extraída tiene un número mayor o igual que 7.

De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. A y B son eventos mutuamente excluyentes.
- II. El complemento de B, con respecto al espacio muestral corresponde a

$$B^c = \{1, 3, 5\}.$$

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

**Habilidad 6. Utilizar las probabilidades y las medidas estadísticas para favorecer la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre.**

97. Considere la siguiente situación:

Edgar y Diego son aficionados a jugar Tiempos de la Junta de Protección Social. En este tipo de juego, el que acierte el número entre el 00 y el 99 en cada sorteo, se le pagará 70 veces lo que pagó por el número.

La estrategia de Edgar es comprar todos los números terminados en cinco (05, 15, 25, etc.), mientras que la estrategia de Diego es comprar todos los números desde el 75 hasta el 99.

De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. Entre Edgar y Diego es más probable que Diego acierte el número.
- II. La probabilidad de que alguno de los dos, Edgar o Diego, acierte es 0,32.

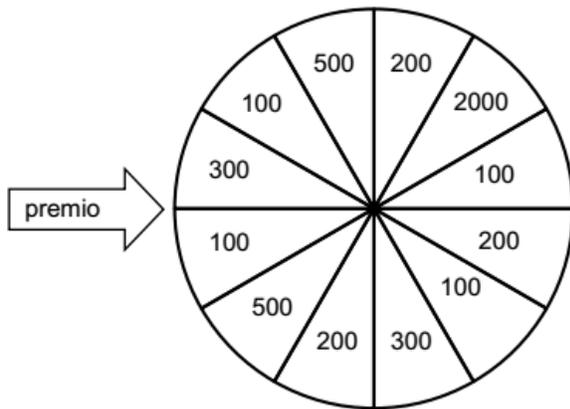
De ellas, ¿cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

98. Considere la siguiente situación:

La siguiente figura representa una tómbola de un programa televisivo de concursos y cada cantidad corresponde a un premio de dinero en efectivo en dólares. El participante hace girar la tómbola y gana el premio de la casilla señalada por la flecha.

Todas las casillas tienen la misma probabilidad de ser seleccionadas.



De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. La probabilidad de ganar el premio de \$2000 es aproximadamente 0,08.
- II. Es más probable ganar el premio de \$500 que el de \$300.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere la siguiente información para responder los ítems 99 y 100:

Distribución de una muestra de 400 estudiantes, según "Hábito de ejercicio físico" y "Rendimiento académico"

Hábito de ejercicio físico	Rendimiento		Total
	≥ 90	< 90	
Hacer Ejercicio	160	40	200
No hacen ejercicio	48	152	200
Total	208	192	400

99. Si se selecciona de esta muestra un estudiante en forma aleatoria, ¿cuál es la probabilidad de que no haga ejercicio y obtenga calificaciones mayores o iguales que 90?

- A) 0,12
- B) 0,24
- C) 0,38
- D) 0,76

100. Considere las siguientes afirmaciones:

- I. La probabilidad de ser un estudiante con calificaciones mayores o iguales que 90, es más de tres veces mayor para los que hacen ejercicios que para los que no lo hacen.
- II. La probabilidad entre los estudiantes que no hacen ejercicio, de ser un estudiante con calificaciones mayores o iguales que 90 es 0,24.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere el siguiente enunciado y responda las preguntas 101, 102 y 103

El 30% de los estudiantes de un colegio practica el futbol, el 40% práctica baloncesto y el 10% práctica ambos deportes. Se elige un estudiante al azar

101. ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante elegido no practique futbol ni practique baloncesto?

- A) 0.10
- B) 0.30
- C) 0.40
- D) 0.80

102. Si el estudiante elegido práctica fútbol, ¿cuál es aproximadamente la probabilidad de que practique baloncesto?

- A) 0.25
- B) 0.33
- C) 0.67
- D) 1.33

103. Si el estudiante elegido práctica baloncesto, ¿cuál es la probabilidad de que practique al futbol?

--	--	--	--	--	--

Considere el siguiente enunciado y responda la pregunta 104, 105 y 106

Se tienen tres tipos de golosinas en una caja: 8 bastones de caramelo, 5 malvaviscos y 7 bombones de chocolate.

104. De acuerdo a la información anterior, si se elige al azar una golosina de la caja, ¿cuál es la probabilidad de obtener un bastón de caramelo?

- A) 0,25
- B) 0,40
- C) 0,35
- D) 0,125

105. De acuerdo a la información anterior, si se elige al azar una golosina de la caja, ¿cuál es la probabilidad de obtener un malvavisco?

- A) 0,25
- B) 0,40
- C) 0,35
- D) 0,125

106. De acuerdo a la información anterior, si se elige al azar una golosina de la caja, ¿cuál es la probabilidad de obtener un malvavisco?

--	--	--	--	--	--

Considere el siguiente enunciado y responda las preguntas 107 y 108

Se lanzan dos dados (legales) y se registra la suma de los puntos de las caras superiores.

107. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea par o mayor que 10?

- A) 0,58
- B) 0,55
- C) 0,50
- D) 0,03

108. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea impar o menor que 10?

--	--	--	--	--	--

Considere el siguiente contexto para responder la pregunta 109

**El taller exploratorio**

Un grupo de octavo de un colegio con orientación tecnológica está conformado por 10 mujeres y 16 varones. Como asignatura de taller exploratorio, tienen dos opciones para escoger: artes o educación ambiental. La selección del taller exploratorio se muestra en la siguiente tabla:

**Taller exploratorio seleccionado**

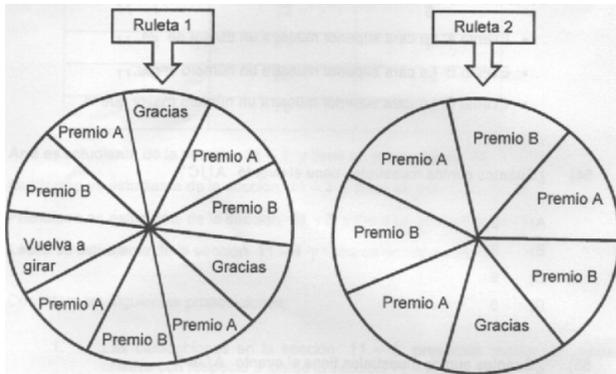
Estudiante	Artes	Educ. Ambiental	Total
Hombres	5	5	<b>10</b>
Mujeres	12	4	<b>16</b>
<b>Total</b>	<b>17</b>	<b>9</b>	<b>26</b>

109. De acuerdo con el contexto anterior El Taller Exploratorio. ¿Cuál es aproximadamente la probabilidad de que una persona elegida al azar sea hombre o haya seleccionado Artes?

- A) 0,40
- B) 0,46
- C) 0,71
- D) 0,81

Considere la siguiente información para responder los ítems 110 y 111:

En un supermercado, los clientes tienen la posibilidad de ganarse un premio, para lo cual deben seleccionar y girar una de las ruletas que se muestran. Para ganarse uno de los premios, después de girar una ruleta, la flecha debe señalar el "Premio A" o el "Premio B". Si la flecha señala "Gracias", no obtiene premio. Si la flecha señala "vuelva a girar", el cliente tendrá otra oportunidad de girar la misma ruleta.



110. Cada figura, independientemente de su posición, se considera un sector y en cada una de las ruletas, todos los sectores tienen igual probabilidad de ser señalados por la flecha.

Considere las siguientes proposiciones:

I. La probabilidad de que un participante gane el premio A, al seleccionar y girar una vez la ruleta 1, es 0,4.

II. La probabilidad de que un participante gane el premio B, al seleccionar y girar la ruleta 2, es 0,3.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

111. Considere las siguientes proposiciones:

I. Si un participante hace girar la ruleta 1, entonces la probabilidad de que obtenga "Vuelva a girar" es 0, 1

II. La probabilidad de **.no** ganar premio es la misma en las dos ruletas.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere la siguiente situación para responder los ítems 112 y 113:

En un colegio de orientación tecnológica, el Departamento de Orientación debe realizar unas encuestas a algunos estudiantes de la especialidad tecnológica

La Dirección de ese colegio le entregó al departamento la siguiente información:

Sexo	Especialidad Tecnológica		Total
	Redes	Robótica	
Hombres	29	41	70
Mujeres	67	43	110
Total	96	84	180

112. Si se selecciona al azar un estudiante, entre los de especialidad tecnológica, entonces la probabilidad de que sea una mujer que estudia robótica es, aproximadamente

- A) 0,23
- B) 0,39
- C) 0,41
- D) 0,59

113. Si se toma como población total a los estudiantes de la especialidad de redes y se decide seleccionar al azar un estudiante de esa población, entonces, ¿cuál es, aproximadamente, la probabilidad de que ese estudiante sea hombre?

- A) 0,37
- B) 0,51
- C) 0,61
- D) 0,70

Considere la siguiente situación para responder los ítems 114 y 115:

Se tiene un dado de seis caras, cada una de ellas con un número diferente del 1 al 6 y otro dado de ocho caras, cada una de ellas con un número diferente del 1 al 8. Al lanzar estos dados, cada cara de cada dado tiene la misma probabilidad de quedar en la parte superior.

Se definen los siguientes eventos:

- Evento A: Obtener un número mayor que 3.
- Evento B: Obtener el número 5.
- Evento C: Obtener un número menor o igual que 7.
- Evento D: Obtener un número par.

Para cada uno de los eventos se puede lanzar el dado de seis caras o el de ocho caras.

114. Considere las siguientes proposiciones:

- I. La probabilidad de que ocurra el evento A, es mayor si se lanza el dado de ocho caras.
- II. La probabilidad de que ocurra el evento B, es mayor si se lanza el dado de seis caras.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

115. Considere las siguientes proposiciones:

I. La probabilidad de que ocurra el evento C, es mayor si se lanza el dado de seis caras.

II. La probabilidad de que ocurra el evento D, es mayor si se lanza el dado de ocho caras.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere la siguiente información para responder los ítems 116 y 117:

En un periódico nacional se publicó un artículo en el que se destaca que el teléfono celular es el dispositivo que más utilizan los adolescentes. Dicho artículo se basó en una encuesta realizada a una muestra aleatoria de 628 estudiantes de secundaria, menores de 15 años. Parte de la información se resume en el siguiente cuadro:

Posesión de celular de estudiantes de secundaria menores de 15 años

	Área Metropolitana	Zona Rural	Total
Tienen celular	470	140	610
No tienen celular	6	12	18
<b>Total</b>	<b>476</b>	<b>152</b>	<b>628</b>

Fuente: Adaptado del Periódico El Financiero

116. ¿Cuál es, aproximadamente, la probabilidad de que al escoger al azar un joven de esa muestra, este tenga celular?

- A) 0,22
- B) 0,77
- C) 0,78
- D) 0,97

117. Si se toma como población total los encuestados del Área Metropolitana y se decide seleccionar al azar un estudiante de esa población, entonces, ¿cuál es, aproximadamente, la probabilidad de que ese estudiante posea celular?

- A) 0,75
- B) 0,77
- C) 0,87
- D) 0,99

SÍMBOLOS			
$\parallel$	es paralela a	$\leftrightarrow$ $\overleftrightarrow{AB}$	recta que contiene los puntos A y B
$\perp$	es perpendicular a	$\vec{\phantom{A}}$ $\vec{AB}$	rayo de origen A y que contiene el punto B
$\sphericalangle$	ángulo	$\overline{AB}$	segmento de extremos A y B
$\Delta$	triángulo o discriminante	$AB$	medida del segmento $\overline{AB}$
$\sim$	es semejante a	$\cong$	es congruente con
$\forall$	para todo	$\Rightarrow$	implica
$\square$	cuadrilátero	$\widehat{AB}$	arco (menor) de extremos A y B
$A - E - C$	el punto E está entre A y C (los puntos A, E y C son colineales)	$\widehat{ABC}$	arco (mayor) de extremos A y C y que contiene el punto B
		$A^c$	Complemento del conjunto A

Fórmulas	
Fórmula de Herón (s: semiperímetro, a, b, y c son los lados del triángulo)	$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
Probabilidad de la unión (eventos A y B)	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
Probabilidad para eventos A y B mutuamente excluyentes	$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
Probabilidad del complemento	$P(A^c) = 1 - P(A)$
Ecuación de la circunferencia con centro en c(a, b) y radio r	$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$
Distancia "d" entre dos puntos $(x_1, y_1)$ y $(x_2, y_2)$	$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
Cuartil K ( $C_k$ ) n : número de datos; $k \in \{ 1, 2, 3 \}$	$C_k = \frac{k \cdot n}{4}$
Coefficiente de variación ( $C_v$ )	$C_v = \frac{\text{Desviación estándar}}{\text{Media aritmética}} \cdot 100$
Posición relativa ( $P_r$ )	$P_r = \frac{\text{Dato} - \text{Media aritmética}}{\text{Desviación estándar}}$

Polígonos regulares	
<b>Suma de las medidas de los ángulos internos</b> s: suma de las medidas de los ángulos internos n: número de lados del polígono	$s = 180^\circ(n - 2)$
<b>Medida de un ángulo interno</b> i : ángulo interno n : número de lados del polígono	$m \angle i = \frac{180^\circ(n - 2)}{n}$
<b>Medida del ángulo central</b> n : número de lados del polígono c : ángulo central	$m \angle c = \frac{360^\circ}{n}$
<b>Medida del ángulo externo</b> n : número de lados del polígono e : ángulo externo	$m \angle e = \frac{360^\circ}{n}$
<b>Número de diagonales</b> D : número de diagonales n : número de lados del polígono	$D = \frac{n(n - 3)}{2}$
<b>Área</b> P: perímetro, a : apotema.	$A = \frac{P \cdot a}{2}$

Simbología	Triángulo equilátero	Cuadrado	Hexágono regular
r radio	$h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$	$\ell = \frac{d\sqrt{2}}{2}$	$a = \frac{r\sqrt{3}}{2}$
d diagonal			
a apotema	$a = \frac{h}{3}$		
$\ell$ lado			
h altura			

ÁREA DE CUERPOS GEOMÉTRICOS	
Figura	Área Total
Cubo	$A_T = 6a^2$
Pirámide	$A_T = A_B + A_L$
Prisma	$A_T = A_B + A_L$
Esfera	$A_T = 4\pi r^2$
Cono (circular recto)	$A_T = \pi r(r + g)$
Cilindro	$A_T = 2\pi r(r + h)$

Simbología			
h: altura	a: arista	$A_L$ : área lateral	g: generatriz
$A_b$ : área de la base	r: radio	$A_B$ : área basal	$A_T$ : área total

### Geometría

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	2	C	C	B	B	6	D	D	5,66	B	3,61	D	B	A	B	3,16	10,78	D	D	D	D	C	B	D	B	B	A	D	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A	C	D	D	A	D	C	D	A	90	B	A	25	A	C	8	D	C	D	A	B	D	C	A	D	B	C	D	D	
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
C	A	512	C	12,14	36	11	72	C	C	C	D	108	C	4	6	A	D	C	C	B	C	40	A	C	D	B	C	C	
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
B	D	B	B	C	B	B	4	A	D	D	D	B	A	B	D	4	B	A	4	A	B	2	C	C	C	D	A	C	
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
C	B	B	B	D	B	B	A	D	A	D	B	B	C	D	C	62,83	A	D	A	B	D	B	D	B	10	A	B	D	B
151	152	153	154	155	156	157	158																						
A	D	D	C	A	A	A	A																						

### Relaciones y Álgebra

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	C	A	D	C	C	A	C	C	A	C	D	B	A	D	A	B	A	B	A	43	C	A	5	C	A	10	D	9	C
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A	D	26	B	-12	C	A	4,24	C	8	B	3	B	C	C	D	A	D	C	B	C	C	D	B	A	C	C	C	B	A
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
C	C	A	C	C	C	C	A	D	B	D	C	C	C	B	11,48	3,06	D	1	C	3	C	D	A	A	3	-1	A	8	B
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
D	-5	-9	C	9	8	C	C	60	D	D	A	B	C	C	c	B	D	5	C	C	B	A	A	243	D	C	D	A	
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
3	B	B	C	B		D	1050	D	B	56,67	174	A	B	B	B	C	D	B	D	760	A	C	D	A	C	C	A	D	D
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173							
A	D	B	C	18,04	B	B	73,64	B	C	C	C	D	B	A	C	B	C	C	C	C	C	B	A						

### Estadística y Probabilidad

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	A	D	C	D	B	A	D	C	B	C	67,28	B	NR	12,1	C	B	91	C	A	D	A	B	C	C	D	90	D	C	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
D	A	C	B	1,14	C	15,69	A	34	C	D	C	A	A	C	D	D	B	A	C	C	A	D	A	A	D	A	A	D	1
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
A	A	B	C	A	D	C	D	B	C	C	A	A	D	B	D	A	C	D	D	D	D	D	B	B	B	A	C	0,25	B
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117			
6	2	D	D	4	B	A	C	A	C	B	B	0,25	B	A	0,25	B	0,89	D	A	A	A	NR	A	A	D	D			

## Área 1: Geometría

### H1.1 y H1.2 Ecuación de la circunferencia

Una circunferencia de centro  $(a, b)$  y radio  $r$  posee como ecuación

$C: (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ . Notemos que el centro se cambia los signos y el radio se eleva.

Para encontrar su centro dado los extremos del diámetro podemos utilizar el punto medio  $C = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$ . Para determinar su radio podemos determinarlo por la

distancia entre dos puntos  $r = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ .

### H1.3 Puntos Interiores y Exteriores

Para determinar la relación del punto  $P(c, d)$  con la circunferencia

$C: (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ , sustituimos "x" e "y" en la ecuación de la circunferencia por sus valores del punto y si el resultado es mayor que  $r^2$  es exterior, menor interior y si nos da igual ese punto pertenece a la circunferencia.

### H2.1 y H2.2 Posición relativa entre rectas y una circunferencia

Para determinar la relación una circunferencia (de centro  $P$  y radio  $r$ ) y una recta ( $y = mx + b$ ) es tangente ( $\Delta = 0$  una intersección), secante ( $\Delta > 0$  dos intersecciones) o

exterior ( $\Delta < 0$  no interseca). Podemos utilizar la fórmula  $d = \frac{|m \cdot P_x - P_y + b|}{\sqrt{m^2 + 1}}$

$d = r$  tangente

$d > r$  exterior

$d < r$  secante

### H2.3 y 2.4 Rectas paralelas y perpendiculares

Dos rectas son paralelas si  $m_1 = m_2$ , perpendiculares si  $m_1 = \frac{-1}{m_2}$ , donde  $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ ,

para determinar el tipo de paralelogramo que forman cuatro vértices

Cuadrado	Rectángulo	Rombo	Romboide
Lados perpendiculares Diagonales perpendiculares	Solo los lados son perpendiculares	Solo las diagonales son perpendiculares	No cumple ninguna de las anteriores

La recta tangente es perpendicular al radio.

### H3.2 Traslaciones

Para trasladar una circunferencia solo se cambia el centro de la misma, es decir cambio a y b en la ecuación de la circunferencia.

### H4.1, 4.2 y 4.3 Polígonos regulares

$P = n \cdot \ell$	$A = \frac{P \cdot a}{2}$	$\angle_c = \frac{360^\circ}{n}$	$m\angle_i = \frac{180^\circ (n-2)}{n}$	$\sum m\angle_i = 180^\circ (n-2)$
$d = \frac{n(n-3)}{2}$	Donde n: número de lados, $\ell$ : la medida de un lado, d: número de diagonales en total			

### H4.4 Polígonos no regulares

Perímetro	Área
Para determinar la medida de los lados oblicuos usar a fórmula $AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$	Usar la fórmula del área de Gauss $A = \frac{\text{Abajo} - \text{Arriba}}{2}$

### H4.6 Figuras no poligonales

Se encierra la región en un polígono y aplicamos las fórmulas anteriores nos dará una aproximación.

### H5.2 Simetría

Preimagen = Original

Imagen = Copia

### H6.1, 6.2 y 6.3 Transformaciones en el plano

Traslación	Reflexión	Rotación	Homotecia
Se mueve	Se refleja como en un espejo	Gira	Amplificar ( $ k  > 1$ ) Reducir ( $ k  < 1$ ) $k > 0$ Directa $k < 0$ Inversa
Elementos invariantes: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lados</li> <li>• Ángulos internos</li> <li>• Área</li> <li>• Perímetro</li> </ul>	Elementos invariantes: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lados</li> <li>• Ángulos internos</li> <li>• Área</li> <li>• Perímetro</li> </ul>	Elementos invariantes: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lados</li> <li>• Ángulos internos</li> <li>• Área</li> <li>• Perímetro</li> </ul>	Elementos invariantes: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ángulos internos</li> </ul>

#### Traslación

Si al punto  $(x, y)$  se le aplica una traslación de vector  $\vec{v}(a,b)$ , se suma sus componentes  $(x+a, y+b)$

#### Reflexión

Eje x ( $y = 0$ )	Eje y ( $x = 0$ )	Identidad ( $y = x$ )
Cambia el signo de "y"	Cambia el signo de "x"	Intercambian los valores de "x" e "y"
(2,3) se refleja a (2,-3)	(2,3) se refleja a (-2,3)	(2,3) se refleja a (3,2)

#### Rotación

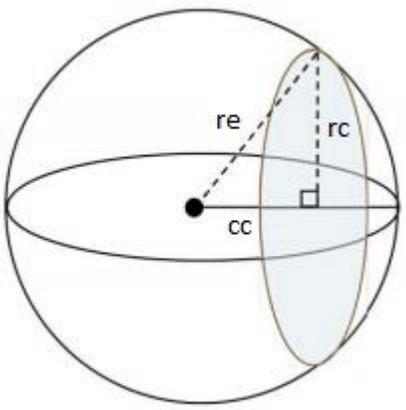
Rotar 90°	Rotar 180°	Rotar 270°	Rotar 360°
(-b, a)	(-a, -b)	(b, -a)	(a, b)
(1,4) se rota a (-4,1)	(1,4) se rota a (-1,-4)	(1,4) se rota a (4,-1)	Que da igual

#### Homotecia

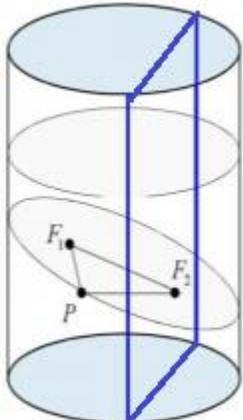
Toma todas las distancias y la multiplica por la razón de homotecia  $|k|$

$k = \frac{\text{imagen}}{\text{original}}$  y el signo se obtiene si es directa o inversa

### H7.3 y 7.6 Esfera

 <p style="text-align: center;"><math>cc^2 + rc^2 = re^2</math></p>	<p>re: radio de la esfera  rc: radio de la circunferencia  cc: centros</p> <p>todos sus cortes generan circunferencias</p>
--	--

### Cilindro

	<p><b>Cortes</b>  Paralelo a la base: Circunferencia  Perpendicular a la base: Rectángulo  Oblicuo: Elipse</p>
--	--

**Cono**

Plano	Nombre de sección	Figura
Paralelo al plano de la base del cono	Circunferencia	
Oblicuo con respecto a la base del cono (sin cortarla)	Elipse	
Oblicuo con respecto a la base del cono, paralelo a la generatriz (sin pasar por el vértice)	Parábola	
Perpendicular al plano de la base del cono, sin pasar por el vértice	Hipérbola	

**Área 2 Relaciones y Álgebra**

**H 1.1 - 1.5 Conjuntos**

Subconjuntos de IR			
$\mathbb{N}=\{0,1,2,3,4,\dots\}$	$\mathbb{Z} = \{\dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$	$\mathbb{Q}$ Fracciones, decimales periódicos	II decimales no periódicos

**Operaciones entre conjuntos**

Unión( $\cup$ ): son todos (en intervalos de izquierda a derecha)

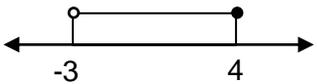
Intersección( $\cap$ ): lo que se repite (en intervalos lo que queda en el centro)

Complemento( $^c$ ): lo que falta

Pertenencia ( $\in, \notin$ ): se utiliza cuando el primero es un número.

Subconjunto ( $\subset, \not\subset$ ): Se utiliza cuando el primero es un conjunto (llaves, intervalos, letras)

### Intervalos

Intervalos		
Compresión	Simbólica	Gráfica
Abierto $<, >$ Cerrado $\leq, \geq$	Abierto $]a,b[$ Cerrado $[a,b]$	Abierto $\circ$ Cerrado $\bullet$
$\{x / x \in \mathbb{R}, -3 < x \leq 4\}$	$] -3, 4 ]$	

### H 2.1 Identificar funciones

Tabular	Simbólica	Gráfica								
No se pueden repetir arriba	De grande a pequeño no. En caso contrario probar con una tabla	Prueba de vertical, solo puede tocar un punto								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>0</th> <th>Peq</th> <th>Gra</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>f(x)</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	x	0	Peq	Gra	f(x)				
x	0	Peq	Gra							
f(x)										

### H2.2 Evaluar un elemento de su dominio

**Gráficamente** se ubica el número en el eje x y se busca su pareja en el eje y.

**Tabularmente** de forma similar

**Simbólicamente** se cambia x por el número y se ingresa en la calculadora. Los negativos se ponen entre paréntesis

### H2.3 Composición

$(g \circ f)(x) = g(f(x))$  Se empieza de derecha a izquierda.

Recordar que  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

### H2.4 - 2.7 Inversa

Inversa = biyectiva. Todo es al revés

Características	f	f <sup>-1</sup>
<b>Dominio</b>	A	B
<b>Ámbito</b>	B	A
<b>Punto</b>	(m, n)	(n, m)
<b>Corte con x</b>	(a, 0)	(b, 0)
<b>Corte con y</b>	(0, b)	(0, a)

Gráficamente los cortes se intercambian y los pares ordenados son al revés. Además, para determinar que intervalos una función tenga inversa se escoge un intervalo donde solo crezca o solo decrezca.

La inversa de la pendiente de la pendiente de una función lineal  $m$  es  $\frac{1}{m}$

Si la composición de dos funciones el resultado es  $x$ , es porque están funciones son inversas.

## H2.8 Función radical

Una función radical de la forma  $f(x) = a\sqrt{x+b} + c$ , donde:

- $a$  es una homotecia
- $b$  es su traslación horizontal( $x$ ) del origen (se cambia de signo)
- $c$  es su traslación vertical( $y$ ) del origen (NO cambia de signo)

### H3.1 Análisis de una función

Características	Gráficamente	Otros
Dominio	Izquierda a derecha	Tabularmente son los de arriba
Ámbito	Abajo a arriba	Tabularmente son los de abajo
Crece	Sube	Siempre abiertos
Decrece	Baja	
Constante	Línea horizontal	
Ceros	Toca al eje $x$	
Positiva	Encima del eje $x$	
Negativa	Debajo del eje $x$	
Máximo	Punto(s) más alto	Puede estar abierto, no puede ser infinito.
Mínimo	Punto(s) más bajo	
Inyectividad	Las líneas horizontales solo la pueden tocar una vez	No se repite abajo tabularmente

### H3.3 y 3.4 Función Lineal ( $y = mx + b$ )

$m$ : pendiente  $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$   $b = y - mx$  Se puede usar MODE 51

$m > 0$  (+): Crece,  $m < 0$  (-): Decrece y  $m = 0$  (sin  $x$ ): Constante

$C_x = \left(\frac{-b}{m}, 0\right)$  y  $C_y = (0, b)$

### H3.5 Función Cuadrática ( $y = ax^2 + bx + c$ )

Concavidad:  $a > 0$  (U) hacia arriba,  $a < 0$  (∩) hacia abajo

Corte con x: MODE 53 ( $x_1, 0$ ) y ( $x_2, 0$ )

Corte con y: (0,c)

Vértice:  $V = \left( \frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a} \right)$ , donde el primero es el eje de simetría y sirve para determinar la monotonía y el segundo sirve para determinar el ámbito.

### H3.7-3.9 Exponencial y logarítmica

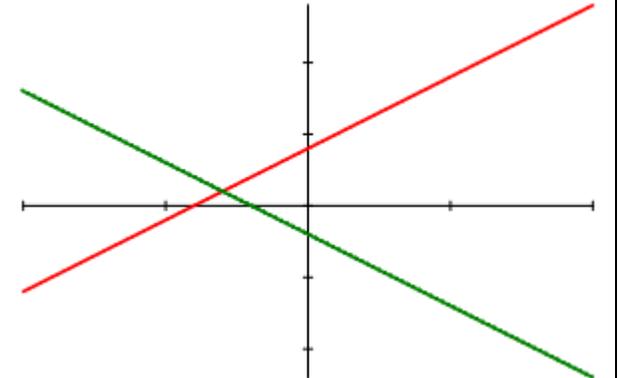
Característica	Exponencial	Logaritmo
Dominio	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}^+$
Ámbito	$\mathbb{R}^+$	$\mathbb{R}$
Cx	No tiene	(1,0)
Cy	(0,1)	No tiene
Asíntotas	Eje x	Eje y
Crece	$a > 1, a \in ]1, +\infty[ , x_1 > x_2, f(x_1) > f(x_2)$	
Decrece	$0 < a < 1, a \in ]0, 1[ , x_1 > x_2, f(x_1) < f(x_2)$	

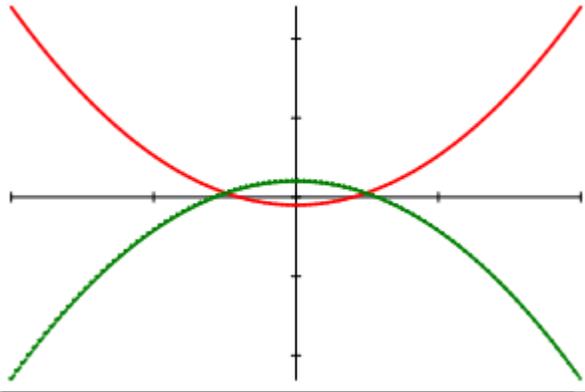
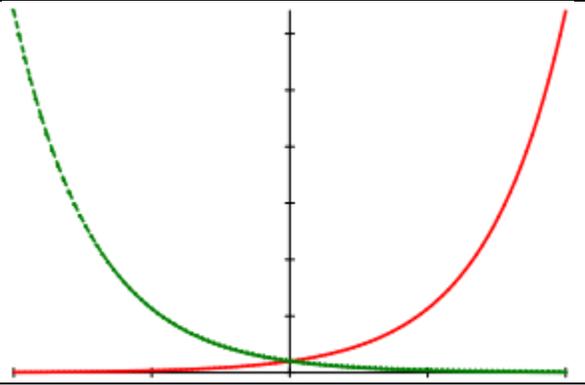
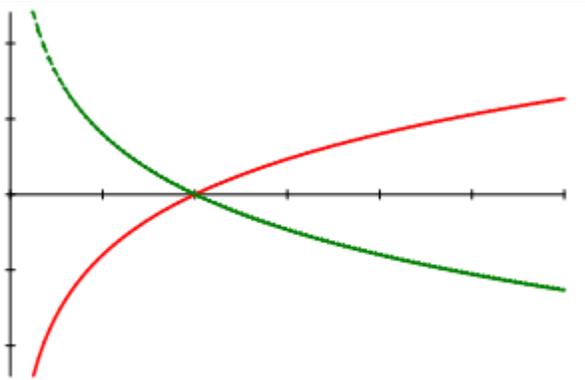
Recordemos que  $y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y$  y pues son inversas.

### H4.3 Sistemas de Ecuaciones

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \text{ se acomoda y se usa MODE 51}$$

### H5.1, 5.2 y 5.4 Modelos

Función	Gráficas	Modelan
Lineal $y = mx + b$		Tarifas de taxis, copias, aumentan de forma pareja

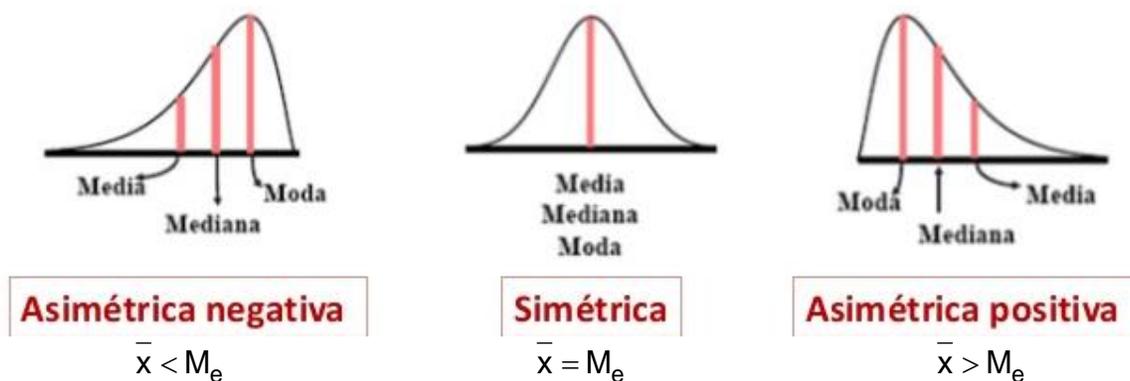
<p>Cuadrática <math>y=ax^2+bx+c</math></p>		<p>Caída libre, proyectiles Sube y Baja</p>
<p>Exponencial <math>y = a^x</math></p>		<p>Bacterias, células, intereses, poblaciones, radioactividad. Crece MUY rápido</p>
<p>Logarítmica <math>y = \log_a x</math></p>		<p>Temblores Crece MUY despacio</p>

### Área 3 Estadística y Probabilidad

Medidas Estadísticas			
Tendencia Central	Posición	Variabilidad	Variabilidad Relativa
Promedio o media aritmética $\bar{x} = \frac{\text{suma}}{\text{total}}$	Min (0%) más pequeño	Recorrido: Max – Min	Coefficiente de Variación $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$
Moda $M_o$ : el que más se repite	Max(100%) más grande	Recorrido Intercuartílico: $Q_3 - Q_1$	Posición Relativa $PR = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$
Mediana (50%) $M_e$ Ordenar y buscar el que se encuentra en la posición $\frac{n+1}{2}$	$Q_1$ (25%) posición $\frac{n+1}{4}$	Varianza: $s^2$ : Muestral $\sigma^2$ : Poblacional	
	$Q_2$ (50%) posición $\frac{n+1}{2}$	Desviación Estándar: $s$ : Muestral (4) $\sigma$ : Poblacional (3)	
	$Q_3$ (75%) posición $\frac{3(n+1)}{4}$		

Si n es impar: la mediana es un elemento de la serie, si n es par no se puede garantizar.

En la asimetría el más alto es la moda, el del centro la mediana y más pequeño el promedio



**Probabilidad**

Si A es un evento entonces  $0 \leq P(A) \leq 1$

Si A es un evento seguro  $P(A) = 1$ , si A es un evento imposible  $P(A) = 0$  y si A es probable  $0 < P(A) < 1$ .

Dos eventos son mutuamente excluyentes si su intersección es vacía.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$  Si son excluyentes

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$  Si son incluyentes

$P(A^C) = 1 - P(A)$

## INFORMACIÓN GENERAL

### **Materiales necesarios para realizar esta prueba:**

1. Folleto con 54 ítems de selección única y 6 ítems de respuesta cerrada
2. Hoja de respuestas para lectora óptica
3. Bolígrafo con tinta azul o negra
4. Tabla de valores de las funciones trigonométricas
5. Lista de símbolos y fórmulas

### **Opcional**

Calculadora básica o científica **no** programable

## INSTRUCCIONES

1. Escriba los datos que se solicitan en la hoja de respuestas para la lectora óptica.
2. **No** realice correcciones en el recuadro que tiene impresos sus datos personales ni en el código de barras en la hoja de respuestas.
3. Verifique que el folleto esté bien compaginado y contenga los 54 ítems de selección única y 6 ítems de respuesta cerrada. Además, corrobore que los ítems de respuesta cerrada correspondan a las posiciones 5, 15, 25, 35, 45 y 55. En caso de encontrar alguna anomalía, notifíquela inmediatamente al delegado de aula; de lo contrario, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
4. Lea cuidadosamente cada ítem.
5. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta correcta. Sin embargo, lo que se califica son las respuestas seleccionadas y escritas en el espacio asignado en la hoja de respuestas para la lectora óptica.

### **Para los ítems de selección única**

6. De las cuatro posibilidades de respuesta: A), B), C) y D), que presenta cada ítem, solamente una es correcta.
7. Una vez que haya revisado todas las opciones y esté seguro o segura de su elección, rellene completamente el círculo correspondiente en la hoja de respuesta, tal como se indica en el ejemplo.



8. Si necesita rectificar la respuesta, utilice corrector líquido blanco sobre el círculo por corregir y rellene con bolígrafo de tinta negra o azul la nueva opción seleccionada. Además, en el espacio de observaciones de la hoja para respuestas debe anotar y firmar la corrección efectuada (**Ejemplo: 80=A, firma**). Se firma solo una vez al final de todas las correcciones.
9. Ningún ítem debe aparecer sin respuesta o con más de una respuesta.

### Para los ítems de respuesta cerrada

10. Cada ítem tiene seis casillas; de ellas, cuatro corresponden a la parte entera del número, y dos a su parte decimal. Una vez que haya completado la respuesta en el cuadernillo, transcríbala en cada casilla, según corresponda, en la hoja para respuestas.

Ejemplo:  $14,25 =$ 

		1	4	,	2	5
--	--	---	---	---	---	---

      Ejemplo:  $8 =$ 

				8	
--	--	--	--	---	--

11. Para la ubicación de los numerales, según se indicó en el punto anterior, se debe seguir el orden descrito a continuación, de derecha a izquierda: centésimas, décimas, unidades, decenas, centenas y unidades de millar, en la casilla correspondiente.

12. El trazo correcto de los numerales en cada casilla debe ser el que se detalla a continuación:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

13. Las casillas que no se requieran para dar su respuesta, se deben dejar en blanco.

14. Si necesita rectificar la respuesta, utilice corrector líquido blanco sobre la respuesta incorrecta y escriba con bolígrafo de tinta negra o azul los números que considera correctos. Además, en el espacio de observaciones de la hoja para respuestas debe anotar y firmar la corrección efectuada (**Ejemplo: 81 = 14,25, firma**). Se firma solo una vez al final de todas las correcciones.

15. Ningún ítem debe aparecer sin respuesta.

**ESTAS INSTRUCCIONES NO DEBEN SER MODIFICADAS POR NINGÚN FUNCIONARIO QUE PARTICIPE EN EL PROCESO DE ADMINISTRACIÓN DE LA PRUEBA.**

## NOTAS

En esta prueba, a menos que en el ítem se indique lo contrario, se debe considerar lo siguiente:

- a) Cuando se establezcan equivalencias o resultados que involucren radicales de índice par, el subradical representará números positivos.
- b) Cuando se pregunte por un resultado aproximado, las opciones se presentarán, ya sea con redondeo al décimo más cercano o al centésimo más cercano. Asimismo, cuando se requiera, use 3,14 como aproximación de  $\pi$  y 2,72 como aproximación de  $e$ . En cuanto a los valores trigonométricos, utilice 4 decimales tal como se presenta en la tabla que se ofrece en los anexos de esta prueba.
- c) Las ecuaciones deben resolverse en  $\mathbb{R}$ .
- d) Las expresiones algebraicas, exponenciales y logarítmicas que aparecen en esta prueba, se suponen bien definidas, por lo tanto, las restricciones necesarias en cada caso no se escriben.
- e) Las funciones de la prueba, son funciones reales de variable real, consideradas en su dominio máximo. En las gráficas el dominio se representa sobre el eje de las abscisas.
- f) Los dibujos no necesariamente están hechos a escala. La finalidad de la figura es ilustrar las condiciones del problema.
- g) En la resolución de problemas, lo que se mide son los conocimientos y las habilidades matemáticas, por lo que independientemente si el contexto es hipotético o verídico, siempre se considera existente.
- h) En esta prueba, las unidades de medida no forman parte del constructo a medir, por lo tanto, no necesariamente se escriben en cada caso.
- i) En las gráficas de funciones, las puntas de flecha indican el sentido positivo de los ejes.

Para efectos de determinar el puntaje obtenido, solamente se tomará en cuenta lo consignado en la hoja de respuestas para lectora óptica.

